# Schriftliche Prüfung zum mittleren Schulabschluss

Mathematik

**Lösungen** zu den zentralen schriftlichen Prüfungsaufgaben

Freie und Hansestadt Hamburg
Behörde für Schule und Berufsbildung

## Impressum

**Herausgeber:**
Freie und Hansestadt Hamburg
Behörde für Schule und Berufsbildung
Hamburger Straße 31, 22083 Hamburg

**Referatsleitung** Mathematisch-naturwissenschaftlich-technischer Unterricht:

Britta Kieke

**Fachreferentin** Mathematik für Stadtteilschulen:

Jennifer Waygood

**Redaktion:**

Jirko Michalski (Koordination)
Lis Nielsen
Anna Catharina Serck
Christine Töllner

**Vorwort und Schlussredaktion:**

Britta Kieke
Jennifer Waygood



**Internet:** http://www.hamburg.de/abschlusspruefungen

Hamburg 2018

## Inhaltsverzeichnis

1. Vorwort ..................................................................................... 4

2. Lösungen zu den Aufgaben ohne Einsatz des Taschenrechners

   2.1 Aufgaben zur Überprüfung der Kompetenzen nach Leitideen ................ 5

   2.2 Beispiele zu den zentralen Prüfungsaufgaben .................................. 19

3. Lösungen zu den komplexen Aufgaben mit Einsatz des Taschenrechners

   3.1 Aufgaben zur Leitidee Raum und Form sowie zur Leitidee Messen ........ 37

   3.2 Aufgaben zur Leitidee funktionaler Zusammenhang........................... 54

   3.3 Aufgaben zur Leitidee Daten und Zufall ........................................... 72

# 1. Vorwort

Sehr geehrte Kolleginnen und Kollegen,

die vorliegende Handreichung versteht sich als Ergänzung zu den „Regelungen für die zentralen schriftlichen Prüfungsaufgaben“ und enthält die **Lösungen und Bewertungshinweise** der Übungsaufgaben und Beispiele für Prüfungsaufgaben, wie sie für die zentralen schriftlichen Abschlussprüfungen zum Erwerb des mittleren Schulabschlusses gestaltet sein werden.

Die Aufgabenstellungen berücksichtigen die im Rahmenplan Mathematik für die Stadtteilschule sowie die in den Bildungsstandards der KMK für den Mittleren Schulabschluss formulierten zentralen Ideen (Leitideen) und Anforderungen.

Das bisherige Heft mit Beispielaufgaben wurde vollständig überarbeitet. Dabei wurden folgende Aspekte berücksichtigt:

- Um dem Prüfling die Möglichkeit zu geben, Kompetenzen jeweils nur zu einer Leitidee zu überprüfen und zu üben, sind aus vorliegenden Prüfungsaufgaben kürzere, ohne Einsatz des Taschenrechners zu bearbeitende Übungsaufgaben zur Überprüfung der Kompetenzen jeweils zu einer Leitidee erstellt worden.
  Es sind Tabellen mit den zugehörigen Anforderungen ergänzt worden, die eine Verknüpfung zwischen Aufgaben und Anforderungen herstellen. Hiermit soll ein Überblick über die mathematischen Inhalte der Leitideen gegeben werden, der aber keinen Anspruch auf Vollständigkeit hat.
- Im hilfsmittelfreien Teil stehen dem Prüfling zusätzlich sechs vollständige Prüfungsaufgabensätze zur Verfügung, die geeignet sind, das Aufgabenformat zu üben und auch den zeitlichen Rahmen erfahrbar zu machen.
- Der hilfsmittelfreie Teil wurde dem aktuellen Format angepasst: Aufgabe 1 umfasst somit 20 Teilaufgaben mit meist einschrittigem Lösungsweg; die restlichen 14 BWE verteilen sich auf Aufgaben mit mehrschrittigem Lösungsweg.
- Die Liste der verbindlichen Arbeitsaufträge (Operatoren) wurde dem aktuellen Stand angepasst. Die vorliegenden Aufgaben wurden entsprechend überarbeitet. Die Operatoren sind in den Aufgaben – wie in den Prüfungsaufgaben – fett gedruckt. Alle abgedruckten Beispiele für Prüfungsaufgaben entsprechen dem Format, das aktuell für die Prüfungen vorgesehen ist.
- Die komplexen Aufgaben, die mit Einsatz eines Taschenrechners gelöst werden, sind nach Leitideen geordnet, berücksichtigen die aktuellen Schwerpunktsetzungen und enthalten nur noch maximal sechs Teilaufgaben. Zu jeder Leitidee gibt es acht Beispiele.
- Soweit möglich wurde auf Anhänge zu Teilaufgaben – wie in den Prüfungsaufgaben – verzichtet. Notwendige Informationen und Abbildungen wurden direkt bei den Teilaufgaben eingefügt.
- Für die Schülerinnen und Schüler wurde eine Übersichtsseite eingefügt, in der notiert werden kann, welche Aufgabe wann und mit welchem Erfolg bearbeitet wurde.
- Die Lösungsskizzen wurden an vielen Stellen ausführlicher formuliert, sodass diese von den Schülerinnen und Schülern leichter selbstständig nachvollzogen werden können. Teilweise sind verschiedene Lösungswege dargestellt. Andere Lösungswege sind natürlich nach wie vor möglich.

Die Lösungen und Bewertungshinweise zu den Aufgaben werden in diesem Heft zur Verfügung gestellt.

In der Hoffnung, dass die vorliegende Handreichung hilfreich für Ihre Unterrichtsarbeit und die Vorbereitung Ihrer Schülerinnen und Schüler auf die schriftliche Abschlussprüfung ist, wünschen wir Ihnen und Ihren Schülerinnen und Schülern viel Erfolg!

Um die weitere Qualitätsentwicklung der Prüfungsaufgaben sind wir ständig bemüht, gern nehmen wir daher Ihre Rückmeldungen entgegen.

Dem Koordinator und den Mitgliedern der Arbeitsgruppe, die diese Handreichung erstellt haben, möchten wir sehr herzlich für die intensive und zeitaufwendige Arbeit danken.

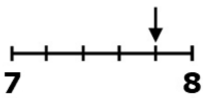
Jennifer Waygood
Fachreferentin Mathematik
Stadtteilschulen

Britta Kieke
Referatsleiterin
MINT-Referat

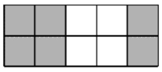
# 2. Lösungen zu den Aufgaben ohne Einsatz des Taschenrechners

## 2.1 Aufgaben zur Überprüfung der Kompetenzen nach Leitideen

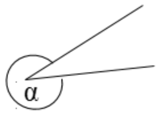
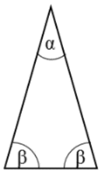
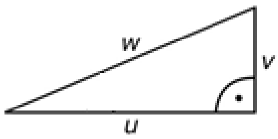
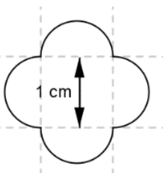
**Leitidee „Zahl" (Teil 1)**

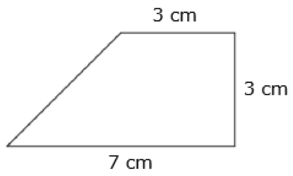
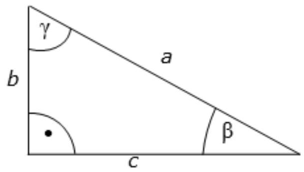
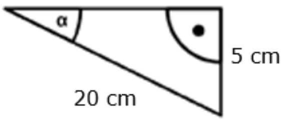
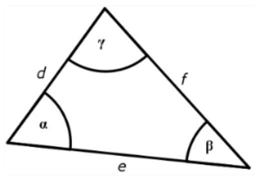
| | **Lösung: Leitidee „Zahl" (Teil 1)** | | | Zuordnung, Bewertung | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | **Aufgabe** | **Lösung** | **Buchstabe** | I | II | III |
| 1. | $33 \cdot (-99) =$ | $-3\,267$ | **A** | 1 | | |
| 2. | $(-231) : (-3) =$ | 77 | **C** | 1 | | |
| 3. | $(-3) + (-9) =$ | $-12$ | **A** | 1 | | |
| 4. | $7 \cdot 68 - 7 \cdot 58 =$ | 70 | **A** | 1 | | |
| 5. | $6 - 4 : (7 - 3) =$ | 5 | **C** | 1 | | |
| 6. | 12,755 auf Hundertstel gerundet ist | 12,76 | **C** | 1 | | |
| 7. | Die kleinste Zahl ist | $\frac{1}{8}$ | **D** | | 1 | |
| 8. | Die größte Zahl ist | $-0{,}69$ | **A** | | 1 | |
| 9. | Genau in der Mitte von $-3$ und +2 liegt | $-0{,}5$ | **B** | | 1 | |
| 10. |  Der Pfeil markiert den Wert | 7,8 | **C** | 1 | | |
| 11. | Wie groß ist die Differenz von $\frac{7}{10}$ und $\frac{3}{8}$? | $\frac{13}{40}$ | **D** | 1 | | |
| 12. | $\frac{4}{7} : \frac{8}{21} =$ | $1\frac{1}{2}$ | **D** | 1 | | |
| 13. | $\frac{1}{9} =$ | $0{,}\overline{1}$ | **D** | 1 | | |
| 14. | $\frac{1}{8} - 0{,}05 =$ | 0,075 | **A** | | 1 | |
| 15. | $\frac{a}{2} \cdot \frac{1}{b} \cdot \frac{2}{a} \cdot b =$ | 1 | **C** | | | 1 |

## Leitidee „Zahl“ (Teil 2)

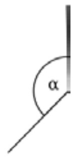
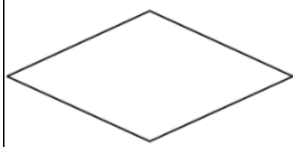
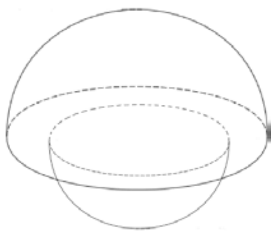
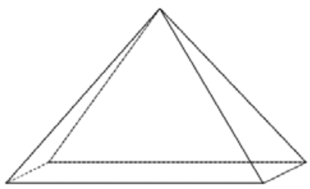
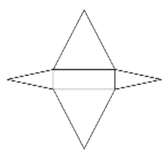
| | Lösung: Leitidee „Zahl“ (Teil 2) | | | Zuordnung, Bewertung | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | **Aufgabe** | **Lösung** | **Buchstabe** | I | II | III |
| 1. | Welche graue Fläche entspricht dem Anteil von 60 %? |  | **C** | 1 | | |
| 2. | 9 von 30 Kindern haben kein Handy. Das sind | 30 % | **D** | 1 | | |
| 3. | Das Kleid kostet 18 €. Die Kundin bekommt 20 % Rabatt. Das Kleid kostet jetzt | 14,40 € | **A** | | 1 | |
| 4. | In einer 10. Klasse sind 3 Schüler 18 Jahre alt. Das sind 12 % der Schüler. Die Klasse hat also | 25 Schüler | **D** | | 1 | |
| 5. | Lena hat 480 € auf ihrem Konto. Wie hoch ist ihr Guthaben nach einem Jahr bei einem Zinssatz von 1,5 % ? | 487,20 € | **B** | | 1 | |
| 6. | Bei einem jährlichen Zinssatz von 2 % ist ein Kapital von 1 000 € nach zwei Jahren angewachsen auf | 1 040,40 € | **C** | | 1 | |
| 7. | Joy überzieht ihr Konto 3 Monate mit 500 €. Wie viel muss sie bei einem jährlichen Zinsatz von 10 % zurück zahlen? | 512,50 € | **B** | | 1 | |
| 8. | $10^{-4} =$ | 0,0001 | **A** | | 1 | |
| 9. | 0,064 = | $0,4^3$ | **C** | 1 | | |
| 10. | $2^3 \cdot 2^2 =$ | $2^5$ | **A** | 1 | | |
| 11. | $\sqrt{8}$ liegt zwischen | 2,5 und 3 | **C** | | 1 | |
| 12. | $\sqrt{\frac{25}{625}} =$ | 0,2 | **A** | | 1 | |
| 13. | $\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} =$ | 3 | **B** | | 1 | |
| 14. | $\left(\sqrt[3]{8}\right)^2 =$ | 4 | **B** | | 1 | |
| 15. | $\sqrt{-4} =$ | nicht lösbar (in $\mathbb{R}$ ) | **D** | | | 1 |

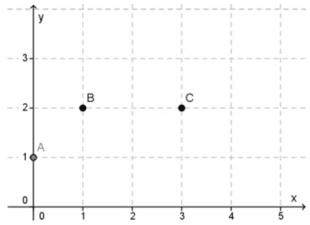
## Leitidee „Messen“

| | Lösung Leitidee „Messen“ | | | Zuordnung, Bewertung | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | **Aufgabe** | **Lösung** | **Buchstabe** | I | II | III |
| 1. | Die Breite eines Zeigefingers eines Erwachsenen beträgt etwa | 0,01 m | **C** | 1 | | |
| 2. | Der Winkel $\alpha$ hat eine Größe von etwa  | 335° | **D** | 1 | | |
| 3. | Die (Innen-)Winkelsumme eines Drachens beträgt | 360° | **C** | 1 | | |
| 4. | $\alpha = 40°$ <br> $\beta =$  | 70° | **A** | 1 | | |
| 5. | In diesem Dreieck gilt:  | $v = \sqrt{w^2 - u^2}$ | **B** | | 1 | |
| 6. | Ein Dreieck mit einer Höhe von 6 cm und einer Grundseite von 8 cm hat den gleichen Flächeninhalt wie ein Rechteck mit den Seiten | $a$ = 3 cm <br> $b$ = 8 cm | **D** | 1 | | |
| 7. | Der Umfang der Figur beträgt  | $2 \cdot \pi$ cm | **C** | | 1 | |
| 8. | Ein Prisma hat eine Grundfläche von $7\ \text{cm}^2$ und eine Höhe von 4 cm. Das Volumen beträgt | $28\ \text{cm}^3$ | **A** | 1 | | |
| 9. | Ein Quader mit einem Oberflächeninhalt von $40\ \text{cm}^2$ hat die Kantenlängen | $a$ = 4 cm <br> $b$ = 2 cm <br> $c$ = 2 cm | **C** | | 1 | |
| 10. | Ein Rechteck mit ganzzahligen Seitenlängen hat einen Umfang von 24 cm. Der Flächeninhalt ist niemals | $14\ \text{cm}^2$ | **A** | | 1 | |

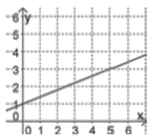
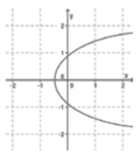
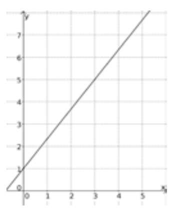
<table>
<tr><th rowspan="2"></th><th colspan="3">Lösung Leitidee „Messen“</th><th colspan="3">Zuordnung, Bewertung</th></tr>
<tr><th>Aufgabe</th><th>Lösung</th><th>Buchstabe</th><th>I</th><th>II</th><th>III</th></tr>
<tr><td>11.</td><td>Bestimme den Umfang der Figur.<br><br><br>nicht maßstabsgerecht</td><td>18 cm</td><td>D</td><td></td><td></td><td>1</td></tr>
<tr><td>12.</td><td>In diesem Dreieck gilt:<br><br></td><td>$\tan\beta = \frac{b}{c}$</td><td>B</td><td></td><td>1</td><td></td></tr>
<tr><td>13.</td><td>In einem rechtwinkligen Dreieck ABC mit $\gamma = 90°$ gilt nicht</td><td>$b$ ist die Hypotenuse zu $\gamma$</td><td>C</td><td></td><td>1</td><td></td></tr>
<tr><td>14.</td><td>Die Größe des Winkels $\alpha$ wird bei der Taschenrechnereingabe angezeigt mit<br><br><br>nicht maßstabsgerecht</td><td>$\sin^{-1}(0,25)$</td><td>A</td><td></td><td></td><td>1</td></tr>
<tr><td>15.</td><td>In folgendem Dreieck gilt:<br><br></td><td>$\frac{d}{\sin\beta} = \frac{e}{\sin\gamma}$</td><td>C</td><td></td><td></td><td>1</td></tr>
</table>

## Leitidee „Raum und Form“

| | **Lösung Leitidee „Raum und Form“** | | | Zuordnung, Bewertung | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | **Aufgabe** | **Lösung** | **Buchstabe** | I | II | III |
| 1. | Ein gestreckter Winkel hat die Größe | 180° | **B** | 1 | | |
| 2. | Welche Abbildung zeigt einen stumpfen Winkel? |  | **A** | 1 | | |
| 3. |  Dies ist **kein** | Quadrat | **C** | 1 | | |
| 4. | Folgender Körper ist ein Prisma | Würfel | **C** | 1 | | |
| 5. | Die Oberfläche eines Dreiecksprismas besteht aus | 2 Dreiecken und 3 Rechtecken | **A** | | 1 | |
| 6. | Der Mantel eines Zylinders hat die Form eines | Rechtecks | **C** | 1 | | |
| 7. | Dieser zusammengesetzte Körper hat folgende Teilflächen:  | 2 Halbkugeln und 1 Kreisring | **D** | | 1 | |
| 8. | Zu dem Körper passt folgendes Netz:  |  | **B** | | 1 | |

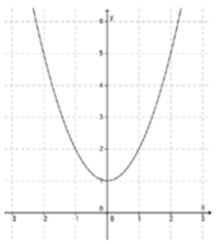
| | **Lösung Leitidee „Raum und Form"** | | | Zuordnung, Bewertung | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | **Aufgabe** | **Lösung** | **Buchstabe** | I | II | III |
| 9. | Mit welchem der angegebenen Punkte lässt sich das gleichschenklige Trapez ABCD zeichnen   | $D(4\|1)$ | **A** | | 1 | |
| 10. | Der Punkt $A(2\|4)$ wird um 3 Einheiten nach links auf der *x*-Achse verschoben. Er hat nun folgende Koordinaten | $A'(-1\|4)$ | **D** | | 1 | |
| 11. | Der Punkt $C(5\|-2)$ wird an der *y*-Achse gespiegelt. Seine Koordinaten lauten dann | $C'(-5\|-2)$ | **B** | | | 1 |
| 12. | Ein gleichseitiges Dreieck besitzt __ Symmetrieachsen | 3 | **C** | | 1 | |
| 13. | In folgendem Viereck liegt **keine** Punktsymmetrie vor | Drachen | **B** | | 1 | |
| 14. | Werden bei einem Dreieck die Grundseite und die Höhe verdoppelt, so ist der neue Flächeninhalt | vierfach so groß | **D** | | 1 | |
| 15. | Das Volumen einer Kugel berechnet sich mit $V=\frac{4}{3}\pi\cdot r^3$. Der Radius wird verdoppelt. Mit welchem Term lässt sich das Volumen bestimmen? | $\frac{4}{3}\pi\cdot(2\cdot r)^3$ | **C** | | | 1 |

## Leitidee „Funktionaler Zusammenhang“ (Teil 1)

<table>
<tr><th rowspan="2"></th><th colspan="3">Lösung: Leitidee „Funktionaler Zusammenhang“ (Teil 1)</th><th colspan="3">Zuordnung, Bewertung</th></tr>
<tr><th>Aufgabe</th><th>Lösung</th><th>Buchstabe</th><th>I</th><th>II</th><th>III</th></tr>
<tr><td>1.</td><td>Ein proportionaler Zusammenhang wird beschrieben durch die Funktionsgleichung $f(x) =$</td><td>$2x$</td><td>C</td><td></td><td>1</td><td></td></tr>
<tr><td>2.</td><td>Zur Funktion $f(x) = \frac{2}{5}x + 1$ passt der Graph</td><td></td><td>A</td><td></td><td>1</td><td></td></tr>
<tr><td>3.</td><td>Eine Gerade hat als Graph die Funktionsgleichung $f(x) =$</td><td>$2x + 1$</td><td>C</td><td></td><td>1</td><td></td></tr>
<tr><td>4.</td><td>Auf der Geraden $g$ mit der Funktionsgleichung $g(x) = 2x - 3$ liegt der Punkt</td><td>$P(1 \mid -1)$</td><td>B</td><td></td><td>1</td><td></td></tr>
<tr><td>5.</td><td>Welcher Graph stellt keine Funktion dar?</td><td></td><td>C</td><td>1</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>6.</td><td>Für das Füllen eines Beckens brauchen 2 gleichstarke Pumpen 4 Std. Dann brauchen 5 gleichstarke Pumpen für das Füllen dieses Beckens</td><td>1,6 Std.</td><td>B</td><td></td><td>1</td><td></td></tr>
<tr><td>7.</td><td>Zwei Tickets kosten 46 €. Dann kosten drei Tickets</td><td>69 €</td><td>B</td><td>1</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>8.</td><td>Welche Gerade hat die größte Steigung? $f(x) =$</td><td>$\frac{12}{13}x - 16$</td><td>A</td><td></td><td>1</td><td></td></tr>
<tr><td>9.</td><td>In der Tabelle ist eine antiproportionale Zuordnung dargestellt.<br>Die fehlende Länge beträgt
<table><tr><th>Anzahl</th><th>Länge (m)</th></tr><tr><td>5</td><td>0,60</td></tr><tr><td>15</td><td></td></tr></table></td><td>0,20</td><td>A</td><td>1</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>10.</td><td><br>Die Gerade hat eine Steigung von</td><td>$\frac{4}{3}$</td><td>B</td><td></td><td>1</td><td></td></tr>
</table>

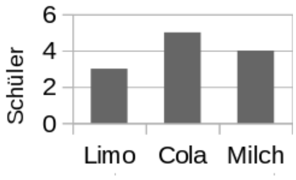
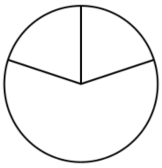
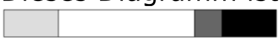
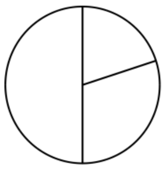
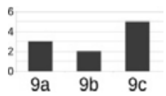
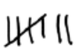
| | **Lösung: Leitidee „Funktionaler Zusammenhang“ (Teil 1)** | | | Zuordnung, Bewertung | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | **Aufgabe** | **Lösung** | **Buchstabe** | I | II | III |
| 11. | Eine proportionale Zuordnung hat die allgemeine Form | $ax$ | **B** | | 1 | |
| 12. | Welche der Geraden $g_1$, $g_2$, $g_3$, $g_4$ schneidet die Gerade $f(x) = 3x - 4$ bei $x = 2$? | $g_2(x) = 2x - 2$ | **B** | | 1 | |
| 13. | $\frac{a}{b} - \frac{c}{d} =$ | $\frac{ad - cb}{bd}$ | **A** | | | 1 |
| 14. | $x^5 \cdot x^3 \cdot x^4 =$ | $x^{12}$ | **B** | | | 1 |
| 15. | $\frac{3^b}{3^{2b}} =$ | $\frac{1}{3^b}$ | **A** | | | 1 |

## Leitidee „Funktionaler Zusammenhang“ (Teil 2)

| | Lösung: Leitidee „Funktionaler Zusammenhang“ (Teil 2) | | | Zuordnung, Bewertung | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | **Aufgabe** | **Lösung** | **Buchstabe** | I | II | III |
| 1. | Welche Funktionsgleichung stellt eine nach oben geöffnete und gestauchte Parabel dar? $f(x) =$ | $\frac{1}{3}x^2$ | **A** | 1 | | |
| 2. | Auf der Parabel mit der Funktionsgleichung $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 2$ liegt der Punkt | $P(2 \mid 4)$ | **B** | 1 | | |
| 3. | Die Parabel mit der Funktionsgleichung $f(x) = x^2 - 1$ | hat ihre Nullstellen bei +1 und −1 | **D** | | 1 | |
| 4. | Die Parabel mit der Funktionsgleichung $f(x) = x^2 - 2$ hat | ihren Scheitelpunkt in $S(0 \mid -2)$ | **B** | | 1 | |
| 5. | Die Parabel mit der Funktionsgleichung $f(x) = (x-3)^2$ hat | ihre Nullstelle bei $x = 3$ | **B** | | 1 | |
| 6. | Das Gleichungssystem<br>I. $2x + 6y = 8$<br>II. $x + 3y = 4$ | hat unendlich viele Lösungen | **D** | | | 1 |
| 7. | Das Gleichungssystem<br>I. $3x + 4y = 12$<br>II. $2x + 4y = 4$<br>hat die Lösung | $x = 8$<br>$y = -3$ | **B** | | | 1 |
| 8. | $(3x-5)(x+4) =$ | $3x^2 + 7x - 20$ | **C** | | 1 | |
| 9. | Folgende Funktion hat keine Nullstellen: $f(x) =$ | $x^2 + 1$ | **B** | | 1 | |
| 10. | <br>Der Graph passt zur Funktionsgleichung $f(x) =$ | $(x-0)^2 + 1$ | **B** | | 1 | |

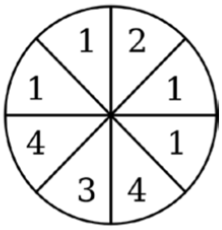
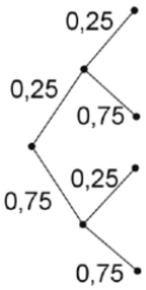
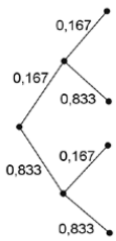
| | **Lösung: Leitidee „Funktionaler Zusammenhang“ (Teil 2)** | | | Zuordnung, Bewertung | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | **Aufgabe** | **Lösung** | **Buchstabe** | I | II | III |
| 11. | Eine Parabel mit der Gleichung $f(x) = x^2$ wird um 3 Einheiten auf der $x$-Achse nach rechts verschoben. Der neue Funktionsterm ist dann $f'(x) =$ | $(x-3)^2$ | **D** | | 1 | |
| 12. | $x_1 = -4$; $x_2 = 4$ ist die Lösung der Gleichung 0 = | $x^2 - 16$ | **C** | | 1 | |
| 13. | Eine Parabel der Form $f(x) = ax^2 + b$ ist | achsen-symmetrisch zur $y$-Achse | **B** | | | 1 |
| 14. | p % = 5 % Somit beträgt die Wachstumsrate $a$ = | 1,05 | **C** | | 1 | |
| 15. | Die Anzahl von Bakterien eines bestimmten Bakteriums verdoppelt sich alle 60 Minuten. Anfangs wird eine Bakterie auf eine Nährlösung gegeben. Nach wie vielen vollen Stunden hat man mehr als 100 Bakterien? | 7 | **D** | | | 1 |

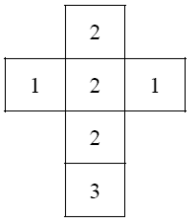
## Leitidee „Daten und Zufall“ (Teil 1)

<table>
<tr><th></th><th colspan="3">Lösung: Leitidee „Daten und Zufall“ (Teil 1)</th><th colspan="3">Zuordnung, Bewertung</th></tr>
<tr><th></th><th>Aufgabe</th><th>Lösung</th><th>Buchstabe</th><th>I</th><th>II</th><th>III</th></tr>
<tr><td>1.</td><td>Folgendem Diagramm entnimmt man, dass<br><br></td><td>4 Kinder Milch trinken</td><td>D</td><td>1</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>2.</td><td>20 % der Schüler einer Klasse haben ein einfaches Handy, 60 % haben ein Smartphone und der Rest besitzt keines von beiden. Zu dieser Verteilung passt folgendes Diagramm</td><td></td><td>C</td><td></td><td>1</td><td></td></tr>
<tr><td>3.</td><td>Dieses Diagramm ist ein<br></td><td>Streifen-diagramm</td><td>C</td><td>1</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>4.</td><td>$\frac{1}{5}$ der Schüler einer Klasse wählen Pizza zum Mittagessen, $\frac{3}{10}$ wählen Döner und der Rest entscheidet sich für Spaghetti. Zu dieser Verteilung passt folgendes Diagramm</td><td></td><td>B</td><td></td><td>1</td><td></td></tr>
<tr><td>5.</td><td>Welches Diagramm passt zu folgender Tabelle:<table><tr><th>Klasse</th><th>Siege</th></tr><tr><td>9a</td><td>3</td></tr><tr><td>9b</td><td>2</td></tr><tr><td>9c</td><td>5</td></tr></table></td><td><br></td><td>A</td><td>1</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>6.</td><td>20 Schüler eines Jahrgangs spielen gerne Handball. Das ist eine</td><td>absolute Häufigkeit von 20</td><td>B</td><td>1</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>7.</td><td>17 von 51 Kindern trinken gerne Kakao. Das entspricht einer relativen Häufigkeit von</td><td>$\frac{1}{3}$</td><td>C</td><td></td><td>1</td><td></td></tr>
<tr><td>8.</td><td><table><tr><th>Farbe</th><th>Kinder</th></tr><tr><td>rot</td><td></td></tr><tr><td>blau</td><td></td></tr><tr><td>weiß</td><td></td></tr></table>Der Tabelle kann man die folgende Information entnehmen</td><td>eine Spannweite von 4</td><td>D</td><td>1</td><td></td><td></td></tr>
</table>

<table>
<tr><th rowspan="2"></th><th colspan="3">Lösung: Leitidee „Daten und Zufall“ (Teil 1)</th><th colspan="3">Zuordnung, Bewertung</th></tr>
<tr><th>Aufgabe</th><th>Lösung</th><th>Buchstabe</th><th>I</th><th>II</th><th>III</th></tr>
<tr><td>9.</td><td>Ayse hat folgende Noten:<br>Mathe: 1<br>Englisch: 3<br>Deutsch: 2<br>Der Mittelwert wird berechnet mit</td><td>$\frac{1+3+2}{3}$</td><td>C</td><td></td><td>1</td><td></td></tr>
<tr><td>10.</td><td>Den Unterschied zwischen größter und kleinster Zahl einer Umfrage nennt man</td><td>Spannweite</td><td>D</td><td>1</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>11.</td><td>Familie Gür hat folgende Schuhgrößen:<br>23, 36, 38, 39, 41 und 45<br>Der Zentralwert ist</td><td>38,5</td><td>C</td><td></td><td>1</td><td></td></tr>
<tr><td>12.</td><td><br><br>Dieses Diagramm ist ein</td><td>Balken-<br>diagramm</td><td>A</td><td>1</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>13.</td><td>Ein Notendurchschnitt von 3 passt zu folgender Verteilung</td><td>1: 1<br>2: 2<br>3: 3<br>4: 2<br>5: 1</td><td>A</td><td></td><td>1</td><td></td></tr>
<tr><td>14.</td><td>30 Schüler wurden befragt, wie viel Zeit sie für Hausaufgaben pro Woche aufwenden:<table><tr><th>Stunden</th><th>Schüler</th></tr><tr><td>1</td><td>5</td></tr><tr><td>2</td><td>10</td></tr><tr><td>3</td><td>10</td></tr><tr><td>4</td><td>5</td></tr></table>Im Durchschnitt macht jeder Schüler ___ Stunden Hausaufgaben.</td><td>2,5</td><td>B</td><td></td><td>1</td><td></td></tr>
<tr><td>15.</td><td>Emil berichtet: „Ich habe von Hamburg nach München (etwa 800 km) 6,5 Stunden gebraucht.“ Er fuhr mit einer durchschnittlichen Geschwindigkeit von</td><td>120 km/h</td><td>B</td><td></td><td>1</td><td></td></tr>
</table>

## Leitidee „Daten und Zufall" (Teil 2) – Erwartungshorizont

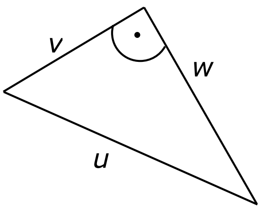
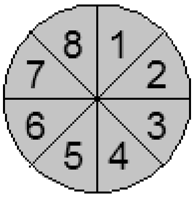
| | Lösung: Leitidee „Daten und Zufall" (Teil 2) | | | Zuordnung, Bewertung | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | **Aufgabe** | **Lösung** | **Buchstabe** | I | II | III |
| 1. | <br>Die Wahrscheinlichkeit, als Ergebnis eine 4 zu erhalten, beträgt | $\frac{1}{4}$ | **C** | 1 | | |
| 2. | Die Wahrscheinlichkeit, mit einem normalen Spielwürfel zweimal hintereinander eine 3 zu würfeln, beträgt | $\frac{1}{36}$ | **D** | 1 | | |
| 3. | <br>Zu dem Baumdiagramm passt das Zufallsereignis | 2 mal hintereinander ein Glücksrad mit 4 gleich großen Feldern drehen (1 rotes, 3 blaue Felder) | **D** | | 1 | |
| 4. | Die Wahrscheinlichkeit, bei einem Wurf mit zwei normalen Spielwürfeln genau eine 6 zu würfeln, lässt sich berechnen durch | $2 \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6}$ | **C** | | | 1 |
| 5. | In zwei Würfen eine 6 mit einem normalen Spielwürfel zu würfeln, passt zu folgendem Baumdiagramm mit gerundeten Wahrscheinlichkeiten |  | **A** | | 1 | |
| 6. | Die Wahrscheinlichkeit, mit einer Münze zweimal hintereinander das gleiche Ergebnis zu werfen, beträgt | 50 % | **C** | 1 | | |
| 7. | Welches Ereignis hat immer eine Wahrscheinlichkeit von 50 %? | Das Würfeln einer geraden Zahl mit einem normalen Spielwürfel. | **B** | 1 | | |

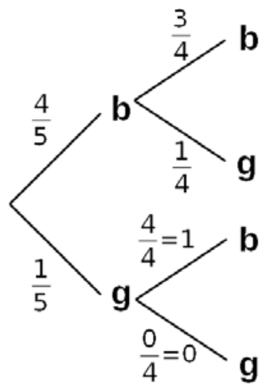
| | **Lösung: Leitidee „Daten und Zufall“ (Teil 2)** | | | Zuordnung, Bewertung | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | **Aufgabe** | **Lösung** | **Buchstabe** | I | II | III |
| 8. | Ein Würfel mit diesem Netz   hat die Wahrscheinlichkeiten | $P(1)=\frac{1}{3}$ <br> $P(2)=\frac{1}{2}$ <br> $P(3)=\frac{1}{6}$ | **A** | 1 | | |
| 9. | Vier Plättchen befinden sich in einem Beutel. Darauf stehen die Buchstaben **A**, **M**, **M** und **A**. Es wird ohne Zurücklegen gezogen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass in der gezogenen Reihenfolge das Wort „**MAMA**“ gebildet wird? | $\frac{1}{6}$ | **B** | | | 1 |
| 10. | Hendrik wirft eine Münze und einen normalen Spielwürfel. Die Wahrscheinlichkeit für $P(\text{Kopf;gerade Zahl})$ beträgt | $\frac{1}{4}$ | **A** | | 1 | |
| 11. | Jens hat die letzte Ziffer seiner PIN für sein Handy vergessen. Die Wahrscheinlichkeit, dass er zweimal falsch rät, beträgt | $\frac{72}{90}$ | **C** | | 1 | |
| 12. | Die Wahrscheinlichkeit, bei einmaligem Würfeln mit einem normalen Spielwürfel keine Augenzahl kleiner als 5 zu bekommen, beträgt | $\frac{1}{3}$ | **C** | | | 1 |
| 13. | 19-mal ist mit einem normalen Spielwürfel keine 6 gewürfelt worden. Die Wahrscheinlichkeit, dass beim 20. Wurf eine 6 fällt, beträgt | $\frac{1}{6}$ | **C** | 1 | | |
| 14. | In einem Beutel befinden sich 3 grüne und 4 blaue Kugeln. Zwei Kugeln werden zusammen mit einem Griff gezogen. Die Wahrscheinlichkeit, eine grüne und eine blaue in der Hand zu haben, beträgt | $\left(\frac{3}{7}\cdot\frac{4}{6}\right)\cdot 2$ | **A** | | | 1 |
| 15. | Eine Münze wird dreimal geworfen. Die Wahrscheinlichkeit für mindestens einmal „Wappen“ und „Zahl“ beträgt | $1-\left(\frac{1}{2}\right)^3\cdot 2$ | **D** | | | 1 |

## 2.2 Beispiele zu den zentralen Prüfungsaufgaben

### Erstes Beispiel zum hilfsmittelfreien Prüfungsteil – Erwartungshorizont

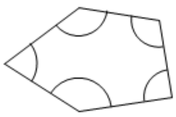
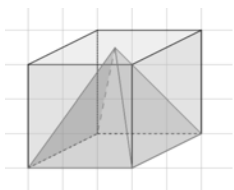
| | **Lösung: Erstes Beispiel zum hilfsmittelfreien Prüfungsteil** | | | Zuordnung, Bewertung | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1. | **Aufgabe** | **Lösung** | **Buchstabe** | I | II | III |
| a) | $239 \cdot 3 =$ | 717 | **C** | 1 | | |
| b) | $7{,}2 \cdot 1\,000 : 10 =$ | 720 | **B** | 1 | | |
| c) | $242 - 42 \cdot 2 + 32 =$ | 190 | **D** | 1 | | |
| d) | $\frac{2}{5}\,\text{m} =$ | 40 cm | **B** | 1 | | |
| e) | $-44 - 44 =$ | $-88$ | **A** | 1 | | |
| f) | $5^n = 625$, $n =$ | 4 | **C** | 1 | | |
| g) | $\frac{12^2}{4^2} =$ | 9 | **C** | 1 | | |
| h) | $(2x - 3) \cdot (3 + 4x) =$ | $8x^2 - 6x - 9$ | **C** | | 1 | |
| i) | Ein Fußballfeld hat den Flächeninhalt von etwa | 1 ha | **C** | | 1 | |
| j) | Addiert man zu einer Zahl $2\frac{1}{3}$, so erhält man $9\frac{1}{6}$. Wie heißt die Zahl? | $6\frac{5}{6}$ | **D** | | | 1 |
| k) | Welcher Rauminhalt ist der größte? | $0{,}4\ \text{m}^3$ | **B** | | 1 | |
| l) | Genau drei Wochen nach dem 12. März ist der | 2. April | **D** | 1 | | |
| m) | Ein Beutel enthält 4 rote, 3 gelbe und 2 blaue Kugeln. Bestimme die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis „eine gelbe oder eine blaue Kugel ziehen“. | $\frac{5}{9}$ | **B** | | 1 | |
| n) | Es soll ein Dreieck mit folgenden Winkelgrößen konstruiert werden: $\alpha = 26°$, $\beta = 44°$, $\gamma = 90°$ Welche Aussage trifft zu? | Das Dreieck ABC kann nicht konstruiert werden. | **C** | | 1 | |

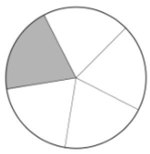
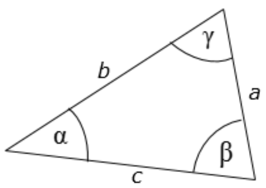
| | **Lösung: Erstes Beispiel zum hilfsmittelfreien Prüfungsteil** | | | Zuordnung, Bewertung | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1. | **Aufgabe** | **Lösung** | **Buchstabe** | I | II | III |
| o) | Ein Würfel hat einen Oberflächeninhalt von $6\ \text{cm}^2$. Das Volumen dieses Würfels beträgt dann | $1\ \text{cm}^3$ | **A** | | | 1 |
| p) | Subtrahiert man von der Summe zweier positiven Zahlen *a* und *b* ihre Differenz, erhält man | $2b$ | **C** | | | 1 |
| q) | Welche Gleichung gilt?   | $u = \sqrt{v^2 + w^2}$ | **A** | | 1 | |
| r) | Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, bei zweimaligem Drehen die Summe 15 zu erhalten?   | $\frac{1}{32}$ | **C** | | | 1 |
| s) | Eine Dreiecksfläche mit der Grundseite 10 m und der Höhe 4 m ist | kleiner als eine Rechteckfläche mit $a = 8$ m und $b = 3$ m | **C** | | 1 | |
| t) | Für eine Funktion $g(x)$ gilt: $g(x) = m \cdot x + n$ $(m, n < 0)$ Der Graph ist <u>immer</u> | eine fallende Gerade | **B** | | | 1 |

<table>
<tr><th rowspan="2"></th><th rowspan="2">Lösungsskizze: Erstes Beispiel zum hilfsmittelfreien Prüfungsteil</th><th colspan="3">Zuordnung, Bewertung</th></tr>
<tr><th>I</th><th>II</th><th>III</th></tr>
<tr><td>2.<br>a)</td><td>$2 \cdot (x - 1,4) = -x + 6,2 \quad | \text{ausmultiplizieren}$<br>$2x - 2,8 = -x + 6,2 \quad | +2,8$<br>$2x = -x + 9 \quad | +x$<br>$3x = 9 \quad | :3$<br>$x = 3$</td><td></td><td>3</td><td></td></tr>
<tr><td>b)</td><td>$\frac{1}{x} = \frac{1}{2x-1}$<br>Bei gleichen Zählern müssen auch die Nenner gleich sein, also:<br>$x = 2x - 1 \quad | -2x$<br>$-x = -1 \quad | \cdot (-1)$<br>$x = 1$</td><td></td><td>2</td><td>1</td></tr>
<tr><td>3.</td><td>

<br>*Der unterste Ast mit der Lösung 0 kann auch entfallen*<br>$P(\text{keine gelbe Kugel}) = 1 - \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{4} = 1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$</td><td></td><td>2</td><td>2</td></tr>
<tr><td>4.<br>a)</td><td><table><tr><th></th><th>Länge der Strecke</th><th>wissenschaftliche Schreibweise</th></tr><tr><td>Entfernung Erde – Sonne:</td><td>144 Millionen km</td><td>$1,44 \cdot 10^{8}$ km</td></tr><tr><td>Durchmesser eines Heliumatoms:</td><td>0,000 000 000 000 1 km</td><td>$1 \cdot 10^{-13}$ km</td></tr></table></td><td>1</td><td>1</td><td></td></tr>
<tr><td>b)</td><td>$10^{-10} : 10^{-14} = 10^{-10-(-14)} = 10^{4} = 10\,000$<br>10 000 bzw. $10^4$ Atomkerne müsste man nebeneinander legen,<br>um den Atomdurchmesser von $\frac{1}{10^{10}}$ m zu erhalten.</td><td></td><td></td><td>2</td></tr>
<tr><td></td><td>Insgesamt 34 BWE</td><td>9</td><td>15</td><td>10</td></tr>
</table>

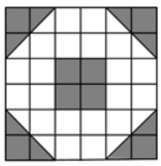
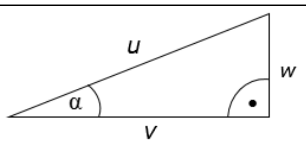
## Zweites Beispiel zum hilfsmittelfreien Prüfungsteil – Erwartungshorizont

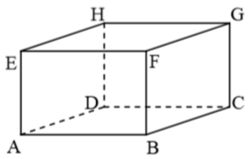
| | **Lösung: Zweites Beispiel zum hilfsmittelfreien Prüfungsteil** | | | Zuordnung, Bewertung | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1. | **Aufgabe** | **Lösung** | **Buchstabe** | I | II | III |
| a) | 4,004 t = | 4 004 kg | **B** | 1 | | |
| b) | Ein Zug fährt um 15:32 Uhr in Hamburg-Altona ab und erreicht Bremen um 16:41 Uhr. Seine Fahrzeit beträgt | 1 h 09 min | **D** | 1 | | |
| c) | Ein Liter Milch kostet ungefähr | zwischen 0,60 € und 2 € | **B** | 1 | | |
| d) | 9 532 ist teilbar durch | 4 | **B** | 1 | | |
| e) | $0{,}1 \cdot 0{,}1 =$ | 0,01 | **C** | 1 | | |
| f) | Der Preis eines Pullovers ist um 40 % reduziert worden. Der Pullover kostet jetzt 42 €. Wie teuer war er vor der Preisreduzierung? | 70 € | **C** | | 1 | |
| g) | $\frac{9}{25} =$ | 0,36 | **C** | 1 | | |
| h) | $50 \cdot 122 = 100 \cdot x$ dann ist $x$ = | 61 | **C** | | 1 | |
| i) | Der Flächeninhalt eines Parallelogramms verdoppelt sich, wenn man | genau eine Höhe verdoppelt | **C** | | 1 | |
| j) | $0{,}3^3 =$ | 0,027 | **C** | | 1 | |
| k) | Die Summe der Innenwinkel in dieser Figur beträgt  | 540° | **B** | | 1 | |
| l) |  In der Abbildung erkennst du, dass die Höhe des Würfels und die Höhe der Pyramide übereinstimmen. Dann gilt: $\frac{\text{Volumen}_{\text{Würfel}}}{\text{Volumen}_{\text{Pyramide}}} =$ | $\frac{3}{1}$ | **D** | | | 1 |

| | **Lösung: Zweites Beispiel zum hilfsmittelfreien Prüfungsteil** | | | Zuordnung, Bewertung | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1. | **Aufgabe** | **Lösung** | **Buchstabe** | I | II | III |
| m) | Eine Schnecke kriecht mit einer Geschwindigkeit von etwa | 1 mm pro Sekunde | **A** | | 1 | |
| n) | $\sqrt{0,0064} =$ | 0,08 | **C** | | 1 | |
| o) | Das Dreifache des Kehrwertes einer Zahl $x$ ist | $\frac{3}{x}$ | **D** | | 1 | |
| p) | Ein Bakterium vermehrt sich durch ständige gleichmäßige Zellteilung. Welche Funktionsgleichung kann zur Berechnung benutzt werden? $f(x) =$ | $2^x$ | **D** | | | 1 |
| q) | Bei einem Glücksspiel soll die Chance auf einen Gewinn 20 % betragen. Für welches Glücksspiel trifft dies zu? | Einmal das Glücksrad drehen. Grau gewinnt.  | **C** | | 1 | |
| r) | Für das Volumen einer Kugel gilt: $V = \frac{4}{3}\pi \cdot r^3$ Dann gilt: $r =$ | $\sqrt[3]{\frac{3 \cdot V}{4 \cdot \pi}}$ | **D** | | | 1 |
| s) | Der Wert des Terms $a^2 - b$ beträgt für $a = -3$ und $b = -2$ | 11 | **A** | | 1 | |
| t) | In diesem Dreieck gilt:   | $\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{a}{b}$ | **C** | | | 1 |

| | **Lösungsskizze: Zweites Beispiel zum hilfsmittelfreien Prüfungsteil** | Zuordnung, Bewertung | | |
|---|---|---|---|---|
| | | I | II | III |
| 2. | Die Wertetabelle A gehört zum Graphen 3.<br>Die Wertetabelle B gehört zum Graphen 5.<br>Die Wertetabelle C gehört zum Graphen 4. | 3 | | |
| 3. | Bestimmung der Lösungen für das Gleichungssystem zum Beispiel mit Hilfe des Gleichsetzungsverfahrens:<br><br>Auflösen der Gleichungen nach $y$:<br>I. $y-2x=3 \quad \vert +2x$<br>II. $2y-2x=9 \quad \vert +2x \;\vert :2$<br>I. $y=2x+3$<br>II. $y=x+4{,}5$<br><br>Gleichsetzen und auflösen nach $x$:<br>$2x+3=x+4{,}5 \quad \vert -x$<br>$x+3=4{,}5 \quad \vert -3$<br>$x=1{,}5$<br><br>$x$-Wert einsetzen in II zur Bestimmung von $y$:<br>$y=1{,}5+4{,}5$<br>$y=6$ | | 5 | |
| 4. | a) $P(\text{Ampel grün}) = 1-0{,}8=0{,}2$<br>$P(\text{Ampel beide Male grün}) = 0{,}2^2=0{,}04=4\ \%$<br>b) $P(\text{Ampel dreimal rot}) = 0{,}8^3=0{,}512$<br>$P(\text{Ampel mindestens einmal grün})$<br>$=1-0{,}512$<br>$=0{,}488$<br>$=48{,}8\ \%$<br>c) 60 Versuche mit einer Erfolgswahrscheinlichkeit von 0,8 ergibt eine zu erwartende Häufigkeit von 48-mal. | | | 6 |
| | Insgesamt 34 BWE | 9 | 15 | 10 |

## Drittes Beispiel zum hilfsmittelfreien Prüfungsteil – Erwartungshorizont

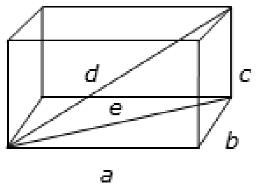
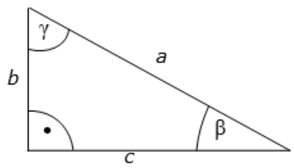
| | Lösung: Drittes Beispiel zum hilfsmittelfreien Prüfungsteil | | | Zuordnung, Bewertung | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1. | **Aufgabe** | **Lösung** | **Buchstabe** | I | II | III |
| a) | $0{,}2 \cdot \frac{1}{2} =$ | 0,1 | **B** | 1 | | |
| b) | 1,3 cm = | 13 mm | **C** | 1 | | |
| c) | 291 ist teilbar durch | 3 | **A** | 1 | | |
| d) | Die Hauptsaison eines Hotels beginnt am 15. Juni und endet am 31. August desselben Jahres. Das sind | 77 Tage | **B** | 1 | | |
| e) | $\frac{1}{8}$ kg = | 125 g | **D** | 1 | | |
| f) | $132 : 12 = x : 24$<br>Dann ist $x$ = | 264 | **C** | 1 | | |
| g) | $(x+2)^2 = 16$<br>Dann gilt: | $x = 2$<br>oder<br>$x = -6$ | **B** | | 1 | |
| h) | <br>Welcher Flächenanteil ist grau? | $\frac{1}{3}$ | **A** | 1 | | |
| i) | Mit 20 % Rabatt kostet eine Ledertasche 40 €. Der Originalpreis war | 50 € | **B** | | 1 | |
| j) | <br>In diesem Dreieck gilt: | $\sin\alpha = \frac{w}{u}$ | **C** | | 1 | |
| k) | Ein Kreissektor hat einen Mittelpunktswinkel von 45°. Sein Flächenanteil am Vollkreis beträgt dann | 12,5 % | **D** | | 1 | |

| 1. | **Lösung: Drittes Beispiel zum hilfsmittelfreien Prüfungsteil** | | | Zuordnung, Bewertung | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | **Aufgabe** | **Lösung** | **Buchstabe** | I | II | III |
| l) | Der Wert von $\sqrt{-9}$ ist | nicht lösbar (in $\mathbb{R}$) | **A** | | 1 | |
| m) | Die Wahrscheinlichkeit, zweimal hintereinander mit einem normalen Spielwürfel dieselbe Zahl zu würfeln, beträgt | $\frac{1}{6}$ | **D** | | 1 | |
| n) | Es ist 16:57 Uhr. $1\frac{1}{4}$ Stunden später ist es | 18:12 Uhr | **C** | 1 | | |
| o) | Genau vier Symmetrieachsen hat | jedes Quadrat | **B** | 1 | | |
| p) |   Welche der Strecken steht auf der Strecke $\overline{BE}$ senkrecht? | $\overline{BC}$ | **C** | | | 1 |
| q) | Ein Kreis hat einen Radius von 3 cm. Sein Flächeninhalt beträgt ungefähr | 30 $cm^2$ | **C** | | 1 | |
| r) | Das Volumen eines Kegels berechnet man mit Hilfe der Formel $V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot h \cdot r^2$. Dann gilt: $h =$ | $\frac{3 \cdot V}{\pi \cdot r^2}$ | **C** | | 1 | |
| s) | Ein Kühlschrank hat ein Volumen von etwa | 180 $dm^3$ | **C** | | 1 | |
| t) | Die Geraden $y_1 = -x + 2$ und $y_2 = 4 - x$ schneiden sich | gar nicht | **D** | | | 1 |

| | **Lösungsskizze: Drittes Beispiel zum hilfsmittelfreien Prüfungsteil** | Zuordnung, Bewertung | | |
|---|---|---|---|---|
| | | I | II | III |
| 2. | B1 III<br>B2 V<br>B3 IV<br>B4 VI | | 4 | |
| 3. | $\sqrt{2x-1}=3$<br>$2x-1=9$<br>$2x=10$<br>$x=5$ | | 2 | |
| 4. | Durch Unterteilung der Gesamtfläche in vier gleichschenklige Dreiecke, von denen sich jeweils zwei zu einem Quadrat mit der Seitenlänge 2*a* ergänzen, und ein weiteres Quadrat in der Mitte der Figur mit der Seitenlänge 2*a* ergibt sich der Flächeninhalt von<br>$3\cdot(2a)^2=3\cdot 4a^2=12a^2$ | | | 3 |
| 5. | $\cos\alpha=\frac{b}{c}$<br>$c=\frac{b}{\cos\alpha}$<br>$c=\frac{50}{0,5}=100$<br><br>$\sin\alpha=\frac{a}{c}$<br>$a=c\cdot\sin\alpha$<br>$a=100\cdot 0,866$<br>$a=86,6$<br>Die Seite *a* hat eine Länge von ungefähr 86,6 cm, die Seite *c* ist 100 cm lang. | | | 5 |
| | Insgesamt 34 BWE | 9 | 15 | 10 |

**Viertes Beispiel zum hilfsmittelfreien Prüfungsteil – Erwartungshorizont**

| 1. | Lösung: Viertes Beispiel zum hilfsmittelfreien Prüfungsteil | | | Zuordnung, Bewertung | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | **Aufgabe** | **Lösung** | **Buchstabe** | I | II | III |
| a) | Welche Zahl ist die größte? | 0,21212 | **C** | 1 | | |
| b) | $\frac{1}{4}+\frac{1}{2}=$ | $\frac{3}{4}$ | **B** | 1 | | |
| c) | $\frac{3}{4}=$ | 0,75 | **B** | 1 | | |
| d) | 0,202 = | 20,2 % | **A** | 1 | | |
| e) | 1 m$\ell$ = | 0,001 $\ell$ | **C** | 1 | | |
| f) | $3\cdot(x+1)=6$<br>Dann gilt | $x=1$ | **B** | 1 | | |
| g) | 40 % von 40 € sind | 16 € | **C** | 1 | | |
| h) | $(x+1)\cdot(x-1)=$ | $x^2-1$ | **C** | | 1 | |
| i) | Schreibe in Kurzform als Gleichung:<br>„Das Produkt aus einer Zahl mit der um 2 vergrößerten Zahl ist 15.“ | $x\cdot(x+2)$<br>$=15$ | **A** | | 1 | |
| j) | $\frac{3}{8}$ von 80 € sind | 30 € | **C** | 1 | | |
| k) | Richtig ist, dass | jedes Quadrat auch ein Rechteck ist | **A** | 1 | | |
| l) | Ein Hühnerei wiegt ungefähr | 45 g | **C** | | 1 | |
| m) | 4 Freunde treffen sich. Jeder gibt jedem die Hand. Dann werden | sechsmal die Hände geschüttelt | **B** | | 1 | |

| | **Lösung: Viertes Beispiel zum hilfsmittelfreien Prüfungsteil** | | | Zuordnung, Bewertung | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1. | **Aufgabe** | **Lösung** | **Buchstabe** | I | II | III |
| n) | Eine Gerade hat eine Steigung von 100 %. Der Steigungswinkel beträgt | 45° | **B** | | | 1 |
| o) | Die beiden Geraden zu<br>$f(x) = 2x - 2$<br>$g(x) = 2x + 2$ | sind parallel | **D** | | 1 | |
| p) | <br>Für die Raumdiagonale *d* des Quaders gilt | $d^2 = c^2 + e^2$ | **A** | | 1 | |
| q) | Wie viele dieser Gleichungen sind richtig vereinfacht?<br>$y + y + y = 3y$<br>$3 + x = 3x$<br>$c + c + c + c = c + 2c$<br>$a + b - 2a + 2b = a + 3b$ | eine | **B** | | 1 | |
| r) | In einem Beutel sind 5 Kugeln, darunter genau 3 rote. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, alle roten Kugeln bei dreimaligem Ziehen nacheinander ohne Zurücklegen zufällig zu ziehen? | $\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} \cdot \frac{1}{3}$ | **A** | | | 1 |
| s) | In diesem Dreieck gilt **nicht**<br> | $\tan\gamma = \frac{c}{a}$ | **C** | | | 1 |
| t) | $\frac{x^2 - 2x + 1}{x - 1} =$ | $x - 1$ | **A** | | | 1 |

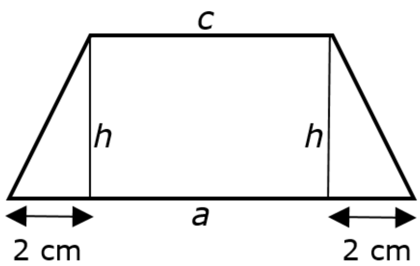
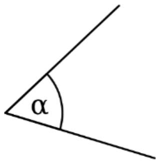
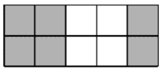
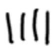
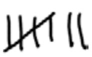
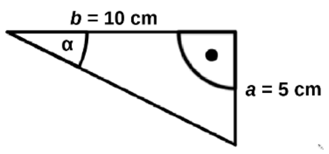
<table>
<tr><th rowspan="2"></th><th rowspan="2">Lösungsskizze: Viertes Beispiel zum hilfsmittelfreien Prüfungsteil</th><th colspan="3">Zuordnung, Bewertung</th></tr>
<tr><th>I</th><th>II</th><th>III</th></tr>
<tr><td>2.</td><td>
<table>
<tr><td>Höhe des Kartenhauses</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>6</td></tr>
<tr><td>Anzahl der benutzten Karten</td><td>2</td><td>7</td><td>15</td><td>26</td><td>57</td></tr>
</table>
</td><td></td><td>2</td><td></td></tr>
<tr><td>3.</td><td>$a$ = 7 cm, $c$ = 3 cm und $h$ = 5 cm<br>


Abbildung nicht maßstabsgerecht</td><td></td><td>4</td><td></td></tr>
<tr><td>4.</td><td>• Graph 1<br>• Es gilt $f(-d) = (-d+d)^2 = 0^2 = 0$<br>Der Punkt $(-d \mid 0)$, der auf der $x$-Achse liegt, ist also ein Punkt der Parabel. Damit kommt Graph 2 nicht mehr infrage, weil hier kein Punkt auf der $x$-Achse liegt.<br>Wegen $d > 0$ gilt $-d < 0$. Der Punkt $(-d \mid 0)$ liegt also im negativen Bereich der $x$-Achse. Damit kommt nur noch Graph 1 infrage.</td><td></td><td></td><td>3</td></tr>
<tr><td>5.</td><td>• Da C auf einem Halbkreis liegt, sind $\overline{AM} = \overline{MC}$ und $\overline{BM} = \overline{MC}$.<br>Somit sind die Dreiecke $\triangle AMC$ und $\triangle MBC$ gleichschenklig.<br>Die Basiswinkel sind folglich gleich groß.<br><br>• Laut Winkelsummensatz gilt $\alpha + \beta + \gamma = 180°$.<br>Da $\alpha = \gamma_1$ und $\beta = \gamma_2$, ist $\alpha + \beta = \gamma$.<br>Somit gilt:<br>$\gamma + \gamma = 180°$<br>$2\gamma = 180° \quad | :2$<br>$\gamma = 90°$</td><td></td><td>2</td><td>3</td></tr>
<tr><td></td><td>Insgesamt 34 BWE</td><td>9</td><td>15</td><td>10</td></tr>
</table>

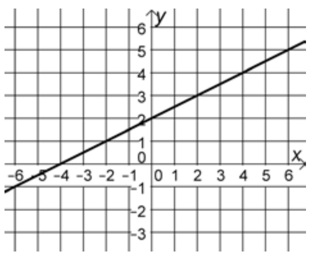
## Fünftes Beispiel zum hilfsmittelfreien Prüfungsteil – Erwartungshorizont

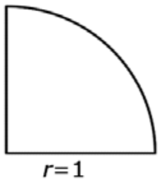
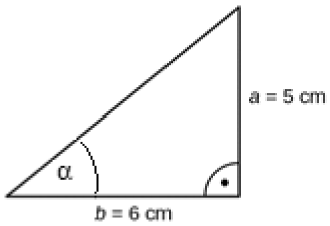
<table>
<tr><td rowspan="2">1.</td><td colspan="3">Lösung: Fünftes Beispiel zum hilfsmittelfreien Prüfungsteil</td><td colspan="3">Zuordnung, Bewertung</td></tr>
<tr><td>Aufgabe</td><td>Lösung</td><td>Buchstabe</td><td>I</td><td>II</td><td>III</td></tr>
<tr><td>a)</td><td>Die Größe des Winkels beträgt etwa<br><br>$\alpha$</td><td>60°</td><td>B</td><td>1</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>b)</td><td>Welche graugefärbte Fläche entspricht dem Anteil von $\frac{3}{5}$?</td><td></td><td>C</td><td>1</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>c)</td><td>Ein Würfel hat genau</td><td>6 gleich große Flächen</td><td>C</td><td>1</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>d)</td><td>Die größte Länge ist</td><td>0,0002 km</td><td>D</td><td>1</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>e)</td><td>Ein Smartphone hat im Allgemeinen eine Länge von etwa</td><td>1,3 dm</td><td>C</td><td></td><td>1</td><td></td></tr>
<tr><td>f)</td><td>In einem Beutel befinden sich 5 Kugeln: 2 grüne und 3 blaue. Es werden ohne Zurücklegen 2 grüne Kugeln gezogen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, beim nächsten Zug eine blaue Kugel zu ziehen?</td><td>1</td><td>D</td><td>1</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>g)</td><td>$\frac{4}{5}-\frac{1}{3}=$</td><td>$\frac{7}{15}$</td><td>D</td><td>1</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>h)</td><td>$30-5\cdot 3-20=$</td><td>$-5$</td><td>B</td><td>1</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>i)</td><td>Folgender Tabelle entnimmt man<br><table><tr><td>Sportart</td><td>Schüler</td></tr><tr><td>Fußball</td><td></td></tr><tr><td>Handball</td><td></td></tr><tr><td>Hockey</td><td></td></tr></table></td><td>eine relative Häufigkeit von 0,2 für Handball</td><td>B</td><td></td><td>1</td><td></td></tr>
</table>

| | **Lösung: Fünftes Beispiel zum hilfsmittelfreien Prüfungsteil** | | | Zuordnung, Bewertung | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1. | **Aufgabe** | **Lösung** | **Buchstabe** | I | II | III |
| j) | $2:0,2=$ | $10$ | **D** | 1 | | |
| k) | $(2x-4)(x+4)=$ | $2x^2+4x-16$ | **A** | | 1 | |
| l) | $-3\frac{2}{5}+1\frac{1}{10}=$ | $-2\frac{3}{10}$ | **B** | | 1 | |
| m) | Es wird zweimal mit einem normalen Spielwürfel gewürfelt. Die Wahrscheinlichkeit, eine 3 und eine 4 zu werfen, beträgt | $\frac{1}{18}$ | **C** | | | 1 |
| n) | $\frac{2}{3}=$ | $0,\overline{6}$ | **D** | 1 | | |
| o) | Die Parabel mit der Funktionsgleichung $f(x)=x^2-n$ hat | ihren Scheitelpunkt bei $S(0\mid -n)$ | **B** | | | 1 |
| p) | Die Größe des Winkels $\alpha$ wird bei der Taschenrechnereingabe angezeigt mit   | $\tan^{-1}(0,5)$ | **A** | | | 1 |
| q) | Die Diagonale eines Quadrates mit der Seitenlänge *a* berechnet man mit folgender Formel | $\sqrt{2a^2}$ | **A** | | | 1 |
| r) | Größer als $-0,023$ ist | $-0,0229$ | **C** | | 1 | |
| s) | Zu welchem Funktionsterm gehören ausschließlich negative Funktionswerte? | $-x^2+3x-3$ | **C** | | | 1 |
| t) | $\frac{a}{2}+\frac{b}{4}=$ | $\frac{2a+b}{4}$ | **D** | | | 1 |

| | **Lösungsskizze: Fünftes Beispiel zum hilfsmittelfreien Prüfungsteil** | Zuordnung, Bewertung | | |
|---|---|---|---|---|
| | | I | II | III |
| 2. | a)<br>$9 = 4x^2 + 8 \quad \vert -8$<br>$1 = 4x^2 \quad \vert :4$<br>$\frac{1}{4} = x^2 \quad \vert \sqrt{\phantom{x}}$<br>$x_1 = \frac{1}{2} \wedge x_2 = -\frac{1}{2}$<br>b) Lösung mit quadratischer Ergänzung:<br>$x^2 - 6x - 7 = 0$<br>$x^2 - 6x + 9 - 9 - 7 = 0 \quad \vert +16$<br>$x^2 - 6x + 9 = 16 \quad \vert \sqrt{\phantom{x}}$<br>$x_1 - 3 = 4 \wedge x_2 - 3 = -4 \quad \vert +3$<br>$x_1 = 7 \wedge x_2 = -1$ | | 6 | |
| 3. | Lösung mit Hilfe eines Gleichungssystems:<br>$\text{I}: \; 4 = 3m + b \Leftrightarrow b = 4 - 3m$<br>$\text{II}: \; 1 = 2m + b$<br>$b$ in II einsetzen:<br>$1 = 2m + 4 - 3m \quad \vert -4$<br>$-3 = -m$<br>$m = 3$<br>$m$ in I einsetzen:<br>$4 = 3 \cdot 3 + b \quad \vert -9$<br>$b = -5$<br>Somit ist die Funktionsgleichung: $g(x) = 3x - 5$ | | 4 | |
| 4. | $A_{Quadrat} = a^2$<br>$= 8^2 = 64$<br>$A_{4\,Viertelkreise} = A_{Kreis} = \pi \cdot r^2 = 16\pi$<br>$A_{graue\ Fläche} = A_{Quadrat} - A_{Kreis} = 64 - 16\pi$<br>Wegen $16\pi > 48$ ist der Flächeninhalt der grauen Fläche kleiner als $16\ \text{cm}^2$. | | | 4 |
| | Insgesamt 34 BWE | 9 | 15 | 10 |

## Sechstes Beispiel zum hilfsmittelfreien Prüfungsteil – Erwartungshorizont

| | **Lösung: Sechstes Beispiel zum hilfsmittelfreien Prüfungsteil** | | | Zuordnung, Bewertung | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1. | **Aufgabe** | **Lösung** | **Buchstabe** | I | II | III |
| a) | $5 \cdot 99 =$ | 495 | **B** | 1 | | |
| b) | Wie viele Ecken hat eine Pyramide mit dreieckiger Grundfläche? | 4 | **B** | 1 | | |
| c) | Welches Zufallsereignis hat eine Wahrscheinlichkeit von $\frac{1}{4}$? |  Das kurze von 4 Streichhölzern ziehen. | **D** | 1 | | |
| d) | $10^3 \cdot 10^2 =$ | $10^5$ | **C** | 1 | | |
| e) | $(2+9)\cdot(8-3-5)+7=$ | 7 | **C** | 1 | | |
| f) | Die kürzeste Strecke hat eine Länge von | 0,3 cm | **D** | 1 | | |
| g) | $\frac{7}{8}-\frac{1}{3}=$ | $\frac{13}{24}$ | **C** | 1 | | |
| h) | $\frac{5}{9}\cdot\frac{3}{10}=$ | $\frac{1}{6}$ | **A** | 1 | | |
| i) | Der Punkt $P(3\mid 5)$ liegt auf der Geraden mit der Funktionsgleichung $g(x)=$ | $2x-1$ | **A** | | 1 | |
| j) | Auf eine Rechnung über 1 200 € bekommt ein Kunde 3 % Rabatt. Er bezahlt | 1 164 € | **B** | | 1 | |
| k) | Die Gleichung $9=(2x-5)^2$ hat die Lösungen | $x_1=4$ $x_2=1$ | **D** | | 1 | |
| l) |   Zu dieser Geraden gehört die Funktionsvorschrift $g(x)=$ | $\frac{1}{2}x+2$ | **A** | | 1 | |

| | **Lösung: Sechstes Beispiel zum hilfsmittelfreien Prüfungsteil** | | | Zuordnung, Bewertung | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1. | **Aufgabe** | **Lösung** | **Buchstabe** | I | II | III |
| m) | Die Gerade mit der Funktionsgleichung $f(x) = 4x + 8$ hat ihren Schnittpunkt mit der $x$-Achse im Punkt | $N(-2 \mid 0)$ | **B** | | 1 | |
| n) | $(y+1)\cdot(y+1) =$ | $y^2 + 2y + 1$ | **D** | | 1 | |
| o) | $\sqrt{5}\cdot\sqrt{20} =$ | 10 | **A** | | 1 | |
| p) | Die Figur hat folgenden Umfang   *nicht maßstabsgerecht* | $\frac{1}{2}\pi + 2$ | **B** | | | 1 |
| q) | Die Parabel mit der Funktionsvorschrift $f(x) = (x+b)^2$ hat | eine Nullstelle | **C** | | | 1 |
| r) | In folgendem Dreieck gilt   *nicht maßstabsgerecht* | $\sin\alpha = \frac{5}{\sqrt{61}}$ | **A** | | | 1 |
| s) | In einem Beutel sind 10 Kugeln, die mit den Zahlen 1 bis 10 beschriftet sind. Bestimme die Wahrscheinlichkeit – ohne Zurücklegen – aus dem Beutel zuerst eine gerade Zahl und danach die „5" oder „7" zu ziehen. | $\frac{5}{10}\cdot\frac{2}{9}$ | **B** | | | 1 |
| t) | $(4^{2b})^3 =$ | $4^{6b}$ | **C** | | 1 | |

| | **Lösungsskizze: Sechstes Beispiel zum hilfsmittelfreien Prüfungsteil** | Zuordnung, Bewertung | | |
|---|---|---|---|---|
| | | I | II | III |
| 2. | $P(2\|7)$ einsetzen in $g(x) = mx + 3$:<br>$7 = 2m + 3 \quad \| -3$<br>$4 = 2m \quad \| :2$<br>$2 = m$<br>Die Steigung hat den Wert 2. | | 3 | |
| 3. | $36 \cdot \pi = \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi \quad \| : \frac{4}{3}$<br>$36 \cdot \frac{3}{4} \cdot \pi = r^3 \cdot \pi$<br>$27 \cdot \pi = r^3 \cdot \pi \quad \| : \pi$<br>$27 = r^3 \quad \| \sqrt[3]{\ }$<br>$r = 3$<br>Der Radius dieser Kugel beträgt 3 cm. | | | 4 |
| 4. | Aus $0 = (x-3)(x^2 - 8x + 16)$<br>folgt:<br>$0 = x - 3 \vee$<br>$0 = x^2 - 8x + 16$<br>also ist $x_1 = 3$<br>und $x_{2/3} = -\frac{-8}{2} \pm \sqrt{4^2 - 16} = 4$<br>Die Lösungen der Gleichung sind $x_1 = 3$ und $x_2 = 4$. | | 2 | 1 |
| 5. | a) C11: =Summe(C3:C9)<br>b) Die Summe der einzelnen relativen Häufigkeiten ergeben immer insgesamt 100 %. | 1 | 2 | 1 |
| | Insgesamt 34 BWE | 9 | 15 | 10 |

# 3. Lösungen zu den komplexen Aufgaben mit Einsatz des Taschenrechners

## 3.1 Aufgaben zur Leitidee Raum und Form sowie zur Leitidee Messen

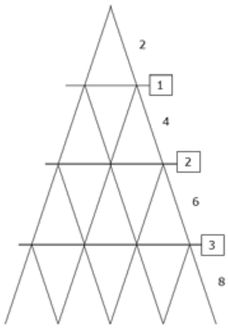
**Wassertank**

| | **Lösungsskizze: Wassertank** | Zuordnung, Bewertung | | |
|---|---|---|---|---|
| | | I | II | III |
| a) | Zylinder und Kegel | 2 | | |
| b) | • Berechnung der zu streichenden Fläche:<br>Oberfläche des vollständigen Zylinders:<br>$O = 2 \cdot \pi \cdot r^2 + 2\,\pi\,r\,h$<br>Oberfläche des Zylinders ohne Boden:<br>$O = 2\,\pi\,r^2 + 2\,\pi\,r\,h - \pi\,r^2 = \pi\,r^2 + 2\,\pi\,r\,h$<br>$O = \pi \cdot 1^2 + 2 \cdot \pi \cdot 1 \cdot 4{,}5 = 31{,}415... \approx 31{,}4$<br>Es müssen etwa $31{,}4\ \text{m}^2$ angestrichen werden.<br>• Berechnung der benötigten Menge an Farbe:<br>$31{,}415... : 8 = 3{,}92...$<br>*Alternative Berechnung mit dem Kontrollwert ergibt einen Wert von 3,925.*<br>Man benötigt etwa 4 Liter Farbe. | 3 | 1 | |
| c) | Es gilt allgemein:<br>$V = \pi \cdot r^2 \cdot h$<br>$V = \pi \cdot 1^2 \cdot 4{,}5$<br>$V = 14{,}137...$<br>Das Volumen des oberen Teil des Tanks beträgt ungefähr $14{,}1\ \text{m}^3$. | 2 | | |

| | Lösungsskizze: Wassertank | Zuordnung, Bewertung | | |
|---|---|---|---|---|
| d) | Es gilt für die Höhe *h*:<br>$h = \frac{1,5}{2} = 0,75$<br>Auf der halben Höhe ist der Radius auch nur halb so groß, deshalb gilt:<br>$r = 0,5$<br>Allgemein gilt die Formel:<br>$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h$<br>Damit gilt für den unteren spitzen Teil:<br>$V_{(Kegel\ halbe\ Höhe)} = V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 0,5^2 \cdot 0,75 = 0,196...$<br>Das Wasservolumen beträgt ungefähr $0,2\ \text{m}^3$. | | 5 | |

| | **Lösungsskizze: Wassertank** | Zuordnung, Bewertung | | |
|---|---|---|---|---|
| | | I | II | III |
| e) | Bestätigung der Seiten *a* und *c* über den Satz des Pythagoras:<br>$a = \sqrt{1^2 + 1,5^2}$<br>$= \sqrt{3,25}$<br>$= 1,802...$<br><br>$c = \sqrt{0,35^2 + 3,36^2}$<br>$= \sqrt{11,4121}$<br>$= 3,378...$<br>Die Seite *a* ist etwa 1,80 m lang und die Seite *c* etwa 3,38 m. | | 4 | |
| f) | Berechnung der fehlenden Winkelgröße:<br>$\beta = 180° - 30° - 70°$<br>$= 80°$<br>Ermittlung der Länge *b* des Standbeins über den Sinussatz:<br>$\frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma}$<br>$b = \frac{c}{\sin\gamma} \cdot \sin\beta$<br>$b = \frac{3,378...}{\sin 70°} \cdot \sin 80°$<br>$b = 3,540...$<br>Die Länge eines Standbeins beträgt etwa 3,5 m.<br>*Alternative Berechnung mit dem Kontrollwert ergibt eine Länge von b = 3,5422…* | | | 5 |
| | Insgesamt 22 BWE | 7 | 10 | 5 |

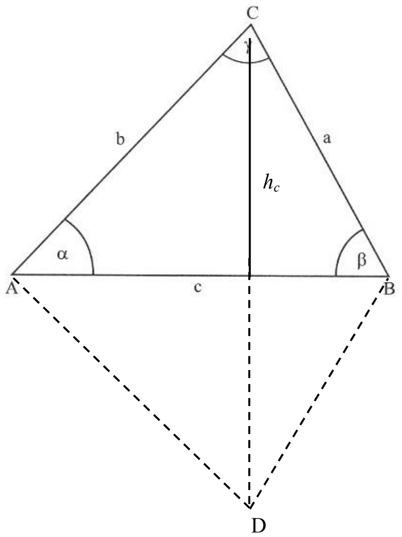
**Kartenhaus** (Leitidee Raum und Form sowie Leitidee Messen)

| | **Lösungsskizze: Kartenhaus** | Zuordnung, Bewertung | | |
|---|---|---|---|---|
| | | I | II | III |
| a) | $A = 9 \cdot 6 = 54$<br>Eine Spielkarte hat einen Flächeninhalt von 54 $cm^2$. | 1 | | |
| b) | $91800 \cdot 54 = 4957200$<br>$4957200\ cm^2 = 495{,}72\ m^2$<br>Die Spielkarten haben zusammen einen Flächeninhalt von 4 957 200 $cm^2$. Das entspricht 495,72 $m^2$. Jan hat also nicht Recht. | 3 | | |
| c) | <br>Stockwerke: $2 + 4 + 6 + 8 = 20$<br>Zwischendecken: $1 + 2 + 3 = 6$<br>Insgesamt werden mindestens 26 Spielkarten benötigt. | | 3 | |
| d) | • Berechnung der Höhe *h:*<br>$\frac{c}{2} = \frac{5}{2} = 2{,}5$<br>$h = \sqrt{9^2 - 2{,}5^2}$<br>$= \sqrt{74{,}75}$<br>$= 8{,}6458...$<br>Die Höhe *h* beträgt etwa 8,6 cm.<br>• Berechnung der Größe des Winkels $\alpha$:<br>$\cos\alpha = \frac{2{,}5}{9}$<br>$\alpha = 73{,}872...°$<br>Da das Dreieck gleichschenklig ist, gilt $\alpha = \beta$.<br>Berechnung der Größe des Winkels $\gamma$:<br>$\gamma = 180° - 2 \cdot 73{,}872...°$<br>$\gamma = 32{,}255...°$<br>Die Winkel $\alpha$ und $\beta$ sind etwa 74° und der Winkel $\gamma$ ist etwa 32° groß. | 3 | 5 | |

| | Lösungsskizze: Kartenhaus | Zuordnung, Bewertung | | |
|---|---|---|---|---|
| | | I | II | III |
| e) | Da die Innenwinkelsumme im Dreieck 180° beträgt, gilt<br>$\alpha + \beta + \gamma_1 = 180°$<br>Da die drei Winkel $\alpha$, $\beta$ und $\gamma_2$ an einer Geraden liegen, gilt auch<br>$\alpha + \beta + \gamma_2 = 180°$<br>Demnach müssen die Winkel $\gamma_1$ und $\gamma_2$ gleich groß sein:<br>$\alpha + \beta + \gamma_1 = \alpha + \beta + \gamma_2 \quad \vert -\alpha - \beta$<br>$\gamma_1 = \gamma_2$ | | 2 | 1 |
| f) | Da das Dreieck gleichschenklig ist, gilt $\alpha = \beta$.<br>$\alpha = \beta = \frac{180° - 28°}{2} = 76°$<br>Mit dem Sinussatz kann nun die Seite *a* berechnet werden.<br>$\frac{a}{\sin 76°} = \frac{4}{\sin 28°} \quad \vert \cdot \sin 76°$<br>$a = 8{,}267...$<br>Eine Visitenkarte hat eine Länge von ungefähr 8,3 cm. | | | 4 |
| | Insgesamt 22 BWE | 7 | 10 | 5 |

**Windpark** (Leitidee Raum und Form sowie Leitidee Messen)

<table>
<tr><th rowspan="2"></th><th rowspan="2">Lösungsskizze: Windpark</th><th colspan="3">Zuordnung, Bewertung</th></tr>
<tr><th>I</th><th>II</th><th>III</th></tr>
<tr><td>a)</td><td>Der Stahlmast hat eine Höhe von etwa drei Längen eines Rotorblattes.<br>$3 \cdot 16 = 48$<br>Die Höhe des Stahlturms bis zur Achse beträgt also ungefähr 48 m.<br>Auch andere sinnvoll begründete Abschätzungen sind zulässig.</td><td>2</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>b)</td><td>Berechnung des Kreisflächeninhalts mithilfe der Formel<br>$A = \pi \cdot r^2$<br>$A = \pi \cdot 16^2 = \pi \cdot 256 = 804{,}247...$<br>Der Flächeninhalt des Kreises hat eine Größe von ungefähr 804,25 $\text{m}^2$.</td><td>3</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>c)</td><td>• Berechnung des Umfangs:<br>$u = 2 \cdot \pi \cdot r$<br>$u = 2 \cdot \pi \cdot 16 = 100{,}530....$<br>Die Spitzen der Rotorblätter legen bei einer Umdrehung etwa 100 m zurück.<br>• Berechnung der Geschwindigkeit:<br>Die Länge s des bei zwei Umdrehungen zurückgelegten Wegs ist dann:<br>$s = 2 \cdot 2 \cdot \pi \cdot r = 2 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 16 = 201{,}061...$<br>In 3 Sekunden legen die Blattspitzen also ungefähr 201 m zurück und sie drehen sich mit einer Geschwindigkeit von etwa $67 \, \frac{\text{m}}{\text{s}}$:<br>
<table>
<tr><th>Zeit</th><th>zurückgelegter Weg</th></tr>
<tr><td>3 s</td><td>$64\pi \text{ m} = 201{,}0619... \text{ m}$</td></tr>
<tr><td>1 s</td><td>$\frac{64\pi}{3} \text{ m} = 67{,}0206... \text{ m}$</td></tr>
<tr><td>3 600 s = 1h</td><td>$\frac{64\pi}{3} \cdot 3\,600 \text{ m} = \frac{\frac{64\pi}{3} \cdot 3\,600 \text{ m}}{1\,000} \text{ km} \approx 241{,}3 \text{ km}$</td></tr>
</table>
Die Blattspitzen drehen sich also mit einer Geschwindigkeit von ungefähr $241{,}3 \, \frac{\text{km}}{\text{h}}$.<br>Alternative Berechnung mit dem Kontrollwert ergibt eine Geschwindigkeit von 240 $\frac{km}{h}$.</td><td>2</td><td>4</td><td></td></tr>
</table>

| | **Lösungsskizze: Windpark** | Zuordnung, Bewertung | | |
|---|---|---|---|---|
| | | I | II | III |
| d) | In dem dargestellten rechtwinkligen Dreieck gilt:<br>$\tan 18^\circ = \frac{h}{400}$<br>$h = 400 \cdot \tan 18^\circ$<br>$h = 129{,}967...$<br>Zu diesem Wert muss noch die Augenhöhe addiert werden, um die Höhe $h^*$ des Windrades zu ermitteln:<br>$h^* = 1{,}69 + 400 \cdot \tan 18^\circ = 131{,}657...$<br>Das Windrad hat eine Höhe von etwa 131,7 m. | | 4 | |
| e) | • Sicherheitsabstand zwischen B und C<br>Die Länge der Strecke lässt sich über den Sinussatz ermitteln. Für den Abstand $a$ von B zu C gilt dann:<br>$\frac{a}{\sin 51^\circ} = \frac{273}{\sin 62^\circ}$<br>$a = \frac{273 \cdot \sin 51^\circ}{\sin 62^\circ}$<br>$a = 240{,}287...$<br>Der Sicherheitsabstand wurde zwischen B und C eingehalten.<br>• Entfernung zwischen Standort C und neuem Standort D<br>Berechnung der Höhe $h_c$ des Dreiecks ABC:<br><br>$\sin 51^\circ = \frac{h_c}{b}$<br>$h_c = 273 \cdot \sin 51^\circ$<br>$h_c = 212{,}160...$<br>Die Höhe im Dreieck beträgt ungefähr 212 m.<br>Die Entfernung zwischen den Standorten C und D entspricht der doppelten Länge der Höhe $h_c$ :<br>$2 \cdot 212{,}160... = 424{,}321...$<br>Die Entfernung zwischen den Standorten C und D beträgt ungefähr 424 m. | | 2 | 5 |
| | Insgesamt 22 BWE | 7 | 10 | 5 |

**Der schiefe Turm von Pisa** (Leitidee Raum und Form sowie Leitidee Messen)

| | **Lösungsskizze: Der schiefe Turm von Pisa** | Zuordnung, Bewertung | | |
|---|---|---|---|---|
| | | I | II | III |
| a) | Die Bauzeit betrug 199 Jahre. | 1 | | |
| b) | $40 \cdot 2 \cdot 9 \cdot 18 \cdot 6 = 77\,760$<br>Die Wocheneinnahmen betragen maximal 77 760 Euro. | 4 | | |
| c) | $u = \pi \cdot d \;\vert\; :\pi$<br>$\frac{u}{\pi} = d$<br>$d = \frac{48{,}6}{\pi} = 15{,}46986...$<br>Der Durchmesser von diesem Stahlring beträgt rund 15,5 m. | | 3 | |
| d) | • $h = \sqrt{55^2 + 3{,}9^2} = \sqrt{3040{,}21} = 55{,}138...$<br>Die Höhe des Turmes ohne Schieflage beträgt etwa 55,14 m.<br>• $55{,}138... - 55 = 0{,}138... \approx 0{,}14$<br>0,14 m = 14 cm<br>Er wäre ungefähr 14 cm höher. | 2 | 2 | |
| e) | $\tan\alpha = \frac{3{,}9}{55} \quad \vert\; \tan^{-1}$<br>$\alpha = 4{,}0560...^\circ$<br>Der Neigungswinkel beträgt heute nur noch etwa 4,1°. Er hat sich durch die Sanierung um etwa 1,4° verringert. | | 4 | |
| f) | Zunächst wird davon ausgegangen dass Leon Recht hat.<br>Es muss die Größe des Winkels $\alpha$ ermittelt werden.<br>$\frac{\sin 95^\circ}{103} = \frac{\sin\beta}{75} \quad \vert\; \cdot 75$<br>$0{,}72538... = \sin\beta \;\vert\; \sin^{-1}$<br>$46{,}50084...^\circ = \beta$<br>$\alpha = 180^\circ - 95^\circ - 46{,}5...^\circ = 38{,}499...^\circ$<br>Anschließend kann die Seitenlänge *a* berechnet werden.<br>$\frac{a}{\sin 38{,}499...^\circ} = \frac{103}{\sin 95^\circ} \quad \vert\; \cdot \sin 38{,}499...^\circ$<br>$a = 64{,}3627...$<br>Da der Befestigungspunkt mit den von Leon behaupteten Angaben in einer Höhe von etwa 64 Metern liegen würde, der Turm aber nur eine Höhe von etwa 55 Metern hat, kann seine Behauptung nicht stimmen. | | 1 | 5 |
| | Insgesamt 22 BWE | 7 | 10 | 5 |

**Billard** (Leitidee Raum und Form sowie Leitidee Messen)

| | **Lösungsskizze: Billard** | Zuordnung, Bewertung | | |
|---|---|---|---|---|
| | | I | II | III |
| a) | $A = 2{,}84 \cdot 1{,}42 = 4{,}0328$<br>Die Spielfläche hat eine Größe von etwa 4 $m^2$. | 2 | | |
| b) | $4{,}0328 \cdot 1{,}15 = 4{,}63772$<br>$4{,}63772 \cdot 47{,}59 = 220{,}70909...$<br>Die Kosten betragen etwa 220,71 €.<br>*Alternativ mit dem gerundeten Flächeninhalt:*<br>$4 \cdot 1{,}15 = 4{,}6$<br>$4{,}6 \cdot 47{,}59 = 218{,}914$ | 4 | | |
| c) | $2{,}84 : 8 = 0{,}355$<br>$1{,}42 : 4 = 0{,}355$<br>$0{,}355 \text{ m} = 35{,}5 \text{ cm}$<br>Der Abstand zwischen 2 Punkten beträgt 35,5 cm. | 1 | 1 | |
| d) | • Länge einer Markierungslinie mit dem Satz des Pythagoras:<br>$\sqrt{71^2 + 35{,}5^2}$<br>$= \sqrt{6\,301{,}25}$<br>$= 79{,}380...$<br>Die Länge einer Markierungslinie beträgt etwa 79,4 cm.<br>• Berechnung der Winkelgrößen $\alpha$ und $\beta$:<br>$\tan\alpha = \frac{\text{Gegenkathete von } \alpha}{\text{Ankathete von } \alpha}$<br>$\tan\alpha = \frac{35{,}5}{71}$<br>$\alpha = 26{,}565...°$<br>$\beta$ über Winkelsumme im Dreieck:<br>$\beta = 180° - 90° - 26{,}565...° = 63{,}43....°$<br>Der Winkel $\alpha$ hat eine Größe von etwa 26,6° und der Winkel $\beta$ ist rund 63,4° groß. | | 6 | 2 |

<table>
<tr><th rowspan="2"></th><th rowspan="2">Lösungsskizze: Billard</th><th colspan="3">Zuordnung, Bewertung</th></tr>
<tr><th>I</th><th>II</th><th>III</th></tr>
<tr><td>e)</td><td>

Über den Sinussatz lässt sich die fehlende Strecke zwischen Kugel 2 und Kugel 3 berechnen.

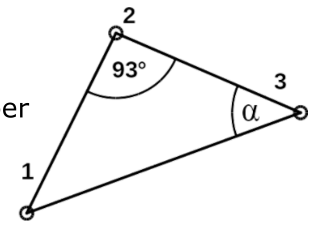



*Abbildung nicht maßstabsgerecht*

Berechnung der Größe des Winkels $\alpha$ gegenüber der Strecke 72 cm:

$$\frac{\sin\alpha}{72} = \frac{\sin 93^\circ}{122}$$
$$\alpha = 36{,}11...^\circ$$

Fehlender Winkel $\beta$ über Winkelsumme im Dreieck:

$$\beta = 180^\circ - 93^\circ - 36{,}11...^\circ = 50{,}88...^\circ$$

Berechnung der fehlenden Seite *b* über Sinussatz:

$$\frac{b}{\sin 50{,}88...^\circ} = \frac{122}{\sin 93^\circ} \quad \Big| \cdot \sin 50{,}88...^\circ$$
$$b = \frac{122}{\sin 93^\circ} \cdot \sin 50{,}88...^\circ$$
$$b = 94{,}792...$$

Berechnung der zurückgelegten Strecke:

$$72 + 94{,}792... = 166{,}792...$$

Die Länge des eingezeichneten Weges beträgt etwa 167 cm.

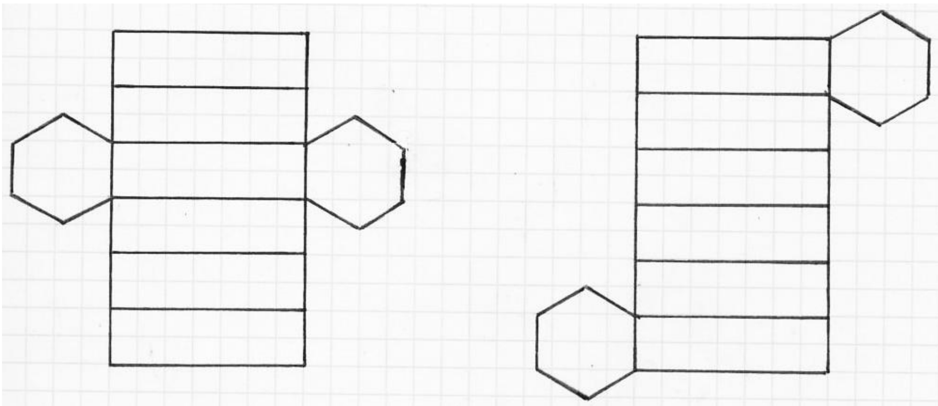
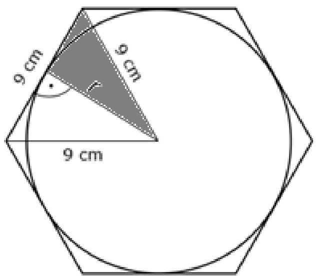
</td><td></td><td>3</td><td>3</td></tr>
<tr><td></td><td align="right">Insgesamt 22 BWE</td><td>7</td><td>10</td><td>5</td></tr>
</table>

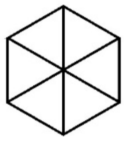
**Pyramiden im Freizeitpark** (Leitidee Raum und Form sowie Leitidee Messen)

| | Lösungsskizze: Pyramiden im Freizeitpark | Zuordnung, Bewertung I | II | III |
|---|---|---|---|---|
| a) | $A_{Grundfläche} = 14,5^2 = 210,25$<br>Die Grundfläche einer Pyramide ist 210,25 $m^2$ groß. | 2 | | |
| b) | $A_{Seitenfläche} = \frac{14,5 \cdot 9,6}{2} = 69,6$<br>$A_{4\text{ Seitenflächen}} = 69,6 \cdot 4 = 278,4$<br>Die vier Seitenflächen sind 278,4 $m^2$ groß.<br><br>$278,4 \cdot 1,10 = 306,24$<br>Der Materialbedarf für die vier Seitenflächen zuzüglich 10 % Verschnitt beträgt 306,24 $m^2$. | 3 | 2 | |
| c) | • Bestätigung der Flächengröße:<br>$100\,000 \cdot 0,08 = 8\,000$<br>Es stehen 8 000 $m^2$ für Pavillons zur Verfügung.<br>• Bestimmung der Anzahl:<br>$8\,000 : 210,25 = 38,04994...$<br>Möglich ist der Bau von höchstens 38 Pavillons. | 2 | 2 | |
| d) | Zunächst muss die Höhe der Pyramide berechnet werden:<br>$h = \sqrt{9,6^2 - \left(\frac{14,5}{2}\right)^2} = \sqrt{39,5975} = 6,292654...$<br>$V_{Pyramide} = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 210,25 \cdot 6,292654... = 441,01019...$<br>Das Volumen einer Pyramide beträgt ungefähr 441,01 $m^3$.<br>Wegen $350\ m^3 < 441,01\ m^3 < 480\ m^3$ beträgt der Wärmebedarf laut Tabelle 23 kW. | | 4 | 1 |

| | **Lösungsskizze: Pyramiden im Freizeitpark** | Zuordnung, Bewertung | | |
|---|---|---|---|---|
| | | I | II | III |
| e) | • Mithilfe der Formel $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$ lässt sich die Länge der Brücke berechnen.<br>$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$<br>$a^2 = 185^2 + 120^2 - 2 \cdot 185 \cdot 120 \cdot \cos 53°$<br>$a^2 = 21\,904{,}41... \quad \vert\sqrt{\phantom{x}}$<br>$a = 148{,}001...$<br>Die geplante Brücke hat eine Länge von etwa 148 m.<br><br>• Mithilfe der Formel $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos\beta$ lässt sich die Größe des Winkels $\beta$ berechnen.<br>$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos\beta$<br>$185^2 = 148{,}001...^2 + 120^2 - 2 \cdot 148{,}001... \cdot 120 \cdot \cos\beta$<br>$\cos\beta = \frac{185^2 - 148{,}001...^2 - 120^2}{-2 \cdot 148{,}001... \cdot 120}$<br>$\cos\beta = 0{,}0585...$<br>$\beta = 86{,}64...°$<br>Der gesuchte Winkel hat eine Größe von etwa 86,6°.<br>*Auch eine Anwendung des Sinussatzes ist möglich. Dabei erhält man aufgrund von Rundungseffekten einen Winkel von ungefähr 86,7°.* | | 2 | 4 |
| | Insgesamt 22 BWE | 7 | 10 | 5 |

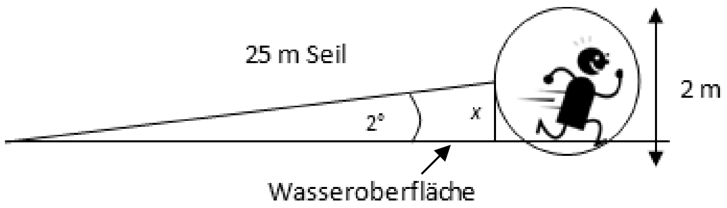
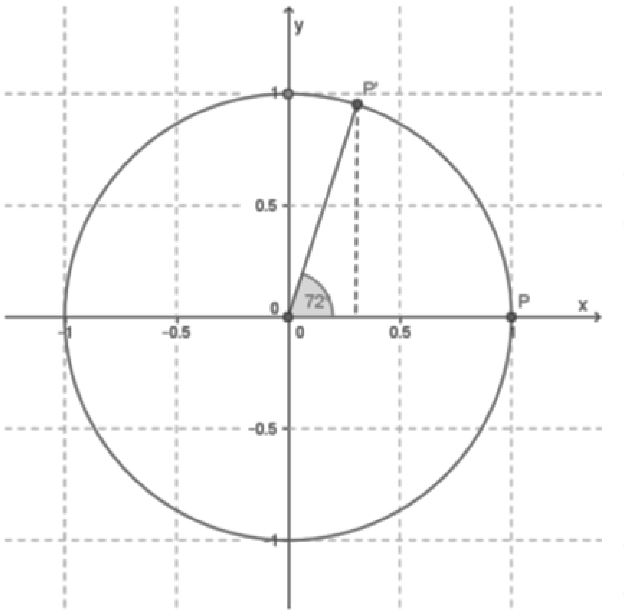
**Ballschachtel** (Leitidee Raum und Form sowie Leitidee Messen)

| | **Lösungsskizze: Ballschachtel** | Zuordnung, Bewertung I | II | III |
|---|---|---|---|---|
| a) | In der Ballschachtel sind drei Bälle übereinander verpackt, zusätzlich müssen zwei Lagen Styropor berücksichtigt werden.<br>Ein Ball hat einen Radius von etwa 8 cm.<br>Der Durchmesser beträgt also in etwa 16 cm.<br>Die Höhe der Schachtel kann daher wie folgt berechnet werden:<br>$h = 3 + 16 + 16 + 16 + 3$<br>$h = 54$<br>Die Ballschachtel ist 54 cm hoch. | 3 | | |
| b) | Mögliche Netze:<br><br>*In Skizzen kommt es nicht auf die zeichnerische Sorgfalt, sondern auf die nachvollziehbare Anordnung der Seiten- und Grundflächen an.* | 3 | | |
| c) | Der Radius eines Balles entspricht der Höhe eines der gleichseitigen Dreiecke. In dem grau unterlegten rechtwinkligen Dreieck gilt dann mit dem Satz des Pythagoras:<br><br><br>$r = \sqrt{9^2 - \left(\frac{9}{2}\right)^2}$<br>$r = \sqrt{60{,}75}$<br>$r = 7{,}7942286...$<br>Der Radius beträgt gerundet 7,8 cm. | | 3 | |

| | **Lösungsskizze: Ballschachtel** | Zuordnung, Bewertung | | |
|---|---|---|---|---|
| | | I | II | III |
| d) | • Zur Berechnung des Flächeninhalts der Grundfläche kann man das Sechseck in sechs kongruente gleichseitige Dreiecke zerlegen.<br>Für jedes dieser Dreiecke gilt $g$ = 9 cm und $h$ = 7,7942286… cm.<br>$G = 6 \cdot \frac{9 \cdot 7{,}7942286...}{2}$<br>$G = 210{,}444173...$<br><br>Der Flächeninhalt einer Grundfläche beträgt etwa 210 $\text{cm}^2$.<br>*Alternative Berechnung mit h = 7,8 cm ergibt einen Wert von 210,6* $\text{cm}^2$.<br>• Der Mantel besteht aus sechs kongruenten Rechtecken.<br>Gegeben sind die Rechtecksseitenlängen $a$ = 54 cm und $b$ = 9 cm<br>$M = 6 \cdot 54 \cdot 9$<br>$M = 2\,916$<br>Der Flächeninhalt des Mantels beträgt 2 916 $\text{cm}^2$.<br>$O = 2\,916 + 2 \cdot 210{,}444173...$<br>$O = 3\,336{,}88834...$<br>Der Materialbedarf für die Ballschachtel beträgt insgesamt etwa 3 336,9 $\text{cm}^2$.<br>*Alternative Berechnung mit dem Kontrollwert ergibt einen Wert von 3 336* $\text{cm}^2$. | 1 | 7 | |
| e) | Aus $\alpha = 25°;\ \beta = 18°$ lässt sich mit dem Innenwinkelsummensatz die Größe des fehlenden Winkels $\gamma$ berechnen, um den Sinussatz anwenden zu können:<br>$\gamma = 180° - 25° - 18°$<br>$\gamma = 137°$<br>$\frac{z}{\sin\gamma} = \frac{x}{\sin\beta}$<br>$\frac{15}{\sin 137°} = \frac{x}{\sin 18°}$<br>$x = 6{,}7965...$<br>Der Spieler A muss etwa 6,8 m zurücklegen, um den Tennisball zu erreichen. | | | 5 |
| | Insgesamt 22 BWE | 7 | 10 | 5 |

**Water Walking Ball** (Leitidee Raum und Form sowie Leitidee Messen)

| | **Lösungsskizze: Water Walking Ball** | Zuordnung, Bewertung I | II | III |
|---|---|---|---|---|
| a) | $A = 64 \cdot 32 = 2\,048$<br>Die Wasseroberfläche des Sicherheitsbereichs beträgt 2 048 $m^2$. | 2 | | |
| b) | • $\alpha$ = 58°<br>*Eine Abweichung von zwei Grad ist zu tolerieren.*<br>• Der Winkel $\alpha$ ist ein spitzer Winkel.<br>• Ein überstumpfer Winkel ist über 180° groß und kann durch die Begrenzung des Steges nicht zustande kommen. | 2 | 2 | |
| c) | $r$ = 26 m<br>$A = \frac{r^2 \cdot \pi}{2}$<br>$= \frac{26^2 \cdot \pi}{2}$<br>$= 1\,061{,}858...$<br>$\frac{W}{G} = \frac{1\,061{,}858...}{2\,048} = 0{,}5184...$<br>100 % − 51,84… % = 48,151… %<br>Von dem Sicherheitsbereich sind etwa 48 % nicht erreichbar. | 2 | 2 | |
| d) | $r = \frac{d}{2} = 1$<br>$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 1 = 4{,}18879...$<br>Das Volumen eines Kunststoffballs beträgt rund 4,19 $m^3$.<br>$520\,m^3 \rightarrow 1\,h$<br>$1\,m^3 \rightarrow \frac{1}{520}\,h = \frac{1}{520} \cdot 3600\,s = \frac{90}{13}\,s$<br>$4{,}18879...\,m^3 \rightarrow 28{,}999...\,s$<br>Das Gebläse benötigt rund 29 Sekunden zum Befüllen des Kunststoffballs. | 1 | 3 | |

| | **Lösungsskizze: Water Walking Ball** | Zuordnung, Bewertung I | II | III |
|---|---|---|---|---|
| e) |  $\sin 2^\circ = \frac{x}{25}$ <br> $\sin 2^\circ \cdot 25 = x$ <br> $0{,}872... = x$ <br><br> Die Anbringung des Seils ist etwa 0,9 m über der Wasseroberfläche. | | 3 | 1 |
| f) |  $5\,\text{s} \rightarrow 360^\circ$ <br> $1\,\text{s} \rightarrow 72^\circ$ <br><br> Da $r = 1$: <br> $x = \cos 72^\circ$ <br> $x = 0{,}30901699...$ <br> $y = \sin 72^\circ$ <br> $y = 0{,}9510565...$ <br><br> Der Punkt P befindet sich nach 1 Sekunde bei etwa $P'(0{,}31 \mid 0{,}95)$. | | | 4 |
| | Insgesamt 22 BWE | 7 | 10 | 5 |

## 3.2 Aufgaben zur Leitidee funktionaler Zusammenhang

### Europapassage

<table>
<tr><th rowspan="2"></th><th rowspan="2">Lösungsskizze: Europapassage</th><th colspan="3">Zuordnung, Bewertung</th></tr>
<tr><th>I</th><th>II</th><th>III</th></tr>
<tr><td>a)</td><td>$1{,}83 \cdot 10^7 = 18\,300\,000$<br>$18\,300\,000 : 365{,}25 = 50\,102{,}669...$<br>Pro Tag kommen etwa 50 000 Besucher in die Europapassage.</td><td>2</td><td>1</td><td></td></tr>
<tr><td>b)</td><td>Monatliche Einnahmen bei den vermieteten Stellplätzen:
<table>
<tr><th>%</th><th>Anzahl vermieteter Stellplätze</th></tr>
<tr><td>100</td><td>700</td></tr>
<tr><td>1</td><td>7</td></tr>
<tr><td>24</td><td>168</td></tr>
</table>
$168 \cdot 65 = 10\,920$<br>Monatliche Einnahmen durch feste Vermietung: 10 920 €<br>Monatliche Einnahmen durch „Laufkundschaft“:<br>$700 - 168 = 532$<br>Für die Laufkundschaft stehen 532 Stellplätze zur Verfügung.<br>$532 \cdot 4{,}5 \cdot 30 = 71\,820$<br>Monatliche Einnahmen durch „Laufkundschaft“: 71 820 €<br>$10\,920 + 71\,820 = 82\,740$<br>Die Gesamteinnahmen für das Parkhaus betragen im Monat durchschnittlich 82 740 €.</td><td>3</td><td>3</td><td></td></tr>
<tr><td>c)</td><td>19 Bögen + 2 Bögen = 21 Bögen<br>Bei 21 Bögen ergeben sich 20 Zwischenräume.<br>Also gilt: $160 : 20 = 8$<br>Der Abstand zwischen den Bögen beträgt 8 m.</td><td>2</td><td>1</td><td></td></tr>
<tr><td>d)</td><td>Nur die dritte Funktionsgleichung kommt infrage, da der Koeffizient von $x^2$ negativ und das konstante Glied (also +18,5) positiv ist.<br>Ein negativer Koeffizient von $x^2$ bedeutet, dass die Parabel nach unten geöffnet ist.<br>Das passt zur Abbildung.<br>Ein positiver Wert des konstanten Gliedes bedeutet, dass der Scheitel der Parabel oberhalb der $x$-Achse liegt. Auch das passt zur Abbildung.</td><td></td><td>2</td><td></td></tr>
</table>

| | **Lösungsskizze: Europapassage** | Zuordnung, Bewertung | | |
|---|---|---|---|---|
| | | I | II | III |
| e) | • Höhe eine Bogens: 18,5 Meter<br>• Zur Bestimmung des Abstands der Punkte A und B sind die Nullstellen der Parabel zu berechnen.<br>$f(x) = 0$<br>$-1,2x^2 + 18,5 = 0$<br>$-1,2x^2 = -18,5$<br>$x^2 = \frac{18,5}{1,2}$<br>$x_{1,2} = \pm\sqrt{\frac{18,5}{1,2}}$<br>$x_{1,2} = \pm 3,9264...$<br>$2 \cdot 3,9264... = 7,8528...$<br>Der Abstand zwischen den Punkten A und B beträgt etwa 7,85 Meter. | | 3 | 2 |
| f) | Wenn der Graph zur Funktionsgleichung $f(x) = -1,2 \cdot x^2 + 18,5$ an der $x$-Achse gespiegelt wird, ändern sich die Vorzeichen des Koeffizienten von $x^2$ und vom konstanten Glied. Man erhält folgende Funktionsgleichung: $f_1(x) = 1,2 \cdot x^2 - 18,5$<br>Wird der Graph zur Funktionsgleichung $f_1(x) = 1,2 \cdot x^2 - 18,5$ dann in Richtung der positiven $x$-Achse um 2 Einheiten verschoben, so steht anstelle von $x^2$ dementsprechend $(x-2)^2$ in der Gleichung.<br>Die Parabel hat nun die Funktionsgleichung<br>$f_2(x) = 1,2 \cdot (x-2)^2 - 18,5$. | | | 3 |
| | Insgesamt 22 BWE | 7 | 10 | 5 |

**Feuerwerksraketen und Wasserraketen** (Leitidee funktionaler Zusammenhang)

| | **Lösungsskizze: Feuerwerksraketen und Wasserraketen** | Zuordnung, Bewertung I | II | III |
|---|---|---|---|---|
| a) | $10\ 000 : 12{,}5 = 800$<br>oder:<br>$12{,}5 \cdot 800 = 10\ 000$<br>Sabrina hat Recht. | 2 | | |
| b) | $129\ 000\ 000 \cdot 0{,}2 = 25\ 800\ 000$<br>Im Jahr 2015 wurden für Raketen 25 800 000 € ausgegeben. | 2 | | |
| c) | • $\approx 93$ m (Toleranz: $\pm 1$)<br>• $\approx 31$ m (Toleranz: $\pm 1$)<br>• <table><tr><td>*x*</td><td>0</td><td>5</td><td>$\approx 9{,}5$</td><td>$\approx 21$</td></tr><tr><td>*y*</td><td>0</td><td>51</td><td>80</td><td>80</td></tr></table><br>*Eine Ungenauigkeit für den y-Wert ist bis zu 5 m tolerabel.*<br>*Eine Ungenauigkeit für die x-Werte ist bis zu 2 m tolerabel.*<br>• Die *y*-Werte *x* > 30,5 liegen hinter dem Landepunkt der Rakete. Daher liegt *x* = 35 außerhalb der Flugkurve. | 3 | 4 | |

| | **Lösungsskizze: Feuerwerksraketen und Wasserraketen** | Zuordnung, Bewertung | | |
|---|---|---|---|---|
| | | I | II | III |
| d) | • Berechnung der Nullstellen:<br>$0 = -0,4x^2 + 12,2x$<br>$0 = -0,4x \cdot (x - 30,5)$<br>$x_1 = 0;\ x_2 = 30,5$<br>Die Rakete landet in einer Entfernung von 30,5 m vom Startpunkt.<br><br>• Bestimmung der Koordinaten des Scheitelpunktes:<br>Argumentation über die Symmetrieeigenschaft der Parabel:<br>für $x = 30,5 : 2 = 15,25$ gilt:<br>$f(x) = -0,4 \cdot 15,25^2 + 12,2 \cdot 15,25$<br>$f(x) = 93,025$<br>$S(15,25 \mid 93,025)$<br>Argumentation über die Scheitelpunktform:<br>$f(x) = -0,4x^2 + 12,2x$<br>$f(x) = -0,4 \cdot (x^2 - 30,5x)$<br>$f(x) = -0,4 \cdot (x^2 - 30,5x + 15,25^2 - 15,25^2)$<br>$f(x) = -0,4 \cdot \left[(x - 15,25)^2 - 232,5625\right]$<br>$f(x) = -0,4 \cdot (x - 15,25)^2 + 93,025$<br>$S(15,25 \mid 93,025)$<br>Die Rakete erreicht bei einer Entfernung von 15,25 m des Abschussortes eine maximale Höhe von ungefähr 93 m. | | 6 | 2 |
| e) | $f(x) = -0,4x^2 + 12,2x$<br>$f(4) = -0,4 \cdot 4^2 + 12,2 \cdot 4$<br>$= 42,4$<br>$42,4 > 40$<br>In 4 Metern Entfernung vom Startpunkt fliegt die Rakete in einer Höhe von 42,4 m. Somit fliegt sie an einem 40 m hohen Gebäude vorbei. | | | 3 |
| | Insgesamt 22 BWE | 7 | 10 | 5 |

**Besuch im Tierpark** (Leitidee funktionaler Zusammenhang)

| | Lösungsskizze: Besuch im Tierpark | Zuordnung, Bewertung | | |
|---|---|---|---|---|
| | | I | II | III |
| a) | Kosten für Eintrittskarten mit Gruppenkarte:<br>$29 \cdot 4{,}50 = 130{,}50$<br>$2 \cdot 6{,}50 = 13{,}00$<br>$130{,}50 + 13{,}00 = 143{,}50$<br>Der Besuch im Tierpark kostet mit Gruppenkarte 143,50 €. | 3 | | |
| b) | Für Schüler kostet die Einzelkarte 6,00 €, die Gruppenkarte 4,50 €.<br>$\frac{6{,}00}{4{,}50} = 1{,}333... = 133{,}33...\ \%$<br>Die Einzelkarte für Schüler ist um etwa 33 % teurer als die Gruppenkarte. Lucie hat Recht. | 2 | 1 | |
| c) | • Bestimmung des Durchmessers:<br>$u_{Kreis} = \pi \cdot d \mid : \pi$<br>$\frac{u_{Kreis}}{\pi} = d$<br>$d = \frac{280}{\pi} = 89{,}126...$<br>Der Durchmesser des kreisförmigen Geheges beträgt ungefähr 89 m.<br>• Berechnung der Größe des Flächeninhalts:<br>$A_{Kreis} = \pi \cdot r^2$<br>$r = \frac{d}{2} = \frac{89{,}126...}{2} = 44{,}563...$<br>$A_{Kreis} = \pi \cdot r^2 = 6\,238{,}873...$<br>Die Anlage für Robben hat eine Flächengröße von ungefähr 6 239 $\text{m}^2$.<br>*Falls mit d = 89 m gerechnet worden ist, ergibt sich ein Flächenhalt von ungefähr 6 221 $m^2$.* | 1 | 2 | |

<table>
<tr><td rowspan="2"></td><td rowspan="2">Lösungsskizze: Besuch im Tierpark</td><td colspan="3">Zuordnung, Bewertung</td></tr>
<tr><td>I</td><td>II</td><td>III</td></tr>
<tr><td>d)</td><td>

• $2{,}52 = -0{,}18 \cdot 4^2 + 0{,}9 \cdot 4 + 1{,}8$<br>
$2{,}52 = 2{,}52$

Der Punkt P $\left(4 \mid 2{,}52\right)$ liegt auf der Flugbahn.

• $f(x) = -0{,}18 \cdot 3^2 + 0{,}9 \cdot 3 + 1{,}8$<br>
$f(x) = 2{,}88$

<table>
<tr><td>$x$</td><td>3,00 m</td><td>4,00 m</td></tr>
<tr><td>$f(x)$</td><td>2,88 m</td><td>2,52 m</td></tr>
</table>

</td><td>1</td><td>2</td><td></td></tr>
<tr><td>e)</td><td>

• Entfernung der Robbe zum Tierpfleger (Bestimmung der Nullstelle):

$0 = -0{,}18x^2 + 0{,}9x + 1{,}8 \mid : (-0{,}18)$<br>
$0 = x^2 - 5x - 10$<br>
$x_{1,2} = -\frac{-5}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-5}{2}\right)^2 + 10}$<br>
$x_{1,2} = 2{,}5 \pm \sqrt{16{,}25}$<br>
$x_1 = 2{,}5 + 4{,}031... = 6{,}531...$<br>
$[x_2 = 2{,}5 - 4{,}031... = -1{,}531...]$

Die Robbe ist vom Tierpfleger ungefähr 6,5 m entfernt.

*Der negative Wert hat keine Relevanz.*

• Umformung in die Scheitelpunktform:

$f(x) = -0{,}18x^2 + 0{,}9x + 1{,}8$<br>
$= -0{,}18 \cdot \left(x^2 - 5x - 10\right)$<br>
$= -0{,}18 \cdot \left(x^2 - 5x + 2{,}5^2 - 2{,}5^2 - 10\right)$<br>
$= -0{,}18 \cdot \left[\left(x - 2{,}5\right)^2 - 16{,}25\right]$<br>
$= -0{,}18 \cdot \left(x - 2{,}5\right)^2 + 2{,}925$<br>
$S\left(2{,}5 \mid 2{,}925\right)$

Die maximale Höhe der Flugbahn beträgt ungefähr 3 m.

</td><td></td><td>5</td><td>2</td></tr>
</table>

| | Lösungsskizze: Besuch im Tierpark | Zuordnung, Bewertung | | |
|---|---|---|---|---|
| | | I | II | III |
| f) | Die Abwurfhöhe ist der Schnittpunkt mit der $y$-Achse. Bei $g(x)$ wird der Hering in einer Höhe von 1,8 m abgeworfen.<br>Umwandeln von $h(x)$ in die Normalform:<br>$h(x) = -0,6(x-0,5)^2 + 1,7$<br>$= -0,6(x^2 - x + 0,25) + 1,7$<br>$= -0,6x^2 + 0,6x - 0,15 + 1,7$<br>$= -0,6x^2 + 0,6x + 1,55$<br>$1,8 - 1,55 = 0,25$<br>In $g(x)$ ist die Abwurfhöhe um 25 cm höher als bei $h(x)$. | | | 3 |
| | Insgesamt 22 BWE | 7 | 10 | 5 |

**Autofahrten** (Leitidee funktionaler Zusammenhang)

| | **Lösungsskizze: Autofahrten** | Zuordnung, Bewertung I | II | III |
|---|---|---|---|---|
| a) | Hamburg-Bremen-Köln- …Ausflüge… und zurück:<br>$109 \cdot 2 + 317 \cdot 2 + 100 = 952 \approx 950$<br>Emily wird während ihrer Reise ungefähr 950 km fahren. | 2 | | |
| b) | Kosten für die Miete des Leihwagens und den (voraussichtlichen) Benzinkosten:<br>$7 \cdot 23{,}20 + 9{,}52 \cdot 6 \cdot 1{,}339 = 238{,}88368$<br>Die Kosten für den Leihwagen betragen voraussichtlich ungefähr 238,88 €.<br><br>*Alternative Rechnung mit dem vorgegebenen Wert von 950 km ergibt Kosten in Höhe von 238,72 €.* | 3 | 1 | |
| c) | • fehlende Werte in Tabelle 2 (siehe unten)<br><br>*Hinweis: Wenn anstelle von 5,4 der Wert 5,5 eingetragen ist, ist die Lösung ebenfalls als richtig zu bewerten.* | 2 | | |

| $x$ | Geschwindigkeit in km/h | 60 | $\approx 80$ | 100 | 120 | 130 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | ungefährer Benzin-verbrauch in Litern pro 100 km | 3,0 | 3,5 | 4,3 | $\approx 5{,}4$ | 6,9 |

<table>
<tr><th rowspan="2"></th><th rowspan="2">Lösungsskizze: Autofahrten</th><th colspan="3">Zuordnung, Bewertung</th></tr>
<tr><th>I</th><th>II</th><th>III</th></tr>
<tr><td>c)</td><td>

• rechnerische Lösung:

$f(x) = 0{,}0004x^2 - 0{,}32x + 3{,}5144$

$6 = 0{,}0004x^2 - 0{,}032x + 3{,}5144 \mid -6$

$0 = 0{,}0004x^2 - 0{,}032x - 2{,}4856 \mid : 0{,}0004$

$0 = x^2 - 80x - 6\ 214$

Anwenden der *p*-*q*-Formel:

$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$

$x_{1,2} = -\frac{-80}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-80}{2}\right)^2 + 6\ 214}$

$x_{1,2} = 40 \pm 88{,}396...$

$x_1 = 128{,}396...$

$x_2 = -48{,}396...$

Anwenden der quadratischen Ergänzung:

$0 = x^2 - 80x + 1\ 600 - 1\ 600 - 6\ 214$

$0 = (x-40)^2 - 7\ 814$

$7\ 814 = (x-40)^2$

$\pm 88{,}396... = x - 40$

$x_1 = 128{,}396...$

$x_2 = -48{,}396...$

*Der negative Wert hat für diese Fragestellung keine Relevanz und bleibt daher unberücksichtigt.*

Bei einer Geschwindigkeit von ungefähr 128 km/h verbraucht das Auto 6 Liter pro 100 km.

</td><td></td><td>4</td><td>1</td></tr>
<tr><td>d)</td><td>

Als Nullstelle bezeichnet man den Schnittpunkt einer Funktion mit der *x*-Achse. Die Anzahl der Nullstellen lässt sich anhand der Diskriminante bzw. dem Term unter der Wurzel bestimmen. Zur rechnerischen Bestimmung wird die Funktion „gleich Null“ gesetzt, anschließend wird die Gleichung nach *x* aufgelöst.

$0 = 0{,}0004x^2 - 0{,}032x + 3{,}5144 \mid : 0{,}0004$

$0 = x^2 - 80x + 8\ 786$

Anwenden der *p*-*q*-Formel:

$x_{1,2} = -\frac{-80}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-80}{2}\right)^2 - 8\ 786}$

$x_{1,2} = 40 \pm \sqrt{1\ 600 - 8\ 786}$

$x_{1,2} = 40 \pm \sqrt{-7\ 186}$

Der Radikand ist negativ. Daher hat die Funktion keine Nullstellen.

</td><td></td><td>2</td><td>2</td></tr>
</table>

| | **Lösungsskizze: Autofahrten** | Zuordnung, Bewertung I | II | III |
|---|---|---|---|---|
| e) | Lösung mithilfe des Gleichungssystems:<br>I. $2x+160y=134{,}80$<br>II. $5x+615y=414{,}00$<br>Gleichungen umformen:<br>I. $2x+160y=134{,}80 \mid :2$<br>II. $5x+615y=414{,}00 \mid :5$<br>$\Rightarrow$<br>I. $x+80y=67{,}40 \quad \mid -80y$<br>II. $x+123y=82{,}80 \quad \mid -123y$<br>$\Rightarrow$<br>I. $x=67{,}40-80y$<br>II. $x=82{,}80-123y$<br>Gleichungen I und II gleichsetzen:<br>$67{,}40-80y=82{,}80-123y \quad \mid +123y$<br>$67{,}40+43y=82{,}20 \quad \mid -67{,}40$<br>$43y=15{,}40 \quad \mid :43$<br>$y=0{,}358...$<br>$x$ ausrechnen:<br>$x=67{,}4-80\cdot 0{,}358...=38{,}748...$<br>Die Grundgebühr für den Leihwagen beträgt etwa 38,75 € pro Tag, für jeden gefahrenen Kilometer werden etwa 0,36 € berechnet. | | 3 | 2 |
| | Insgesamt 22 BWE | 7 | 10 | 5 |

**Parabelflug** (Leitidee funktionaler Zusammenhang)

<table>
<tr><th rowspan="2"></th><th rowspan="2">Lösungsskizze: Parabelflug</th><th colspan="3">Zuordnung, Bewertung</th></tr>
<tr><th>I</th><th>II</th><th>III</th></tr>
<tr><td>a)</td><td>

$30 \cdot 22 = 660$<br>
$660 : 60 = 11$

Bei 30 Parabelflügen werden durchschnittlich 660 Sekunden Schwerelosigkeit erreicht. Das entspricht genau 11 Minuten.

</td><td>3</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>b)</td><td>
<table>
<tr><td>Zeit (sec)</td><td>40</td><td>100</td><td>120</td></tr>
<tr><td>Flughöhe (m)</td><td>2 500</td><td>6 250</td><td>7 500</td></tr>
</table>
</td><td>2</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>c)</td><td>

• $f_3(x) = 62,5x$

• $a = \frac{6\,250}{100} = 62,5$

Da das Flugzeug nach 100 Sekunden eine Flughöhe von 6 250 Metern erreicht, steigt es pro Sekunde 62,5 m.

</td><td>1</td><td>2</td><td></td></tr>
<tr><td>d)</td><td>

Die Länge des Parabelfluges ist durch den Abstand der Nullstellen definiert.

$$\begin{aligned} -8,26x^2 + 181,72x &= 0 \\ -8,26x(x-22) &= 0 \\ x_1 &= 0 \\ x_2 - 22 &= 0 \quad \vert +22 \\ x_2 &= 22 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x^2 + 181,72x &= 0 \quad \vert \ :(-8,26) \\ x^2 - 22x &= 0 \end{aligned}$$

Lösung mit *p*-*q*-Formel $p = -22,\ q = 0$:

$$x_{1,2} = -\left(\frac{-22}{2}\right) \pm \sqrt{\left(\frac{-22}{2}\right)^2}$$

$$x_{1,2} = 11 \pm 11$$

$$x_1 = 0;\ x_2 = 22$$

Lösung durch quadratische Ergänzung:

$$\begin{aligned} (x-11)^2 &= 121 \quad \vert \sqrt{\ } \\ x - 11 &= \pm 11 \quad \vert +11 \\ x_1 &= 0\ ;\ x_2 = 22 \end{aligned}$$

Der Parabelflug dauert genau 22 Sekunden.

</td><td></td><td>5</td><td></td></tr>
</table>

| | **Lösungsskizze: Parabelflug** | Zuordnung, Bewertung | | |
|---|---|---|---|---|
| | | I | II | III |
| e) | Die maximale Parabelhöhe wird im Scheitelpunkt erreicht.<br>Dieser liegt bei $x$ = 11.<br>$f(x) = -8{,}26 \cdot 11^2 + 181{,}72 \cdot 11$<br>$f(x) = 999{,}46$<br>$7\,500 + 999{,}46 = 8\,499{,}46$<br>Da der Parabelflug auf einer Höhe von 7 500 m startet, beträgt die maximale Flughöhe etwa 8 500 m. | 1 | 3 | |
| f) | Die Nullstellen und der Scheitelpunkt der Parabel sind gegeben:<br>$N_1(0 \mid 0)$, $N_2(22 \mid 0)$ und $S(11 \mid 1210)$<br>Vorläufige Scheitelpunktform der Parabel:<br>$f(x) = a \cdot (x-11)^2 + 1\,210$<br>$a$ wird durch Einsetzen von einer der Nullstellen bestimmt.<br>$0 = a \cdot (22-11)^2 + 1\,210$<br>$0 = 121a + 1\,210 \quad \mid -1\,210$<br>$-1\,210 = 121a \quad \mid :121$<br>$-10 = a$<br>$f(x) = -10 \cdot (x-11)^2 + 1\,210$ | | | 5 |
| | Insgesamt 22 BWE | 7 | 10 | 5 |

**Wasserfontäne** (Leitidee funktionaler Zusammenhang)

| | Lösungsskizze: Wasserfontäne | Zuordnung, Bewertung | | |
|---|---|---|---|---|
| | | I | II | III |
| a) | $1\,140 \cdot 4{,}5 = 5\,130$<br>$2\,964 \cdot 4{,}5 = 13\,338$<br>Vor Eröffnung der Wasserfontäne betrugen die durchschnittlichen Tageseinnahmen 5 130 Euro pro Tag, nach Eröffnung 13 338 Euro. | 3 | | |
| b) | $p = \frac{2\,964}{1\,140} - 1 = 1{,}6 = 160\ \%$<br>Die Besucherzahl ist um 160 % gestiegen. | 1 | 2 | |
| c) | $16\,000 : 2\,964 = 5{,}398... \approx 5{,}40$<br>$5{,}40 - 4{,}50 = 0{,}90$<br>Man muss den Eintrittspreis um ungefähr 0,90 Euro erhöhen, um 16 000 Euro Einnahmen zu generieren. (*Das setzt natürlich voraus, dass sich die Besucherzahlen trotz der Preiserhöhung nicht verändern. „Praktisch" wäre eine Erhöhung um 1 Euro.*) | 3 | | |
| d) | $f(x) = 0$<br>$-x^2 + 4x = 0 \quad \vert \cdot (-1)$<br>$x^2 - 4x = 0$<br>$x \cdot (x-4) = 0 \Rightarrow x_1 = 0\,;\, x_2 = 4$<br>An der Stelle $x = 0$ tritt die Wasserfontäne aus der Öffnung aus. Nach 4 Metern trifft sie wieder auf den Boden auf. | | 4 | |
| e) | Überführung von der Normalform in die Scheitelpunktform:<br>$f(x) = -x^2 + 4x$<br>$= -[x^2 - 4x + 4 - 4]$<br>$= -[(x-2)^2 - 4]$<br>$= -(x-2)^2 + 4$<br>Die Wasserfontäne erreicht eine maximale Höhe von 4 Metern.<br>*Hinweis: Eine Argumentation mit der Symmetrie ist möglich. Der höchste Punkt muss an der Stelle* $x = 2$ *liegen* $f(2) = 4$. | | 4 | |

| | **Lösungsskizze: Wasserfontäne** | Zuordnung, Bewertung | | |
|---|---|---|---|---|
| | | I | II | III |
| f) | Die Parabel soll um 0,84 Einheiten in positiver $y$-Richtung verschoben werden, womit sich alle Funktionswerte um 0,84 vergrößern. Man erhält die Funktionsgleichung:<br>$f(x) = -x^2 + 4x + 0{,}84$<br>$a$ darf höchstens 4,5 sein und die Wasserfontäne darf an der Stelle 4,5 höchstens den Wert 0 annehmen, da die Wasserfontäne sonst über den erlaubten Bereich hinauszielen würde. Zu untersuchen ist, wie groß der Wert $f(4{,}5)$ ist.<br>$f(4{,}5) = -4{,}5^2 + 4 \cdot 4{,}5 + 0{,}84 = -1{,}41$<br>Da der Wert negativ ist, prallt die Wasserfontäne innerhalb des erlaubten Bereichs auf den Boden auf. Die Besucher werden nicht nass. Die Öffnung darf also 84 cm über dem Erdboden angebracht werden.<br>*Alternativ könnte man mit der Lage der Nullstellen argumentieren.* | | | 5 |
| | Insgesamt 22 BWE | 7 | 10 | 5 |

**Flöhe** (Leitidee funktionaler Zusammenhang)

| | **Lösungsskizze: Flöhe** | Zuordnung, Bewertung I | II | III |
|---|---|---|---|---|
| a) | $0{,}003\ \text{m} = 0{,}3\,\text{cm} = 3\ \text{mm}$ | 2 | | |
| b) | $5\,\% \mathrel{\hat{=}} 20$<br>$100\,\% \mathrel{\hat{=}} 400$<br>$400 - 20 = 380$<br>Es sind 380 Eier, Larven und Puppen im Fell eines Hundes bei 20 erwachsenen Flöhen. | 3 | | |
| c) | • Auswahl:<br>(3) $y = 40x + 278$ ist die richtige Funktionsgleichung.<br>• Begründung:<br>- Die Steigung beträgt 40, da 40 Eier pro Tag gelegt werden.<br>- Der $y$-Achsenabschnitt liegt bei +278, da die Anzahl der Eier schon vorhanden ist.<br>• Berechnung:<br>$y = 40x + 278$<br>$2\,318 = 40x + 278 \quad \vert -278$<br>$2\,040 = 40x \quad \vert :40$<br>$51 = x$<br>Nach 51 weiteren Tagen ist die Anzahl der Eier erreicht.<br>*Falls eine andere Funktionsgleichung gewählt wurde, ist auf Folgefehler zu achten. Für (1) ergibt sich 64,9 und für (2) 7,141… als Lösung.* | 2 | 5 | |
| d) | Dieser Floh springt 30 cm hoch.<br>Weite des Sprunges über Nullstellenberechnung:<br>$f_1(x) = -0{,}05x^2 + 30$<br>$0 = -0{,}05x^2 + 30 \quad \vert +0{,}05x^2$<br>$0{,}05\,x^2 = 30 \quad \vert :0{,}05$<br>$x^2 = 600 \quad \vert \sqrt{\ }$<br>$x_{1,2} = \pm 24{,}494897...$<br>$24{,}494897... \cdot 2 = 48{,}98979...$<br>Ein Floh springt etwa 49 cm weit.<br>*Der negative Wert entfällt.* | | 5 | 1 |

| | **Lösungsskizze: Flöhe** | Zuordnung, Bewertung | | |
|---|---|---|---|---|
| | | I | II | III |
| e) | • Ausgangsgleichung: $f(x) = -0{,}05x^2 + 30$<br>*Variante 1:*<br>Der Parameter *a* wird beibehalten, *c* wird geändert: $c > 30$<br>Begründung: Der Scheitelpunkt wird hochgesetzt, dadurch wird der Abstand der Nullstellen zueinander größer.<br>*Variante 2:*<br>Der Parameter $c = 30$ wird beibehalten, *a* wird geändert: $-0{,}05 < a < 0$<br>Begründung: Die Parabel wird stärker gestaucht, so dass die Nullstellen weiter auseinander liegen.<br>*Variante 3:*<br>Die Parameter *a* und *c* werden beide geändert: $\left\|\frac{c}{a}\right\| > 600$<br>• Begründung: Die Parabel muss für einen weiteren Sprung stärker gestaucht sein und/oder einen höheren Scheitelpunkt haben.<br>*Sollte* Variante 3 *gewählt worden sein, müssen* a < 0 *und* c > 0 *sein, um einen Sprung dazustellen.* | | | 4 |
| | Insgesamt 22 BWE | 7 | 10 | 5 |

**Schützenfisch** (Leitidee funktionaler Zusammenhang)

| | Lösungsskizze: Schützenfisch | Zuordnung, Bewertung | | |
|---|---|---|---|---|
| | | I | II | III |
| a) | 570 Mio. = 0,57 Mrd.<br>570 Mio. = 570 000 000 | 2 | | |
| b) | 100 % ≙ 230 000<br>1 % ≙ 2 300<br>12 % ≙ 27 600<br>Es gibt im Meer 27 600 Fischarten. | 2 | 1 | |
| c) | 15 min = 0,25 h<br>7 000 m = 7 km<br>$v = \frac{s}{t}$<br>$v = \frac{7}{0,25} = 28$<br>Ein solcher Raubfisch schwimmt mit einer Geschwindigkeit von $28\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$. | 2 | 2 | |
| d) | • $f_1(x) = -\frac{1}{2}(x-2)^2 + 2$ ist die richtige Funktionsgleichung.<br>• Bei $f_2(x) = -\frac{1}{2}(x+2)^2 + 2$ ist der Scheitelpunkt falsch angeben, er hätte die Koordinaten bei $(-2 \mid 2)$.<br>Bei $f_3(x) = \frac{1}{2}(x-2)^2 - 2$ ist (a) der Scheitelpunkt falsch angeben, er hätte die Koordinaten bei $(2 \mid -2)$ oder (b) der Graph zu dieser Funktionsgleichung ist nach oben geöffnet. | 1 | 2 | |

<table>
<tr><th rowspan="2"></th><th rowspan="2">Lösungsskizze: Schützenfisch</th><th colspan="3">Zuordnung, Bewertung</th></tr>
<tr><th>I</th><th>II</th><th>III</th></tr>
<tr><td>e)</td><td>• Der Scheitelpunkt liegt bei $(2 \mid 2)$, es wird eine maximale Höhe von 2 Metern erreicht.<br>• Bestimmung der Entfernung über Nullstellenberechnung:<br>$0 = -\frac{1}{2}(x-2)^2 + 2 \quad \mid -2$<br>$-2 = -\frac{1}{2}(x-2)^2 \quad \mid :\left(-\frac{1}{2}\right)$<br>$4 = (x-2)^2 \quad \mid \sqrt{\phantom{x}}$<br>$\pm 2 = x - 2 \quad \mid +2$<br>$0 = x_1$<br>$4 = x_2$<br>Der Wasserstrahl trifft nach 4 Metern wieder auf die Wasseroberfläche.</td><td></td><td>5</td><td>1</td></tr>
<tr><td>f)</td><td>$g(x) = -\frac{1}{4}x^2 + 1,05x$<br>$1 = -\frac{1}{4}x^2 + 1,05x \quad \mid -1$<br>$0 = -\frac{1}{4}x^2 + 1,05x - 1 \quad \mid :\left(-\frac{1}{4}\right)$<br>$0 = x^2 - 4,2x + 4$<br>Anwenden der p-q-Formel:<br>$x_{1,2} = 2,1 \pm \sqrt{2,1^2 - 4}$<br>$x_{1,2} = 2,1 \pm \sqrt{0,41}$<br>$x_1 = 2,740...$<br>$x_2 = 1,459...$<br>Das Insekt kann entweder ungefähr 2,7 Meter oder ungefähr 1,5 Meter entfernt vom Fisch auf die Wasseroberfläche fallen.</td><td></td><td></td><td>4</td></tr>
<tr><td></td><td>Insgesamt 22 BWE</td><td>7</td><td>10</td><td>5</td></tr>
</table>

## 3.3 Aufgaben zur Leitidee Daten und Zufall

### Schweinerei

<table>
<tr><th rowspan="2"></th><th rowspan="2">Lösungsskizze: Schweinerei</th><th colspan="3">Zuordnung, Bewertung</th></tr>
<tr><th>I</th><th>II</th><th>III</th></tr>
<tr><td>a)</td><td>$P(\text{Sau}) = 0,65 = 65\ \% = \frac{65}{100}$</td><td>2</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>b)</td><td>
<table>
<tr><th>Lage</th><th>„Sau“</th><th>„Suhle“</th><th>„Haxe“</th><th>„Schnauze“</th><th>Summe</th></tr>
<tr><td>absolute Häufigkeit</td><td>1302</td><td>498</td><td>129</td><td>71</td><td>2000</td></tr>
<tr><td>relative Häufigkeit</td><td>0,651</td><td>0,249</td><td>0,0645</td><td>0,0355</td><td>1</td></tr>
</table>
</td><td>5</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>c)</td><td>

- Die Ergebnisse in den Tabellen zeigen, dass die relativen Häufigkeiten den vom Hersteller genannten Wahrscheinlichkeiten sehr gut entsprechen.
- Eventuelle Abweichungen sind vermutlich darin begründet, dass die Anzahl der Versuche nicht groß genug ist.

*Es ist nicht korrekt, die Abweichungen als fehlerhafte Herstellerangaben zu deuten. Auf Folgefehler ist zu achten.*
</td><td></td><td>3</td><td></td></tr>
<tr><td>d)</td><td>

- $P(\text{Sau, Sau}) = 0,65 \cdot 0,65$
  $= 0,4225$
  Die Wahrscheinlichkeit für dieses Ereignis beträgt etwa 42 %.
- $P(\text{Haxe, nicht Haxe}) = 0,06 \cdot (1 - 0,06)$
  $= 0,06 \cdot 0,94$
  $= 0,0564$
  Die Wahrscheinlichkeit für dieses Ereignis beträgt etwa 3 %.
</td><td></td><td>4</td><td>1</td></tr>
<tr><td>e)</td><td>

$P(\text{Schwein liegt nicht auf "Schnauze"}) = 1 - 0,03$
$= 0,97$

$P(\text{mindestens ein Schwein liegt auf "Schnauze"})$
$= 1 - P(\text{drei Schweine liegen nicht auf "Schnauze"})$
$= 1 - 0,97^3$
$= 0,087327$

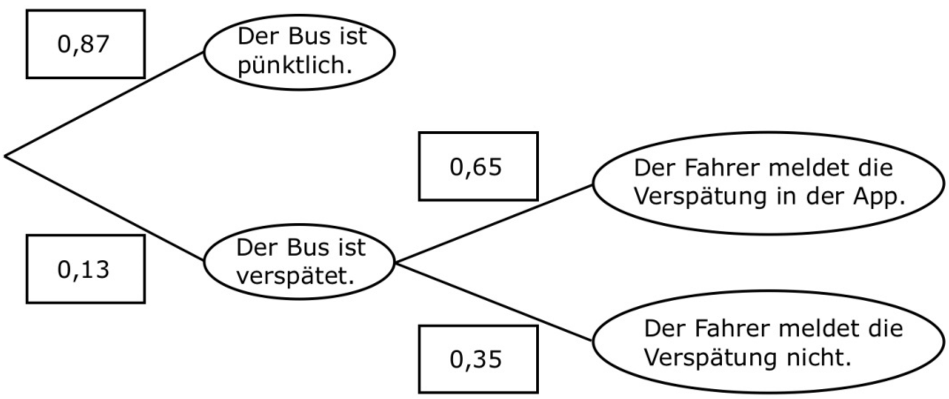
Die Wahrscheinlichkeit beträgt etwa 8,7 %.
</td><td></td><td>3</td><td></td></tr>
<tr><td>f)</td><td>

Mit diesen Daten kann man den Erwartungswert $(E)$ der Auszahlung des Glücksspiels ausrechnen:

$E = 0,275 \cdot 2 + 0,087 \cdot 3 + 0,018 \cdot 5 = 0,901$

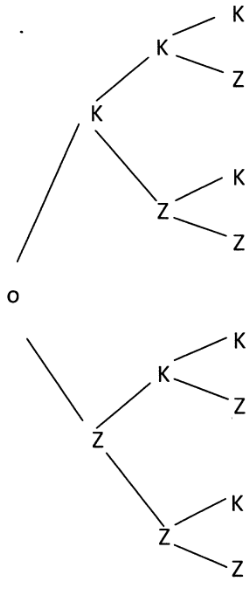
Da die Klasse pro Spiel 1 € einnehmen, aber im langfristigen Mittel nur 90 Cent pro Spiel auszahlen müssen, können sie langfristig mit Einnahmen rechnen.
</td><td></td><td></td><td>4</td></tr>
<tr><td></td><td>Insgesamt 22 BWE</td><td>7</td><td>10</td><td>5</td></tr>
</table>

**Stadtbus** (Leitidee Daten und Zufall)

<table>
<tr><th rowspan="2"></th><th rowspan="2">Lösungsskizze: Stadtbus</th><th colspan="3">Zuordnung, Bewertung</th></tr>
<tr><th>I</th><th>II</th><th>III</th></tr>
<tr><td>a)</td><td>$75+57+18=150$<br><br>Es sind 150 Verspätungen gezählt worden.</td><td>2</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>b)</td><td>$150:3=50$<br><br>Die durchschnittliche Anzahl an Verspätungen beträgt 50.</td><td>2</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>c)</td><td>• Das Kreisdiagramm III stellt das Untersuchungsergebnis richtig dar.<br><br>• Das Kreisdiagramm I ist falsch, da der Anteil für die Buslinie 6 nicht 50 % beträgt.<br><br>$\frac{75}{150}=\frac{1}{2}=0{,}5=50\ \% \neq 45\ \%$<br><br>Das Kreisdiagramm II ist falsch, da der Anteil der Buslinie 39 nicht 38 % beträgt.<br><br>$\frac{57}{150}=0{,}38=38\ \% \neq 32\ \%$</td><td>1</td><td>4</td><td></td></tr>
<tr><td>d)</td><td>• Vollständiges Baumdiagramm:<br><br><br><br><br>• Bestimmen der Wahrscheinlichkeit:<br><br>$P(\text{verspätet, in App gemeldet}) = 0{,}13\cdot 0{,}65$<br>$= 0{,}0845$<br>$= 8{,}45\ \%$<br><br>Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Bus der Linie 252 verspätet ist und der Fahrer die Verspätung in der App meldet, beträgt ungefähr 8,5 %.</td><td>2</td><td>6</td><td></td></tr>
</table>

| | Lösungsskizze: Stadtbus | Zuordnung, Bewertung | | |
|---|---|---|---|---|
| | | I | II | III |
| e) | Fiona:<br><br>$P(\text{drei Busse sind hintereinander pünktlich}) = 0{,}87^3$<br>$= 0{,}6585... > 0{,}5$<br><br>Kubilay:<br><br>Das Gegenereignis zu „mindestens einer von fünf Bussen ist verspätet“ ist „keiner von fünf Bussen ist verspätet“:<br><br>$P(\text{mindestens einer von fünf Bussen ist verspätet}) = 1-(0{,}87)^5$<br>$= 0{,}5015... \neq 0{,}9$<br><br>Fionas Aussage ist wahr und Kubilays Aussage ist falsch. | | | 5 |
| | Insgesamt 22 BWE | 7 | 10 | 5 |

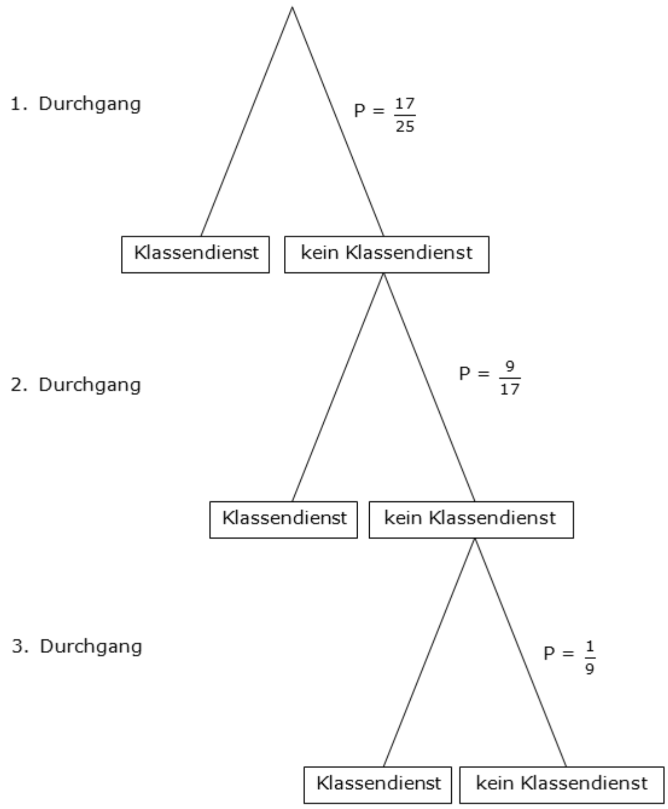
**(Gezinkte) Münze** (Leitidee Daten und Zufall)

<table>
<tr><th rowspan="2"></th><th rowspan="2">Lösungsskizze: (Gezinkte) Münze</th><th colspan="3">Zuordnung, Bewertung</th></tr>
<tr><th>I</th><th>II</th><th>III</th></tr>
<tr><td>a)</td><td>$P\left(\text{nicht gezinkt}\right)=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}=66{,}\overline{6}\ \%$<br>Die Wahrscheinlichkeit, dass Peters Münze nicht gezinkt ist, beträgt ungefähr 67 %.</td><td>2</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>b)</td><td>
<table>
<tr><th>Ergebnis</th><th>absolute Häufigkeit</th><th>relative Häufigkeit (als Bruch)</th><th>relative Häufigkeit (in Prozent)</th></tr>
<tr><td>Kopf (K)</td><td>12</td><td>$\frac{12}{25}$</td><td>48 %</td></tr>
<tr><td>Zahl (Z)</td><td>13</td><td>$\frac{13}{25}$</td><td>52 %</td></tr>
<tr><td>Summe</td><td>25</td><td>$\frac{25}{25}$</td><td>100 %</td></tr>
</table>
</td><td>3</td><td>2</td><td></td></tr>
<tr><td>c)</td><td>• (K, Z, Z); (Z, K, Z), (Z, Z, K); (Z, Z, Z)<br>• Es gilt: $P\left(\text{Kopf}\right)$ = 55 % = 0,55<br>Weil „Zahl“ das Gegenereignis zu „Kopf“ ist, muss gelten:<br>$P\left(\text{Zahl}\right)=1-P\left(\text{Kopf}\right)=1-0{,}55=\frac{45}{100}=\frac{9}{20}$</td><td>1</td><td>3</td><td></td></tr>
<tr><td>d)</td><td><br>
<br>
P(K, K, K) = $0{,}55^3=0{,}166375\approx0{,}17$ Peter gewinnt<br>
P(K, K, Z) = $0{,}55^2\cdot0{,}45=0{,}136125\approx0{,}14$ Peter gewinnt<br>
P(K, Z, K) = $0{,}55^2\cdot0{,}45=0{,}136125\approx0{,}14$ Peter gewinnt<br>
P(K, Z, Z) = $0{,}55\cdot0{,}45^2=0{,}111375\approx0{,}11$ Karl gewinnt<br>
P(Z, K, K) = $0{,}55^2\cdot0{,}45=0{,}136125\approx0{,}14$ Peter gewinnt<br>
P(Z, K, Z) = $0{,}55\cdot0{,}45^2=0{,}111375\approx0{,}11$ Karl gewinnt<br>
P(Z, Z, K) = $0{,}55\cdot0{,}45^2=0{,}111375\approx0{,}11$ Karl gewinnt<br>
P(Z, Z, Z) = $0{,}45^3=0{,}091125\approx0{,}09$ Karl gewinnt</td><td>1</td><td>5</td><td></td></tr>
</table>

| | **Lösungsskizze: (Gezinkte) Münze** | Zuordnung, Bewertung | | |
|---|---|---|---|---|
| | | I | II | III |
| e) | • $P(\text{Peter gewinnt}) = 3 \cdot 0{,}55^2 \cdot 0{,}45 + 0{,}55^3$ <br> $= 0{,}57475$ <br> Peter gewinnt mit einer Wahrscheinlichkeit von ungefähr 57,5 %. <br> • $P(\text{Peter gewinnt zweimal hintereinander}) = 0{,}57475^2$ <br> $= 0{,}3303375625$ <br> Peter gewinnt mit einer Wahrscheinlichkeit von ungefähr 33 % zweimal hintereinander. | | | 5 |
| | Insgesamt 22 BWE | 7 | 10 | 5 |

**Klassendienste** (Leitidee Daten und Zufall)

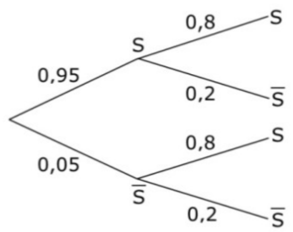
| | Lösungsskizze: Klassendienste | Zuordnung, Bewertung | | |
|---|---|---|---|---|
| | | I | II | III |
| a) | Es werden 8 von 25 Kindern einen Klassendienst gebraucht.<br>Somit ergibt sich: $\frac{8}{25} = 0{,}32 = 32\ \%$<br>Der Anteil der Kinder, die für einen Klassendienst gebraucht werden, beträgt 32 %. | 2 | | |
| b) | • Der niedrigste Wert liegt bei 8 Klassendiensten, der höchste bei 17 Klassendiensten.<br>Die Spannweite ist demnach $17 - 8 = 9$.<br>• Die horizontale Linie stellt den Mittelwert der erledigten Klassendienste der Kinder dar. Mit ihrer Hilfe kann man auf einem Blick erkennen, wer mehr oder weniger Dienste, als im Durchschnitt, erledigt hat.<br>• Berechnung der durchschnittlichen Wahrscheinlichkeit:<br>$\frac{13+12+11+9+15+8+10+13+14+10+11+16+13+14+10+14+12+14+15+13+12+9+17+13+16}{25}$<br>$= \frac{314}{25}$<br>$= 12{,}56$<br>Die Linie schneidet die $y$-Achse bei 12,56. | 4 | 2 | |
| c) | Da immer wieder neu ermittelt wird, liegt die Wahrscheinlichkeit in der nächsten Woche einen Klassendienst auszuüben wieder bei 32 %. Insofern ist Karls Aussage falsch. | | 3 | |
| d) | $P(\text{Klassendienst}) = \left(\frac{8}{25}\right)^3 = 0{,}032768$<br>Die Wahrscheinlichkeit, dreimal hintereinander einen Klassendienst ausüben zu müssen, beträgt etwa 3,3 %. | | 3 | |

<table>
<tr><td rowspan="2"></td><td rowspan="2">Lösungsskizze: Klassendienste</td><td colspan="3">Zuordnung, Bewertung</td></tr>
<tr><td>I</td><td>II</td><td>III</td></tr>
<tr><td>e)</td><td>


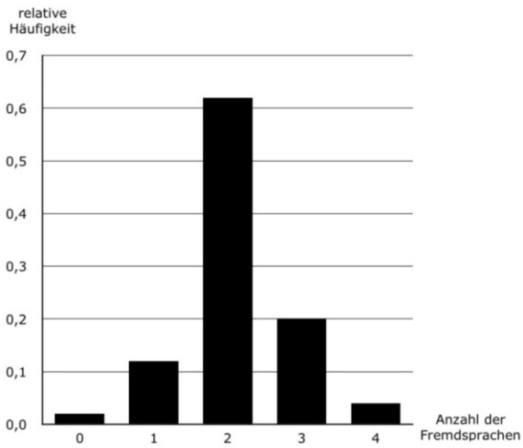

$$P\left(\text{kein Klassendienst}\right)=\frac{17}{25}\cdot\frac{9}{17}\cdot\frac{1}{9}=\frac{1}{25}=0{,}04=4\ \%$$

Die Wahrscheinlichkeit, keinen Klassendienst zugewiesen zu bekommen, beträgt 4 %.</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr>
<tr><td>f)</td><td>Während im vorherigen Verfahren nach einem Schuljahr noch eine relativ breite Streuung in der Anzahl zu sehen ist, müsste es nach der Regel der großen Zahl im Laufe von 6 Schuljahren und somit rund 200 Schulwochen zwar wohl keine Gleichheit, aber schon eine Angleichung in der Anzahl der auszuübenden Klassendienste stattfinden. Da beide Verfahren auf dem Zufall beruhen, sind beide Verfahren in gleich fair.</td><td></td><td></td><td>2</td></tr>
<tr><td></td><td>Insgesamt 22 BWE</td><td>7</td><td>10</td><td>5</td></tr>
</table>

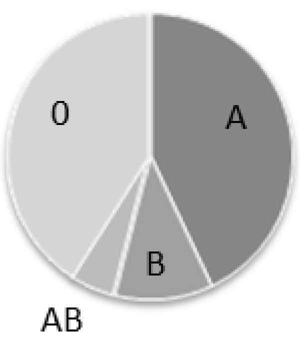
**Eiskunstlauf** (Leitidee Daten und Zufall)

| | **Lösungsskizze: Eiskunstlauf** | Zuordnung, Bewertung I | II | III |
|---|---|---|---|---|
| a) | Abnahme von 2012 auf 2014:<br>$5\,940\,000 - 5\,760\,000 = 180\,000$<br>Abnahme von 2014 auf 2016:<br>$5\,760\,000 - 5\,530\,000 = 230\,000$ | 2 | | |
| b) | $3600 \cdot 6 + 2400 \cdot 8 + 1200 \cdot 10 = 52\,800$<br>Die Gesamteinnahmen durch den Verkauf der Eintrittskarten betragen 52 800 Euro. | 2 | 1 | |
| c) | - Das Kreisdiagramm besteht aus mehr als drei Kreissektoren bzw. weist einen Spalt auf.<br>- Die Beschriftung ist nicht vollständig.<br>- Der Halbkreis ist mit „Loge" statt mit „Parkett" beschriftet.<br>- Der mit „VIP" beschriftete Anteil ist kleiner als ein Sechstel.<br>- Der Anteil für die Kategorie „Loge" ist größer als ein Drittel. | 3 | 2 | |
| d) | • Vollständiges Baumdiagramm (mit Beschriftung):<br><br><br>S : der Sprung gelingt fehlerfrei<br>$\overline{S}$ : der Sprung gelingt nicht fehlerfrei<br>• Bestimmung der Wahrscheinlichkeit, dass beide Sprünge gelingen:<br>$P(\text{beide Sprünge gelingen}) = 0{,}95 \cdot 0{,}8 = 0{,}76 = 76\ \%$<br>Die Wahrscheinlichkeit, dass beide Sprünge gelingen, beträgt 76 %. | | 7 | 2 |
| e) | Anzahl der Reihenfolgen:<br>$5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$<br>Nala hat Recht. Es gibt 120 verschiedene Reihenfolgen. | | | 3 |
| | Insgesamt 22 BWE | 7 | 10 | 5 |

**Fremdsprachen** (Leitidee Daten und Zufall)

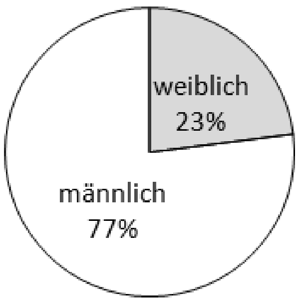
| | **Lösungsskizze: Fremdsprachen** | Zuordnung, Bewertung<br>I | <br>II | <br>III |
|---|---|---|---|---|
| a) | $9+54+279+90+18=450$<br>Es sind 450 Personen befragt worden. | 2 | | |
| b) | $\frac{9\cdot 0+54\cdot 1+279\cdot 2+90\cdot 3+18\cdot 4}{450}=\frac{954}{450}=2{,}12$<br>Die durchschnittliche Anzahl erlernter Fremdsprachen beträgt 2,12 bzw. ungefähr 2. | | 3 | |
| c) | • $\frac{90}{450}=0{,}2=20\ \%$<br>• Vollständiges Säulen-diagramm:<br>$\frac{18}{450}=0{,}04=4\ \%$<br>*Da der Balken für 3 Fremdsprachen 0,2 hoch ist, weiß man, dass auf der Achse mit den relativen Häufigkeiten eine Einheit 0,1 lang ist. Zu berechnen ist dann noch die Höhe des Balkens für 4 Fremdsprachen.*<br><br>*Eine Angabe in Prozent ist an der y-Achse ebenfalls möglich.* | 5 | 1 | |
| d) | Inga hat bei der 1. Stufe die Ereignisse R und F vertauscht.<br>Bei der 2. Stufe muss an den Pfaden, die zu R führen, jeweils die Wahrscheinlichkeit 0,6 stehen, bei den Pfaden, die zu F führen, jeweils die Wahrscheinlichkeit 0,4. | | 3 | |
| e) | $P(\text{genau ein Satz richtig})=0{,}6\cdot 0{,}4+0{,}4\cdot 0{,}6$<br>$=0{,}48=48\ \%$<br>Die Wahrscheinlichkeit, dass genau einer der Sätze richtig übersetzt wird, beträgt 48 %. | | 3 | 1 |
| f) | Vor dem Update sind 4 von 10 Sätzen falsch übersetzt worden. Das entspricht 40 %. Nach dem Update gibt es nur halb so viele Fehlersätze, d.h. 2 von 10 Sätzen werden fehlerhaft übersetzt. Das entspricht 20 %. Also werden nach dem Update 80 % aller Sätze korrekt übersetzt, aber nicht 90 %.<br>Die Aussage des Herstellers ist somit falsch. | | | 4 |
| | Insgesamt 22 BWE | 7 | 10 | 5 |

**Blutgruppen** (Leitidee Daten und Zufall)

| | **Lösungsskizze: Blutgruppen** | Zuordnung, Bewertung | | |
|---|---|---|---|---|
| | | I | II | III |
| a) | 100 % – 43 % – 11 % – 5 % = 41 %<br>41 % der Deutschen haben die Blutgruppe 0. | 1 | | |
| b) | • Auswahl:<br>Etwa 9 Mio. Einwohner haben …<br>○ die Blutgruppe A.<br>☒ die Blutgruppe B.<br>○ die Blutgruppe AB.<br>○ die Blutgruppe 0.<br>Eine Rechnung hierzu ist:<br>$\frac{9\ 000\ 000}{81\ 890\ 000} = 0{,}1099... \approx 11\ \%$<br>*Eine Darstellung der Rechnung ist nicht gefordert, kann aber schon zu einem Teilpunkt führen.*<br>• Blutgruppe A: $81\ 890\ 000 \cdot 0{,}43 = 35\ 212\ 700$<br>Es haben rund 35,2 Mio. Menschen in Deutschland die Blutgruppe A. | 4 | | |
| c) | • Kreisdiagramm C gibt die Verteilung der Blutgruppen richtig wieder.<br><br>• Mögliche Begründungen, warum A und B nicht stimmen:<br>In Diagramm A gibt es zwei Sektoren mit jeweils 25 %, welche in der Verteilung jedoch nicht vorkommen.<br>Diagramm B kann nicht stimmen, weil keine der Blutgruppen zu mehr als 50 % vorkommt.<br>*Hinweis: Ein Folgefehler aus a) ist zu berücksichtigen.* | 1 | 2 | |

| | **Lösungsskizze: Blutgruppen** | Zuordnung, Bewertung | | |
|---|---|---|---|---|
| | | I | II | III |
| d) | • Mögliche Spenderjahre von Sebastian: $47-18=29$<br>• Anzahl der möglichen Blutspenden pro Jahr:<br>Maximal gespendete Blutmenge pro Jahr: $365:58\cdot 0{,}5=3{,}14655...$<br>Maximale Menge des gespendeten Bluts: $29\cdot 3{,}14655...=91{,}25$<br>Sebastians Aussage ist falsch. Er kann bisher nicht mehr als rund 91 Liter Blut gespendet haben.<br>*Gerundete Werte sollen als korrekt bewertet werden.*<br>*Wenn mit 30 Spenderjahren gerechnet wird, weil Sebastians erste Spende an seinem 18. Geburtstag und seine letzte einen Tag vor seinem 48. Geburtstag stattgefunden haben könnte, so ist das auch als richtig zu bewerten. Auch diese maximal mögliche Menge an Blut würde mit ungefähr 94,4 Litern noch unter 100 Liter liegen.* | 1 | 3 | |
| e) | • $P(\text{B,B})=0{,}11\cdot 0{,}11=0{,}0121\approx 1\ \%$<br>Die Wahrscheinlichkeit, dass beide Personen die Blutgruppe B besitzen, liegt bei ungefähr 1%.<br>• $P(\text{A,A})=0{,}43\cdot 0{,}43=0{,}1849=18{,}49\ \%$<br>$P(\text{B,B})=0{,}11\cdot 0{,}11=0{,}0121=1{,}21\ \%$<br>$P(\text{AB,AB})=0{,}05\cdot 0{,}05=0{,}0025=0{,}25\ \%$<br>$P(0,0)=0{,}41\cdot 0{,}41=0{,}1681=16{,}81\ \%$<br>$P(\text{A,A})+P(\text{B,B})+P(\text{AB,AB})+P(0,0)=0{,}3676=36{,}76\ \%$<br>Die Wahrscheinlichkeit, dass beide Personen die gleiche Blutgruppe haben, liegt bei 36,76 %. | | 5 | 2 |
| f) | Das Gegenereignis zu „mindestens einer" ist „keiner".<br>$P(\text{keiner AB})=0{,}95^{21}$<br>$=0{,}34056...$<br>$P(\text{mindestens einer AB})=1-P(\text{keiner AB})$<br>$=1-0{,}34056...$<br>$=0{,}6594...$<br>Die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens ein Schüler oder eine Schülerin in dieser Klasse die Blutgruppe AB besitzt, liegt in etwa bei 65,9 %. | | | 3 |
| | Insgesamt 22 BWE | 7 | 10 | 5 |

**Hamburg-Marathon** (Leitidee Daten und Zufall)

| | **Lösungsskizze: Hamburg-Marathon** | Zuordnung, Bewertung | | |
|---|---|---|---|---|
| | | I | II | III |
| a) | 2 Stunden 7 Minuten 17 Sekunden = 7 637 Sekunden<br>$7\,637 \text{ s} \to 42\,195 \text{ m}$<br>$1 \text{ s} \to 5{,}525075... \text{ m}$<br>$3\,600 \text{ s} \to 19\,890{,}27... \text{ m} = 19{,}890... \text{ km}$<br>Der schnellste Läufer hatte eine Durchschnittsgeschwindigkeit von ungefähr 19,9 km/h. | 3 | | |
| b) | $4{,}25 \text{ min} \to 1 \text{ km}$<br>$179{,}3... \text{ min} \to 42{,}195 \text{ km}$<br>179,3… min < 180 min bzw. 3 h<br>Georg schafft die Strecke in knapp unter 3 Stunden. | | 3 | |
| c) | • $\frac{3\,359}{14\,753} = 0{,}22768... = 22{,}768...\,\%$<br>• 22,768… % von 360° sind 81,9657…°<br>*Die Winkelgröße für den weiblichen Anteil sollte zwischen 81° und 83° liegen.*<br><br><br>Berechnung mit dem Kontrollwert:<br>23 % von 360° sind 82,8°<br>*Diese Winkelgröße vom Kontrollwert für den weiblichen Anteil sollte zwischen 82° und 84° liegen.*<br>*Die prozentualen Angaben sind als Beschriftung nicht zwingend erforderlich.* | 4 | 1 | |
| d) | Georg betrachtet die absolute Häufigkeit:<br>$\frac{3\,359}{633} = 5{,}306... \approx 5$<br>Vera geht von der relativen Häufigkeit aus:<br>1986: $\frac{633}{6\,957} = 0{,}090987... \approx 9{,}1\%$<br>2015: $\frac{3\,359}{14\,753} = 0{,}22768... \approx 22{,}8\%$<br>$\frac{0{,}22768...}{0{,}090987...} = 2{,}502... \approx 2{,}5$<br>*Wenn die Begriffe absolute und relative Häufigkeit nicht genannt werden, aber durch Rechnung oder Beschreibung derselbe Sachverhalt dargestellt wird, wird die volle Punktzahl gegeben.* | | 4 | |

| | **Lösungsskizze: Hamburg-Marathon** | Zuordnung, Bewertung | | |
|---|---|---|---|---|
| | | I | II | III |
| e) | Startnummern, die mit der Ziffer 4 beginnen, und zwischen 1 und 20 000 liegen:<br>4, 40-49, 400-499, 4 000-4 999<br>Das sind insgesamt $1+10+100+1\,000=1\,111$ Startnummern.<br>$\frac{1\,111}{20\,000}=0{,}05555$<br>Die Wahrscheinlichkeit, dass Georgs Startnummer mit der Ziffer 4 beginnt, liegt bei etwa 5,6 %. | | 2 | 2 |
| f) | Das Gegenereignis zu „mindestens eine 4" ist „keine 4". Da die Startnummern nur bis 20 000 vergeben werden, kann an der ersten Stelle nicht die Ziffer 4 vorkommen.<br>$P(\text{keine }4)=1\cdot\frac{9}{10}\cdot\frac{9}{10}\cdot\frac{9}{10}\cdot\frac{9}{10}=0{,}6561=65{,}61\ \%$<br>$P(\text{min eine }4)=1-0{,}6561=0{,}3439=34{,}39\ \%$<br>Die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens eine „4" in seiner Startnummer vorkommt, liegt bei etwa 34 %. | | | 3 |
| | Insgesamt 22 BWE | 7 | 10 | 5 |