Bildungsplan Gymnasium

Sekundarstufe I

Mathematik

Hamburg

Impressum

Herausgeber:

Freie und Hansestadt Hamburg
Behörde für Schule und Berufsbildung

Alle Rechte vorbehalten.

Referat: Unterrichtsentwicklung mathematisch-naturwissenschaftlich-technischer Fächer und Aufgabengebiete

Referatsleitung: Dr. Najibulla Karim

Fachreferentin: Xenia Rendtel

Redaktion: Shadi Hosseini
Julia Kasicz
Malin Klawonn
Frank Vogel
Melanie Schakies-Ottenstein
Anna Serck
Martina Beer
Sarah Mesrogli

Hamburg 2022

Inhaltsverzeichnis

1 Lernen im Fach Mathematik 4
1.1 Didaktische Grundsätze 4
1.2 Beitrag des Faches zu den Leitperspektiven 8
1.3 Sprachbildung als Querschnittsaufgabe 10
2 Kompetenzen und Inhalte im Fach Mathematik 10
2.1 Überfachliche Kompetenzen 11
2.2 Fachliche Kompetenzen 12
2.3 Inhalte 43

1 Lernen im Fach Mathematik

Im Mathematikunterricht lernen die Schülerinnen und Schüler Begriffe und Methoden, um ihre Umwelt mathematisch zu durchdringen, sich in ihr zu orientieren und Probleme mit mathematischen Mitteln zu lösen. Dabei werden mathematische Kompetenzen erworben, d. h. nachhaltige und übertragbare Kenntnisse, Fertigkeiten, Fähigkeiten und Einstellungen.

Grunderfahrungen

Der Mathematikunterricht trägt zur Bildung der Schülerinnen und Schüler bei, indem er ihnen insbesondere folgende Grunderfahrungen ermöglicht, die miteinander in engem Zusammenhang stehen:

- Erscheinungen der Welt um uns, die uns alle angehen oder angehen sollten, aus Natur, Gesellschaft und Kultur in einer spezifischen Art wahrzunehmen und zu verstehen,
- mathematische Gegenstände und Sachverhalte, repräsentiert in Sprache, Symbolen, Bildern und Formeln, als geistige Schöpfungen sowie als eine deduktiv geordnete Welt eigener Art kennenzulernen und zu begreifen,
- in der Auseinandersetzung mit Aufgaben Problemlösefähigkeiten, die über die Mathematik hinausgehen, zu erwerben.

Der Mathematikunterricht in der Stadtteilschule knüpft an mathematikhaltige Alltagserfahrungen sowie an individuelle Lernvoraussetzungen der Schülerinnen und Schüler an und inspiriert insbesondere eigenständige mathematische Aktivitäten. Auf diese Weise entwickeln die Schülerinnen und Schüler Selbstvertrauen und somit eine positive Einstellung zur Mathematik. Die erste und die dritte Grunderfahrung bilden daher Ausgangspunkte des mathematischen Lernprozesses. Der in der zweiten Grunderfahrung hervorgehobene innermathematische Aspekt gewinnt im Laufe der Zeit, dem Stand der bis dahin entwickelten Kompetenzen entsprechend, zunehmend an Bedeutung. Dabei wird präformalen Herangehensweisen gegenüber formalen der Vorzug gegeben. (Eine präformale Argumentation ist eine vollgültige Schlussweise, die sich auf Realitätsbezüge, Visualisierungen oder Handlungen stützt, aber noch nicht vollständig formalisiert ist.)

1.1 Didaktische Grundsätze

Schülerinnen und Schüler entwickeln ihre mathematischen Kompetenzen durch aktive Aneignungsprozesse, in denen sie Mathematik betreiben und neue Erkenntnisse zu vorhandenen Vorstellungen in Beziehung setzen. Dabei sind Intuition, Fantasie und schöpferisches Denken, aber auch Abstraktion und Verallgemeinerung wesentliche Bestandteile.

Grundvorstellungen

Um Mathematik sinnerfüllt erleben und verstehen zu können, müssen von Schülerinnen und Schülern tragfähige Grundvorstellungen aufgebaut werden. Dabei gehören zu einem mathematischen Gegenstand oder Verfahren häufig mehrere Grundvorstellungen, mit denen der Schüler oder die Schülerin flexibel und situationsgerecht hantieren muss. Die Entwicklung von Grundvorstellungen knüpft an den individuellen Erfahrungsstand der Schülerinnen und Schüler an. Ohne das vorherige Entwickeln von Grundvorstellungen können mathematische Kompetenzen nicht entstehen. Leitfragen wie „Was bedeutet das?“ oder „Wozu verwendet man

das?“ sind die Grundlage, auf der Schülerinnen und Schüler erst mathematisches Verständnis ausbilden können.

Mathematisches Denken

Mathematik bringt gedankliche und begriffliche Ordnung in die Welt der Phänomene. Mathematische Tätigkeiten und Denkweisen werden durch folgende Begriffe beschrieben: Ordnen und Klassifizieren, Präzisieren und Definieren, Begründen und Beweisen, Abstrahieren und Verallgemeinern, Vertiefen und Vernetzen. Im Wechselspiel dieser Tätigkeiten entstehen mathematische Kompetenzen in einem spiralförmigen Prozess.

Das Erkennen und das Verwenden von Symmetrien sind für die Mathematik fundamental, erschließen sich aus elementaren Wahrnehmungen durch mathematisches Denken und macht dann mathematische Probleme übersichtlicher, einfacher und unter Umständen erst beherrschbar.

Beim Problemlösen kommen manchmal längere komplexe Rechnungen vor, die so vereinfacht werden können, dass sie routinemäßig – auch von Computern – ausgeführt werden könnten. Zum mathematischen Denken gehört das Entwickeln entsprechender Algorithmen (z. B. Algorithmen des schriftlichen Rechnens, Sieb des Eratosthenes, Lösungsalgorithmen für quadratische Gleichungen und für lineare Gleichungssysteme, Horner-Schema oder Polynomdivision). Der Mathematikunterricht darf nicht auf die Anwendung vorgegebener Algorithmen reduzieren.

Zum mathematischen Denken gehört es auch, Fragen zu stellen, die für die Mathematik charakteristisch sind („Gibt es …?“, „Wenn ja, wie viele?“, „Wie finden wir ...?“), und zu wissen, welche Art von Antworten die Mathematik für solche Fragen bereithält. Dabei gilt es zwischen unterschiedlichen Arten von Sprachkonstrukten zu unterscheiden (Definitionen, Sätze, Vermutungen, Hypothesen, Beispiele, Bedingungen).

Eine zentrale Rolle für das mathematische Denken spielt der Begriff der Variable. Die Entwicklung und die Festigung einer adäquaten Variablenvorstellung sind von überragender Bedeutung für den Mathematikunterricht.

Forschendes Lernen

Das Lernen von Mathematik wird als konstruierend-entdeckender Prozess verstanden, der an bereits vorhandene Kompetenzen anschließt. Die Schülerinnen und Schüler erhalten durch den flexiblen Einsatz verschiedener Unterrichtsmethoden Anregungen, mathematische Probleme selbstständig „forschend“ zu bearbeiten. Sie werden ermutigt, Fragen zu stellen, neue mathematische Inhalte, Zusammenhänge und Erkenntnisse selbsttätig zu erschließen und verschiedene Lern- und Lösungsstrategien zu entwickeln. Damit wird im Unterricht eine fruchtbare Balance zwischen der Instruktion durch die Lehrkraft sowie der Wissenskonstruktion durch die Schülerinnen und Schüler hergestellt. Im forschenden Lernen erfahren die Schülerinnen und Schüler ihr Handeln als bedeutungsvoll. Sie erlangen Vertrauen in ihre Denkfähigkeit und gewinnen eine positive Einstellung zur Mathematik.

Konvergente, d. h. auf eine bestimmte Lösung bzw. einen speziellen Lösungsalgorithmus hinauslaufende, Aufgaben werden durch Umformulieren, durch Weglassen einschränkender Bedingungen sowie durch Formulierung inverser Fragestellungen geöffnet und somit divergent erweitert. Solche offeneren Aufgaben ermöglichen es den Schülerinnen und Schülern, über Mathematik zu sprechen, verschiedene Lösungsansätze zu formulieren und diese zu diskutieren. Damit werden Eigenständigkeit bei Problemsituationen sowie Team- und Kommunikationsfähigkeit gefördert.

Handlungsorientierung

Handlungsorientierter Unterricht ermöglicht den Schülerinnen und Schülern einen aktiven und selbst gesteuerten Umgang mit Lerninhalten. Das beinhaltet beispielsweise im Bereich der mathematischen Modellierung eine Mitsprache bei der Auswahl des zu bearbeitenden realen Problems. In einem handlungsorientierten Unterricht ermöglichen offenere und komplexere Aufgabenstellungen den Schülerinnen und Schülern, individuelle Bearbeitungen auf verschiedenen Niveaus durchzuführen sowie Lösungswege und Arbeitsprodukte zu beschreiben und zu präsentieren. Die Schülerinnen und Schüler werden darin gefördert, ihre eigenen Aussagen argumentativ zu untermauern, die Argumente anderer aufzunehmen und zu prüfen sowie angemessen dazu Stellung zu nehmen. In verschiedenen kooperativen Lernformen entwickeln die Schülerinnen und Schüler ihre Kommunikations-, Kooperations- und Argumentationskompetenz. Auf diese Weise werden Grundsteine für nachhaltiges sowie selbst reguliertes und forschendes Lernen gelegt und spätere Bildungs- und Ausbildungsgänge vorbereitet.

Umgang mit Fehlern

Fehler – dazu gehören auch zunächst unpräzise Formulierungen – sind unverzichtbare und produktive Bestandteile eines als konstruierender Prozess verstandenen Lernens. Aus Fehlern zu lernen, setzt voraus, dass in den Lernphasen des Mathematikunterrichts Fehler nicht vorschnell korrigiert oder sogar negativ bewertet werden. Schülerinnen und Schülern wird Gelegenheit zum Nachdenken über die Genese von Fehlern gegeben, damit sie ihre Vorstellungen – auch mit Unterstützung der Lehrkraft – korrigieren und neu ordnen können. Fehler dokumentieren nicht nur Etappen im individuellen Lernprozess, sondern können insbesondere beim Auftreten von Widersprüchen auch Lerngelegenheiten für alle Schülerinnen und Schüler einer Lerngruppe sein. Der Mathematikunterricht fördert daher die Bereitschaft der Schülerinnen und Schüler, beim Denken eigene Wege zu gehen und dabei Fehler als Weggefährten zu akzeptieren. Lerntagebücher sind in diesem Zusammenhang ein effektives Mittel, um die Reflexion der Schülerinnen und Schüler über ihre Fehler anzuregen.

Lebensweltbezug und Modellierung

Mathematik lebt von ihren Verbindungen mit der Wirklichkeit und entwickelt sich durch diese. Die alltägliche Praxis verlangt in vielfältigen Handlungssituationen Verständnis und Nutzung mathematischen Wissens und Könnens. Der Mathematikunterricht ermöglicht daher den Schülerinnen und Schülern abwechslungsreiche Erfahrungen, wie Mathematik zur Deutung, zum besseren Verständnis und zur Beherrschung primär außermathematischer Phänomene herangezogen werden kann. So wird die Fähigkeit entwickelt, Mathematik als Orientierung in unserer komplexen Umwelt zu nutzen und den Transfer zwischen realen Problemen und Mathematik zu leisten.

Lebensweltbezüge werden in einer für das Fach Mathematik charakteristischen Art und Weise hergestellt. Das Spektrum reicht dabei von einfachen standardisierten Anwendungen bis hin zu mathematischen Modellierungen. Beim Modellieren lernen die Schülerinnen und Schüler, reale Probleme durch Annahmen zu vereinfachen, mathematisch erfassbare Aspekte der so reduzierten Probleme zu erkennen, diese herauszuarbeiten und sie in die Sprache der Mathematik zu übertragen. Mathematisch gewonnene Erkenntnisse werden in einem Interpretations- und Bewertungsprozess auf die Ausgangsfragestellung bezogen. Die Schülerinnen und Schüler bearbeiten zunächst kleinere Beispiele, bei denen noch nicht der gesamte Modellierungskreislauf durchlaufen wird. An geeigneten Fragestellungen wird schließlich exemplarisch mit Unterstützung der Lehrkraft der vollständige Modellierungsprozess durchgeführt. Den Schülerinnen und Schülern wird dabei deutlich, dass es oft verschiedene Modellierungsansätze gibt,

die auch zu verschiedenen Lösungen des realen Problems führen können. Auf diese Weise lernen sie Möglichkeiten und Grenzen einer mathematischen Weltsicht kennen.

Die Mathematik liefert einerseits Werkzeuge zur Klärung außermathematischer Fragen und Probleme, andererseits bieten außermathematische Fragestellungen Anlass für die Entwicklung von Mathematik sowie für den Erwerb individueller mathematischer Kompetenzen. Inhalte des Mathematikunterrichtes und die anderer Fächer werden so miteinander vernetzt und ermöglichen auf diese Weise fächerübergreifendes Lernen.

Produktive Lernumgebungen

Dem Üben im Mathematikunterricht kommt eine wichtige Rolle zu. Übungsphasen bestehen nicht aus einer Fülle beziehungslos aneinandergereihter Aufgaben eines bestimmten Typs. Vielmehr wird an Problemen gearbeitet, die untereinander vernetzt sind, bei denen ein Gebiet exploriert wird und sich Spielräume für die Eigentätigkeit öffnen. Die Beschränkung auf den gerade aktuellen Stoff ist gelockert, aktuelle Unterrichtsinhalte werden mit vergangenen vernetzt. Die wesentlichen Ideen, Inhalte und Methoden werden durch wiederholendes Lernen aktiviert, sodass ein sinnvolles Weiterlernen möglich wird und so auch Routinen, technische Fertigkeiten und Algorithmen gefestigt werden. Auf diese Weise entsteht ein spiralartiger und kumulativer Aufbau von Kompetenzen mit zunehmend höheren Abstraktionsstufen. In diesem aktiven Konstruktionsprozess erfahren die Schülerinnen und Schüler, wie sie einen kontinuierlichen Zuwachs von Kenntnissen, Fertigkeiten und Fähigkeiten erwerben.

In Erarbeitungs- und Übungsphasen werden – auch spielerisch – induktive Aspekte wie Probieren und Experimentieren, Verifizieren und Falsifizieren von Vermutungen sowie Betrachten von Sonderfällen, Grenzfällen und Fallunterscheidungen betont.

Digitale Medien und Werkzeuge

Im Mathematikunterricht werden neben Büchern, dem Taschenrechner und der Formelsammlung auch Computer genutzt. Diese dienen verschiedenen Zwecken:

- Enzyklopädische Software oder das Internet unterstützen die selbstständige Informationsbeschaffung. Die Lehrkraft fördert dabei eine kritische Einstellung mit auf diese Weise gewonnenen Informationen.
- Geeignete Lernprogramme stützen Übungsprozesse.
- Geeignete Programme – z. B. dynamische Geometriesoftware (DGS) – fördern das Experimentieren sowie das Entdecken und Begründen von Zusammenhängen.
- Tabellenkalkulationsprogramme erleichtern umfangreiche Rechnungen und unterstützen die Darstellung von Arbeitsergebnissen.
- Visualisierungssoftware – z. B. zum Anzeigen von Funktionsgraphen – fördert das tiefere Verständnis mathematischer Zusammenhänge.
- Modulare Mathematiksysteme (MMS) ermöglichen im Zusammenhang mit Modellierungen den Umgang auch mit komplexeren algebraischen Ausdrücken.

Der Taschenrechner und weitaus mehr noch der Computer können in besonderer Weise mathematische Tätigkeiten und Lernprozesse unterstützen. Die leichte Verfügbarkeit von Computern für den Mathematikunterricht ist dabei von entscheidender Bedeutung; jedem Schüler und jeder Schülerin sollte daher regelmäßig ein Computer zur Verfügung stehen.

Ziel des Einsatzes von Computern im Mathematikunterricht ist es auch, dass Schülerinnen und Schüler in die Lage versetzt werden, bezogen auf das jeweils vorliegende Problem eine adäquate Software auszuwählen. In diesem Sinne werden zudem allgemeine Ziele der Medienerziehung erreicht.

Auch aufgrund der Existenz solcher Computersoftware hat die allgemeinbildende Bedeutung kalkülhafter Berechnungen „mit Papier und Bleistift“ deutlich abgenommen. Stattdessen nimmt die Bedeutung des Erwerbs von Kenntnissen über numerische, iterative und approximative Methoden zu, was sich im Mathematikunterricht widerspiegeln soll.

Der Einsatz von Computern im Mathematikunterricht ist jedoch kein Selbstzweck und darf auch nicht in ziellose Empirie ausarten.

1.2 Beitrag des Faches zu den Leitperspektiven

Wertebildung/Werteorientierung (W)

Aus dem Stellenwert des Faches Mathematik erwächst die Verantwortung, im Unterricht seine Bedeutung durch häufigen Bezug zur realen Welt herauszuarbeiten.

Bei der mathematischen Modellierung außermathematischer Phänomene spielen menschliche Entscheidungen und damit ebenso Wertvorstellungen sowohl im Ansatz (Welche Aspekte sind zentral für die Modellierung? Welche werden vernachlässigt?) als auch in der Interpretation (Was bedeutet das mathematische Ergebnis für das außermathematische Phänomen?) eine zentrale Rolle. Die Schülerinnen und Schüler setzen sich somit in ihrem Mathematikunterricht auch mit dieser Seite der oft per se als wertfrei und objektiv betrachteten Mathematik auseinander.

Sowohl im Bereich der beschreibenden Statistik als auch bei der Deutung von Wahrscheinlichkeiten sind Fehlinterpretationen weit verbreitet. Dabei reichen die Ursachen von manipulativem Missbrauch bis hin zu fehlender stochastischer Bildung. Dem Mathematikunterricht kommt die Aufgabe zu, den Schülerinnen und Schülern einen wissensbasierten rationalen und kritischen Umgang mit stochastischen Ergebnissen zu ermöglichen, sodass sie sachlich fundiert am gesellschaftlichen Diskurs partizipieren können.

Insbesondere bei der Beurteilung von Lösungen, der kritischen Wertung von Modellen und Verfahren, der Begegnung mit Mathematik im Alltag und dem Umgang mit zufälligen Ereignissen sowie dem Unendlichen entwickeln die Schülerinnen und Schüler ihr Weltbild weiter. Sie verstehen es, Lösungen und Lösungswege sowie Aussagen und Argumentationsketten kritisch zu hinterfragen. Bei der Wertung von Verfahren und Ergebnissen spielen Überlegungen zur Effektivität und zum optimalen Umgang mit Zeit und Ressourcen eine wesentliche Rolle. In der Auseinandersetzung mit gesellschaftlichen, politischen und ökonomischen Sachverhalten im Problemlösen fördert das Fach Mathematik das Interesse der Schülerinnen und Schüler an lokalen, regionalen und globalen Herausforderungen unserer Zeit.

Bildung für eine nachhaltige Entwicklung (BNE)

Der Mathematikunterricht trägt dazu bei, dass Schülerinnen und Schüler lernen, in vielfältigen Kontexten und Lebensbereichen verantwortungsvoll und nachhaltig zu denken und zu agieren. Als Grundlagenfach leistet Mathematik im Prinzip mit all seinen Kompetenzbereichen Beiträge zur Bildung für nachhaltige Entwicklung, insbesondere beim mathematischen Modellieren und mathematischen Darstellen in Unterrichtsmodulen zu den Leitideen Daten und Zufall sowie funktionaler Zusammenhang.

Durch entsprechende Auswahl realitätsbezogener Lernsituationen bietet der Unterricht Anlass, über gesellschaftliche, wirtschaftliche und ökologische Zusammenhänge und Entwicklungen nachzudenken. Der Kompetenzerwerb im Fach Mathematik trägt so dazu bei, dass Schülerinnen und Schüler lernen, fundierte Aussagen zu Fragen nachhaltiger Entwicklung zu treffen und zu sachlich begründeten Bewertungen zu kommen. Zudem lernen sie, dass Vorhersagen über die Zukunft auf Annahmen über Zusammenhänge und Parameter basieren, die auch interessengeleitet getroffen sein können.

Anzustreben ist, dass die Schülerinnen und Schüler die spezielle Sichtweise der Mathematik als einen Baustein ihrer Maximen zu nachhaltigem Handeln verstehen.

Beispiele sind

- Wasserbedarf im Haushalt, in einzelnen Ländern bzw. weltweit,
- Energieerzeugung und Energieverbrauch im Haushalt, in der Region, in einzelnen Ländern und weltweit,
- Finanzierung von Sozialsystemen, z. B. Renten- und Arbeitslosenversicherung,
- Verteilung des Wohlstandes in der Welt,
- zeitliche Entwicklung von Straßenverkehr und Abgasausstoß in verschiedenen Ländern,
- Häufigkeit und Ausbreitung von Krankheiten in verschiedenen Ländern und im historischen Verlauf,
- Simulationen zum Verlauf von Epidemien,
- Bevölkerungswachstum in verschiedenen Regionen der Welt sowie
- Klimadaten und Klimawandel am Beispiel der Erderwärmung.

Leben und Lernen in einer digital geprägten Welt (D)

Befähigung zur aktiven Teilhabe am sozialen, gesellschaftlichen, wirtschaftlichen, beruflichen, kulturellen und politischen Leben bedeutet in einer digital geprägten Welt, dass Schülerinnen und Schüler lernen müssen,

- die technischen Möglichkeiten versiert zu nutzen, aber auch ihre Grenzen zu reflektieren,
- Grundlagen und Hintergründe digitaler Verarbeitungsweisen, z. B. die Wirkungsweisen von Algorithmen, zu verstehen,
- Handlungswissen für die eigene Datensouveränität zu erwerben sowie
- über Kompetenzen hinsichtlich der Gestaltung ihres sozialen und kulturellen Lebens mithilfe innovativer, digitaler Technik zu verfügen.

Der Mathematikunterricht kann in besonderer Weise dazu beitragen, dass die Schülerinnen und Schüler fundamentale Grundlagen digitaler Informationsverarbeitung verstehen, beispielsweise die Möglichkeiten zur digitalen Repräsentation von Texten und Bildern.

Darüber hinaus nutzen die Schülerinnen und Schüler digitale Medien zur Informationsgewinnung, speichern und teilen digitale Repräsentationen von Information und produzieren einzeln

sowie kooperativ digitale Darstellungen. Sie nutzen Werkzeuge zum Erkunden mathematischer Zusammenhänge, zur Förderung von Problemlöseprozessen, zur Entwicklung von Modellen und zur Entwicklung mathematischer Grundvorstellungen. Durch die Reflexion der Vor- und Nachteile einzelner digitaler Werkzeuge für verschiedene Aufgabenstellungen lernen sie, selbstständig geeignete digitale Mathematikwerkzeug zur Lösung bestimmter Probleme auszuwählen.

1.3 Sprachbildung als Querschnittsaufgabe

Für die Umsetzung der Querschnittsaufgabe Sprachbildung im Rahmen des Fachunterrichts sind die im allgemeinen Teil des Bildungsplans niedergelegten Grundsätze relevant. Die Darstellung und Erläuterung fachbezogener sprachlicher Kompetenzen erfolgt in der Kompetenzmatrix Sprachbildung. Innerhalb der Kerncurricula werden die zentralen sprachlichen Kompetenzen durch Verweise einzelnen Themen- bzw. Inhaltsbereichen zugeordnet, um die Planung eines sprachsensiblen Fachunterrichts zu unterstützen.

2 Kompetenzen und Inhalte im Fach Mathematik

2.1 Überfachliche Kompetenzen

Überfachliche Kompetenzen bilden die Grundlage für erfolgreiche Lernentwicklungen und den Erwerb fachlicher Kompetenzen. Sie sind fächerübergreifend relevant und bei der Bewältigung unterschiedlicher Anforderungen und Probleme von zentraler Bedeutung. Die Vermittlung überfachlicher Kompetenzen ist somit die gemeinsame Aufgabe und gemeinsames Ziel aller Unterrichtsfächer sowie des gesamten Schullebens. Die überfachlichen Kompetenzen lassen sich vier Bereichen zuordnen:

- **Personale Kompetenzen** umfassen Einstellungen und Haltungen sich selbst gegenüber. Die Schülerinnen und Schüler sollen Vertrauen in die eigenen Fähigkeiten und die Wirksamkeit des eigenen Handelns entwickeln. Sie sollen lernen, die eigenen Fähigkeiten realistisch einzuschätzen, ihr Verhalten zu reflektieren und mit Kritik angemessen umzugehen. Ebenso sollen sie lernen, eigene Meinungen zu vertreten und Entscheidungen zu treffen.

- **Motivationale Einstellungen** beschreiben die Fähigkeit und Bereitschaft, sich für Dinge einzusetzen und zu engagieren. Die Schülerinnen und Schüler sollen lernen, Initiative zu zeigen und ausdauernd und konzentriert zu arbeiten. Dabei sollen sie Interessen entwickeln und die Erfahrung machen, dass sich Ziele durch Anstrengung erreichen lassen.

- **Lernmethodische Kompetenzen** bilden die Grundlage für einen bewussten Erwerb von Wissen und Kompetenzen und damit für ein zielgerichtetes, selbstgesteuertes Lernen. Die Schülerinnen und Schüler sollen lernen, Lernstrategien effektiv einzusetzen und Medien sinnvoll zu nutzen. Sie sollen die Fähigkeit entwickeln, unterschiedliche Arten von Problemen in angemessener Weise zu lösen.

- **Soziale Kompetenzen** sind erforderlich, um mit anderen Menschen angemessen umgehen und zusammenarbeiten zu können. Dazu zählen die Fähigkeiten, erfolgreich zu kooperieren, sich in Konflikten konstruktiv zu verhalten sowie Toleranz, Empathie und Respekt gegenüber anderen zu zeigen.

Die in der nachfolgenden Tabelle genannten überfachlichen Kompetenzen sind jahrgangsübergreifend zu verstehen, d. h., sie werden anders als die fachlichen Kompetenzen in den Rahmenplänen nicht für unterschiedliche Jahrgangsstufen differenziert ausgewiesen. Die Entwicklung der Schülerinnen und Schüler in den beschriebenen Bereichen wird von den Lehrkräften kontinuierlich begleitet und gefördert. Die überfachlichen Kompetenzen sind bei der Erarbeitung des schulinternen Curriculums zu berücksichtigen.

Struktur überfachlicher Kompetenzen	
Personale Kompetenzen (Die Schülerin, der Schüler…)	**Lernmethodische Kompetenzen** (Die Schülerin, der Schüler…)
Selbstwirksamkeit … hat Vertrauen in die eigenen Fähigkeiten und glaubt an die Wirksamkeit des eigenen Handelns.	**Lernstrategien** … geht beim Lernen strukturiert und systematisch vor, plant und organisiert eigene Arbeitsprozesse.
Selbstbehauptung … entwickelt eine eigene Meinung, trifft eigene Entscheidungen und vertritt diese gegenüber anderen.	**Problemlösefähigkeit** … kennt und nutzt unterschiedliche Wege, um Probleme zu lösen.
Selbstreflexion … schätzt eigene Fähigkeiten realistisch ein und nutzt eigene Potenziale.	**Medienkompetenz** … kann Informationen sammeln, aufbereiten, bewerten und präsentieren.
Motivationale Einstellungen (Die Schülerin, der Schüler…)	**Soziale Kompetenzen** (Die Schülerin, der Schüler…)
Engagement … setzt sich für Dinge ein, die ihr/ihm wichtig sind, zeigt Einsatz und Initiative.	**Kooperationsfähigkeit** … arbeitet gut mit anderen zusammen, übernimmt Aufgaben und Verantwortung in Gruppen.
Lernmotivation … ist motiviert, Neues zu lernen und Dinge zu verstehen, strengt sich an, um sich zu verbessern.	**Konstruktiver Umgang mit Konflikten** … verhält sich in Konflikten angemessen, versteht die Sichtweisen anderer und geht darauf ein.
Ausdauer … arbeitet ausdauernd und konzentriert, gibt auch bei Schwierigkeiten nicht auf.	**Konstruktiver Umgang mit Vielfalt** … zeigt Toleranz und Respekt gegenüber anderen und geht angemessen mit Widersprüchen um.

2.2 Fachliche Kompetenzen

Im Fach Mathematik werden prozessbezogene und inhaltsbezogene Kompetenzen unterschieden.

Inhaltsbezogene Kompetenzen werden nach Leitideen unterschieden. Eine Leitidee kann verschiedene Inhalte bündeln, Inhalte können aber auch verschiedene Leitideen betreffen. Es werden folgende unterschieden:

L1: Leitidee Zahl und Operation
L2: Leitidee Größen und Messen
L3: Leitidee Strukturen und funktionaler Zusammenhang
L4: Leitidee Raum und Form
L5: Leitidee Daten und Zufall

Die Schülerinnen und Schüler entwickeln in der selbsttätigen und gemeinsamen Auseinandersetzung mit mathematischen Inhalten folgende prozessbezogene Kompetenzen:

K1: Mathematisch argumentieren
K2: Mathematisch kommunizieren
K3: Probleme mathematisch lösen
K4: Mathematisch modellieren
K5: Mathematisch darstellen
K6: Mit mathematischen Objekten umgehen
K7: Mit Medien mathematisch arbeiten

Die genannten prozessbezogenen Kompetenzen werden in der Auseinandersetzung mit inhaltsbezogenen Kompetenzen im Verbund erworben bzw. angewendet.

Im Rahmen der KMK-Strategie „Bildung in der digitalen Welt“ werden Kompetenzen definiert, die Kinder und Jugendliche in der Schule erwerben müssen, um aktiv, reflektiert und mündig an einer von Digitalisierung geprägten Gesellschaft teilhaben zu können. Diese Kompetenzen sind folgenden sechs Kompetenzbereichen zugeordnet:

D1: Suchen, Verarbeiten und Aufbewahren
D2: Kommunizieren und Kooperieren
D3: Produzieren und Präsentieren
D4: Schützen und sicher Agieren
D5: Problemlösen und Handeln
D6: Analysieren und Reflektieren

Die in diesen Bereichen formulierten digitalen Kompetenzen sind mit den prozessbezogenen mathematischen Kompetenzen verwoben. Ihre Entwicklung kann in vielfältigen Erfahrungs- und Lernmöglichkeiten stattfinden. Beide Kompetenzarten ergänzen hierbei einander.

Im Fach Mathematik speichern Schülerinnen und Schüler Informationen, teilen sie miteinander und produzieren daraus einzeln oder gemeinsam eigene digitale Darstellungen. Sie lernen verschiedene digitale Werkzeuge kennen, mit denen sie mathematische Probleme lösen können, und setzen diese bedarfsgerecht ein.

Der Einsatz digitaler Technologien und Medien ermöglicht eine Entlastung von Routinearbeiten und ebnet somit der Behandlung realistischer Anwendungssituationen sowie dem Vernetzen von Inhalten den Weg. Durch häufige, digital gestützte Darstellungswechsel (z. B. Term, Tabelle oder Graph) können Schülerinnen und Schüler Begriffe besser ausbilden und ein tiefgreifendes konzeptuelles Verständnis entwickeln.

In den folgenden Kapiteln werden Möglichkeiten, für den Mathematik-Unterricht relevante Kompetenzen der KMK-Strategie „Bildung in der digitalen Welt“ in den Unterricht zu integrieren, gemeinsam mit den prozessbezogenen sowie den inhaltsbezogenen Kompetenzen dargestellt.

Inhaltsbezogene mathematische Anforderungen

Die auf den folgenden Seiten tabellarisch aufgeführten Mindestanforderungen benennen Kompetenzen, die von allen Schülerinnen und Schülern erreicht werden müssen. Sie entsprechen der Note „ausreichend“. Der Unterricht ist so zu gestalten, dass die Schülerinnen und Schüler Gelegenheit erhalten, auch höhere und höchste Anforderungen zu erfüllen.

L1 Leitidee Zahl und Operation

Mindestanforderungen am Ende der Jahrgangsstufe 6	**Mindestanforderungen am Ende der Jahrgangsstufe 8 mit Blick auf den Übergang in die Studienstufe**	**Mindestanforderungen für den Übergang in die Studienstufe**
Die Schülerinnen und Schüler		
• verfügen über tragfähige Grundvorstellungen von natürlichen Zahlen im Zahlenraum bis 1 Million und darüber hinaus (Anzahl, Rangzahl, Maßzahl) und vom Stellenwertsystem, • untersuchen Eigenschaften natürlicher Zahlen (ungerade, gerade Zahlen, Primzahlen, Quadratzahlen), • untersuchen Zahlen nach ihren Faktoren,	• verfügen über ausreichend tragfähige Grundvorstellungen von natürlichen Zahlen (Anzahl, Rangzahl), von Brüchen (Teil eines oder mehrerer Ganzer, relativer Anteil), von rationalen Zahlen (relative Zahlen bezüglich der Nulllinie, Gegensatz, Richtung, Maßzahl) sowie von reellen Zahlen (z. B. Vollständigkeit der Zahlengerade) und nutzen diese, u. a. für Vergleiche,	• nutzen situationsgemäß tragfähige Grundvorstellungen von natürlichen Zahlen (Anzahl, Rangzahl, Stellenwertsystem), von Brüchen (Teil eines oder mehrerer Ganzer, relativer Anteil, Verhältnis, Division), von rationalen Zahlen (relative Zahlen bezüglich der Nulllinie, Gegensatz, Richtung, Maßzahl) und reellen Zahlen (z. B. Vollständigkeit auf der Zahlengeraden), • erläutern die Unvollständigkeit von Zahlbereichen an Beispielen,
• verfügen über angemessene Grundvorstellungen von Brüchen (Teil eines oder mehrerer Ganzer, relativer Anteil, Verhältnis, Division, Maßzahl) und nutzen diese, • verfügen über erste Grundvorstellungen von ganzen Zahlen (relative Zahlen bezüglich der Nulllinie) und nutzen diese, • vergleichen positive rationale Zahlen,	• erkennen und interpretieren Darstellungen von natürlichen Zahlen und Bruchzahlen, • stellen rationale Zahlen situationsgerecht auf der Zahlengeraden und als Bild sowie in der Prozent-, Dezimal-, Bruch- und Zehnerpotenzschreibweise dar,	• erkennen und interpretieren Darstellungen von natürlichen Zahlen und Bruchzahlen, • stellen rationale Zahlen situationsgerecht auf der Zahlengeraden und als Bild sowie in der Prozent-, Dezimal-, Bruch- und Zehnerpotenzschreibweise dar,
• stellen positive rationale Zahlen auf unterschiedliche Weise (u. a. auf der Zahlengeraden und als Bild) dar, • wählen die Bruch- und Dezimalbruchschreibweise situationsgemäß aus und wandeln gängige Dezimalbrüche in Brüche um – und umgekehrt,		

Mindestanforderungen am Ende der Jahrgangsstufe 6	Mindestanforderungen am Ende der Jahrgangsstufe 8 mit Blick auf den Übergang in die Studienstufe	Mindestanforderungen für den Übergang in die Studienstufe
Die Schülerinnen und Schüler		
• verwenden Prozentangaben als eine andere Schreibweise von Hundertstelbrüchen, • verwenden die Potenzschreibweise,		
• rechnen routiniert mit natürlichen Zahlen, im Zahlenraum bis 200 auch im Kopf, • beherrschen die vier Grundoperationen mit Brüchen und Dezimalbrüchen,	• rechnen routiniert mit kleinen natürlichen Zahlen und einfachen Brüchen im Kopf, • rechnen mit rationalen Zahlen, wie sie in Alltagssituationen vorkommen, auch mithilfe des Taschenrechners,	• rechnen routiniert mit kleinen natürlichen Zahlen und einfachen Brüchen im Kopf, • rechnen mit reellen Zahlen, auch mithilfe des Taschenrechners,
• beschreiben Vorgehensweisen, denen Algorithmen zu Grunde liegen, und führen diese aus (z. B. schriftliche Multiplikation und Division),	• wählen, beschreiben und bewerten Vorgehensweisen und Verfahren, denen Algorithmen bzw. Kalküle zu Grunde liegen und führen diese aus (z. B. Schriftliche Rechenoperationen, Heron-Verfahren), • setzen ein algorithmisches Verfahren (z. B. Heron-Verfahren zur Bestimmung von Quadratwurzeln, Intervallschachtelung) mit einem Tabellenkalkulationsprogramm um,	• wählen, beschreiben und bewerten Vorgehensweisen und Verfahren, denen Algorithmen bzw. Kalküle zu Grunde liegen und führen diese aus (z. B. schriftliche Rechenoperationen, Heron-Verfahren), • setzen ein algorithmisches Verfahren (z. B. Heron-Verfahren zur Bestimmung von Quadratwurzeln, Intervallschachtelung) mit einem Tabellenkalkulationsprogramm um,
• nutzen und formulieren Rechenregeln, verwenden Rechengesetze (z. B. Kommutativgesetz, Assoziativgesetz, Distributivgesetz) zum vorteilhaften Rechnen, • schätzen Zahlen für Rechnungen, wie sie in Alltagssituationen vorkommen, und runden Rechenergebnisse entsprechend dem Sachverhalt sinnvoll,	• nutzen Rechenregeln zum vorteilhaften Rechnen (z. B. Kommutativgesetz, Assoziativgesetz, Distributivgesetz), • schätzen Zahlen für Rechnungen, wie sie in Alltagssituationen vorkommen, und runden Rechenergebnisse entsprechend dem Sachverhalt sinnvoll,	• nutzen Rechenregeln (z. B. Kommutativgesetz, Assoziativgesetz, Distributivgesetz), auch zum vorteilhaften Rechnen, • schätzen Zahlen für Rechnungen, wie sie in Alltagssituationen vorkommen, und runden Rechenergebnisse entsprechend dem Sachverhalt sinnvoll,
• prüfen und interpretieren Ergebnisse, auch in Sachsituationen, • kontrollieren Lösungen durch Überschlagsrechnungen und Anwenden von Umkehraufgaben.	• kontrollieren Lösungen durch Überschlagsrechnungen und Anwenden von Umkehraufgaben,	• kontrollieren Lösungen durch Überschlagsrechnungen und Anwenden von Umkehraufgaben, • erläutern an Beispielen den Zusammenhang zwischen Rechenoperationen und deren Umkehrungen und nutzen diese Zusammenhänge,

Mindestanforderungen am Ende der Jahrgangsstufe 6	Mindestanforderungen am Ende der Jahrgangsstufe 8 mit Blick auf den Übergang in die Studienstufe	Mindestanforderungen für den Übergang in die Studienstufe
Die Schülerinnen und Schüler		
	• verwenden Prozentrechnung sachgerecht, • lösen Zinseszinsaufgaben iterativ,	• verwenden Prozentrechnung sachgerecht und routiniert, • lösen Zinseszinsaufgaben iterativ und durch Potenzieren,
	• rechnen mit Potenzen mit ganzzahligen Exponenten und benutzen dabei Potenzgesetze, • berechnen einfache Potenzen und Wurzel ohne digitale Hilfsmittel, • nutzen Quadratwurzeln zur Lösung einfacher Probleme mithilfe des Taschenrechners,	• rechnen mit Potenzen und Wurzeln und benutzen dabei Gesetze für das Rechnen mit rationalen Exponenten, • erläutern Potenzen und Wurzeln und berechnen einfache Beispiele ohne digitale Medien, • verwenden Gesetze für das Rechnen mit rationalen Exponenten und berechnen Näherungswerte mit dem Taschenrechner, • beschreiben die Bedeutung des Logarithmierens als eine Umkehrung des Potenzierens und berechnen Logarithmen sicher mithilfe des Taschenrechners, in einfachen Fällen auch ohne Taschenrechner unter Nutzung der Umkehrung des Potenzierens,
		• demonstrieren mit Rechnerhilfe das „Phänomen der Konvergenz“, • beschreiben π unter Verwendung eines Rechners als Ergebnis eines konvergenten Prozesses,
	• führen in konkreten Situationen systematische Zählprinzipien aus.	• führen in konkreten Situationen systematische Zählprinzipien aus.

L2 Leitidee Größen und Messen

Mindestanforderungen am Ende der Jahrgangsstufe 6	Mindestanforderungen am Ende der Jahrgangsstufe 8 mit Blick auf den Übergang in die Studienstufe	Mindestanforderungen für den Übergang in die Studienstufe
Die Schülerinnen und Schüler		
• nehmen Messungen von Größen vor (Längen, Flächen, Volumen, Zeit, Masse und Winkel) und schätzen eine geeignete Genauigkeit bei Messvorgängen ein,	• nehmen Messungen von Größen vor (Längen, Flächen, Volumen, Zeit, Masse und Winkel) und nutzen dabei die Genauigkeit der jeweiligen Messinstrumente, • entnehmen Maßangaben aus Quellenmaterial, führen damit Berechnungen durch und bewerten die Ergebnisse sowie den gewählten Weg in Bezug auf die Sachsituation,	• nehmen Messungen von Größen vor (Längen, Flächen, Volumen, Zeit, Gewicht und Winkel) und nutzen dabei die Genauigkeit der jeweiligen Messinstrumente, • entnehmen Maßangaben aus Quellenmaterial, führen damit Berechnungen durch und bewerten die Ergebnisse sowie den gewählten Weg in Bezug auf die Sachsituation,
• schätzen Größen durch Vergleiche mit ihnen bekannten Größen von Alltagsgegenständen und nutzen dies auch zur Plausibilitätsprüfung, • schätzen Winkelgrößen,	• schätzen Größen durch Vergleiche mit ihnen bekannten Größen von Alltagsgegenständen und nutzen dies auch zur Plausibilitätsprüfung, • schätzen Winkelgrößen,	• schätzen Größen durch Vergleiche mit ihnen bekannten Größen von Alltagsgegenständen und nutzen dies auch zur Plausibilitätsprüfung, • schätzen Winkelgrößen,
• nutzen geeignete Größen und Einheiten, um Situationen zu beschreiben und zu untersuchen (insbesondere für Länge, Fläche, Volumen, Zeit, Masse und Geld),	• nutzen geeignete Größen und Einheiten, um Situationen zu beschreiben und zu untersuchen (insbesondere für Länge, Fläche, Volumen, Zeit, Masse und Geld),	• nutzen geeignete Größen und Einheiten, um Situationen zu beschreiben, zu untersuchen und einzuschätzen (insbesondere für Länge, Fläche, Volumen, Zeit, Masse und Geld),
• rechnen mit Größen und ihren Einheiten, wandeln sie hierfür um und geben Ergebnisse in situationsgerechten Einheiten an,	• rechnen mit Größen und ihren Einheiten, wandeln sie um und geben Ergebnisse in situationsgerechten Einheiten an,	• rechnen mit Größen, wandeln Einheiten um und geben Rechenergebnisse entsprechend der Genauigkeit der Ausgangsgrößen an,
• verwenden auf Stadtplänen und Landkarten Maßstabsleisten zur Ermittlung von Entfernungen,	• verwenden auf Stadtplänen und Landkarten Maßstabsleisten zur Ermittlung von Entfernungen,	• verwenden auf Stadtplänen und Landkarten Maßstabsleisten zur Ermittlung von Entfernungen,
• vergleichen Flächen und Volumina und bestimmen sie durch die enthaltene Anzahl von Einheitsquadraten und Einheitswürfeln, • berechnen Umfang und Flächeninhalt von Quadrat, Rechtecken und rechtwinkligen Dreiecken sowie das	• berechnen den Umfang und den Flächeninhalt gradlinig begrenzter Flächen und von Kreissegmenten sowie daraus zusammengesetzten Figuren, auch mithilfe einer Formelsammlung; dabei nutzen sie auch digitale Mathematikwerkzeuge,	• berechnen den Umfang und den Flächeninhalt gradlinig begrenzter Flächen und von Kreissegmenten sowie daraus zusammengesetzten Figuren, auch mithilfe einer Formelsammlung. Dabei nutzen sie auch digitale Mathematikwerkzeuge,

Mindestanforderungen am Ende der Jahrgangsstufe 6	Mindestanforderungen am Ende der Jahrgangsstufe 8 mit Blick auf den Übergang in die Studienstufe	Mindestanforderungen für den Übergang in die Studienstufe
	Die Schülerinnen und Schüler	
Volumen und den Oberflächeninhalt von Würfel und Quadern.	• bestimmen den Umfang und den Flächeninhalt beliebiger, auch krummlinig begrenzter, Flächen näherungsweise, auch mit digitalen Mathematikwerkzeugen,	• bestimmen den Umfang und den Flächeninhalt beliebiger, auch krummlinig begrenzter, Flächen näherungsweise, auch mit digitalen Mathematikwerkzeugen,
	• berechnen Volumen und Oberflächeninhalt von Quadern, Prismen und Zylindern sowie daraus zusammengesetzten Körpern, auch mit digitalen Mathematikwerkzeugen, • geben zu skalierten Strecken den Skalierungsfaktor an, um den sich dann eine Fläche bzw. ein Volumen verändert und umgekehrt,	• berechnen Volumen und Oberflächeninhalt von geometrischen Körpern, ggf. mithilfe von Zerlegungen, auch mit digitalen Mathematikwerkzeugen, • nutzen bei der Lösung geometrischer Probleme die funktionale Abhängigkeit von Körpervolumen, Flächeninhalt und Streckenlänge vom Skalierungsfaktor,
	• berechnen Winkelgrößen und Streckenlängen unter Nutzung des Winkelsummensatzes im Dreieck, des Satzes des Pythagoras, des Satzes von Thales, Ähnlichkeitsbeziehungen (Skalierung), auch mithilfe digitaler Mathematikwerkzeuge.	• gehen mit beiden Winkelmaßen (Gradmaß und Bogenmaß) sachgerecht um, • berechnen Winkelgrößen und Streckenlängen unter Nutzung des Winkelsummensatzes im Dreieck, des Satzes des Pythagoras, des Satzes von Thales, Ähnlichkeitsbeziehungen (Skalierung) und trigonometrischer Beziehungen, einschließlich des Sinus- und Kosinussatzes, auch mithilfe digitaler Mathematikwerkzeuge.

L3 Leitidee Strukturen und funktionaler Zusammenhang

Mindestanforderungen am Ende der Jahrgangsstufe 6	**Mindestanforderungen am Ende der Jahrgangsstufe 8 mit Blick auf den Übergang in die Studienstufe**	**Mindestanforderungen für den Übergang in die Studienstufe**
Die Schülerinnen und Schüler		
• führen Zahlenreihen fort und verwenden Variablen als Platzhalter,	• beschreiben, auf welche Weise zwei Größen funktional voneinander abhängig sind,	• verfügen über tragfähige Grundvorstellungen von funktionalen Zusammenhängen (Kovariations- und Objektvorstellung),
• erkennen einfache Zusammenhänge zwischen zwei Größen aus dem Alltag und lösen dazu Aufgaben,	• erkennen und beschreiben funktionale Zusammenhänge in einfachen realitätsnahen Situationen, insbesondere lineare und antiproportionale, • geben zu vorgegebenen Funktionen Sachsituationen an, die mithilfe dieser Funktion beschrieben werden können, • erläutern charakteristische Merkmale von linearen und antiproportionalen Funktionen und wählen zur Modellierung und Lösung realitätsnaher Probleme die Parameter passend,	• erkennen und beschreiben funktionale Zusammenhänge in realitätsnahen Situationen, • geben zu vorgegebenen Funktionen Sachsituationen an, die mithilfe dieser Funktion beschrieben werden können, • entscheiden anhand von charakteristischen Merkmalen der folgenden Funktionsklassen, welche für die Modellierung eines realitätsnahen Problems geeignet ist, und lösen dieses durch passende Wahl der Parameter: lineare, quadratische, ganzrationale und einfache gebrochenrationale Funktionen, Potenz-, Sinus-, Kosinus- und Exponentialfunktionen, • beschreiben Einflüsse von Parametern in Funktionstermen auf ihre Graphen (Stauchen/Strecken und Verschieben),
• stellen einfache Zusammenhänge zwischen zwei Größen in sprachlicher und tabellarischer Form dar, • tragen Wertepaare in ein Koordinatensystem ein und lesen aus Graphen Werte ab, • skalieren und beschriften je nach Sachkontext die Koordinatenachsen sinnvoll, • erkennen in Tabellen einfache Gesetzmäßigkeiten und ergänzen fehlende Werte,	• stellen funktionale Zusammenhänge situationsgerecht in sprachlicher, tabellarischer, grafischer Form sowie ggf. als Term dar, • nutzen Maßstäbe beim Lesen und Anfertigen von grafischen Darstellungen situationsgerecht, • verwenden zur tabellarischen und grafischen Darstellung von Funktionen auch ein Tabellenkalkulationsprogramm, • wechseln zwischen unterschiedlichen Darstellungen und erläutern deren Vor- und Nachteile, wechseln zwischen unterschiedlichen Darstellungen und erläutern deren Vor- und Nachteile,	• stellen funktionale Zusammenhänge situationsgerecht in sprachlicher, tabellarischer, grafischer Form sowie ggf. als Term dar, • nutzen Maßstäbe beim Lesen und Anfertigen von grafischen Darstellungen situationsgerecht, • verwenden zur tabellarischen und grafischen Darstellung von Funktionen auch ein Tabellenkalkulationsprogramm, • wechseln zwischen unterschiedlichen Darstellungen und erläutern deren Vor- und Nachteile,

Mindestanforderungen am Ende der Jahrgangsstufe 6	Mindestanforderungen am Ende der Jahrgangsstufe 8 mit Blick auf den Übergang in die Studienstufe	Mindestanforderungen für den Übergang in die Studienstufe
Die Schülerinnen und Schüler		
	• verwenden Tabellenkalkulation zur Lösung realitätsnaher Probleme, zur Visualisierung und zur Untersuchung funktionaler Zusammenhänge,	• verwenden Tabellenkalkulation und ein Computer-Algebra-System zur Lösung realitätsnaher Probleme, zur Visualisierung und zur Untersuchung funktionaler Zusammenhänge,
	• geben bei Realitätsbezügen einen sinnvollen Definitionsbereich an,	• geben bei Realitätsbezügen einen sinnvollen Definitionsbereich an,
• verwenden das Gleichheitszeichen mathematisch korrekt und benutzen Variablen als Platzhalter, • lösen einfache Gleichungen im Bereich der positiven rationalen Zahlen durch systematisches Probieren.	• lösen in Kontexten lineare Gleichungen sowie einfache lineare Gleichungssysteme mit zwei Variablen rechnerisch, auch mithilfe digitaler Mathematikwerkzeuge, • entscheiden sich in konkreten Situationen für ein geeignetes Lösungsverfahren (Isolierung der Variablen, grafisch und ggf. auch durch systematisches Probieren),	• lösen in Kontexten routiniert lineare und quadratische Gleichungen sowie einfache lineare Gleichungssysteme mit zwei Variablen, • lösen einfache nicht lineare Gleichungen (Bruchgleichungen, Gleichungen höheren Grades und Exponentialgleichungen), nach Möglichkeit durch Isolierung der Variablen oder mit Probierverfahren, auch unter Einsatz geeigneter Software,
	• verwenden Variablen je nach Kontext als eine feste Zahl, simultan für alle Zahlen aus einem bestimmten Zahlbereich und als Veränderliche in einem bestimmten Bereich und können Beispiele für die unterschiedliche Verwendung von Variablen nennen,	• verwenden Variablen je nach Kontext als eine feste Zahl, simultan für alle Zahlen aus einem bestimmten Zahlbereich und als Veränderliche in einem bestimmten Bereich und können Beispiele für die unterschiedliche Verwendung von Variablen nennen,
	• stellen einfache Terme verständig im Sachkontext auf, formen sie routiniert um und interpretieren sie,	• stellen Terme verständig im Sachkontext auf, formen sie routiniert um und interpretieren sie,

Mindestanforderungen am Ende der Jahrgangsstufe 6	Mindestanforderungen am Ende der Jahrgangsstufe 8 mit Blick auf den Übergang in die Studienstufe	Mindestanforderungen für den Übergang in die Studienstufe
Die Schülerinnen und Schüler		
	• analysieren, interpretieren und vergleichen unterschiedliche Darstellungen funktionaler Zusammenhänge (lineare, proportionale, umgekehrt proportionale und quadratische Funktionen), auch mithilfe digitaler Mathematikwerkzeuge, • wenden insbesondere lineare Funktionen bei der Beschreibung und Bearbeitung von realitätsnahen Problemen an, auch mithilfe digitaler Mathematikwerkzeuge, • beschreiben Veränderungen von Größen in Sachzusammenhängen mittels Funktionen (auch nicht lineare Veränderungen), auch unter Verwendung digitaler Mathematikwerkzeuge,	• analysieren, interpretieren und vergleichen unterschiedliche Darstellungen funktionaler Zusammenhänge (lineare, proportionale, umgekehrt proportionale und quadratische Funktionen), auch mithilfe digitaler Mathematikwerkzeuge, • wenden insbesondere lineare und quadratische Funktionen bei der Beschreibung und Bearbeitung von realitätsnahen Problemen an, auch mithilfe digitaler Mathematikwerkzeuge, • nutzen die Prozentrechnung bei Wachstumsprozessen (beispielsweise bei der Zinsrechnung), auch unter Verwendung von Tabellenkalkulation, unterscheiden lineare und exponentielle Wachstumsprozesse, • bestimmen kennzeichnende Merkmale von Funktionen, auch von Exponentialfunktionen der Form $f(x) = a \cdot b^x$, im Funktionsterm, im Graphen und in der Wertetabelle und stellen Beziehungen zwischen den Darstellungen her, • verwenden die Sinusfunktion in der Form $f(x) = a \cdot \sin(b \cdot x + c) + d$ zur Beschreibung periodischer Vorgänge mithilfe von Tabellenkalkulation, • beschreiben Veränderungen von Größen in Sachzusammenhängen mittels Funktionen (auch nicht lineare Veränderungen), auch unter Verwendung digitaler Mathematikwerkzeuge,
	• lösen realitätsnahe Probleme durch grafische Bestimmung der Schnittpunkte der Graphen linearer Funktionen,	• lösen realitätsnahe Probleme durch grafische Bestimmung der Schnittpunkte von Funktionsgraphen, • lösen einfache Optimierungsprobleme (grafisch, rechnerisch),

Mindestanforderungen am Ende der Jahrgangsstufe 6	Mindestanforderungen am Ende der Jahrgangsstufe 8 mit Blick auf den Übergang in die Studienstufe	Mindestanforderungen für den Übergang in die Studienstufe
Die Schülerinnen und Schüler		
	• untersuchen Fragen der Lösbarkeit und Lösungsvielfalt von linearen Gleichungen sowie linearen Gleichungssystemen und formulieren diesbezüglich Aussagen.	• untersuchen Fragen der Lösbarkeit und Lösungsvielfalt von linearen und quadratischen Gleichungen sowie linearen Gleichungssystemen und formulieren diesbezüglich Aussagen,
		• bearbeiten inner- und außermathematische Fragestellungen, bei denen die Betrachtung und Bestimmung von Änderungsraten von Bedeutung ist, • erläutern die Bedeutung von Änderungsraten im Sachkontext, z. B. als Geschwindigkeit, Grenzkosten, • demonstrieren an Beispielen die Unterschiede zwischen mittleren und lokalen Steigungen von Funktionsgraphen und berechnen diese, • verwenden den Tangens bei Berechnungen von Steigungen und Steigungswinkeln, • demonstrieren am Beispiel die Tangente als Grenzgerade einer Folge geeigneter Sekanten,
		• erläutern den Zusammenhang zwischen einzelnen lokalen Änderungsraten und der globalen Funktion der Änderungsraten, • berechnen die Ableitung ganzrationaler und Potenzfunktionen mit beliebigen Exponenten mithilfe von Summen- und Faktorregel.

L4 Leitidee Raum und Form

Mindestanforderungen am Ende der Jahrgangsstufe 6	Mindestanforderungen am Ende der Jahrgangsstufe 8 mit Blick auf den Übergang in die Studienstufe	Mindestanforderungen für den Übergang in die Studienstufe
Die Schülerinnen und Schüler		
• erkennen in der Umwelt geometrische Objekte und ihre Beziehungen und beschreiben sie, • erkennen Körper wie Würfel, Quader, Prismen, Zylinder, Pyramiden, Kegel und Kugeln, • erkennen Würfel, Quader und Prismen in der Darstellung als Netz und Schrägbild,	• erkennen in der Umwelt geometrische Objekte und ihre Beziehungen und beschreiben sie, • erkennen Körper wie Prismen, Zylinder, Pyramiden, Kegel und Kugeln aus ihren entsprechenden Darstellungen,	• erkennen in der Umwelt geometrische Objekte und ihre Beziehungen und beschreiben sie, • erkennen Körper wie Prismen, Zylinder, Pyramiden, Kegel und Kugeln aus ihren entsprechenden Darstellungen,
• stellen sich geometrische Objekte (Strecken, Flächen, Körper) vor und verändern sie gedanklich in ihrer Lage, ihrer Größe und Form (Kopfgeometrie), • bauen Würfelbauten nach Schrägbildern,	• stellen sich geometrische Objekte (Strecken, Flächen, Körper) vor und verändern sie gedanklich in ihrer Lage, ihrer Größe und Form (Kopfgeometrie),	• stellen sich geometrische Objekte (Strecken, Flächen, Körper) vor und verändern sie gedanklich in ihrer Lage, ihrer Größe und Form (Kopfgeometrie),
• klassifizieren Winkel (spitze, rechte und stumpfe), Dreiecke, Vierecke (allgemeine Vierecke, Parallelogramme, Rechtecke, Quadrate) und Körper (Quader, Würfel, Pyramiden, Prismen, Kegel, Kugeln, Zylinder) und beschreiben deren Eigenschaften,	• klassifizieren Winkel (spitze, rechte und stumpfe), Dreiecke, Vierecke (allgemeine Vierecke, Parallelogramme, Rechtecke, Quadrate, Trapez, Drachenviereck, Raute) und Körper (Quader, Würfel, Pyramiden, Prismen, Kegel, Kugeln, Zylinder) und beschreiben deren Eigenschaften fachsprachlich,	• klassifizieren Winkel (spitze, rechte und stumpfe), Dreiecke, Vierecke (allgemeine Vierecke, Parallelogramme, Rechtecke, Quadrate, Trapez, Drachenviereck, Raute) und Körper (Quader, Würfel, Pyramiden, Prismen, Kegel, Kugeln, Zylinder) und beschreiben deren Eigenschaften fachsprachlich,
• zeichnen geometrische Figuren unter Verwendung angemessener Hilfsmittel wie Zirkel und Geodreieck, • erstellen einfache Grundrisse und Lagepläne mithilfe vorgegebener Raster, • zeichnen spitze und stumpfe Winkel mit dem Geodreieck mindestens auf ein Grad genau,	• zeichnen und konstruieren geometrische Figuren unter Verwendung angemessener Hilfsmittel wie Zirkel, Lineal, Geodreieck und dynamischer Geometriesoftware, • untersuchen Fragen der Lösbarkeit und Lösungsvielfalt von Konstruktionsaufgaben und formulieren diesbezüglich Aussagen,	• zeichnen geometrische Figuren unter Verwendung angemessener Hilfsmittel wie Zirkel, Lineal, Geodreieck und dynamischer Geometriesoftware, • untersuchen Fragen der Lösbarkeit und Lösungsvielfalt von Konstruktionsaufgaben und formulieren diesbezüglich Aussagen,
• stellen ebene geometrische Figuren (Dreiecke, Vierecke, Polygone) im kartesischen Koordinatensystem dar und lesen die Koordinaten von Punkten ab, • stellen Körper (Quader, Würfel, Dreiecksprismen) als Netz, Schrägbild und Modell dar,	• stellen geometrische Figuren im kartesischen Koordinatensystem dar und lesen die Koordinaten von Punkten ab, • stellen Körper (Quader, Würfel, Prismen) als Netz, Schrägbild und Modell dar,	• stellen geometrische Figuren im kartesischen Koordinatensystem dar und lesen die Koordinaten von Punkten ab, • stellen Körper angemessen dar (Netz, Schrägbild, Modell),

Mindestanforderungen am Ende der Jahrgangsstufe 6	Mindestanforderungen am Ende der Jahrgangsstufe 8 mit Blick auf den Übergang in die Studienstufe	Mindestanforderungen für den Übergang in die Studienstufe
Die Schülerinnen und Schüler		
• erkennen achsen- und drehsymmetrische Figuren und zeichnen Symmetrieachsen ein, • spiegeln Polygone an beliebigen Geraden und Punkten, • beschreiben Merkmale der Achsenspiegelung und der Drehung.	• erkennen, beschreiben und begründen Eigenschaften und Beziehungen geometrischer Objekte (Symmetrie, Kongruenz, Ähnlichkeit, Lagebeziehungen) und nutzen diese im Rahmen des Problemlösens zur Analyse von Sachsituationen, • verfügen über Grundvorstellungen von Kongruenz, Ähnlichkeit und Flächeninhaltsgleichheit, • konstruieren zu ebenen Figuren Bilder, die sich durch Anwendung elementarer geometrischer Abbildungen (Verschiebungen, Drehungen, Spiegelungen, zentrische Streckungen) ergeben, • nutzen Symmetrie, Kongruenz und Ähnlichkeit beim Lösen von inner- und außermathematischen Problemen,	• erkennen, beschreiben und begründen Eigenschaften und Beziehungen geometrischer Objekte (Symmetrie, Kongruenz, Ähnlichkeit, Lagebeziehungen) und nutzen diese im Rahmen des Problemlösens zur Analyse von Sachsituationen, • verfügen über Grundvorstellungen von Kongruenz, Ähnlichkeit und Flächeninhaltsgleichheit, • konstruieren zu ebenen Figuren Bilder, die sich durch Anwendung elementarer geometrischer Abbildungen (Verschiebungen, Drehungen, Spiegelungen, zentrische Streckungen) ergeben, • nutzen Symmetrie, Kongruenz und Ähnlichkeit beim Lösen von inner- und außermathematischen Problemen,
	• wenden Sätze der ebenen Geometrie (insbesondere Winkel an Geraden, Winkelsumme im Dreieck, den Satz des Pythagoras und den Satz des Thales) bei Konstruktionen, Berechnungen und Begründungen an.	• wenden Sätze der ebenen Geometrie (insbesondere Winkel an Geraden, Winkelsumme im Dreieck, den Satz des Pythagoras und den Satz des Thales) bei Konstruktionen, Berechnungen und Begründungen an.

L5 Leitidee Daten und Zufall

Mindestanforderungen am Ende der Jahrgangsstufe 6	Mindestanforderungen am Ende der Jahrgangsstufe 8 mit Blick auf den Übergang in die Studienstufe	Mindestanforderungen für den Übergang in die Studienstufe
Die Schülerinnen und Schüler		
• sammeln unter einer gegebenen Fragestellung systematisch Daten, ordnen sie an und wählen eine geeignete Darstellung,	• planen statistische Erhebungen, auch unter den Aspekten Stichprobenauswahl und Erhebungsinstrument, • sammeln unter einer gegebenen Fragestellung systematisch Daten, ordnen sie an und stellen sie geeignet grafisch dar (Säulendiagramm, Balkendiagramm, Kreisdiagramm, Boxplots, Liniendiagramm), auch mit Tabellenkalkulation,	• planen statistische Erhebungen, auch unter den Aspekten Stichprobenauswahl und Erhebungsinstrument, • sammeln unter einer gegebenen Fragestellung systematisch Daten, ordnen sie an und stellen sie geeignet grafisch dar (Säulendiagramm, Balkendiagramm, Kreisdiagramm, Boxplots, Liniendiagramm), auch mit Tabellenkalkulation,
• entnehmen Informationen aus Tabellen, Schaubildern und Diagrammen aus ihrer Lebenswelt, • vergleichen verschiedene Darstellungen des gleichen Sachverhaltes miteinander und beschreiben Vor- und Nachteile der Darstellungen, • erkennen und beschreiben Manipulationen bei der Darstellung von Daten,	• entnehmen Informationen aus Tabellen, Schaubildern und Diagrammen, • vergleichen verschiedene Darstellungen des gleichen Sachverhaltes miteinander und beschreiben Vor- und Nachteile der Darstellungen, • entdecken an Beispielen irreführende grafische Darstellungen und erläutern, woran man das Manipulative erkennen kann,	• entnehmen Informationen aus Tabellen, Schaubildern und Diagrammen, • vergleichen verschiedene Darstellungen des gleichen Sachverhaltes miteinander und beschreiben Vor- und Nachteile der Darstellungen, • entdecken an Beispielen irreführende grafische Darstellungen und erläutern, woran man das Manipulative erkennen kann,
• werten Daten von einfachen statistischen Erhebungen aus und berechnen dazu absolute und relative Häufigkeiten sowie die Kenngrößen Zentralwert, arithmetisches Mittel und Spannweite,	• werten Daten von einfachen statistischen Erhebungen aus und berechnen dazu relative und absolute Häufigkeiten sowie unterschiedliche Kenngrößen (Minimum, Maximum, Median, Spannweite, Quartile sowie das arithmetische Mittel), auch mit Tabellenkalkulation, • bewerten Argumente, die auf einer Datenanalyse basieren, • erläutern Vor- und Nachteile unterschiedlicher Kennwerte zur Beschreibung von Daten,	• werten Daten von statistischen Erhebungen aus und berechnen dazu relative und absolute Häufigkeiten sowie unterschiedliche Kenngrößen (Minimum, Maximum, Median, Spannweite, Quartile sowie das arithmetische Mittel), auch mit Tabellenkalkulation, • bewerten Argumente, die auf einer Datenanalyse basieren, • erläutern Vor- und Nachteile unterschiedlicher Kennwerte zur Beschreibung von Daten,

Mindestanforderungen am Ende der Jahrgangsstufe 6	Mindestanforderungen am Ende der Jahrgangsstufe 8 mit Blick auf den Übergang in die Studienstufe	Mindestanforderungen für den Übergang in die Studienstufe
Die Schülerinnen und Schüler		
• nutzen die Begriffe „sicher“, „unmöglich“, „wahrscheinlich“ zur Beschreibung von Wahrscheinlichkeiten, • entscheiden, ob Ergebnisse gleich wahrscheinlich oder nicht gleich wahrscheinlich sind, • verfügen über erste Grundvorstellungen zu Wahrscheinlichkeiten,	• unterscheiden die Begriffe Wahrscheinlichkeit und relative Häufigkeit sowie Erwartungswert und Mittelwert,	• unterscheiden sorgfältig und bewusst die Begriffe Wahrscheinlichkeit und relative Häufigkeit sowie Erwartungswert und Mittelwert,
• führen zu Vermutungen selbst geplante, umfangreiche Zufallsexperimente durch, schätzen Wahrscheinlichkeiten durch die Bestimmung von relativen Häufigkeiten und vergleichen diese, • machen Vorhersagen über Häufigkeiten mithilfe von intuitiv erfassten Wahrscheinlichkeiten.	• schätzen Wahrscheinlichkeiten und Erwartungswerte mithilfe von (rechnergestützten) Versuchsreihen zu Zufallsexperimenten, überprüfen hiermit Urteile und Vorurteile und verwenden dabei das Gesetz der großen Zahlen intuitiv,	• schätzen Wahrscheinlichkeiten und Erwartungswerte mithilfe von (rechnergestützten) Versuchsreihen zu Zufallsexperimenten, überprüfen hiermit Urteile und Vorurteile und verwenden dabei das Gesetz der großen Zahlen intuitiv,
	• berechnen Wahrscheinlichkeiten bei einfachen Zufallsexperimenten im Laplace-Modell oder mithilfe von zweistufigen Baumdiagrammen.	• berechnen Wahrscheinlichkeiten mithilfe von Baumdiagrammen und verwenden dabei bewusst die Summen- und die Produktregel, • unterscheiden bei Zufallsvorgängen zwischen stochastischer Unabhängigkeit oder Abhängigkeit, • erkennen in Baumdiagrammen und Vierfeldertafeln bedingte Wahrscheinlichkeiten und arbeiten mit diesen.

Prozessbezogene Kompetenzen am Ende der Jahrgangsstufe 6

Am Ende der Jahrgangsstufe 6 sollen die Schülerinnen und Schüler über die nachfolgend genannten prozessbezogenen Kompetenzen verfügen. Diese Kompetenzen bilden den Kern der Bildungsstandards. Hiermit werden zentrale Aspekte des mathematischen Arbeitens in hinreichender Breite erfasst.

Prozessbezogene Kompetenzen werden auf drei unterschiedliche Anforderungsbereiche bezogen:

Anforderungsbereich I: Reproduzieren

Dieser Anforderungsbereich umfasst das Ausführen von Routinetätigkeiten sowie die Wiedergabe und die direkte Anwendung von grundlegenden Begriffen und Zusammenhängen in einem abgegrenzten Gebiet sowie einem wiederholenden Zusammenhang.

Anforderungsbereich II: Zusammenhänge herstellen

Dieser Anforderungsbereich umfasst das Auswählen, das Anordnen, das Darstellen und das Bearbeiten bekannter Sachverhalte, indem Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten verknüpft werden.

Anforderungsbereich III: Verallgemeinern und Reflektieren

Dieser Anforderungsbereich umfasst das selbstständige Auswählen von Vorgehensweisen und Verfahren sowie das Bearbeiten komplexer oder unbekannter Gegebenheiten, u. a. mit dem Ziel, zu eigenen Lösungen, Begründungen, Folgerungen, Interpretationen oder Wertungen zu gelangen.

K1 Mathematisch argumentieren	
Zu dieser Kompetenz gehören sowohl das Entwickeln eigenständiger, situationsangemessener mathematischer Argumentationen (wie Begründungen, Beweise) als auch das Erläutern, das Prüfen und das Begründen von Lösungswegen sowie das begründete Äußern von Vermutungen. Das Spektrum reicht dabei von einfachen Plausibilitätsargumenten über inhaltlich-anschauliche Begründungen bis zu Argumentationsketten.	
Die Schülerinnen und Schüler …	
Reproduzieren	• geben vertraute Argumentationen wieder (wie Rechnungen, Verfahren, Regeln). • formulieren typische Fragen, die auf Argumentationen zielen („Wie verändert sich …?“, „Ist das immer so …?“). • begründen angemessen auf Basis von Alltagswissen.
Zusammenhänge herstellen	• entwickeln und erläutern überschaubare mehrschrittige Argumentationen. • erläutern Lösungswege und prüfen sie u. a. auf Konsistenz. • bewerten Ergebnisse und Aussagen auch bzgl. ihres Anwendungskontextes. • erläutern mathematische Zusammenhänge, Ordnungen und logische Strukturen.
Verallgemeinern und reflektieren	• entwickeln und erläutern komplexe Argumentationen. • bewerten verschiedene Argumentationen. • stellen selbstständig Fragen, die für die Mathematik charakteristisch sind, und äußern begründet Vermutungen.

K2 Mathematisch kommunizieren	
Zu dieser Kompetenz gehören sowohl das Entnehmen von Informationen aus Texten, mündlichen Äußerungen oder sonstigen Quellen als auch das Darlegen von Überlegungen, Lösungswegen bzw. Ergebnissen in mündlicher und schriftlicher Form, auch unter Verwendung einer adressatengerechten Fachsprache. Das Spektrum reicht von der direkten Informationsentnahme aus Texten des Alltagsgebrauchs bzw. vom Aufschreiben einfacher Lösungswege bis hin zum sinnentnehmenden Erfassen fachsprachlicher Texte bzw. vom Dokumentieren einfacher Lösungswege zum strukturierten Darlegen oder Präsentieren eigener Überlegungen, auch mithilfe geeigneter Medien.	
Die Schülerinnen und Schüler …	
Reproduzieren	• entnehmen Informationen aus einfachen Texten und Abbildungen. • formulieren einfache mathematische Sachverhalte mit eigenen Worten und mithilfe mathematischer Begriffe mündlich und schriftlich. • dokumentieren Ideen und Informationen (z. B. mittels Listen, Tabellen, Diagrammen …). • reagieren auf Fragen und Kritik sachlich und angemessen.
Zusammenhänge herstellen	• stellen Überlegungen, Lösungswege bzw. Ergebnisse und Verfahren verständlich dar. • erfassen, interpretieren und deuten mathematikhaltige Texte und Abbildungen sinnentnehmend und strukturieren Informationen. • verwenden Alltagssprache, Bildungssprache und mathematische Fachsprache situationsangemessen. • gehen fachbezogen auf Äußerungen von anderen zu mathematischen Inhalten ein (z. B. konstruktiver Umgang mit Fehlern).
Verallgemeinern und reflektieren	• präsentieren sachgerecht mathematische Sachverhalte mündlich und schriftlich. • interpretieren und beurteilen mathematische Lösungen und Texte. • vergleichen und bewerten Äußerungen von anderen zu mathematischen Inhalten sachlich und fachlich angemessen.

K3 Probleme mathematisch lösen	
Diese Kompetenz beinhaltet, ausgehend vom Erkennen und Formulieren mathematischer Probleme, das Auswählen geeigneter Heurismen sowie das Entwickeln und Ausführen geeigneter Lösungswege. Das Spektrum reicht vom Bearbeiten vorgegebener und selbst formulierter Probleme auf der einen Seite bis hin zum Überprüfen der Plausibilität von Ergebnissen, dem Finden von Lösungsideen und dem Reflektieren von Lösungswegen auf der anderen Seite. Geeignete heuristische Strategien (u. a. Skizzen erstellen, systematisch probieren, rückwärts arbeiten, zerlegen und ergänzen) zum Problemlösen werden ausgewählt und angewendet.	
Die Schülerinnen und Schüler …	
Reproduzieren	• können heuristische Strategien (z. B. Skizze erstellen, systematisch probieren) angeben. • lösen einfache Probleme mit bekannten heuristischen Strategien (z. B. systematisches Probieren).
Zusammenhänge herstellen	• bearbeiten selbst formulierte und vorgegebene Probleme eigenständig und halten ihren Lösungsweg schriftlich fest (z. B. in einem Lerntagebuch). • wenden geeignete heuristische Strategien zur Lösung entsprechender Probleme an. • erweitern ihr Repertoire an Lösungsstrategien (z. B. Analogiebildung, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten). • verfolgen Lösungsprozesse kritisch, ziehen aus Fehlern und Irrtümern Schlussfolgerungen, • überprüfen die Plausibilität von Ergebnissen.
Verallgemeinern und reflektieren	• wählen geeignete heuristische Strategien zur Lösung entsprechender Probleme aus. • lösen anspruchsvolle oder offen formulierte Probleme. • reflektieren das Finden von Lösungsideen, vergleichen und beurteilen verschiedene Lösungswege.

K4 Mathematisch modellieren	
Beim mathematischen Modellieren geht es um das Lösen eines realen Problems mithilfe von Mathematik. Von besonderer Bedeutung dabei ist das Übersetzen zwischen Realsituationen und mathematischen Begriffen, Resultaten oder Methoden. Typische Teilschritte des Modellierens sind das Strukturieren und Vereinfachen gegebener Realsituationen, das Übersetzen realer Gegebenheiten in mathematische Modelle, das Arbeiten im mathematischen Modell, das Interpretieren mathematischer Ergebnisse in Bezug auf Realsituationen und das Überprüfen von Ergebnissen sowie des Modells im Hinblick auf Stimmigkeit und Angemessenheit bezogen auf die Realsituation.	
Die Schülerinnen und Schüler …	
Reproduzieren	• ordnen einfachen Realsituationen aus dem Alltag mathematische Objekte zu. • nutzen vertraute mathematische Operationen. • prüfen die Passung der Resultate zur Aufgabenstellung.
Zusammenhänge herstellen	• erfassen Sachsituationen und entnehmen ihnen die relevanten Informationen. • bilden zur Sachsituation ein mathematisches Modell und arbeiten in diesem. • interpretieren Ergebnisse einer Modellierung. • prüfen Ergebnisse einer Modellierung auf Plausibilität in Bezug auf die Ausgangssituation. • formulieren umgekehrt Situationen zu vorgegebenen Termen, Gleichungen und bildlichen Darstellungen.
Verallgemeinern und reflektieren	• modellieren komplexe oder unvertraute Situationen. • reflektieren und beurteilen verwendete mathematische Modelle kritisch, z. B. in Bezug auf die Realsituation. • entscheiden, ob der Modellierungskreislauf erneut durchlaufen werden sollte.

K5 Mathematisch darstellen	
Diese Kompetenz umfasst das Erzeugen von sowie das Umgehen mit mathematischen Darstellungen - der grafisch-visuellen, algebraisch-formalen, numerisch-tabellarischen, verbal-sprachlichen Darstellung. Das Spektrum reicht von Anwenden, Interpretieren und Unterscheiden von Standarddarstellungen über den Wechsel geeigneter mathematischer Darstellungen bis zur Beurteilung der Eignung verschiedener Darstellungsformen für eine bestimmte Situation.	
Die Schülerinnen und Schüler …	
Reproduzieren	• nutzen und erzeugen vertraute und geübte Darstellungen von mathematischen Objekten und Situationen.
Zusammenhänge herstellen	• stellen zu einfachen ebenen und räumlichen Situationen eine Skizze her. • wenden verschiedene Formen der Darstellung von mathematischen Objekten und Situationen an, interpretieren und unterscheiden sie. • wechseln sachgerecht zwischen mathematischen Darstellungen. • übersetzen symbolische und formale Sprache in natürliche Sprache und umgekehrt.
Verallgemeinern und reflektieren	• wählen eine Darstellung passend zur Problemstellung aus. • analysieren und beurteilen verschiedene Formen der Darstellung entsprechend ihrem Zweck.

K6 Mit mathematischen Objekten umgehen	
Diese Kompetenz beinhaltet das verständige Umgehen mit mathematischen Objekten wie Zahlen, Größen, Symbolen, Variablen, Termen, und Gleichungen sowie geometrischen Objekten wie Strecken, Winkeln und Kreisen mit und ohne Hilfsmittel. Das Spektrum reicht hier von einfachen, überschaubaren Routineverfahren bis hin zu komplexen Verfahren, einschließlich deren reflektierender Bewertung. Diese Kompetenz beinhaltet auch Faktenwissen und Regelwissen für ein zielgerichtetes und effizientes Bearbeiten von mathematischen Aufgabenstellungen.	
Die Schülerinnen und Schüler …	
Reproduzieren	• lesen, verstehen und schreiben Zahlen, Zeichen und Symbole (Platzhalter) und mathematische Darstellungen wie Tabellen und Diagramme. • verwenden Routineverfahren (z. B. Grundrechenarten). • gehen mit vertrauten mathematischen Objekten (z. B. Zahlen, Größen, Strecken, Winkeln, Würfeln) um.
Zusammenhänge herstellen	• führen komplexere Lösungs- und Kontrollverfahren aus. • beschreiben die innere Struktur mathematischer Objekte (z. B. Zahlen, Muster, Zahlenreihen, Terme) und gehen flexibel und sicher mit ihnen um.
Verallgemeinern und reflektieren	• bewerten Lösungs- und Kontrollverfahren hinsichtlich ihrer Effizienz (z. B. zur Bestimmung von Teilern natürlicher Zahlen). • beschreiben die innere Struktur von Lösungsverfahren, erfassen deren Allgemeingültigkeit und übertragen die Verfahren auf neue Situationen.

K7 Mit Medien mathematisch arbeiten	
Diese Kompetenz umfasst sowohl den Umgang mit analogen (Schulbuch, Geodreieck, Zirkel und Lineal, Körpermodell, Spielwürfel, ...) als auch mit digitalen Medien (digitale Lernumgebung, Taschenrechner, …) sowie die Nutzung des Internets zum Anwenden und Lernen von Mathematik.	
Die Schülerinnen und Schüler …	
Reproduzieren	• nutzen Arbeitsmittel wie Zahlenstrahl, Zahlenfeld, Stellenwerttafel. • gehen mit Zeichengeräten wie Geodreieck, Zirkel, Lineal sachgerecht um. • entnehmen angeleitet Informationen aus Texten, Zeichnungen, Grafiken und Tabellen. • nutzen digitale Medien, die aus dem Unterricht vertraut sind, zur Kontrolle.
Zusammenhänge herstellen	• nutzen den Taschenrechner zur Durchführung von Experimenten und zur Entdeckung von Gesetzmäßigkeiten. • nutzen weitere mathematikspezifische Medien (z. B. Apps zur Lernstandsbestimmung, Erklärvideos zum Verstehen, Programme zum Üben) zum selbstgesteuerten Lernen und Anwenden von Mathematik. • erstellen analoge und digitale Medien zur Darstellung mathematischer Sachverhalte (z. B. Plakate, kurze Erklärvideos und Präsentationen)
Verallgemeinern und reflektieren	• reflektieren Möglichkeiten und Grenzen der Nutzung mathematikspezifischer Medien. • beurteilen analoge und digitale Medien kriteriengeleitet je nach Zielsetzung.

Digitale Kompetenzen am Ende der Jahrgangsstufe 6

D1 Suchen, Verarbeiten und Aufbewahren	
Dieser Kompetenzbereich umfasst die Kompetenzen, die Schülerinnen und Schüler sich aneignen müssen, um effizient und zeitsparend an vertrauenswürdige Informationen zu gelangen und diese zur weiteren Verwendung sicher, strukturiert und wiederauffindbar aufbewahren zu können.	
Die Schülerinnen und Schüler …	
D1.1. Suchen und Filtern	• klären Arbeits- und Suchinteressen und legen diese fest. • nutzen Suchstrategien in digitalen Umgebungen und entwickeln diese weiter. • identifizieren relevante Quellen und führen diese zusammen. • überprüfen die Plausibilität von Vermutungen an Beispielen und suchen Gegenbeispiele.
D1.2. Auswerten und Bewerten	• analysieren, interpretieren und überprüfen Informationen und Daten und bewerten sie kritisch. • analysieren Informationsquellen und bewerten diese kritisch.
D1.3. Speichern und Abrufen	• speichern sicher Informationen und Daten, finden diese wieder und rufen sie von verschiedenen Orten ab. • fassen Informationen und Daten zusammen, organisieren und strukturieren diese und bewahren sie auf.

D2 Kommunizieren und Kooperieren	
Dieser Kompetenzbereich thematisiert, welche digitalen Kommunikationsmittel für welche Zwecke auf welchen technischen Plattformen zur Verfügung stehen und wie man mit diesen digitalen Kommunikationsmitteln sicher und verantwortungsvoll kommuniziert. Hierbei werden auch Kompetenzen erworben, um mittels digitaler Werkzeuge mit anderen respektvoll und effizient zusammenzuarbeiten, indem z. B. gemeinsam Präsentationen oder Tabellen erstellt werden. Der sichere Austausch von Daten spielt hierbei eine wichtige Rolle.	
Die Schülerinnen und Schüler …	
D2.2. Teilen	• teilen Dateien, Informationen und Links. • beherrschen eine Referenzierungspraxis (Quellenangaben).
D2.3. Zusammenarbeiten	• nutzen digitale Werkzeuge für die Zusammenarbeit bei der Zusammenführung von Informationen, Daten und Ressourcen. • nutzen digitale Werkzeuge bei der gemeinsamen Erarbeitung von Dokumenten.
D2.5. An der Gesellschaft aktiv teilhaben	• nutzen öffentliche und private Dienste. • geben Medienerfahrungen weiter und bringen sie in kommunikative Prozesse ein. • nehmen als selbstbestimmte Bürgerinnen und Bürger aktiv an der Gesellschaft teil.

D3 Produzieren und Präsentieren	
Dieser Kompetenzbereich beinhaltet Kompetenzen, die zur Nutzung digitaler Mittel zur eigenständigen Herstellung und Verarbeitung unterschiedlicher Medienformate, wie z. B. Bildern, Texten, Videos, Hörspielen, Erklärfilmen, Animationen, digitale Präsentationen und Collagen, nötig sind. Hierbei werden nicht nur technische, sondern auch rechtliche Aspekte berücksichtigt.	
Die Schülerinnen und Schüler …	
D3.1 Entwickeln und Produzieren	• kennen mehrere technische Bearbeitungswerkzeuge und wenden diese an. • planen eine Produktion zur Darstellung von mathematischen Sachverhalten oder Problemlösungen und gestalten, präsentieren, veröffentlichen oder teilen sie in verschiedenen Formaten.
D3.3. Rechtliche Vorgaben beachten	• kennen die Bedeutung von Urheberrecht und geistigem Eigentum. • berücksichtigen Urheber- und Nutzungsrechte (Lizenzen) bei eigenen und fremden Werken. • beachten Persönlichkeitsrechte.

D5 Problemlösen und Handeln	
In diesem Kompetenzbereich sind die Kompetenzen zusammengefasst, die man benötigt, um Probleme identifizieren und analysieren und geeignete Werkzeuge und Methoden zu deren Lösung auswählen und anwenden zu können. Die Schülerinnen und Schüler erwerben hierbei Kompetenzen, zur systematischen Entwicklung von Lösungsstrategien, deren Anwendung, Bewertung und Verbesserung unter Berücksichtigung eigener Stärken und Schwächen.	
Die Schülerinnen und Schüler …	
D5.2. Werkzeuge bedarfsgerecht einsetzen	• kennen eine Vielzahl von digitalen Werkzeugen und wenden diese kreativ an. • formulieren Anforderungen an digitale Werkzeuge. • identifizieren passende Werkzeuge zur Lösung von Problemen. • passen digitale Umgebungen und Werkzeuge zum persönlichen Gebrauch an.
D5.4. Digitale Werkzeuge und Medien zum Lernen, Arbeiten und Problemlösen nutzen	• finden, bewerten und nutzen effektive digitale Lernmöglichkeiten. • können ein persönliches System von vernetzten digitalen Lernressourcen selbst organisieren. • nutzen digitale Werkzeuge, um ihr Repertoire an Lösungsstrategien zu erweitern.
D5.5. Algorithmen erkennen und formulieren	• erkennen und formulieren algorithmische Strukturen in genutzten digitalen Tools. • planen und verwenden eine strukturierte, algorithmische Sequenz zur Lösung eines Problems. • beschreiben, wählen und bewerten Vorgehensweisen und Verfahren, denen Algorithmen bzw. Kalküle zu Grunde liegen.

D6 Analysieren und Reflektieren	
Durch die Kompetenzen dieses Kompetenzbereichs werden Schülerinnen und Schüler befähigt, Medien und deren Wirkungen auf sich selbst und die Gesellschaft zu bewerten und zu reflektieren, indem sie lernen, Medien und deren Gestaltungsmittel zu analysieren und zu verstehen.	
Die Schülerinnen und Schüler …	
D6.1 Medien analysieren und bewerten	• kennen und bewerten Gestaltungsmittel von digitalen Medienangeboten. • erkennen und beurteilen interessengeleitete Setzung, Verbreitung und Dominanz von Themen in digitalen Umgebungen. • analysieren Wirkungen von Medien in der digitalen Welt (z. B. mediale Konstrukte, • Computerspiele, mediale Darstellungen von Statistiken) und gehen damit konstruktiv um.

Prozessbezogene Kompetenzen am Ende der Jahrgangsstufe10

Am Ende der Jahrgangsstufe 10 sollen die Schülerinnen und Schüler über die nachfolgend genannten allgemeinen mathematischen Kompetenzen verfügen. Diese Kompetenzen bilden den Kern der Mathematik-Standards. Hiermit werden zentrale Aspekte des mathematischen Arbeitens in hinreichender Breite erfasst. Wer Mathematik betreibt, der modelliert, argumentiert, verwendet Darstellungen, rechnet. Es gibt natürliche Überlappungen und beim mathematischen Arbeiten treten i. A. mehrere Kompetenzen im Verbund auf. Beim Modellieren sind alle der allgemeinen mathematischen Kompetenzen notwendig. Da diese Kompetenzen das mathematische Handeln beschreiben, werden sie in der Auseinandersetzung mit mathematischen Inhalten erworben.

Zum Lösen mathematischer Aufgaben werden die prozessbezogenen Kompetenzen in unterschiedlicher Ausprägung ausgewiesen. Es werden drei Anforderungsbereiche für alle Schülerinnen und Schüler unterschieden: (I) Reproduzieren, (II) Zusammenhänge herstellen sowie (III) Verallgemeinern und Reflektieren. Im Allgemeinen nehmen Anspruch und kognitive Komplexität von Anforderungsbereich I bis Anforderungsbereich III zu. Die Anforderungsbereiche sind für alle prozessbezogenen Kompetenzen wie folgt charakterisiert:

Anforderungsbereich I: Reproduzieren

Dieser Anforderungsbereich umfasst die Wiedergabe und direkte Anwendung von grundlegenden Begriffen, Sätzen und Verfahren in einem abgegrenzten Gebiet und einem wiederholenden Zusammenhang.

Anforderungsbereich II: Zusammenhänge herstellen

Dieser Anforderungsbereich umfasst das selbstständige Auswählen, Anordnen, Darstellen und Bearbeiten bekannter Sachverhalte, indem Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten verknüpft werden, die in der Auseinandersetzung mit Mathematik auf verschiedenen Gebieten erworben wurden.

Anforderungsbereich III: Verallgemeinern und Reflektieren

Dieser Anforderungsbereich umfasst das selbstständige Auswählen geeigneter Arbeitstechniken und Verfahren sowie das Bearbeiten komplexer oder unbekannter Gegebenheiten u. a. mit dem Ziel, zu eigenen Problemformulierungen, Lösungen, Begründungen, Folgerungen, Interpretationen oder Wertungen zu gelangen.

K1 Mathematisch argumentieren	
Zu dieser Kompetenz gehören sowohl das Entwickeln eigenständiger, situationsangemessener mathematischer Argumentationen (wie Begründungen, Beweise), als auch das Erläutern, Prüfen und Begründen von Lösungswegen und das begründete Äußern von Vermutungen. Das Spektrum reicht dabei von einfachen Plausibilitätsargumenten über inhaltlich-anschauliche Begründungen bis hin zu Argumentationsketten.	
Die Schülerinnen und Schüler …	
Reproduzieren	• geben vertraute Argumentationen wieder (wie Rechnungen, Verfahren, Herleitungen, Sätze). • formulieren typische Fragen, die auf Argumentationen zielen („Wie verändert sich …?“, „Ist das immer so …?“). • begründen angemessen auf Basis von Alltagswissen.
Zusammenhänge herstellen	• entwickeln und erläutern überschaubare mehrschrittige Argumentationen. • erläutern Lösungswege und prüfen sie u. a. auf Konsistenz. • bewerten Ergebnisse und Aussagen auch bzgl. ihres Anwendungskontextes. • erläutern mathematische Zusammenhänge, Ordnungen und logische Strukturen.
Verallgemeinern und reflektieren	• entwickeln und erläutern komplexe Argumentationen. • bewerten verschiedene Argumentationen. • stellen selbstständig Fragen, die für die Mathematik charakteristisch sind, und äußern begründet Vermutungen.

K2 Mathematisch kommunizieren	
Zu dieser Kompetenz gehören sowohl das Entnehmen von Informationen aus Texten, mündlichen Äußerungen oder sonstigen Quellen als auch das Darlegen von Überlegungen, Lösungswegen bzw. Ergebnissen in mündlicher und schriftlicher Form auch unter Verwendung einer adressatengerechten Fachsprache. Das Spektrum reicht von der direkten Informationsentnahme aus Texten des Alltagsgebrauchs bzw. vom Aufschreiben einfacher Lösungswege bis hin zum sinnentnehmenden Erfassen fachsprachlicher Texte bzw. vom Dokumentieren einfacher Lösungswege zum strukturierten Darlegen oder Präsentieren eigener Überlegungen, auch mithilfe geeigneter Medien.	
Die Schülerinnen und Schüler …	
Reproduzieren	• formulieren einfache mathematische Sachverhalte mit eigenen Worten und mithilfe mathematischer Begriffe mündlich und schriftlich. • entnehmen Informationen aus einfachen mathematikhaltigen Texten und Abbildungen. • reagieren sach- und adressatengerecht auf Fragen und Kritik zu eigenen Lösungen.
Zusammenhänge herstellen	• stellen Überlegungen, Lösungswege bzw. Ergebnisse und Verfahren verständlich dar. • erfassen, interpretieren und deuten komplexere mathematikhaltige Texte und Abbildungen sinnentnehmend und strukturieren Informationen. • verwenden die mathematische Fachsprache situationsangemessen. • gehen fachbezogen auf Äußerungen von anderen zu mathematischen Inhalten ein (z. B. konstruktiver Umgang mit Fehlern).
Verallgemeinern und reflektieren	• präsentieren sachgerecht komplexe mathematische Sachverhalte mündlich und schriftlich. • interpretieren und beurteilen komplexe mathematische Texte sinnentnehmend. • vergleichen und bewerten Äußerungen von anderen zu mathematischen Inhalten sachlich und fachlich angemessen.

K3 Probleme mathematisch lösen	
Diese Kompetenz beinhaltet, ausgehend vom Erkennen und Formulieren mathematischer Probleme, das Auswählen geeigneter Heurismen sowie das Entwickeln und Ausführen geeigneter Lösungswege. Das Spektrum reicht vom Bearbeiten vorgegebener und selbst formulierter Probleme auf der einen Seite bis hin zum Überprüfen der Plausibilität von Ergebnissen, dem Finden von Lösungsideen und dem Reflektieren von Lösungswegen auf der anderen Seite. Geeignete heuristische Strategien (u. a. Skizzen erstellen, systematisch probieren, rückwärts arbeiten, zerlegen und ergänzen) zum Problemlösen werden ausgewählt und angewendet.	
Die Schülerinnen und Schüler …	
Reproduzieren	• können heuristische Strategien (z. B. Skizze erstellen, systematisch probieren) angeben. • lösen einfache Probleme mit bekannten heuristischen Strategien (z. B. systematisches Probieren).
Zusammenhänge herstellen	• formulieren Problemstellungen. • wählen geeignete heuristische Strategien zur Lösung entsprechender Probleme aus. • überprüfen die Plausibilität von Ergebnissen.
Verallgemeinern und reflektieren	• lösen anspruchsvolle, komplexe oder offen formulierte Probleme. • reflektieren das Finden von Lösungsideen, vergleichen und beurteilen verschiedene Lösungswege.

K4 Mathematisch modellieren	
Beim mathematischen Modellieren geht es um das Lösen eines realen Problems mithilfe von Mathematik. Von besonderer Bedeutung dabei ist das Übersetzen zwischen Realsituationen und mathematischen Begriffen, Resultaten oder Methoden. Typische Teilschritte des Modellierens sind das Strukturieren und das Vereinfachen gegebener Realsituationen, das Übersetzen realer Gegebenheiten in mathematische Modelle, das Arbeiten im mathematischen Modell, das Interpretieren mathematischer Ergebnisse in Bezug auf Realsituationen und das Überprüfen von Ergebnissen sowie des Modells im Hinblick auf Stimmigkeit und Angemessenheit bezogen auf die Realsituation. Das Spektrum reicht von Standardmodellen (z. B. proportionale Zuordnung) bis hin zu komplexeren Modellierungen (etwa geometrische Konstruktionen, Sinusfunktion, Exponentialfunktion, Zufallsexperimente).	
Die Schülerinnen und Schüler …	
Reproduzieren	• ordnen einfachen Realsituationen aus dem Alltag mathematische Objekte zu. • nutzen bekannte und direkt erkennbare Modelle (z. B. Proportionalität bzw. Dreisatz). • prüfen die Passung der Resultate zur Aufgabenstellung.
Zusammenhänge herstellen	• wählen ein geeignetes mathematisches Modell aus. • nehmen Mathematisierungen vor, die mehrere Schritte erfordern. • interpretieren Ergebnisse einer Modellierung. • prüfen Ergebnisse einer Modellierung auf Plausibilität in Bezug auf die Ausgangssituation. • ordnen einem mathematischen Modell passende Situationen zu.
Verallgemeinern und reflektieren	• modellieren komplexe oder unvertraute Situationen und entwickeln ggf. eigene Modelle. • reflektieren und beurteilen verwendete mathematische Modelle kritisch, z. B. in Bezug auf die Realsituation. • entscheiden, ob der Modellierungskreislauf erneut durchlaufen werden sollte.

K5 Mathematisch darstellen	
Diese Kompetenz umfasst das Erzeugen und das Vernetzen von sowie das Umgehen mit mathematischen Darstellungen – der grafisch-visuellen, algebraisch-formalen, numerisch-tabellarischen, verbal-sprachlichen Darstellung. Das Spektrum reicht von Anwenden, Interpretieren und Unterscheiden von Standarddarstellungen über den Wechsel geeigneter mathematischer Darstellungen bis zum Erstellen eigener Darstellungen, die dem Strukturieren und dem Dokumentieren individueller Überlegungen dienen.	
Die Schülerinnen und Schüler …	
Reproduzieren	• nutzen und erzeugen vertraute und geübte Darstellungen von mathematischen Objekten und Situationen.
Zusammenhänge herstellen	• wählen eine Darstellung passend zur Problemstellung aus. • wechseln sachgerecht zwischen mathematischen Darstellungen. • übersetzen symbolische und formale Sprache in natürliche Sprache – und umgekehrt.
Verallgemeinern und reflektieren	• entwickeln eigene Darstellungen. • analysieren und beurteilen verschiedene Formen der Darstellung entsprechend ihrem Zweck. • interpretieren nicht vertraute Darstellungen und beurteilen ihre Aussagekraft.

K6 Mit mathematischen Objekten umgehen	
Diese Kompetenz beinhaltet das verständige Umgehen mit mathematischen Objekten wie Zahlen, Größen, Symbolen, Variablen, Termen, Formeln, Gleichungen und Funktionen sowie geometrischen Objekten wie Strecken, Winkeln und Kreisen mit und ohne Hilfsmittel. Das Spektrum reicht hier von einfachen, überschaubaren Routineverfahren bis hin zu komplexen Verfahren, einschließlich deren reflektierenden Bewertung. Diese Kompetenz beinhaltet auch Faktenwissen und Regelwissen für ein zielgerichtetes und effizientes Bearbeiten mathematischer Aufgabenstellungen.	
Die Schülerinnen und Schüler …	
Reproduzieren	• verwenden Routineverfahren (z. B. Lösen einer linearen Gleichung). • gehen mit vertrauten mathematischen Objekten (z. B. Strecken, Termen, Gleichungen) um.
Zusammen-hänge herstellen	• führen komplexere Lösungs- und Kontrollverfahren aus. • beschreiben die innere Struktur mathematischer Objekte (z. B. von Termen) und gehen flexibel und sicher mit ihnen um.
Verallgemeinern und reflektieren	• bewerten Lösungs- und Kontrollverfahren hinsichtlich ihrer Effizienz. • beschreiben die innere Struktur von Lösungsverfahren, erfassen deren Allgemeingültigkeit und übertragen die Verfahren auf neue Situationen.

K7 Mit Medien mathematisch arbeiten	
Diese Kompetenz umfasst den Umgang mit analogen (Schulbuch, Lineal, Körpermodell, Formelsammlung, Spielwürfel, ...) und digitalen Medien (digitale Lernumgebung, digitale Mathematikwerkzeuge, ...) beim Lernen und Anwenden von Mathematik. Das Spektrum reicht von der Nutzung analoger Medien wie Geodreieck und digitaler Medien wie Taschenrechner, der Verwendung digitaler Mathematikwerkzeuge (z. B. Tabellenkalkulation, Geometriesoftware) und Lernumgebungen über die Erstellung und Gestaltung eigener Erklärvideos und Präsentationen bis hin zur bewussten Verwendung, Entwicklung und Reflexion von Algorithmen mithilfe digitaler Medien.	
Die Schülerinnen und Schüler …	
Reproduzieren	• verwenden allgemeine Medien zur Kommunikation (z. B. Recherche in Fachliteratur oder Internet, Nutzung von Lernplattformen) und zur Präsentation mathematischer Inhalte in Situationen, in denen der Einsatz geübt wurde. • nutzen analoge und digitale Lernumgebungen zum Lernen von Mathematik. • nutzen analoge und digitale Mathematikwerkzeuge (z. B. wissenschaftlichen Taschenrechner), die aus dem Unterricht vertraut sind.
Zusammenhänge herstellen	• nutzen analoge und digitale Mathematikwerkzeuge (dynamische Geometriesoftware, Tabellenkalkulation, Computeralgebrasystem, etc.) zum Problemlösen, Entdecken, Modellieren, Daten-Verarbeiten, Kontrollieren und Darstellungswechseln etc. • nutzen weitere mathematikspezifische Medien (z. B. Apps zur Lernstandsbestimmung, Erklärvideos zum Verstehen, Programme zum Üben) zum selbstgesteuerten Lernen und Anwenden von Mathematik. • wählen analoge und digitale Medien kriteriengeleitet je nach Zielsetzung bewusst aus.
Verallgemeinern und reflektieren	• reflektieren Möglichkeiten und Grenzen der Nutzung mathematikspezifischer Medien. • konzipieren und erstellen selbst analoge und digitale Medien, um mathematische Sachverhalte darzustellen oder zu bearbeiten, und stellen ihre Ergebnisse vor (z. B. Präsentation). • beurteilen analoge und digitale Medien kriteriengeleitet je nach Zielsetzung. • setzen bekannte mathematische Verfahren mithilfe digitaler Werkzeuge (z. B. Tabellenkalkulation) als Algorithmus um. • nutzen Algorithmen mithilfe digitaler Werkzeuge, um den jeweils zugrundeliegenden mathematischen Inhalt zu untersuchen.

Digitale Kompetenzen am Ende der Jahrgangsstufe 10

D1 Suchen, Verarbeiten und Aufbewahren	
Dieser Kompetenzbereich umfasst die Kompetenzen, die Schülerinnen und Schüler sich aneignen müssen, um effizient und zeitsparend an vertrauenswürdige Informationen zu gelangen und diese zur weiteren Verwendung sicher, strukturiert und wiederauffindbar aufbewahren zu können.	
Die Schülerinnen und Schüler …	
D1.1. Suchen und Filtern	• klären Arbeits- und Suchinteressen und legen diese fest. • nutzen Suchstrategien in digitalen Umgebungen und entwickeln diese weiter. • identifizieren relevante Quellen und führen diese zusammen. • überprüfen die Plausibilität von Vermutungen an Beispielen und suchen Gegenbeispiele.
D1.2. Auswerten und Bewerten	• analysieren, interpretieren und überprüfen Informationen und Daten und bewerten sie kritisch. • analysieren Informationsquellen und bewerten diese kritisch.
D1.3. Speichern und Abrufen	• speichern sicher Informationen und Daten, finden diese wieder und rufen sie von verschiedenen Orten ab. • fassen Informationen und Daten zusammen, organisieren und strukturieren diese und bewahren sie auf.

D2 Kommunizieren und Kooperieren	
Dieser Kompetenzbereich thematisiert, welche digitalen Kommunikationsmittel für welche Zwecke auf welchen technischen Plattformen zur Verfügung stehen und wie man mit diesen digitalen Kommunikationsmitteln sicher und verantwortungsvoll kommuniziert. Hierbei werden auch Kompetenzen erworben, um mittels digitaler Werkzeuge mit anderen respektvoll und effizient zusammenzuarbeiten, indem z. B. gemeinsam Präsentationen oder Tabellen erstellt werden. Der sichere Austausch von Daten spielt hierbei eine wichtige Rolle.	
Die Schülerinnen und Schüler …	
D2.1. Interagieren	• kommunizieren mithilfe verschiedener digitaler Kommunikationsmöglichkeiten. • wählen zielgerichtet und situationsgerecht digitale Kommunikationsmöglichkeiten aus.
D2.2. Teilen	• teilen Dateien, Informationen und Links. • beherrschen eine Referenzierungspraxis (Quellenangaben).
D2.3. Zusammenarbeiten	• nutzen digitale Werkzeuge für die Zusammenarbeit bei der Zusammenführung von Informationen, Daten und Ressourcen. • nutzen digitale Werkzeuge bei der gemeinsamen Erarbeitung von Dokumenten.
D2.5. An der Gesellschaft aktiv teilhaben	• nutzen öffentliche und private Dienste. • geben Medienerfahrungen weiter und bringen sie in kommunikative Prozesse ein. • nehmen als selbstbestimmte Bürgerinnen und Bürger aktiv an der Gesellschaft teil.

D3 Produzieren und Präsentieren	
Dieser Kompetenzbereich beinhaltet Kompetenzen, die zur Nutzung digitaler Mittel zur eigenständigen Herstellung und Verarbeitung unterschiedlicher Medienformate, z. B. von Bildern, Texten, Videos, Hörspielen, Erklärfilmen, Animationen, digitalen Präsentationen und Collagen, nötig sind. Hierbei werden nicht nur technische, sondern auch rechtliche Aspekte berücksichtigt.	
Die Schülerinnen und Schüler …	
D3.1 Entwickeln und Produzieren	• kennen mehrere technische Bearbeitungswerkzeuge und wenden diese an. • planen eine Produktion zur Darstellung mathematischer Sachverhalte oder Problemlösungen und gestalten, präsentieren, veröffentlichen oder teilen sie in verschiedenen Formaten.
D3.2 Weiterverarbeiten und Integrieren	• bearbeiten Inhalte in verschiedenen Formaten, führen sie zusammen und präsentieren und veröffentlichen oder teilen diese. • verarbeiten Informationen, Inhalte und vorhandene digitale Produkte weiter und integrieren sie in bestehendes Wissen.
D3.3. Rechtliche Vorgaben beachten	• kennen die Bedeutung von Urheberrecht und geistigem Eigentum. • berücksichtigen Urheber- und Nutzungsrechte (Lizenzen) bei eigenen und fremden Werken. • beachten Persönlichkeitsrechte.

D4 Schützen und sicher Agieren	
In diesem Kompetenzbereich sind die Kompetenzen gebündelt, die Schülerinnen und Schüler erwerben müssen, um sich der Risiken und der Gefahren in digitalen Umgebungen bewusst zu sein und damit umgehen zu können.	
Die Schülerinnen und Schüler …	
D4.1 Sicher in digitalen Umgebungen agieren	• kennen, erkennen, berücksichtigen und reflektieren Risiken und Gefahren in digitalen Umgebungen • entwickeln Strategien zum Schutz und wenden diese an.

D5 Problemlösen und Handeln	
In diesem Kompetenzbereich sind die Kompetenzen zusammengefasst, die man benötigt, um Probleme identifizieren und analysieren und geeignete Werkzeuge und Methoden zu deren Lösung auswählen und anwenden zu können. Die Schülerinnen und Schüler erwerben hierbei Kompetenzen zur systematischen Entwicklung von Lösungsstrategien sowie zu deren Anwendung, Bewertung und Verbesserung unter Berücksichtigung eigener Stärken und Schwächen.	
Die Schülerinnen und Schüler …	
D5.2. Werkzeuge bedarfsgerecht einsetzen	• kennen eine Vielzahl digitaler Werkzeuge und wenden diese kreativ an. • formulieren Anforderungen an digitale Werkzeuge. • identifizieren passende Werkzeuge zur Lösung von Problemen. • passen digitale Umgebungen und Werkzeuge zum persönlichen Gebrauch an.
D5.4. Digitale Werkzeuge und Medien zum Lernen, Arbeiten und Problemlösen nutzen	• finden, bewerten und nutzen effektive digitale Lernmöglichkeiten. • können ein persönliches System von vernetzten digitalen Lernressourcen selbst organisieren. • nutzen digitale Werkzeuge, um ihr Repertoire an Lösungsstrategien zu erweitern.
D5.5. Algorithmen erkennen und formulieren	• erkennen und formulieren algorithmische Strukturen in genutzten digitalen Tools. • planen und verwenden eine strukturierte, algorithmische Sequenz zur Lösung eines Problems. • beschreiben, wählen und bewerten Vorgehensweisen und Verfahren, denen Algorithmen bzw. Kalküle zu Grunde liegen.

D6 Analysieren und Reflektieren	
Durch die Kompetenzen dieses Kompetenzbereichs werden Schülerinnen und Schüler befähigt, Medien und deren Wirkungen auf sich selbst sowie die Gesellschaft zu bewerten und zu reflektieren, indem sie lernen, Medien und deren Gestaltungsmittel zu analysieren und zu verstehen.	
Die Schülerinnen und Schüler …	
D6.1 Medien analysieren und bewerten	• kennen und bewerten Gestaltungsmittel von digitalen Medienangeboten. • erkennen und beurteilen interessengeleitete Setzung, Verbreitung und Dominanz von Themen in digitalen Umgebungen. • analysieren Wirkungen von Medien in der digitalen Welt (z. B. mediale Konstrukte, Computerspiele, mediale Darstellungen von Statistiken) und gehen damit konstruktiv um.

2.3 Inhalte

Die folgenden Seiten enthalten ein Kerncurriculum für die Jahrgangsstufen 5 bis 10 des Gymnasiums. Die Unterrichtsmodule werden für die Doppeljahrgänge 5/6 und 7/8 ausgewiesen und können innerhalb eines Doppeljahrgangs auch in anderer Reihenfolge erarbeitet werden. Im Doppeljahrgang 9/10 sollen die Unterrichtsmodule in der angegebenen Reihenfolge erarbeitet werden.

Das Kerncurriculum ist spiralcurricular angelegt, Inhalte zu den mathematischen Leitideen werden in jeder Doppeljahrgangsstufe erneut aufgegriffen, aufbauend inhaltlich erweitert und vertieft. Zusätzlich sind nicht explizit ausgewiesene Phasen zum Üben und Vertiefen einzufügen, in denen einerseits Verständnislücken geschlossen und Routinen entwickelt, andererseits aber auch durch produktive Aufgaben neue Zusammenhänge entdeckt werden können.

Die Heterogenität von Lerngruppen ist gleichermaßen Herausforderung und Chance. Binnendifferenzierende Aufgabenstellungen, wie offene Aufgaben und Blütenaufgaben, ermöglichen die Auseinandersetzung einer Lerngruppe mit einer gemeinsamen Thematik auf unterschiedlichen Niveaus und ggf. zu unterschiedlichen allgemeinen mathematischen Kompetenzen. Von besonderer Bedeutung sind verständnisorientiertes Lernen, das allen Schülerinnen und Schülern dabei hilft, Zusammenhänge herzustellen, sowie der häufige Wechsel zwischen Situationen im Alltag und mathematischen Darstellungen.

Die Zuordnung der Kompetenzen zu den Modulen erfolgt beispielhaft. Kompetenzen entwickeln sich in der Regel über längere Zeiträume und damit auch über Themen hinweg. Die angegebenen Kompetenzen sind einzelnen Modulen zugeordnet, um deutlich zu machen, dass die Kompetenzen bei der inhaltlichen Planung berücksichtigt werden sollen. In Summe müssen alle einzelnen Kompetenzen über den gesamten Verlauf der Sekundarstufe I betrachtet angemessen berücksichtigt werden.

Leitidee Daten und Zufall

5/6 | 1 Beschreibende Statistik I

Übergreifend	Inhalte	Fachbezogen	Umsetzungshilfen

Übergreifend

Leitperspektiven

W BNE

Aufgabengebiete

- Medienerziehung

Sprachbildung

D 2 7 10

Fachübergreifende Bezüge

Rel Geo

Inhalte

Zum Start in der Jahrgangsstufe 5 lernen die meisten Schülerinnen und Schüler neue Mitschülerinnen und -schüler kennen. Das dadurch entstehende natürliche Informationsbedürfnis kann genutzt werden, um Daten systematisch zu sammeln, nach bestimmten Merkmalen zu ordnen und auf unterschiedliche Weise darzustellen und zu vergleichen.

Bei grafischen Darstellungen ist die Wahl geeigneter Maßstäbe gefordert, ebenso die unterschiedliche Art der Beschriftung der Achsen eines Koordinatensystems.

Die Frage nach der Möglichkeit, Zahlenangaben für verschiedene, unterschiedlich große Gruppen zu vergleichen, führt zur Diskussion von Kenngrößen. Dabei entwickeln die Schülerinnen und Schüler geeignete Grundvorstellungen wie „alles zusammenlegen und dann gleichmäßig verteilen“ für das arithmetische Mittel. Sollte das Rechenergebnis nicht ganzzahlig sein, kann es bei Größen geeignet interpretiert werden und spannende Diskussionen auslösen.

Daten erfassen

- Sammeln und Ordnen von Daten aus der Lebenswelt
- Urlisten, Strichlisten
- Daten strukturieren, z. B. einteilen in sinnvolle Bereiche
- Ranglisten
- Durchführung und Auswertung von Umfragen
- Eigene Umfragen entwerfen, durchführen und auswerten

Daten darstellen und auswerten

- Häufigkeitstabelle lesen und aufstellen
- Graphische Darstellung erhobener Daten (z. B. Säulen- und Balkendiagramm)
- Informationsentnahme aus Tabellen und Diagrammen
- Darstellungswechsel zwischen Tabelle und Diagramm
- Wahl geeigneter Diagramme zur Darstellung eines Sachverhaltes
- gleichen Sachverhalt in verschiedenen Darstellungsformen beschreiben
- Vergleich verschiedener Darstellungsformen im Hinblick auf Vor- und Nachteile
- Kenngrößen Durchschnitt bzw. arithmetisches Mittel, Zentralwert bzw. Median, Spannweite ermitteln und vergleichen

Beitrag zur Leitperspektive W

Die Sammlung von Daten ermöglicht es, den Wert der Privatsphäre zu thematisieren und darüber zu reflektieren, welche Daten man erfragen darf, wem man diese anvertraut und wie man mit diesen umzugehen hat.

Beitrag zur Leitperspektive BNE

Wegen globaler Ungleichheiten und aufgrund von Kriegen oder gewalttätigen Konflikten verlassen weltweit viele Menschen ihre Heimat. Anhand des Kontextes Migration und Flucht können die Schülerinnen und Schüler die verpflichtenden Inhalte behandeln und dabei die Vielschichtigkeit des Begriffs „Flüchtling“ erkennen und verstehen, dass die Befriedigung grundlegender Bedürfnisse ein Menschenrecht ist.

Fachbezogen

Prozessbezogene Kompetenzen

K2 K5

Digitale Kompetenzen

3.1 5.2 5.4

Inhaltsbezogene Kompetenzen

L1 L5

Fachbegriffe

die Strichliste
die Rangliste
das Säulendiagramm
das Balkendiagramm
das arithmetische Mittel/der Durchschnitt
der Median/der Zentralwert
die Spannweite

Fachinterne Bezüge

4	5.1
5/6	15, 16
7/8	13

Umsetzungshilfen

Leitidee Zahl

5/6 2 Natürliche Zahlen

Übergreifend	Inhalte	Fachbezogen	Umsetzungshilfen

Übergreifend

Sprachbildung

B 1 6 9

12

Inhalte

Nicht allen Schülerinnen und Schülern ist es in den Jahrgangsstufen 1 bis 4 gelungen, Grundvorstellungen zu Zahlen und Operationen genügend sicher zu entwickeln. Dieses Modul soll Gelegenheit dazu bieten, Grundoperationen mit natürlichen Zahlen verständnisorientiert zu üben, mit dem Ziel, Sicherheit zu gewinnen und Routinen zu entwickeln.

Zentral ist dabei das 10er-Bündelungsprinzip im dezimalen Stellenwertsystem als Grundlage für die spätere Erweiterung der Stellenwerttafel nach rechts. Die Rechenoperationen sollten immer wieder in Sachkontexten thematisiert und an Grundvorstellungen angebunden werden: Addition als Hinzu- und Zusammenfügen, Subtraktion als Wegnehmen, Vergleichen und Ergänzen, Multiplizieren als „Zählen in Bündeln“ auch am Rechteckfeld und fortgesetzte Addition, Division als Verteilen und Antwort auf „Passen-in“-Fragen.

Schülerinnen und Schüler sollten dazu Material und bildliche Darstellungen nutzen und die Operationen mit natürlichen Zahlen auch am Zahlenstrahl darstellen.

Durch eine gute Beherrschung des Einmaleins können Schülerinnen und Schüler ihre Rechengeschwindigkeit erheblich erhöhen. Das gilt nicht nur für das Kopfrechnen, sondern auch für das schriftliche Multiplizieren und Dividieren.

Insgesamt geht es nicht darum, die Rechenkalküle an möglichst schwierigen Beispielen zu trainieren, sondern darum, z. B. mit Aufgabenstellungen zum produktiven Üben zum Entdecken von Zusammenhängen und so zum Vertiefen beizutragen.

Zahlvorstellung und Zahldarstellung

- Anzahl, Rangzahl, Maßzahl
- dezimales Stellenwertsystem für den Zahlenraum bis 1 000 000 und darüber hinaus
- Einsatz des Zahlenstrahls in verschiedenen Größenordnungen
- runden
- ordnen
- Quadratzahlen
- Potenzschreibweise

Zahloperationen

- Grundvorstellungen zu den vier Grundoperationen
- Grundoperationen in verschiedenen Darstellungen (z. B. im Bild, am Zahlenstrahl)
- Rechnen mit den vier Grundoperationen
- Umkehroperation
- Rechnen im Kopf bis 100 (bis 200)
- Rechenregeln (u. a. „Punkt-vor-Strich“)
- Zahlenterme erfassen (z. B. mithilfe eines Rechenbaums) und berechnen
- Gleichheitszeichen mathematisch korrekt verwenden und Variablen als Platzhalter nutzen
- Zahlenreihen bei sich fortsetzenden Mustern, auch in Bildern
- Rechengesetze verstehen und anwenden

In Kontexten rechnen

- natürliche Zahlen und Operationen in Alltagssituationen
- Aufstellen von Rechentermen zu Situationen und umgekehrt
- Überschlagsrechnung und Schätzen zur Orientierung und Kontrolle
- Interpretation von Ergebnissen in Sachsituationen
- Überschreitungen von $\mathbb{N}$: negative Zahlen

Fachbezogen

Prozessbezogene Kompetenzen

K1 K2 K4 K5

Digitale Kompetenzen

5.2 5.4

Inhaltsbezogene Kompetenzen

L1 L3

Fachbegriffe

die Addition, addieren
die Subtraktion, subtrahieren
die Multiplikation, multiplizieren
die Division, dividieren
die Summe, der Summand
die Differenz
das Produkt, der Faktor
der Term
ausmultiplizieren
ausklammern
das Kommutativgesetz
das Assoziativgesetz
das Distributivgesetz
die Potenz

Fachinterne Bezüge

4	1.1, 1.2, 3.1
5/6	4, 8, 12, 15
7/8	1

Umsetzungshilfen

Leitidee Zahl und Operation

5/6 3 Teilbarkeit

Übergreifend	Inhalte	Fachbezogen	Umsetzungshilfen
Leitperspektiven **Sprachbildung** 6	Natürliche Zahlen verfügen über viele Eigenschaften, die sich zu erforschen lohnen. Finde alle möglichen gleichmäßigen Aufteilungen von 24 (25, 29) Bonbons auf Gruppen. Bei welcher Bonbonanzahl gibt es besonders viele, bei welchen besonders wenige mögliche Aufteilungen? Mit solchen und ähnlichen Aufgaben lässt sich spielerisch das Themenfeld „Teilbarkeit“ erkunden und erforschen und es lassen sich anschaulich erste Regeln begründen. Mit dem Zeichnen von Zerlegungsbäumen gelingt es den Schülerinnen und Schülern, der Frage nach der weiteren Zerlegbarkeit von Faktoren nachzugehen und so zu den elementaren Bausteinen der natürlichen Zahlen, den Primzahlen, vorzustoßen. Dieses Modul dient als Bindeglied zwischen Modul 2 und Modul 11. Es kann direkt mit Modul 2 oder vor Modul 11 unterrichtet werden. **Zahlen zerlegen und erforschen** • Eigenschaften natürlicher Zahlen (gerade, ungerade, Teilbarkeit durch 2, 3, 5) • Teiler (z. B. mit Zerlegungsbäumen), **weitere Teilbarkeitsregeln** • **Begründung von Teilbarkeitsregeln: Argumentieren mit Punktemustern und Zahlzerlegungen** • Primzahlen	**Prozessbezogene Kompetenzen** K1 K2 **Inhaltsbezogene Kompetenzen** L1 **Fachbegriffe** der Teiler die Teilbarkeit die natürliche Zahl die Primzahl **Fachinterne Bezüge** 4: 1.2 5/6: 2, 7, 11, 14 7/8: 1	

Leitidee Raum und Form

5/6 4 Ebene Figuren und Koordinatensystem

Übergreifend	Inhalte	Fachbezogen	Umsetzungshilfen

Übergreifend

Leitperspektiven

D

Aufgabengebiete

- Medienerziehung

Sprachbildung

3 4 6 8

10

Fachübergreifende Bezüge

BK N/T

Inhalte

Kern dieses Moduls ist es, dass Schülerinnen und Schüler sich zeichnerisch die Welt der Geometrie erschließen sowie geometrische Objekte in ihrer Umwelt wiedererkennen und richtig benennen können. Daher soll dem genauen Zeichnen und Messen per Hand mit Bleistift und Geodreieck besonders Raum gegeben werden.

Das Entwerfen von Grundrissen und Lageplänen oder geometrischen Mustern und Häuserfassaden (Fachwerkhaus) kann dabei zum Anlass genommen werden, über den Wert der genauen Zeichnung zu sprechen.

Orientierung in der Ebene

- Punkt, Strecke, Strahl und Gerade unterscheiden
- Parallele und senkrechte Geraden erkennen und zeichnen
- Längen von Strecken und Abstände messen und zeichnen
- Punkte im Koordinatensystem einzeichnen und ablesen
- einfache Grundrisse und grobe Lagepläne mithilfe vorgegebener Raster skizzieren
- geometrische Figuren (Dreiecke, Vierecke und Polygone) im Koordinatensystem darstellen
- einfache Grundrisse und Lagepläne mit einem selbstgewählten Raster erstellen

Ebene Figuren

- Figuren in der Lebenswelt erkennen und beschreiben
- Parallelogramme, Rechtecke und Quadrate zeichnen
- Parallelogramme, Rechtecke und Quadrate unterscheiden und ihre definierenden Eigenschaften nennen

Beitrag zur Leitperspektive D

Dieses Modul kann in Kooperation mit dem Fach Naturwissenschaften/Technik erarbeitet werden. Dabei wird sowohl ein Pixel-Grafik-Programm als auch ein Vektor-Grafik-Programm genutzt, um die Unterschiede beider Grafiktypen zu verstehen.

Fachbezogen

Prozessbezogene Kompetenzen

K1 K5 K7

Digitale Kompetenzen

2.2 3.3 5.5

Inhaltsbezogene Kompetenzen

L4

Fachbegriffe

der Punkt
die Strecke
die Gerade
der Strahl
der Abstand
das Koordinatensystem
der Grundriss
das Rechteck
das Quadrat
das Parallelogramm
der rechte Winkel
parallel
senkrecht
die *x*-Achse
die *y*-Achse
die *x*-Koordinate
die *y*-Koordinate
der Ursprung

Fachinterne Bezüge

3	4.1
4	4.1
5/6	5
7/8	5, 6, 7, 11
9/10	6

Umsetzungshilfen

Leitidee Raum und Form

5/6 | 5 Körper

Übergreifend	Inhalte	Fachbezogen	Umsetzungshilfen

Übergreifend

Leitperspektiven

BNE

Aufgabengebiete

- Umwelterziehung

Sprachbildung

3 4 6 8

10

Inhalte

In diesem Modul sollen Schülerinnen und Schüler herstellend tätig werden. Der Schwerpunkt liegt jetzt auf Körpern, die zunächst in der Umwelt wahrgenommen und richtig benannt werden sollen. Der Erwerb und die Verwendung von Fachbegriffen, fachsprachlichen Formulierungen und präzisen Beschreibungen können hier spielerisch geübt werden, etwa wenn Körper (z. B. Verpackungen s. u.) gegenseitig beschrieben und erraten werden.

Bei der daran anschließenden Herstellung von Körpermodellen wird erneut die Wichtigkeit des genauen Messens und Zeichens deutlich sowie das räumliche Vorstellungsvermögen geschult.

Problemlösekompetenzen werden bei der Zuordnung und dem Entwurf geeigneter Körpernetze aufgebaut.

Orientierung im Raum

- Kopfgeometrie
- Würfelbauten nach Schrägbildern bauen

Körper

- Körper in der Lebenswelt erkennen und beschreiben
- Quader, Würfel, Kegel, Zylinder, Kugel unterscheiden
- von Würfeln und Quadern Netze und Modelle anfertigen
- Quader, Würfel, Pyramide, Prisma, Kegel, Kugel, Zylinder beschreiben ihre definierenden Eigenschaften
- von Würfeln und Quadern Schrägbilder anfertigen
- von Dreiecksprismen Netze, Schrägbilder und Modelle anfertigen

Beitrag zur Leitperspektive BNE

Es wird empfohlen, dieses Modul als Lernsituation zum Thema „Verpackungen“ zu unterrichten. Eine Sammlung unterschiedlicher Verpackung bietet Anreiz, diese nach unterschiedlichen Aspekten zu ordnen und genauer zu untersuchen. Hierbei können Anregungen zur Herstellung einer eigenen Verpackung gewonnen werden. Dabei sollte die Verpackungsproblematik thematisiert werden, um bei der eigenen Herstellung einer Verpackung das Material unter dem Aspekt der Nachhaltigkeit zu wählen.

Fachbezogen

Prozessbezogene Kompetenzen

K1 K2

Digitale Kompetenzen

2.3 2.5

Inhaltsbezogene Kompetenzen

L4

Fachbegriffe

der Körper
der Quader
der Würfel
das Prisma
der Kegel
der Zylinder
die Kugel
das Netz
das Schrägbild

Fachinterne Bezüge

3	4.1
4	4.1
5/6	4, 10
7/8	12
9/10	2, 6

Leitidee Zahl und Operation

5/6 6 Brüche, Anteile und Prozente

Übergreifend	Inhalte	Fachbezogen	Umsetzungshilfen

Übergreifend

Leitperspektiven

W

Aufgabengebiete

- Sozial- und Rechtserziehung

Sprachbildung

B D 7 E2

Fachübergreifende Bezüge

NwT Geo Bio

Inhalte

Mit der Einführung der Brüche erleben die Schülerinnen und Schüler zum ersten Mal eine Zahlbereichserweiterung, mit der sich vertraute Vorstellungen zu Zahldarstellungen, Operationen und Zahlvergleichen teilweise grundlegend ändern.

Brüche beschreiben nicht mehr einfache Anzahlen, sondern stellen als Anteile (3/4) die Beziehung von Teil (3) und Ganzem (4) dar, sie sind Resultate von Verteilungssituationen (3/4 heißt z. B. 3 Pizzen werden auf 4 Kinder aufgeteilt) oder geben Verhältnisse an (Das Getränk wird im Verhältnis 1 zu 7 gemischt.).

Als weitere Besonderheit gibt es nun zu einem Anteil unendlich viele Darstellungen, indem Unterteilungen verfeinert oder vergröbert werden. Zu einer Stelle auf dem Zahlenstrahl, d. h. zu einer Zahl, gibt es unendlich viele Zahldarstellungen in Form gleichwertiger Brüche.

Die Begriffsbildung ist dabei nachrangig und erfolgt nicht zu Beginn, sondern nach mehreren realen Beispielen für Teile eines Ganzen.

Die bildliche Darstellung insbesondere in Rechteckfeldern sowie Bruch- und Prozentstreifen hat sich als besonders hilfreich für den Vorstellungsaufbau erwiesen. Es ist darauf zu achten, dass die Zahldarstellungen und die Operationen (Erweitern als Verfeinern, Kürzen als Vergröbern, Vergleichen) in den verschiedenen Darstellungsformen durchgeführt und diese Darstellungen miteinander vernetzt werden: Wo im Bild finde ich den Nenner des Bruches? Wo finde ich den Zähler? Wie sehe ich im Bild, dass 2/5 den gleichen Anteil beschreiben wie 4/10? Wie verändert sich der Anteil, wenn der Nenner größer wird?

Thematisiert werden sollte auch der Bezug zwischen den bekannten natürlichen und den neuen Zahlen: Ist die Zahl 2 auch ein „Bruch“?

Schülerinnen und Schüler hier zum mündlichen und schriftlichen Beschreiben und Begründen anzuleiten, stellt einen wichtigen Baustein der Sprachbildung dar.

Sinnvoll ist das Anlegen eines Brüche-Albums, das die Schülerinnen und Schüler schön gestalten und in das sie ihre Erkenntnisse zu Brüchen sowie Beispiele mit unterschiedlichen Darstellungen eintragen. Das Album wird in den später folgenden Modulen zur Bruchrechnung fortgesetzt und dient als Nachschlagewerk beim Wiederholen.

Brüche darstellen, ordnen und vergleichen

- Brüche als Teil eines Ganzen, Teil mehrerer Ganzer, relativer Anteil, Verhältnis, Division und Maßzahl
- Notwendigkeit der Zahlenbereichserweiterung von N
- Brüche in Alltagssituationen (bildhaften Darstellungen) erkennen
- einfache und andere Brüche als Bild (u. a. als Bruchstreifen) darstellen
- Brüche am vorstrukturierten oder selbstgewählten Zahlenstrahl darstellen
- Brüche ordnen und vergleichen
- Prozentdarstellung
- Prozentstreifen

Brüche kürzen und erweitern

- Brüche kürzen und erweitern in Bildern (Vergröbern und Verfeinern)
- Brüche rechnerisch kürzen und erweitern
- Zusammenhang zwischen Bild und Kalkül
- gleichwertige Brüche und Bruchdarstellungen erkennen
- Brüche für eine Prozentdarstellung kürzen und erweitern

Fachbezogen

Prozessbezogene Kompetenzen

K1 K2 K5 K6

Digitale Kompetenzen

5.2 5.4

Inhaltsbezogene Kompetenzen

L1 L2

Fachbegriffe

der Bruch,
der Bruchstrich
der Nenner
der Zähler
gleichnamig
das Prozent

Fachinterne Bezüge

4	1.1
5/6	2, 3, 7, 8, 11
7/8	1, 3, 4
9/10	5

Umsetzungshilfen

In Kontexten rechnen

- Anteil, Teil und Ganzes aus Text und Bild angeben
- Anteil, Teil und Ganzes von Größen und Mengen bestimmen

Beitrag zur Leitperspektive W

Ein zentraler Werte-Begriff ist der der Gerechtigkeit. Dieses Modul bietet sich dafür an, mit Schülern über „gerechte Verteilungen“ zu sprechen. Das lässt sich alltäglich einfangen über Aufteilungen von Schokoladentafeln usw. und Vergleiche, aber auch z. B. in Fragen, wie der, was gerechter ist: „Jeder gibt 5 Euro in die Klassenkasse?“ oder „Jeder gibt 1/5 seines Taschengelds in die Klassenkasse?“.

Leitidee Zahl und Operation

5/6 7 Positive Zahlen in Dezimalschreibweise

Übergreifend	Inhalte	Fachbezogen	Umsetzungshilfen

Leitperspektiven

D

Sprachbildung

6

Mit der Einführung positiver, rationaler Zahlen in Dezimalschreibweise wird die Kernidee des „immer feiner Messens“ verfolgt. Dabei kann anschaulich am Zahlenstrahl als einer Art Maßband die Fortsetzung der 10er-Bündelungs-Idee als immer feinere Unterteilung erarbeitet werden. Damit wird auf die Möglichkeit des Rein- und Rauszoomens am Zahlenstrahl zurückgegriffen. In der Zahldarstellung entspricht dies der Erweiterung der Stellenwerttafel nach rechts.

Beim Operationsverständnis für Dezimalzahlen bleiben die Grundvorstellungen zu Addition und Subtraktion mit denen der natürlichen Zahlen identisch. Auf den alltäglichen Umgang mit Geldbeträgen kann hier gut zurückgegriffen werden.

Um Fehler beim späteren Rechnen zu vermeiden, sollte beim schriftlichen Addieren und Subtrahieren auf Formulierungen wie „Komma unter Komma“ verzichtet werden – zugunsten einer Stellensprechweise, etwa „Zehner unter Zehner, Einer unter Einer, Zehntel unter Zehntel usw.“

Zahlvorstellung und Zahldarstellung

- Erweiterung des Stellenwertsystems nach rechts
- Darstellung am Zahlenstahl
- ordnen und vergleichen
- runden

Zahloperationen (Addition und Subtraktion)

- Addition und Subtraktion in verschiedenen Darstellungen (z. B. am Zahlenstrahl)
- Addition und Subtraktion schriftlich im Stellenwertsystem
- Rechenalgorithmus der schriftlichen Addition und Subtraktion beschreiben

Beitrag zur Leitperspektive D

Zum Rechnen im erweiterten Stellenwertsystem können kurze Erklärvideos erstellt werden. Darüber hinaus sollten Rechenverfahren als Algorithmen thematisiert werden. Dazu wird das Vorgehen auch mit strukturierten Texten dargestellt.

Prozessbezogene Kompetenzen

K2 K5 K6

Digitale Kompetenzen

5.2 5.4

Inhaltsbezogene Kompetenzen

L1

Fachbegriffe

die Dezimalschreibweise
das Hundertstel
das Zehntel
die Stelle

Fachinterne Bezüge

4	1.1
5/6	2, 8, 11, 14
7/8	1

Leitidee Größen und Messen

5/6 8 Mit Größen in Kontexten rechnen

Übergreifend	Inhalte	Fachbezogen	Umsetzungshilfen

Übergreifend

Sprachbildung

1 2 6

Fachübergreifende Bezüge

Deu Phy Geo N/T

Inhalte

Zentral für einen sachgerechten Umgang mit Größen ist eine Vorstellung, die im tatsächlich durchgeführten Messvorgang begründet ist. Daher sollte das Messen von Zeiten, Längen und Massen einen größeren Raum in diesem Modul einnehmen.

Für einen verstehensorientierten Umgang mit Größen sollte eine Sammlung von Repräsentanten von Standardgrößen (1 m, 1 dm, 1 cm usw., 1 kg, 1 g, usw.) angelegt werden. Über einen Vergleich mit solchen Standardrepräsentanten können dann Umformungen von Einheiten ineinander vorstellungsorientiert begründet werden. Rein formales Umrechnen sollte erst am Ende nach einem soliden Aufbau solcher Vorstellungen erfolgen und darauf aufbauen.

Die Vergleiche von Größen sollten auch multiplikativ erfolgen (z. B. „Wie viele Ameisen hintereinander ergeben die Länge eines Pottwals?“). Dazu sind unterschiedliche Lösungsstrategien denkbar, von der schrittweisen Verzehnfachung bis zur schriftlichen Division; auch Runden, Schätzen und Überschlagen werden in diesem Zusammenhang geübt.

In diesem Modul kann das Rechnen anhand von Sachkontexten motiviert bzw. geübt werden. Dies kann in Verbindung zu jedem Modul geschehen, in dem gerechnet wird (3, 7, 10).

Größenvorstellung

- Messen von Zeiten, Längen, Massen
- Einheiten der Zeit, Länge, der Masse
- Repräsentanten für Standardgrößen
- Größen von Alltagsgegenständen mithilfe von Repräsentanten schätzen
- Bezugsgrößen aus der Erfahrungswelt zum Schätzen nutzen (Massen, Längen, Geldwerte, Zeitspannen)

Umgang mit Größen

- Umformen von Einheiten (durch Vergleich mit Standardrepräsentanten oder Umrechnungstabellen und Umrechnungszahlen)
- Einheiten situationsgerecht umformen
- vergleichen und ordnen
- Größen addieren und subtrahieren
- Präfixe: Milli-, Zenti-, Dezi-, Kilo-, **Mega-**, -, **Nano-, Mikro-, Giga-, und Tera-**
- **große und sehr kleine Zahlenwerte mit Zehnerpotenzen schreiben**

In Kontexten rechnen

- Rechnen mit Größen und Geldbeträgen
- Überschlagsrechnung und Schätzen zur Orientierung und Kontrolle

Maßstab

- maßstabsgetreues Zeichnen
- Entfernungen auf Stadtplänen und Landkarten mit Maßstabsleiste ermitteln

Fachbezogen

Prozessbezogene Kompetenzen

K2 K6

Inhaltsbezogene Kompetenzen

L1 L2

Fachbegriffe

die Masse
die Zeitspanne
die Einheit/die Maßeinheit
der Maßstab

Fachinterne Bezüge

4	2.1, 4.1
5/6	2, 7, 11, 14
9/10	6

Umsetzungshilfen

Leitidee Größen und Messen

5/6 | 9 Flächeninhalt

Übergreifend	Inhalte	Fachbezogen	Umsetzungshilfen

Übergreifend

Leitperspektiven

BNE

Aufgabengebiete

- Umwelterziehung

Sprachbildung

7 | 13 | E2

Fachübergreifende Bezüge

BK | Geo

Inhalte

Das Messen von Flächeninhalten ist im Gegensatz zu anderen Größen im Alltag kaum gegenwärtig. Oft fällt es Schülerinnen und Schülern schwer, den Flächeninhalt als Maß überhaupt zu erkennen. Flächen sollten daher in Zeichnungen nicht bloß umrundet, sondern ausgefüllt werden, damit visuell die gemessene Größe erkennbar ist.

Der Flächeninhalt sollte zunächst durch Auslegen von Flächen mit einer Einheitsfläche (z. B. Einheitsquadrat) oder die Verwendung von Rasterfolien mit Einheitsflächen gemessen werden.

Die rein rechnerische Ermittlung von Flächenmaßen bei Rechtecken knüpft dann an den Messvorgang an und greift auf die Grundvorstellung der Multiplikation als „Rechnen in Bündeln“ zurück. Daraus lässt sich dann die entsprechende Formel begründen.

In die Sammlung von Repräsentanten von Standardgrößen sollten jetzt entsprechende Flächen aufgenommen werden (1 m², 1 dm² usw.).

Das Umformen von Einheiten ineinander wird dann auch sinnvoll durch Vergleich mit Standardrepräsentanten begründet. Ein rein formales Umrechnen kann nach einem soliden Aufbau der Größen-Vorstellungen erfolgen.

Größenvorstellung

- messen von Flächen
- Einheiten der Fläche
- Repräsentanten für Standardgrößen
- Größen von Alltagsgegenständen mithilfe von Repräsentanten schätzen
- Bezugsgrößen aus der Erfahrungswelt zum Schätzen nutzen

Umgang mit Größen

- Umformen von Einheiten (durch Vergleich mit Standardrepräsentanten oder Umrechnungstabellen und Umrechnungszahlen)
- Einheiten situationsgerecht umformen
- vergleichen und ordnen
- Größen addieren, subtrahieren und vervielfachen

Flächeninhalt und Umfang spezieller Figuren

- Flächeninhalte von Quadrat, Rechteck, rechtwinkligem Dreieck und daraus zusammengesetzten Figuren mit Einheitsquadraten messen und vergleichen
- Umfangsformel und Flächeninhaltsformel für die o. g. Figuren anwenden
- Flächeninhaltsformel für die o. g. Figuren anhand des Messvorgangs beschreiben und begründen

Beitrag zur Leitperspektive BNE

Unser Umgang mit anderen Lebewesen, insbesondere den Tieren, ist wesentlicher Aspekt für einen nachhaltigen Umgang mit der Welt. Für dieses Modul bietet sich daher eine Lernumgebung unter dem Titel „Artgerechte Tierhaltung“ an. Unter Fragen wie „Wie sieht artgerechte Tierhaltung aus? Wie viel Fläche, wie viel Raum brauchen Tiere?“ lässt sich die Bedeutsamkeit von Flächenmessungen erleben. Es bieten sich aber auch als Kontext das Thema Bevölkerungsdichte und daraus abgeleitet die Frage nach einem fairen Ressourcenverbrauch im globalen Vergleich an.

Fachbezogen

Prozessbezogene Kompetenzen

K3 | K4 | K5 | K6

Digitale Kompetenzen

5.2 | 5.4

Inhaltsbezogene Kompetenzen

L1 | L2 | L4

Fachbegriffe

der Umfang

der Flächeninhalt

das rechtwinklige Dreieck

Fachinterne Bezüge

4	4.1
5/6	4, 5, 8, 10
7/8	7, 11, 12
9/10	1, 2

Umsetzungshilfen

Leitidee Größen und Messen

5/6 | 10 Rauminhalt

Übergreifend	Inhalte	Fachbezogen	Umsetzungshilfen

Übergreifend

Leitperspektiven

BNE

Aufgabengebiete

- Umwelterziehung

Sprachbildung

6 | 13

Fachübergreifende Bezüge

BK | Geo | Phy

Inhalte

Auch beim Rauminhalt steht die Einführung der Größe über tatsächlich durchgeführten Messungen im Zentrum, etwa durch Ausfüllen von Körpern mit Einheitswürfeln. Die Größenvorstellung bei Rauminhalten ist zudem bei Schülerinnen und Schülern oft wenig ausgeprägt. Gerade hier ist es besonders wichtig, Repräsentanten von Standardgrößen erlebbar zu machen, etwa durch den Aufbau eines Kubikmeters, und zueinander in Beziehung zu setzen. Auch diese Repräsentanten (1 m³, 1 dm³, 1 cm³) gehören dann in die Sammlung von Standardgrößen.

Aus dem Messvorgang heraus und durch Rückgriff auf die Grundvorstellung der Multiplikation als „Rechnen in Bündeln“ kann dann die Rechenformel für Volumina bei Quadern begründet werden.

Das Umformen von Einheiten ineinander soll auch hier vorstellungsorientiert durch Vergleich mit Standardrepräsentanten begründet werden. Ein rein formales Umrechnen kann nach einem soliden Aufbau von Größenvorstellungen erfolgen.

Beim Rauminhalt ist darauf zu achten, ihn von der Masse abzugrenzen und gleichzeitig das Verhältnis beider Größen zueinander zu thematisieren. Möglich ist dies etwa durch Betrachtung von Messbechern, auf denen anstelle des Volumens z. B. die Zuckermasse in g angegeben wird.

Größenvorstellung

- messen von Volumina
- Einheiten des Volumens
- Repräsentanten für Standardgrößen
- Größen von Alltagsgegenständen mithilfe von Repräsentanten schätzen
- Bezugsgrößen aus der Erfahrungswelt zum Schätzen nutzen

Umgang mit Größen

- Umformen von Einheiten (durch Vergleich mit Standardrepräsentanten oder Umrechnungstabellen und Umrechnungszahlen)
- Einheiten situationsgerecht umformen
- vergleichen und ordnen
- Größen addieren, subtrahieren und vervielfachen

Volumen und Oberflächeninhalt spezieller Körper

- Volumen von Würfel und Quader mit Einheitswürfeln messen und vergleichen
- Volumen- und Oberflächenformel für die o. g. Körper anwenden
- Volumenformel für die o. g. Körper anhand des Messvorgangs beschreiben und begründen
- Oberflächeninhalt für die o. g. Körper anhand des Netzes beschreiben und begründen

Beitrag zur Leitperspektive BNE

In diesem Modul lässt sich die Lernsituation „Artgerechte Tierhaltung“ fortführen. Es kommt bei solchen Betrachtungen nicht nur auf Flächeninhalte, sondern auch auf Volumina an.

Möglich wäre ebenso eine vertiefende Auseinandersetzung mit den in Modul 6 hergestellten Verpackungen. In welche Verpackung passt besonders viel rein? Wie viel Verpackungsmüll produziere ich?

Fachbezogen

Prozessbezogene Kompetenzen

K1 | K5 | K6

Digitale Kompetenzen

5.2 | 5.4

Inhaltsbezogene Kompetenzen

L1 | L2 | L4

Fachbegriffe

das Volumen

der Oberflächeninhalt

Fachinterne Bezüge

4	2.1, 4.1
5/6	4, 5, 8, 9
7/8	7, 11, 12
9/10	2

Umsetzungshilfen

Leitidee Zahl und Operation

5/6 11 Rechnen mit Brüchen

Übergreifend	Inhalte	Fachbezogen	Umsetzungshilfen

Übergreifend

Leitperspektiven

W

Aufgabengebiete

- Globales Lernen

Sprachbildung

A C D 9

Fachübergreifende Bezüge

Deu

Inhalte

Nachdem im vorherigen Modul die Grundvorstellungen zu Brüchen erarbeitet wurden, stehen jetzt die Rechenoperationen im Fokus. Diese sind bei Brüchen mit besonderen Lernhürden für Schülerinnen und Schüler verbunden, die nur unter Rückgriff auf insbesondere bildliche Darstellungsformen (Bruchstreifen und Rechteckfelder) und die Grundvorstellungen zu den Rechenoperationen in ein Verstehen überführt werden können.

Das Zusammenfügen ungleichnamiger Brüche bei der Addition gelingt erst dann, wenn die Bruchdarstellungen „kompatibel" gemacht werden, indem für beide Anteile eine gemeinsame Unterteilung gefunden wird. Erst dann können überhaupt die so entstandenen Teile zusammengefasst, d. h. die Zähler addiert, werden. Der Sinn hinter dem Additionskalkül lässt sich nur durch Rückgriff auf die Anschauung, z. B. im Bruchstreifen, verstehen.

Ähnlich verhält es sich bei der Multiplikation von Brüchen, als Anteil vom Anteil im Rechteckfeld dargestellt. Nur in der anschaulichen Abgrenzung beider Operationen zueinander lassen sich langfristig Verwechslungsfehler, insbesondere zwischen diesen beiden Kalkülen, vermeiden.

Explizit eingegangen werden sollte auf Fehlvorstellungen, die jetzt neu bei der Multiplikation und Division auftauchen: „Multiplizieren macht nicht immer größer!", „Dividieren macht nicht immer kleiner!".

Grundsätzlich sollte das Rechnen in Kontexten Vorrang vor einem rein technischen Üben des Kalküls haben. Dabei spielt unter dem Aspekt der Sprachbildung die Übersetzung von Beschreibungen in auch einfache Terme eine wesentliche Rolle, ebenso das Erfinden passender Sachsituationen zu vorgegebenen Termen. Operationen in Texten richtig wiederzuerkennen oder darzustellen ist dabei eine zentrale Kompetenz, bei der Schülerinnen und Schüler auf bekannte Grundvorstellungen zurückgreifen. Dass dies keinesfalls trivial ist, zeigen Beispiele wie „Madina hat ½ l Apfelsaft und schüttet 1/3 davon weg. Wie viel hat sie noch?" vs. „Madina hat ½ l Apfelsaft und schüttet 1/3 l davon weg. Wie viel hat sie noch?".

Das ggf. in der Jahrgangsstufe 5 begonnene Brüche-Album kann jetzt fortgeführt werden. Darin notieren die Schülerinnen und Schüler zu jeder neuen Erkenntnis Zahlenbeispiele und bildliche Darstellungen.

Addition und Subtraktion

- Anteile zusammenfassen am Bruchstreifen
- rechnerisches Vorgehen bei Addition und Subtraktion von Brüchen am Bild erkennen und erklären, u. a. Notwendigkeit des gleichen Nenners
- Addition und Subtraktion einfacher Brüche, wie sie im täglichen Leben vorkommen
- Addition und Subtraktion von Brüchen

Multiplikation und Division

- Anteile von Anteilen am Rechteckfeld bestimmen
- rechnerisches Vorgehen bei Multiplizieren von Anteilen am Bild erkennen und erklären
- Grundvorstellung der Division als „Aufteilen" und „Passen in" bei Brüchen
- Multiplikation und Division einfacher Brüche, wie sie im täglichen Leben vorkommen
- Multiplikation und Division von Brüchen

Fachbezogen

Prozessbezogene Kompetenzen

K1 K2 K3 K5 K6

Digitale Kompetenzen

5.2 5.4

Inhaltsbezogene Kompetenzen

L1 L2

Fachinterne Bezüge

3	1.2
5/6	2, 3, 6, 7, 8
7/8	1, 3, 4
9/10	5

Umsetzungshilfen

In Kontexten rechnen

- Übersetzung von Sachkontext in Rechenterm und umgekehrt auch mit mehreren unterschiedlichen Rechenoperationen
- Lösung von Sachaufgaben auch im Zusammenhang mit Größen

Wertebildung/Werteorientierung

Ähnlich wie in Modul 1 zu Beginn von Jahrgang 5 können Daten z. B. zu Lebensweisen, Bildungschancen usw. schul-, deutschland- und weltweit analysiert und zusammengefasst werden, etwa: „Welcher Anteil der Weltbevölkerung hat Zugang zu Bildung? Welchen Anteil davon machen Mädchen aus? Wie viele Mädchen sind das insgesamt?“. Dies ermöglicht einerseits einen wertschätzenden Blick über den eigenen Tellerrand hinaus und thematisiert andererseits den Umgang mit Daten.

Leitidee Größen und Messen und Raum und Form

5/6 12 Winkel und Kreis

Übergreifend	Inhalte	Fachbezogen	Umsetzungshilfen

Leitperspektiven

D

Aufgabengebiete

- Medienerziehung

Sprachbildung

D 3 4 9

12

Fachübergreifende Bezüge

BK

Mit den Winkeln und deren Maßen lernen die Schülerinnen und Schüler eine weitere, weniger alltägliche Größe kennen. Die Einführung von Winkeln als Richtungsänderung bei Drehbewegungen, z. B. anhand von Kompassrichtungen, führt anfangs zu einem dynamischen Winkelbegriff. Mithilfe einer Winkelscheibe können die Schülerinnen und Schüler das Schätzen von Winkelgrößen in Partnerarbeit üben. Im Anschluss kann der Kontext verlassen werden, indem innermathematisch Winkel in Vielecken (statischer Winkelbegriff) untersucht werden. Dabei können bereits Entdeckungen über Winkelsummen gemacht werden.

Beim Zeichnen von Kreismustern lassen sich Elemente produktiven Übens in der Geometrie realisieren, etwa wenn Kreismuster möglichst exakt auf Blankopapier übertragen werden sollen. Das Finden einer geeigneten Konstruktion lässt viele Ansätze zu und fördert die Problemlösekompetenz der Schülerinnen und Schüler.

Winkel

- Winkel in der Umwelt erkennen und beschreiben (Scheitelpunkt, Schenkel)
- Winkeltypen (spitze, rechte, stumpfe, gestreckte und überstumpfe)
- Beschriftung von Winkeln
- Winkel mit dem Geodreieck, mindestens auf ein Grad genau zeichnen
- Winkel mit dem Geodreieck messen
- einfache (45 °, 90 °, 180 °, 360 °) Winkelgrößen erkennen
- Winkelgrößen schätzen
- Drehsinn

Kreis

- Kreise mit dem Zirkel zeichnen
- Mittelpunkt, Radius, Durchmesser
- Kreismuster mit dem Zirkel zeichnen

Beitrag zur Leitperspektive D

In diesem Modul können die Schülerinnen und Schüler Lernvideos erstellen und/oder in den Umgang mit einer dynamischen Geometriesoftware eingeführt werden.

Prozessbezogene Kompetenzen

K2 K3

Digitale Kompetenzen

1.1 5.2 5.4

Inhaltsbezogene Kompetenzen

L2 L4

Fachbegriffe

der Winkel
spitzer, stumpfer, überstumpfer Winkel
der Kreis
der Mittelpunkt
der Radius
der Durchmesser
der Scheitelpunkt
der Schenkel

Fachinterne Bezüge

3	4.1
4	4.1
5/6	4, 13
7/8	5, 6, 11, 12
9/10	1, 7

Leitidee Raum und Form

5/6 | 13 Abbildungen und Symmetrien

Übergreifend	Inhalte	Fachbezogen	Umsetzungshilfen

Übergreifend

Leitperspektiven

D

Aufgabengebiete

- Interkulturelle Erziehung

Sprachbildung

6 | 10 | E2

Fachübergreifende Bezüge

BK

Inhalte

Symmetrie und ihre Gesetzmäßigkeiten sind in vielen Bereichen unserer Umwelt, in verschieden Naturwissenschaften sowie in Kunst und Architektur anzutreffen. Die Symmetrie stellt nicht nur in der Mathematik ein Ordnungsprinzip dar, mit dessen Hilfe Strukturen häufig besser und schneller erfassbar sind. In diesem Modul verbinden sich auf eine besondere Weise visuell-ästhetische und mathematisch-strukturelle Aspekte. Damit können beispielsweise Arbeitsergebnisse auch zur Klassenraumgestaltung dienen. Dies kann gerade für Schülerinnen und Schüler, die im Fach Mathematik bisher weniger leistungsstark gewesen sind, zur Motivation beitragen. Darüber hinaus ist das Ziel, ästhetisch ansprechende Arbeitsergebnisse zu erzielen, Anreiz für sorgfältiges und geduldiges Arbeiten. Viele Aspekte in dieser Unterrichtseinheit sind unabhängig voneinander, es ist folglich keine spezielle Lernreihenfolge zwingend. Methodisch legt dies in besonderer Weise die Möglichkeit nahe, selbstständiges und differenziertes Arbeiten im Zusammenhang mit einem Chefsystem oder mithilfe von Lernstationen zu initiieren.

Abbildungen

- Herstellung achsensymmetrischer und drehsymmetrischer Figuren durch Falten, Durchpausen oder freies Zeichnen, z. B. Zweihandzeichnen
- Merkmale der Achsenspiegelung sowie der Punktspiegelung und der Drehung
- Spiegelung von Punkten, Geraden und Polygonen an einer Achse, auch mittels dynamischer Geometriesoftware
- Spiegelung von Punkten, Geraden und Polygonen an einem Punkt, auch mittels dynamischer Geometriesoftware
- Zeichnung drehsymmetrischer Figuren bei vorgegebenem Drehwinkel mit dynamischer Geometriesoftware

Symmetrien

- Symmetrieachsen einzeichnen
- Untersuchung von Figuren auf Achsen-, Punkt- und Drehsymmetrie

Sich wiederholende Muster

- Parallelverschiebung geometrischer Figuren, auch mittels dynamischer Geometriesoftware
- Herstellung eigener, sich wiederholender Muster, die achsen-, punkt- oder drehsymmetrische Elemente sowie Parallelverschiebungen enthalten, mit dynamischer Geometriesoftware

Beitrag zur Leitperspektive D

Hier findet die Einführung in eine dynamische Geometriesoftware statt.

Fachbezogen

Prozessbezogene Kompetenzen

K1 | K2 | K7

Digitale Kompetenzen

3.1 | 5.2 | 5.4 | 6.1

Inhaltsbezogene Kompetenzen

L4

Fachbegriffe

die Spiegelachse
die Achsensymmetrie
die Symmetrieachse
die Punktsymmetrie
die Drehung
das Spiegelzentrum
das Drehzentrum

Fachinterne Bezüge

4	4.1
5/6	4, 5, 12
7/8	5, 6, 11
9/10	6

Umsetzungshilfen

Leitidee Zahl und Operation

5/6 14 In Dezimalschreibweise rechnen

Übergreifend	Inhalte	Fachbezogen	Umsetzungshilfen

Übergreifend

Leitperspektiven

D

Sprachbildung

B D 9

Fachübergreifende Bezüge

Deu N/T Geo

Inhalte

In diesem Modul stehen die Multiplikation und die Division mit und durch Zahlen in Dezimalschreibweise im Zentrum. Dabei sollte schrittweise zuerst mit Zehnerpotenzen, dann mit natürlichen Zahlen und zuletzt mit Zahlen in Dezimalschreibweise multipliziert bzw. durch diese geteilt werden.

Unbedingt sollte auf „Kommaregeln“ zugunsten von „Stellenwertregeln“ verzichtet werden, um gezielt Fehlvorstellungen vorzubeugen (z. B. „0 anhängen macht größer.“). Bei Multiplikation mit und Division durch Zehnerpotenzen verschieben sich die *Ziffern* aufgrund des 10er-Bündelungsprinzips in der Stellenwerttafel nach rechts oder links – das Komma bleibt fest hinter dem Einer. Erst wenn dies verstanden ist, können die folgenden Rechenalgorithmen ebenfalls verstanden werden. Umgekehrt drohen ohne solch verstehensorientierten Rückgriff auf die Stellenwerttafel die typischen Verwechslungen bei unverstandenen Kommaverschiebungen nach rechts oder links.

Die Position des Kommas bei Rechnungen in Dezimalschreibweise lässt sich in alltäglichen Situationen gut durch Schätzen absichern, wenn zuvor eine Rückübersetzung der abstrakten Rechnung in eine Situation und eine Anbindung an Grundvorstellungen von Multiplikation und Division erfolgen.

Für dieses Modul eignet sich als Lernsituation das Thema „Renovieren“. Bei einem Renovierungsvorhaben müssen Längen mit einem Gliedermaßstab gemessen sowie Flächeninhalte und Volumina berechnet werden. Dies bietet die Gelegenheit, wieder den Umgang mit den Größen Länge, Flächeninhalt und Volumen zu üben sowie Größen bzw. Zahlen in Dezimalschreibweise zu multiplizieren und zu dividieren, aber auch Addition und Subtraktion weiter zu üben. Zugleich lädt das Thema ein, sich mit Fragen über geeignete Materialien und problematische Stoffe auseinanderzusetzen.

Im Stellenwertsystem rechnen

- Verschiebung der Ziffern bei Multiplikation mit Zehnerpotenzen wie 100, 1000 ...
- Verschiebung der Ziffern bei Division durch Zehnerpotenzen wie 100, 1000 ...
- Multiplikation mit und Division durch natürliche Zahlen
- Multiplikation mit und Division durch einfache rationale Zahlen in Dezimalschreibweise, wie sie im Alltag vorkommen
- schriftliche Multiplikation und Division von abbrechenden Zahlen in Dezimalschreibweise
- Kopfrechnen mit den vier Grundrechenarten in Dezimalschreibweise mit bis zu drei Nachkommastellen im Ergebnis
- einfache (0,25; 0,5; 0,75) und andere Zahlen aus der Dezimalschreibweise in Bruchschreibweise umwandeln und umgekehrt

In Kontexten rechnen

- Größen in Dezimalschreibweise vervielfachen und aufteilen
- Flächeninhalte von Rechtecken mit nicht-ganzzahligen Seitenlängen
- Übersetzung von Sachkontext in Rechenterm und umgekehrt auch mit mehreren unterschiedlichen Rechenoperationen
- Überschlagsrechnung als Kontrolle und zum Beurteilen des Ergebnisses
- Umkehrrechnung zum Beurteilen des Ergebnisses
- situationsgemäß Bruchschreibweise und Dezimalschreibweise wählen

Fachbezogen

Prozessbezogene Kompetenzen

K1 K2 K5 K6

Digitale Kompetenzen

5.2 5.4

Inhaltsbezogene Kompetenzen

L1 L2

Fachinterne Bezüge

4	1.2, 2.1
5/6	2, 3, 6, 7, 8, 11
7/8	1

Umsetzungshilfen

	Beitrag zur Leitperspektive D Zum Rechnen im erweiterten Stellenwertsystem können kurze Erklärvideos erstellt werden. Darüber hinaus sollten Rechenverfahren als Algorithmen thematisiert werden. Dazu wird das Vorgehen auch mit strukturierten Texten dargestellt. Evtl. sind zu Kontexten angeleitete Internetrecherchen sinnvoll.		

Leitidee Strukturen und funktionaler Zusammenhang

5/6 15 Schaubilder

Übergreifend	Inhalte	Fachbezogen	Umsetzungshilfen
Sprachbildung D 10 **Fachübergreifende Bezüge** Geo	Im Alltag gibt es immer wieder Zusammenhänge, in denen ein (nicht unbedingt kausaler!) Zusammenhang zweier Größen zu beobachten ist. Eine Größe ändert sich und daraufhin ändert sich eine andere. Sind die Größen messbar, dann kann man dies in Schaubildern (z. B. Temperaturkurven in Punkt- oder Liniendiagrammen) visualisieren. Sinnvoll ist zunächst ein Anknüpfen an den Kontext „Renovieren“ des vorangehenden Moduls: „Je größer der Flächeninhalt der anzustreichenden Wand, desto mehr Liter Farbe werden benötigt.“ In einem ersten, rein qualitativen Zugang zum funktionalen Zusammenhang sollen schon hier die einzelnen Grundvorstellungen angesprochen werden: • Bei Betrachtungen und Beschreibungen ganzer Graphenverläufe wird die Funktion als Ganzes angesprochen. • In „je …, desto ...“-Überlegungen wird der Kovariationsaspekt thematisiert. • Im Ablesen und Interpretieren einzelner Werte steht der Zuordnungsaspekt im Fokus. Dieses Modul sollte mit einem sprachlichen Fokus (Sprachbildung) unterrichtet werden. **Koordinatensystem** • Wertepaare in ein Koordinatensystem eintragen und Koordinaten von Punkten ablesen • Skalierung des Koordinatensystems gezielt anpassen, um vorgegebene Punkte einzeichnen zu können • Werte aus Graphen ablesen **Funktionale Beziehungen** • Zusammenhänge zwischen zwei Größen aus dem Alltag erkennen, mit eigenen Worten beschreiben und Aufgaben dazu lösen, auch im negativen Zahlenbereich • Verlauf von Graphen qualitativ beschreiben (u. a. Hoch- und Tiefpunkt, steigend, fallend)	**Prozessbezogene Kompetenzen** K2 K5 K6 **Inhaltsbezogene Kompetenzen** L3 L5 **Fachbegriffe** die negative Zahl der Graph der Hochpunkt der Tiefpunkt fallen steigen **Fachinterne Bezüge** 4: 3.1, 5.1 5/6: 4, 14 7/8: 1, 2, 9	

Leitidee Daten und Zufall

5/6 16 Zufall und Statistik

Übergreifend	Inhalte	Fachbezogen	Umsetzungshilfen

Übergreifend

Leitperspektiven

D

Sprachbildung

1 2 7 10

Inhalte

Bereits aus der Grundschule kennen die Schülerinnen und Schüler die Begriffe „sicher“, „unmöglich“ und „wahrscheinlich“ für Vorhersagen und lernen, Gewinnchancen bei einfachen Zufallsexperimenten einzuschätzen. Dabei geht es primär darum, typischen Fehlvorstellungen, z. B. „die 6 kommt beim Würfeln viel seltener“, zu begegnen. Daran knüpft dieses Modul an.

Im Gegensatz zur Grundschule können nun aus absoluten Häufigkeiten auch relative Häufigkeiten zu Zufallsexperimenten berechnet werden. Angestrebt wird die Ausbildung eines prognostischen Wahrscheinlichkeitsbegriffs, ohne bereits den Begriff „Wahrscheinlichkeit“ explizit zu verwenden. Vielmehr geht es um Vorhersagen absoluter und relativer Häufigkeiten (in Prozent) bei Zufallsexperimenten. Dabei muss deutlich werden, dass Vorhersagen über den Ausfall der n-ten Durchführung eines bestimmten Zufallsexperiments grundsätzlich nicht möglich sind.

Im Rahmen der Sprachbildung können in diesem Modul Texte zur Interpretation von Daten und Kenngrößen verfasst werden, etwa in Form von Schüler-Zeitungsartikeln oder kritischen Leserbriefen.

Wetten zu Zufallsexperimenten

- Alltagsbeispiele für sichere und nicht sichere Wetten angeben
- Begriffe „sicher“, „unmöglich“ und „wahrscheinlich“ zur Beschreibung von Wahrscheinlichkeiten nutzen
- die besten Gewinnchancen bei Wetten vorhersagen
- Zufallsexperimente entwerfen, planen und durchführen
- Daten in Tabellen und Strichlisten erfassen

Daten darstellen und auswerten

- Kreisdiagramme zeichnen
- relative Häufigkeiten bei Zufallsexperimenten ermitteln und darstellen (Bruch, Prozent und Dezimalschreibweise)
- relative Häufigkeiten aus Kreisdiagrammen bestimmen
- bei Spielen mit Würfeln, Münzen o. Ä. beurteilen, welche Wette sicherer ist
- erklären, warum man bei großen Wurfzahlen besser wetten kann
- Würfelergebnisse bei großer Wurfzahl vorhersagen

Beitrag zur Leitperspektive D

Die Lehrkraft kann Ergebnisse von Zufallsexperimenten mit einem Tabellenkalkulationsprogramm erfassen und graphisch darstellen. Diese Darstellungen liefern die Basis für eine Diskussion von Wettvorhersagen in Abhängigkeit von der Zahl der Durchführungen des Zufallsexperiments.

Fachbezogen

Prozessbezogene Kompetenzen

K1 K2 K5 K7

Digitale Kompetenzen

3.1 5.2 5.4 6.1

Inhaltsbezogene Kompetenzen

L2 L5

Fachbegriffe

die relative Häufigkeit
die absolute Häufigkeit
das Kreisdiagramm

Fachinterne Bezüge

5/6	1, 15
7/8	4, 13
9/10	5

Umsetzungshilfen

Leitidee Zahl und Operation

7/8 1 positive und negative rationale Zahlen

Übergreifend	Inhalte	Fachbezogen	Umsetzungshilfen
Leitperspektiven W **Aufgabengebiete** • Sozial- und Rechtserziehung **Sprachbildung** 2 10 12 **Fachübergreifende Bezüge** Phy Geo	Mit den negativen Zahlen begegnet Schülerinnen und Schüler die nächste Zahlbereichserweiterung, die sie meist aus dem Alltag bereits kennen, z. B. negative Temperaturen oder Schulden. Trotz des Alltagsbezugs sind das Verständnis und das Rechnen mit negativen Zahlen mit Hürden verbunden. Die Erweiterung des Zahlenstrahls nach links führt zu einer Neuorientierung bei der größer-kleiner-Relation: Ein größerer Betrag bedeutet nicht automatisch, dass die Zahl größer ist. Bei der Notation tauchen Vorzeichen + und – auf, die gerade zu Beginn konsequent durch eine Klammerschreibweise (Langschreibweise) von den Rechenzeichen + und – als Operationen abgegrenzt werden müssen. Der Kontext „Kontoführung - Guthaben und Schulden“ stellt einen Rahmen dar, in dem alle vier Rechen-Operationen mit negativen und positiven Zahlen anschaulich und verstehensorientiert durchgeführt werden können. Möglich lange soll auf verkürzendes Sprechen und Regel-Formulierungen zugunsten eines anschaulichen Operierens verzichtet werden. Über die Diskussion, wie sich Konto-Salden verändern, wenn Schulden und Gutschriften weggenommen oder hinzugefügt werden, kann man dann die verkürzende Schreibweise begründen und auch in Regeln formulieren (z. B. „Treffen Vorzeichen „–“ und Rechenzeichen „–“ aufeinander, dann schreiben wir verkürzt nur „+“, weil der Konto-Saldo dadurch steigt.“). Unbedingt sollten verfälschende Sprechweisen („Minus und Minus ergibt Plus.“) unterbunden werden. Auch die Vorzeichenregeln der Ergebnisse von Multiplikationen und Divisionen sollen zunächst anschaulich durch Rückbezug auf die Grundvorstellungen zu Multiplikation und Division erfolgen. Danach erst kann sich die Überlegung anschließen, wie man als Regel formuliert das Vorzeichen des Ergebnisses erkennen kann. Wie im Zuge jeder Zahlbereichserweiterung sollten Schülerinnen und Schüler immer wieder die Gelegenheit bekommen, Zahlenterme zu Situationen selbst aufzustellen und umgekehrt zu Zahlentermen Situationen zu erfinden. **Zahlenraum erkunden** • negative Zahlen in Alltagssituationen (z. B. Temperatur, Kontostände, Fahrstuhl, Meeresspiegel) • Notwendigkeit der Zahlbereichserweiterung • Notation: Vorzeichen und Betrag • negative und positive Zahlen am Zahlenstrahl • Grundvorstellungen: relative Zahl bezüglich Nulllinie, Gegensatz, Richtung • ordnen und vergleichen **Im Kontext rechnen** • spielerisches Erkunden von Addition und Subtraktion • anschauliches Addieren und Subtrahieren positiver und negativer Größen in verschiedenen Darstellungen • Fehlvorstellungen begegnen („Addieren macht größer“, „Subtrahieren macht kleiner“) • zu Termen passende Alltagssituationen finden • Terme in Langschreibweise mit Klammer und Vorzeichen notieren und berechnen • Kurzschreibweise: Rechenzeichen und Vorzeichen werden eins • negative und positive Zahlen in Sachkontexten multiplizieren und dividieren • Vorzeichenregeln bei Multiplikation und Division rationaler Zahlen	**Prozessbezogene Kompetenzen** K1 K2 K5 K6 **Digitale Kompetenzen** 1.1 1.2 3.2 5.2 **Inhaltsbezogene Kompetenzen** L1 **Fachbegriffe** das Vorzeichen der Betrag größer kleiner **Fachinterne Bezüge** 5/6 2, 3, 7, 8, 14	

	Zahlbereiche • Zahlenwissen sortieren: natürliche, ganze und rationale Zahlen **Beitrag zur Leitperspektive W** Fragen nach einem verantwortlichen Umgang mit Geld und Überschuldung sind nicht durch allgemein gesellschaftlich, sondern individuell für jeden Einzelnen relevant. So kann man in diesem Modul z. B. exemplarisch das Leben eines Auszubildenden planen und Fragen wie „Darf man unbegrenzt Schulden machen? Was passiert, wenn ich nicht mehr zahlen kann?“ stellen. Gerade in der heutigen Welt der Online-Einkäufe passiert es schnell, dass ich mehr ausgebe, als ich habe. Wie kann ich mich hier vor Überschuldung schützen?		

Leitidee Strukturen und funktionaler Zusammenhang

7/8 2 Funktionen und Dreisatz

Übergreifend	Inhalte	Fachbezogen	Umsetzungshilfen

Übergreifend

Leitperspektiven

BNE

Aufgabengebiete

- Interkulturelle Erziehung

Sprachbildung

A B 6 7

Fachübergreifende Bezüge

Phy Geo

Inhalte

Im Modul 2 in Jahrgang 5 wurden bereits Schaubilder und das Zusammenhängen zweier Größen beobachtet sowie im Hinblick auf die Grundvorstellungen zu funktionalen Zusammenhängen beschrieben (Funktion als Ganzes, Kovariations- und Zuordnungsaspekt). Hierauf sollte in diesem Modul zurückgegriffen werden, wenn funktionale Zusammenhänge erlebbar gemacht, gemessen, dargestellt und präzise ausgewertet werden (Entfernungs-Graphen erstellen und nachlaufen, Füllstandsgraphen zeichnen und analysieren, Bewegungsgeschichten schreiben). Dabei sollte der Darstellungsvernetzung von Beschreibung, Tabelle und Graph eine besondere Bedeutung zukommen.

In vielen alltäglichen Situationen liegen spezielle, nämlich proportionale und antiproportionale, funktionale Zusammenhänge vor. Diese können über Zuordnungstabellen erkundet werden. Die entdeckten Zusammenhänge sollten dann z. B. unter Rückgriff auf den Kovariationsaspekt formuliert werden:

- „Wenn sich die eine Größe verdoppelt, verdreifacht, halbiert usw., dann verdoppelt, verdreifacht, halbiert sich auch die andere Größe."
- „Wenn sich die eine Größe verdoppelt, verdreifacht, halbiert usw., dann halbiert, drittelt, verdoppelt sich die andere Größe."

Wichtig sind die visuelle Darstellung dieser Zusammenhänge in den Tabellen durch Pfeile und das Wiedererkennen dieses Zusammenhangs in den Graphen. Proportionale und antiproportionale Zuordnungen sollten hier auch von anderen „Je-mehr-desto-mehr"- und „Je-mehr-desto-weniger"-Zuordnungen abgegrenzt werden.

Unbekannte Werte können mit dem Dreisatz ermittelt werden. Dabei hilft das Erstellen einer kleinen Tabelle, in der nur die Werte notiert werden, die für den Dreisatz benötigt werden. Mit Pfeilen werden die Rechenschritte veranschaulicht.

Funktionale Beziehungen

- Beispiele angeben, bei denen zwei Größen funktional voneinander abhängig sind
- Messungen von abhängigen Größen vornehmen, in Tabellen festhalten und in Schaubildern darstellen
- in Tabellen einfache Gesetzmäßigkeiten erkennen und fehlende Werte ergänzen
- proportionale und antiproportionale Zuordnungen realitätsnahen Situationen zuordnen und damit rechnen (Dreisatz)
- Sachsituationen zu vorgegebenen proportionalen und antiproportionalen Zuordnungen angeben
- einfache Gleichungen durch systematisches Probieren lösen
- Darstellungsform und -wechsel (Sprache, Tabelle, Graph, Term)
- Lösung realitätsnaher Probleme mit proportionalen und antiproportionalen Zuordnungen

Koordinatensystem

- sachgerechter Umgang mit den Koordinatenachsen, auch mit unterschiedlichen Skalierungen der x - und y -Achse
- Skalierung des Koordinatensystems gezielt anpassen, um vorgegebene Punkte einzeichnen zu können

Beitrag zur Leitperspektive BNE

Den Kontext dieses Moduls kann der Themenbereich „Einen Urlaub planen: Wohin und wie fahren wir in den Urlaub?" bilden. Dabei spielen verschiedene proportionale und antiproportionale Zusammenhänge eine wichtige Rolle: Währungsumrechnungen, fremde Einheiten, Vergleich von Angeboten für Übernachtungen, Entfernungsberechnungen mit Maßstäben sowie Preisvergleiche bei Lebensmitteln.

Fachbezogen

Prozessbezogene Kompetenzen

K1 K5 K7

Digitale Kompetenzen

5.2 5.4 5.5

Inhaltsbezogene Kompetenzen

L2 L3

Fachbegriffe

die Variable
die Zuordnung
proportional, anti-proportional
der Dreisatz
die Gleichung
die Funktion

Fachinterne Bezüge

4	3.1
5/6	8, 15
7/8	3, 8, 9

Umsetzungshilfen

	Bei der Planung sollten dann auch ökologische Aspekte der Urlaubsplanung diskutiert werden.		

Leitidee Zahl und Operation

7/8 3 Prozent- und Zinsrechnung

Übergreifend	Inhalte	Fachbezogen	Umsetzungshilfen

Leitperspektiven

BNE D

Aufgabengebiete

- Globales Lernen

Sprachbildung

B 1 9 12

Fachübergreifende Bezüge

Deu PGW Inf

Die häufigste Form, in der uns Anteile im Alltag begegnen, ist die Prozentschreibweise. Mathematisch entspricht die Prozentrechnung unmittelbar der Bruchrechnung und sollte auf diese zurückbezogen werden:

- Das Ganze ist der Grundwert.
- Der Teil ist der Prozentwert.
- Der Anteil ist der Prozentsatz.

Die Berechnung der einzelnen Größen sollte nicht über Formeln, sondern visualisiert am Prozentstreifen und in Tabellen als Dreisatz erfolgen. Die Visualisierung einer Fragestellung am Prozentstreifen hat sich dabei als besonders hilfreich für einen verständnisorientierten Umgang mit Prozentaufgaben erwiesen.

Auch die Zinsrechnung steht in unmittelbarem Bezug zur Prozent- und damit zur Bruchrechnung und sollte immer wieder zu diesen in Bezug gesetzt werden. Lediglich der iterative Aspekt des Zinseszinses geht über die Aufgaben zur Prozentrechnung hinaus.

Zudem erkennen die Schülerinnen und Schüler, dass die Entwicklung von Guthaben über viele Jahre mit einem Tabellenkalkulationsprogramm sehr schnell berechenbar ist und mit einem Liniendiagramm visualisiert werden kann. Auch der algorithmische Aspekt wird wieder deutlich.

Grundvorstellungen zur Prozentrechnung

- prozentuale Anteile als Beziehung zwischen Teil und Ganzem
- Prozentrechnung als proportionaler Zusammenhang zweier Größen (z. B. Geld und Prozente)
- Prozentschreibweise als Hundertstelbrüche
- Zahlen aus Dezimalschreibweise in Prozentschreibweise umformen – und umgekehrt
- situationsgerecht Prozent-, Dezimal- oder Bruchschreibweise wählen
- Grundwert, Prozentwert und Prozentsatz unterscheiden und erklären
- Prozentdarstellungen verwenden und vernetzen: Formel, Dreisatztabelle, Kreisdiagramm, Prozentstreifen

Prozente darstellen und in Kontexten rechnen

- Grundwert, Prozentwert und Prozentsatz in Texten und Grafiken erkennen
- Grundwert, Prozentwert und Prozentsatz am Prozentstreifen und in Dreisatztabellen erkennen und darstellen
- einfache und komplexere Grundaufgaben durch (proportionales) Herauf- und Herunterrechnen lösen
- Aufgaben zu Anteilen über 100 % lösen
- Preisrabatte im Kopf schätzen und an einfachen Beispielen berechnen
- prozentuale Zu- und Abnahme von Preisen vergleichen

Zinsrechnung in Kontexten

- Kapital, Zinsen und Zinssatz als Grundwert, Prozentwert und Prozentsatz verstehen
- Jahreszinsen und Guthaben nach einem Jahr bestimmen
- Zinseszinsaufgaben iterativ und durch Potenzieren lösen, auch unter Verwendung von Tabellenkalkulation

Prozessbezogene Kompetenzen

K1 K2 K5 K6

Digitale Kompetenzen

5.2 5.4

Inhaltsbezogene Kompetenzen

L1 L2 L3

Fachbegriffe

der Grundwert
der Prozentwert
der Prozentsatz

Fachinterne Bezüge

5/6	6, 7, 11, 14
7/8	2
9/10	9

	• weitere Grundaufgaben zu Kapital, Jahreszins und Zinssatz lösen **Beitrag zur Leitperspektive BNE** Prozentuale Angaben begegnen uns in vielfältiger Weise, insbesondere in Auseinandersetzungen zu Nachhaltigkeitsfragen. Mit prozentualen Anteilen richtig umzugehen und über diese zu kommunizieren, ist daher grundlegend, um sich in der Umwelt zurechtzufinden. Es bieten sich Kontexte der Schadstoffemissionen oder Flächenverbrauche an, die oft in Prozenten angegeben werden. Kredite aufzunehmen und zu gewähren, ist unentbehrliche Grundlage des Wirtschaftens. Wie funktioniert aber ein Kredit und warum ginge es nicht ohne? Wie entsteht Überschuldung und wie ist der Zinseszins-Effekt privat sowie gesamtgesellschaftlich zu beurteilen? In diesem Modul bieten sich vielfältige Möglichkeiten, diese und ähnliche Fragestellungen zu thematisieren. **Beitrag zur Leitperspektive D** Mit einem Tabellenkalkulationsprogramm wird die Entwicklung von Guthaben auch langfristig berechnet und grafisch dargestellt. Der iterative Rechenalgorithmus der Zinseszinsrechnung wird mit einem strukturierten Text beschrieben.		

Leitidee Daten und Zufall

7/8 4 Wahrscheinlichkeitsrechnung I

Übergreifend	Inhalte	Fachbezogen	Umsetzungshilfen

Übergreifend

Leitperspektiven

D

Sprachbildung

D | 2 | 7 | 10 | 14

Fachübergreifende Bezüge

Phi

Inhalte

Ziel der Wahrscheinlichkeitsrechnung in der Mittelstufe ist es, einen (theoretischen) Wahrscheinlichkeitsbegriff und dessen innere Verbindung zu empirisch ermittelten relativen Häufigkeiten zu erarbeiten. Im Kern geht es folglich um eine Verbindung von Theorie und Empirie.

Mithilfe von Annahmen (z. B. über die geometrische Gleichmäßigkeit einer Form oder die Ununterscheidbarkeit von Kugeln in einer Urne, Laplace-Annahmen), den Umgang mit Zählprinzipien und die systematische Darstellung von Zufallsversuchen in Baumdiagrammen wird der Zufall auf einer theoretischen Ebene mathematisch beschreib- und berechenbar.

Zugleich finden zufällige Prozesse in der empirischen Welt statt. Dort sind sie uns nur über Sammlungen von Daten und relative Häufigkeiten zugänglich. Die „theoretische“ Wahrscheinlichkeit hat in der relativen Häufigkeit somit ihre empirische Seite.

Die Empirie liefert aber bei deutlich von der Theorie abweichenden empirischen Ergebnissen wichtige Hinweise auf Fehler in der Theorie. Manchmal – etwa beim „Würfeln“ mit Legosteinen – gibt es sogar jenseits empirischer Schätzung keinen rein theoretischen Zugang zu einem Zufallsversuch. Dann nehmen wir relative Häufigkeiten als Schätzwerte für Wahrscheinlichkeiten.

Dieses Wechselspiel von Empirie und Theorie wird in diesem Modul für Schülerinnen und Schüler erfahrbar.

Da die Begriffe „Ergebnis“ und „Ereignis“ jedoch sehr ähnlich sind und deshalb von Schülerinnen und Schülern häufig verwechselt werden, wird in dieser Jahrgangsstufe nur der Begriff Ergebnis verwendet.

Theoretische Zugänge zu Wahrscheinlichkeiten

- Wahrscheinlichkeiten bei einfachen Laplace-Experimenten als Bruch, als Prozentsatz und als Dezimalzahl bestimmen
- Wahrscheinlichkeiten unterschiedlicher Laplace-Zufallsexperimente schätzen und vergleichen
- alle möglichen Ergebnisse eines einfachen Zufallsexperiments angeben
- Anzahlen günstiger und möglicher Ergebnisse mithilfe einfacher Zählprinzipien ermitteln
- Gegenwahrscheinlichkeit bei einfachen Laplace-Zufallsexperimenten bestimmen
- einfach Wahrscheinlichkeiten mit zweistufigem Baumdiagramm bestimmen
- Erwartungswert
- faire Gewinnspiele erkennen und aufstellen

Empirische Zugänge zu Wahrscheinlichkeiten

- Strichlisten und Häufigkeitstabellen bei Zufallsexperimenten
- einstufige Zufallsexperimente mit verschiedenen Gegenständen (Münze, Würfel, Glücksrad, Streichholz, Legostein etc.) durchführen und Wahrscheinlichkeiten schätzen
- Laplace-Zufallsexperimente von Nicht-Laplace-Zufallsexperimenten unterscheiden
- erwartbare absolute Häufigkeiten eines mehrfach durchgeführten Zufallsexperiments abschätzen (intuitive Verwendung des schwachen Gesetzes der großen Zahlen)
- Schätzungen, Urteile und Vorurteile im rechnergestützten Versuch prüfen

Fachbezogen

Prozessbezogene Kompetenzen

K1 | K3 | K5

Digitale Kompetenzen

4.1 | 5.2 | 5.4

Inhaltsbezogene Kompetenzen

L1 | L5

Fachbegriffe

die Wahrscheinlichkeit
die Gegenwahrscheinlichkeit
der Erwartungswert
das faire Spiel
das Baumdiagramm
das Ergebnis
das Laplace-Experiment

Fachinterne Bezüge

4	5.1
5/6	1, 11, 12, 15, 16
7/8	3

Umsetzungshilfen

	Beitrag zur Leitperspektive D Die Schülerinnen und Schüler erfassen Ergebnisse von Zufallsexperimenten mit einem Tabellenkalkulationsprogramm und stellen sie graphisch dar. Diese Darstellungen liefern die Basis für eine Diskussion von z. B. Wettvorhersagen in Abhängigkeit von der Zahl der Durchführungen des Zufallsexperiments. Dadurch wird in einem ersten Ansatz für Schülerinnen und Schüler die Mächtigkeit digitaler Hilfsmittel unmittelbar erlebbar.		

Leitideen Größen und Messen, Raum und Form

7/8 5 Dreiecksgeometrie

Übergreifend	Inhalte	Fachbezogen	Umsetzungshilfen

Übergreifend

Leitperspektiven

W D

Aufgabengebiete

- Globales Lernen
- Medienerziehung

Sprachbildung

3 4 2 5

8

Fachübergreifende Bezüge

BK Inf

Inhalte

Die Elementargeometrie verbindet in besonderer Weise praktisches Konstruieren mit begründendem und beweisendem Argumentieren. Dabei ist auf die Hierarchie der elementargeometrischen Sätze zu achten. Möglich wäre etwa folgendes Vorgehen:

Nach der Betrachtung von Winkeln an einfachen Geradenkreuzungen (Scheitelwinkel- und Nebenwinkelsatz) können nacheinander folgende Sätze begründet werden:

1. Stufenwinkelsatz „vorwärts“: Sind zwei Geraden parallel und werden von einer dritten Gerade geschnitten, dann sind Stufenwinkel gleich groß (Begründung mit Parallelverschiebung).
2. Wechselwinkelsatz „vorwärts“: Sind zwei Geraden parallel und werden von einer dritten Gerade geschnitten, dann sind Wechselwinkel gleich groß (Begründung mit Stufenwinkelsatz und Scheitelwinkelsatz).
3. Innenwinkelsummensatz (Begründung mit Wechselwinkelsatz „vorwärts“).

Vertiefend mögliche Fortsetzung z. B. für Leistungsstarke:

4. Stufenwinkel- und Wechselwinkelsatz „rückwärts“: Sind Stufen- bzw. Wechselwinkel an einer doppelten Geradenkreuzung gleich groß, dann sind die von der dritten Geraden geschnittenen zwei Geraden parallel (Begründung im Widerspruchsbeweis mit Innenwinkelsummensatz und Nebenwinkelsatz).

Hieran anschließend sollten einfache Begründungsaufgaben mit Schülerinnen und Schülern bearbeitet werden. Im Sinne eines sprachbildenden Unterrichts ist es wichtig, auf unterstützende und strukturierende Methoden (Scaffolding) zurückzugreifen.

Anschließend können über Konstruktionen neue Erfahrungen gesammelt werden. Insbesondere sind dabei die Ortslinien der Mittelsenkrechten und der Winkelhalbierenden sowie deren Schnittpunkte im Dreieck zentraler Ausgangspunkt für weitere Überlegungen. Daran angeschlossene Fragen, z. B. nach einem Punkt gleich weit entfernt von drei Orten (Schnittpunkt der Mittelsenkrechten) oder gleich weit entfernt von drei Straßen (Schnittpunkt der Winkelhalbierenden), lassen sich in diesem Kontext sinnvoll stellen und lösen.

Über Konstruktionen von Dreiecken lassen sich dann die Kongruenzsätze (als Eindeutigkeitsaussagen) erlebbar und einsichtig machen. Diese wiederum sind Ausgangspunkt für weitere elementargeometrische Sätze und deren Begründungen:

5. Basiswinkelsatz (Begründung mit den Eigenschaften der Mittelsenkrechte und dem Kongruenzsatz SSS)
6. Satz des Thales (Begründung mit Innenwinkelsummensatz und Basiswinkelsatz)

Inwieweit formal, z. B. in Beweistabellen notierte, mathematische Beweise oder stattdessen handlungsorientierte Begründungen am konkreten Beispiel erarbeitet werden, hängt stark von der Lerngruppe ab und muss individuell von der Lehrkraft entschieden werden.

Sätze anwenden und beweisen

- Winkel an einfachen Geradenkreuzungen (Nebenwinkelsatz, Scheitelwinkelsatz)
- Winkel an doppelten Geradenkreuzungen (Stufenwinkelsatz, Wechselwinkelsatz)
- Innenwinkelsummensatz herleiten und anwenden

Dreiecke und Konstruktionen

- Dreiecksarten unterscheiden und klassifizieren
- Höhen im Dreieck zeichnen und konstruieren
- Dreiecke mit Lineal, Geodreieck und dynamischer Geometriesoftware zeichnen (auch im Koordinatensystem)
- Dreiecke mit Zirkel, Lineal und auch mit dynamischer Geometriesoftware konstruieren

Fachbezogen

Prozessbezogene Kompetenzen

K1 K2 K3 K7

Digitale Kompetenzen

2.1 2.2 2.5 3.1 3.3 5.2

Inhaltsbezogene Kompetenzen

L2 L4

Fachbegriffe

spitzwinklig
stumpfwinklig
gleichschenklig
gleichseitig
der Wechselwinkel
der Stufenwinkel
der Nebenwinkel
der Scheitelwinkel
der Beweis
der Basiswinkel
die Höhe
kongruent
der In- und Umkreis

Fachinterne Bezüge

4	
5/6	4, 5, 9, 12
7/8	7, 12
9/10	1, 2, 6, 7

Umsetzungshilfen

	Geometrische Sätze an Dreiecken • Kongruenz von Dreiecken erkennen, beschreiben und begründen • Eigenschaften von Dreiecken zur Analyse von Sachsituationen nutzen • Satz des Thales anwenden und beweisen **Beitrag zur Leitperspektive D** Die Schülerinnen und Schüler verwenden eine dynamische Geometriesoftware für Konstruktionen. Folgen von Konstruktionsschritten werden sowohl manuell protokolliert, als Algorithmen betrachtet und mit den Konstruktionsprotokollen der Software verglichen. Es können Lernvideos erstellt werden. **Beitrag zur Leitperspektive W** Argumentieren ist das Medium, in dem wir als Menschen zu Neuem vordringen, es absichern, kritisieren und prüfen. Die grundlegende Struktur dahinter als Rückbesinnung auf bekannte Größen und Sätze, um davon ausgehend einen gedanklichen Weg zu etwas Neuem zu konstruieren, kann hier in der Mathematik idealtypisch geübt werden. Auch Fragen nach Lücken in der Argumentation oder stillschweigend gemachten Voraussetzungen lassen sich, insbesondere mit leistungsstarken Schülerinnen und Schülern, thematisieren.		

Leitidee Strukturen und funktionaler Zusammenhang

7/8 6 Terme und Gleichungen I

Übergreifend	Inhalte	Fachbezogen	Umsetzungshilfen

Übergreifend

Leitperspektiven

D

Sprachbildung

1 6 9 10

12

Fachübergreifende Bezüge

Phy

Inhalte

Der Umgang mit Variablentermen und Gleichungen stellt viele Schülerinnen und Schüler vor besondere Schwierigkeiten. Durch die in den vorhergehenden Modulen geübten Kompetenzen beim Aufstellen und Interpretieren von Zahlentermen, die Auseinandersetzung mit fortgesetzten Zahlenmustern und das allgemeine Beschreiben proportionaler und antiproportionaler Zusammenhänge sind aber wichtige Grundlagen gelegt worden, auf die hier zurückgegriffen wird.

Um typischen Fehlern im Umgang mit Termen und Gleichungen präventiv zu begegnen, sollten alle Operationen mit Termen und Gleichungen an Sachkontexte angebunden sowie in diesen interpretiert werden. Nur so bekommen die Symbole und das Kalkül einen inhaltlichen Sinn, der auch zur Überprüfung von Ergebnissen herangezogen werden sollte.

Der Einsatz eines Tabellenkalkulationsprogramms fördert das Verständnis von Variablen als veränderbare Zahlen aus einem Zahlbereich. Zu unterscheiden ist im Tabellenkalkulationsprogramm allerdings zwischen Zahl, Zellbezug, Berechnungsterm und Text (z. B. „ x “).

Die nochmalige Auseinandersetzung mit fortgesetzten Punkt-, Streichholz- oder Würfelmustern kann jetzt präzisiert werden, indem Schritt für Schritt die Fortsetzung sprachlich beschrieben sowie mathematisch als Zahlen- und anschließend als Variablenterm formuliert wird. Verschiedene Zählweisen führen zu unterschiedlichen, aber gleichwertigen Termen. Dieses Phänomen der Gleichwertigkeit sollte explizit betrachtet werden. Auch Umkehraufgaben („Beschreibe ausgehend von Hannas Term, wie sie gezählt hat.“) helfen bei der Sinndeutung von Termen.

Variablenterme sollten dann auch außerhalb von Zahlmustern zur Beschreibung realer Situationen (z. B. „Mit Freunden essen gehen”) aufgestellt, interpretiert und auf Gleichwertigkeit hin untersucht werden. Dabei müssen die Bedeutungen der Zahlen, die korrekte Interpretation der Variablen sowie die Wahl der Rechen-Operationen begründet werden. Es ist darauf zu achten, dass Variablen nicht als Abkürzungen für Gegenstände missverstanden werden.

Unter Rückgriff auf den Begriff der Äquivalenz und in Anbindung an verschiedene Sachkontexte lassen sich dann auch Variablenterme addieren, subtrahieren und zusammenfassen. Häufig auftauchende Fehler im Kalkül sollten durch eine Rückübersetzung in einen frei gewählten Sachkontext inhaltlich aufgearbeitet werden.

Verschiedene in Kontexten auftauchende Fragen können dann über die Berechnung von Werten von Termen oder das Aufstellen von Gleichungen und deren Lösung durch Rückwärtsrechnen oder systematisches Probieren beantwortet werden.

Variablen

- verschiedene Aspekte von Variablen in unterschiedlichen Zusammenhängen untersuchen
  - a. Variablen als Platzhalter (Einsetzungsaspekt)
  - b. Variablen als Veränderliche in einem bestimmten Bereich
  - c. Variablen als bedeutungsloses Zeichen (Kalkülaspekt)
- Variablen festlegen und interpretieren

Terme

- verschiedene Aspekte von Termen in unterschiedlichen Zusammenhängen untersuchen
  - a. Variablenterme als Aufforderung zum Einsetzen und Ausrechnen (Einsetzungsaspekt)
  - b. Variablenterme als Beschreibungsmittel für allgemeine Zusammenhänge (Gegenstandsaspekt)
  - c. Variablenterme als bedeutungslose Zeichen (Kalkülaspekt)

Fachbezogen

Prozessbezogene Kompetenzen

K2 K5 K6

Digitale Kompetenzen

5.2 5.4

Inhaltsbezogene Kompetenzen

L1 L3

Fachbegriffe

die Variable
der Term
die Gleichung
die Äquivalenz

Fachinterne Bezüge

5/6	8, 9
7/8	2, 3, 8, 10, 13
9/10	3

Umsetzungshilfen

	• einfache Terme interpretieren • einfache Terme im Sachzusammenhang aufstellen • Werte von Termen durch Einsetzen berechnen, auch mit einem Tabellenkalkulationsprogramm • Zahlenfolgen fortführen und unter Verwendung von Variablen beschreiben • einfache Terme addieren und subtrahieren • einfache Terme mit rationalen Zahlen multiplizieren und dividieren **Gleichungen** • einfache Gleichungen aus Wortgleichungen und Texten aufstellen • einfache lineare Gleichungen rechnerisch, sowie durch inhaltliche Überlegungen und systematisches Probieren lösen **Beitrag zur Leitperspektive D** Mit Tabellenkalkulationsprogrammen kann die Gleichwertigkeit von Termen untersucht werden.		

Leitidee Größen und Messen und Leitidee Raum und Form

7/8 7 Vierecke

Übergreifend	Inhalte	Fachbezogen	Umsetzungshilfen

Übergreifend

Leitperspektiven

D

Aufgabengebiete

- Medienerziehung

Sprachbildung

8 9 10

Fachübergreifende Bezüge

BK Geo

Inhalte

Ausgehend von der in der Unterstufe erarbeiteten Erschließung des Flächeninhalts von Rechtecken wenden sich Schülerinnen und Schüler in diesem Modul anderen gradlinig begrenzten Figuren, insbesondere Vierecken zu. Eine Wiederholung des Hauses der Vierecke sowie eine jetzt erst vertieft mögliche genauere Betrachtung von begrifflichen Zusammenhängen bei Ober- und Unterbegriffen haben hier ihren Ort.

Bei der Erarbeitung der Flächeninhalte von gradlinig begrenzten Figuren ist dabei diese Grundidee leitend: Die Figur wird durch *Zerlegen* und/oder *Ergänzen* auf ein Rechteck zurückgeführt. Dieses heuristische Prinzip (zerlege oder ergänze die zu ermittelnde Fläche so, dass du eine Figur erhältst, deren Flächeninhalt du bestimmen kannst) sollte als langfristige Problemlösestrategie immer wieder angewendet und explizit thematisiert werden.

Ebene geometrische Figuren

- verschiedene Vierecke (allg. Viereck, Parallelogramm, Rechteck, Quadrat) unterscheiden und klassifizieren
- verschiedene Vierecke (allg. Viereck, Parallelogramm, Rechteck, Quadrat) zeichnen, auch mithilfe digitaler Mathematikwerkzeuge
- o. g. Vierecke im Koordinatensystem darstellen
- sich o. g. Vierecke vorstellen und gedanklich in Lage, Größe und Form verändern (Kopfgeometrie)

Flächeninhalt und Umfang

- Flächeninhalt und Umfang von Rechtecken und Dreiecken und daraus zusammengesetzten Figuren ermitteln sowie berechnen, auch mithilfe digitaler Mathematikwerkzeuge
- gesuchte Werte durch Aufstellen und Lösen von Gleichungen berechnen
- Herleitung der Flächeninhaltsformel von Parallelogramm und Trapez

Beitrag zur Leitperspektive D

Die Schülerinnen und Schüler verwenden eine dynamische Geometriesoftware für Konstruktionen und zur Bestimmung von Flächeninhalten. Folgen von Konstruktionsschritten werden sowohl manuell protokolliert, als Algorithmen betrachtet und mit den Konstruktionsprotokollen der Software verglichen.

Fachbezogen

Prozessbezogene Kompetenzen

K1 K3 K5 K6 K7

Digitale Kompetenzen

2.2 2.3 5.2 5.4

Inhaltsbezogene Kompetenzen

L2 L3 L4

Fachbegriffe

das Drachenviereck
die Raute
das Trapez

Fachinterne Bezüge

5/6	4, 9
7/8	5, 11

Umsetzungshilfen

Leitidee Strukturen und funktionaler Zusammenhang

7/8 8 Lineare Funktionen

Übergreifend	Inhalte	Fachbezogen	Umsetzungshilfen

Übergreifend

Leitperspektiven

D

Sprachbildung

B 6 8 9 10

Fachübergreifende Bezüge

Phy PGW Geo Bio

Inhalte

Im Sinne eines Spiralcurriculums sollten bei der Erarbeitung neuer Funktionsklassen einerseits durchgehend immer wieder die allgemeinen Grundvorstellungen zu funktionalen Zusammenhängen in den Aufgabenformaten angesprochen werden (Zuordnungsaspekt, Kovariationsaspekt, Funktion als Ganzes). Andererseits ist es wichtig, die innere Systematik hinter der Erweiterung der Funktionsklassen (analog zu den Zahlbereichserweiterungen) im Blick zu haben und mit Schülerinnen und Schülern auch explizit zu thematisieren. Dazu bietet sich in der Vorbereitung auf das Modul das Beantworten einiger Leitfragen an:

1) Welche reale Situation lässt sich paradigmatisch durch diese Funktionsklasse beschreiben?
2) Wie sieht der einfachste Vertreter der Klasse aus (als Graph, Funktionsterm, ggf. in unterschiedlichen Schreibweisen, in Tabellenform)?
3) Wie sieht der typische Vertreter der Klasse aus (als Graph, Funktionsterm, ggf. in unterschiedlichen Schreibweisen, in Tabellenform)?
4) Welche Bedeutung haben Parameter im Funktionsterm für den Graphen und mögliche Realsituationen? Wie kann man die Parameter im Graphen, in der Tabelle, im Funktionsterm, in der Realsituation erkennen und begründen (Darstellungsvernetzung)?
5) Was ist der grundsätzliche Unterschied zu bereits bekannten Funktionsklassen (auch für das Lösen ggf. neuer Gleichungen)?

Für die linearen Funktionen kann man grob Folgendes skizzieren: Situationen mit konstanter/fester Änderungsrate werden mit linearen Funktionen beschrieben (Taschengeld im Sparschwein, Stromtarife usw.). Die Änderungsrate kann im Graphen mithilfe von Steigungsdreiecken, im Funktionsterm am Faktor vor der Variablen, in der Tabelle mittels Pfeilen und im Text anhand bestimmter Satzbausteine („pro“, „je“, „jeweils“) ermittelt werden. Der „Startwert” oder die „Grundgebühr” gibt den *y*-Achsenabschnitt, d. h. den Zustand zum Zeitpunkt 0, an. Damit ergibt sich auch, dass sich bei größer oder kleiner werdender Änderungsrate das Steigungsverhalten des Graphen ändert. Eine Veränderung am Startwert führt zu einer Verschiebung in *y*-Richtung. Gegenüber den bislang bekannten proportionalen Zuordnungen sind die linearen Funktionen eine Verallgemeinerung: Die proportionale Zuordnung ist eine spezielle Zuordnung.

Lineare Funktionen im Alltag

- gleichmäßige Veränderungen zweier Größen in Alltagssituationen
- unabhängige und abhängige Größen identifizieren
- lineare vs. Proportionale und antiproportionale Zusammenhänge
- konstante Änderungsrate und Startwert
- Terme zu linearen Zusammenhängen aufstellen
- zu linearem Term eine Situation finden
- Schreibweise: $f(x) = mx + b$

Fachbezogen

Prozessbezogene Kompetenzen

K2 K3 K5 K7

Digitale Kompetenzen

3.1 5.2 5.4 6.1

Inhaltsbezogene Kompetenzen

L1 L3

Fachbegriffe

die Steigung
der y-Achsenabschnitt
die Stelle
der Funktionswert
die abhängige Variable
die unabhängige Variable
die lineare Funktion

Fachinterne Bezüge

5/6	15
7/8	2, 10, 13
9/10	3, 9, 12

	Lineare Funktionen darstellen • Variablen als Veränderliche (für funktionale Zusammenhänge) (Gegenstandaspekt) • lineare Zusammenhänge in Tabellen darstellen, erkennen und damit rechnen • lineare Zusammenhänge als Graphen zeichnen und erkennen • lineare Zusammenhänge in Funktionstermen erkennen • Steigung und y -Achsenabschnitt aus dem Funktionsterm, dem Graphen und der Tabelle ablesen • Darstellungsvernetzung: Term, Graph, Tabelle, Text, auch mit dynamischer Geometriesoftware **Probleme mit linearen Funktionen lösen** • Fragestellungen durch lineare Funktionen mathematisieren, auch mit dynamischer Geometriesoftware • Zu einzelnen Stellen den y-Wert mit Term, Tabelle und Graphen ermitteln – und umgekehrt • einfache Lineare Gleichungen lösen (rechnerisch, durch inhaltliches Überlegen, durch systematisches Probieren) • lineare Gleichungen lösen • Ergebnisse im Sachkontext deuten • Schnittpunkte von Geraden graphisch, rechnerisch und tabellarisch ermitteln und deuten, auch mit Tabellenkalkulation oder dynamischer Geometriesoftware **Beitrag zur Leitperspektive D** In diesem Modul werden ein Tabellenkalkulationsprogramm sowie die Möglichkeit zur graphischen Darstellung und Untersuchung von Funktionen in einer dynamischen Geometriesoftware zum Lösen kontextualer Probleme verwendet.		

Leitidee Größen und Messen

7/8 | 9 Kreis

Übergreifend	Inhalte	Fachbezogen	Umsetzungshilfen

Übergreifend

Leitperspektiven

D

Aufgabengebiete

- Medienerziehung

Sprachbildung

C 3 4 6

8

Fachübergreifende Bezüge

BK Geo

Inhalte

Bisher können Schülerinnen und Schüler gradlinig begrenzte Flächen durch Zerlegen und Ergänzen auf bekannte Flächen zurückführen und die Flächeninhalte ermitteln. Dieses Prinzip lässt sich beim Kreis nicht mehr anwenden.

Über einen empirischen Zugang lassen sich Umfänge und Flächeninhalte messen (Umfänge mithilfe von Maßbändern, Flächeninhalte durch Wiegen, Auszählen von Reiskörnern oder Kästchen) sowie die erhobenen Daten tabellieren – und die funktionale Abhängigkeit von Radius und Umfang bzw. Flächeninhalt lässt sich untersuchen. Hier wird folglich eine Verbindung der Leitideen „Größen und Messen“ mit der Leitidee „funktionaler Zusammenhang“ fruchtbar genutzt. Der Einsatz einer Tabellenkalkulation ist dabei ein wichtiges heuristisches Hilfsmittel.

Didaktisch sind beide Wege gleichwertig möglich: vom Kreisumfang zum Flächeninhalt oder vom Flächeninhalt zum Kreisumfang. Das Messen der Flächeninhalte bietet mehr handlungsorientierte Zugänge.

Grundsätzlich kann auch ein rein rechnerisch-geometrischer Zugang über Näherungsformeln durch gleichmäßige *n*-Ecke gesucht werden. Allerdings überschreiten die mathematischen Voraussetzungen für die Berechnungen oft die Möglichkeiten von Schülerinnen und Schülern in der Mittelstufe.

Kreise erkunden

- Umfänge von Kreisen mit unterschiedlichen Radien messen
- Flächeninhalte von Kreisen mit unterschiedlichen Radien ermitteln
- Pi empirisch gewinnen

Flächeninhalt und Umfang

- Flächeninhalt von Kreisen berechnen
- Umfang und Durchmesser, bzw. Radius aus gegebenen Flächeninhalten bestimmen
- Flächeninhalte und Umfang von Kreisteilen bestimmen
- Flächeninhalte von Kreisen und Kreisteilen mithilfe digitaler Mathematikwerkzeuge bestimmen
- näherungsweise Berechnungen an krummlinig begrenzten Figuren

Beitrag zur Leitperspektive D

Tabellenkalkulationsprogramme sind in diesem Modul wichtige heuristische Hilfsmittel, um durch Visualisierung von erhobenen Daten zu ersten Vermutungen und deren rechnerischer Überprüfung zu kommen. Da echte Daten nie den idealen mathematischen Zusammenhängen genügen, sollte in diesem Zusammenhang auch über Messfehler und Messgenauigkeit gesprochen werden.

Fachbezogen

Prozessbezogene Kompetenzen

K2 K5 K7

Digitale Kompetenzen

3.1 3.3 5.2 5.4

Inhaltsbezogene Kompetenzen

L1 L2 L3

Fachbegriffe

die Kreislinie

der Umfang

π

Fachinterne Bezüge

5/6	12
7/8	11
9/10	2

Umsetzungshilfen

Leitidee Strukturen und funktionaler Zusammenhang

7/8 10 Terme und Gleichungen II

Übergreifend	Inhalte	Fachbezogen	Umsetzungshilfen

Übergreifend

Leitperspektiven

D

Sprachbildung

1 6 9 10

Fachübergreifende Bezüge

Phy Inf

Inhalte

In diesem Modul sollten die in Modul 6 beschrieben Grundprinzipien fortgeführt werden. Dabei kann es sich anbieten, das Lösen linearer Gleichungen in engem Zusammenhang mit Modul 12 (lineare Funktionen) zu unterrichten, da sich hier auf natürliche Weise Fragestellungen ergeben, die mithilfe linearer Gleichungen dargestellt und beantwortet werden können.

Das Lösen von Gleichungen greift auf verschiedene Vorstellungen zurück, insbesondere auf das Waagemodell und das Rückwärtsrechnen. Diese Vorstellungen ansprechende Aufgaben (z. B. „Knack die Box“ oder „Zahlen verstecken“) haben den Vorteil, das Kalkül an eine Anschauung oder Handlung inhaltlich anzubinden. Zugleich sind diese Modelle begrenzt: Negative oder halbe Streichhölzer kommen in keiner Box, negative Gewichte auf keiner Waage vor. Durch Rückwärtsrechnen lassen sich Gleichungen wie $5 \cdot (7 - x) = 30$ ebenfalls nicht unmittelbar lösen. Daher sollten mithilfe der Modelle anschaulich allgemeine Vorgehensweisen beim Lösen von Gleichungen begründet, zugleich aber auch die Grenzen der Anschauung besprochen werden.

Bei auftauchenden Fehlern muss zwischen Termumformungsfehlern und Fehlern bei Äquivalenzumformungen (etwa: falsche Gegenoperation gewählt, nicht beide Seiten berücksichtigt) unterschieden werden. Erstere werden durch Vergleich von Werten der Terme mit einem Tabellenkalkulationsprogramm und durch sinnangebundene Deutung des Terms aufgeklärt, letztere durch Rückgriff auf ein handlungsorientiertes Vorstellungsmodell.

Multiplikative Terme und Produkte von Summen greifen auf die Grundvorstellung der Multiplikation zurück und sollten mithilfe von Rechteckbildern einsichtig gemacht werden.

Für die Nachvollziehbarkeit der Rechenschritte ist auf eine genaue Dokumentation der Umformungsschritte zu achten.

Binomische Formeln sind in diesem Kontext ebenfalls zu thematisieren. Die praktische Relevanz der Formeln erschließt sich allerdings erst beim Lösen quadratischer Gleichungen, sodass die Formeln zurückhaltend dosiert und eher in entdeckenden, produktiven Übungsformaten geübt werden sollten.

Gleichungen

- Verschiedene Aspekte von Gleichungen und deren Lösung in unterschiedlichen Zusammenhängen untersuchen. Eine Gleichung lösen bedeutet, eine Zahl/Zahlen zu ermitteln, die
  a. beim Einsetzen die Gleichung in eine wahre Aussage überführen (Einsetzungsaspekt)
  b. die Bedingungen erfüllen, durch die die Gleichung beschrieben wird (Gegenstandaspekt)
  c. durch Umformen nach festgelegten Regeln darin überführt werden können (Kalkülaspekt)
- einfache lineare Gleichungen in Kontexten aufstellen
- lineare Gleichungen in Kontexten aufstellen
- einfache lineare Gleichungen durch Äquivalenzumformungen lösen
- lineare Gleichungen durch Äquivalenzumformungen lösen
- Aufstellen und Interpretieren nichtlinearer Gleichungen, ggf. Lösen dieser durch systematisches Probieren
- Ungleichungen

Terme

- Terme aufstellen, interpretieren und umformen, die auch Variablenprodukte enthalten (ausmultiplizieren und ausklammern)
- binomische Formeln

Fachbezogen

Prozessbezogene Kompetenzen

K3 K5 K6

Digitale Kompetenzen

5.2 5.4

Inhaltsbezogene Kompetenzen

L3

Fachbegriffe

die lineare Gleichung
die nichtlineare Gleichung
die Ungleichung
die binomische Formel

Fachinterne Bezüge

7/8	2, 6, 8, 13
9/10	3

Umsetzungshilfen

	Beitrag zur Leitperspektive D In diesem Modul die Arbeit mit einem Tabellenkalkulationsprogramm weiter geübt.		

Leitidee Größen und Messen und Leitidee Raum und Form

7/8 | 11 Körper – Prisma und Zylinder

Übergreifend	Inhalte	Fachbezogen	Umsetzungshilfen
Leitperspektiven BNE **Aufgabengebiete** • Medienerziehung **Sprachbildung** 2 3 4 6 14 **Fachübergreifende Bezüge** BK Geo	Die Erarbeitung von Volumen- und Oberflächenformeln bei Säulen (d. h. Prismen und Zylindern) sollte auf deren Erzeugung durch Schicht- oder Schiebemodelle zurückgeführt und erlebbar gemacht werden. Nur so erschließt sich die enge Verbindung zu Quader und Zählprinzip hinter der Volumenformel. Ist die Grundidee verstanden worden, erübrigt sich meist jedes Formellernen. Das Modul „Prismen und Zylinder“ bietet zahlreiche projektorientierte Unterrichtsmöglichkeiten. Verpackungen oder Häuser mit vorgegebenen Grundflächen können konzipiert, in Exposés vorgestellt und verglichen werden. Mithilfe von Datenblättern können Rechnungen dargestellt und begründet werden. **Prisma und Zylinder erkunden** • Netze, Schrägbilder und Modelle von Prismen herstellen und aus ihren Darstellungen erkennen, auch mithilfe digitaler Mathematikwerkzeuge • Netze und Modelle von Zylindern herstellen und aus ihren Darstellungen erkennen • verschiedene Prismen unterscheiden und klassifizieren • Prismen und Zylinder charakterisieren **Volumen und Oberflächeninhalt** • Oberflächeninhalt und Volumen von Prismen berechnen und das Vorgehen beschreiben • Oberflächeninhalt und Volumen von Zylindern bestimmen • Oberflächeninhalt und Volumen aus bekannten zusammengesetzten Körpern berechnen • fehlende Werte durch Aufstellen und Lösen von Gleichungen bestimmen **Beitrag zur Leitperspektive BNE** Unterrichtet man dieses Modul – wie oben skizziert – projektorientiert, so ergeben sich vielfältige Anknüpfungspunkte, über Nachhaltigkeitsfragen nachzudenken: Wie viel Platz brauchen wir in einem Einfamilienhaus und was ist unnötiger Luxus? Wie wohnen Menschen woanders und was wäre, wenn jeder ein Einfamilienhaus bewohnen würde? Ähnliche Fragen lassen sich bei Verpackungen diskutieren.	**Prozessbezogene Kompetenzen** K2 K5 K7 **Digitale Kompetenzen** 2.1 2.2 5.4 **Inhaltsbezogene Kompetenzen** L2 L3 L4 **Fachbegriffe** der Mantel **Fachinterne Bezüge** 5/6: 4, 5, 9, 10 7/8: 5, 7, 9 9/10: 2	

Leitidee Daten und Zufall

7/8 | 12 Statistik

Übergreifend	Inhalte	Fachbezogen	Umsetzungshilfen

Übergreifend

Leitperspektiven

BNE | D

Aufgabengebiete

- Medienerziehung

Sprachbildung

1 | 2 | 7 | 10 | 14

Fachübergreifende Bezüge

PGW | Bio

Inhalte

Daten erfassen

- Daten systematisch sammeln
- Daten aus Quellenmaterial entnehmen
- Planung statistischer Erhebungen, auch unter den Aspekten Stichprobenauswahl und Erhebungsinstrument, auch mithilfe von Tabellenkalkulation

Daten darstellen

- graphische Darstellung erhobener Daten (z. B. Säulen- oder Balkendiagramm, Kreisdiagramm, Liniendiagramm, Boxplot), auch mithilfe von Tabellenkalkulation
- Manipulation, Absicht und mögliche Wirkung bei der Darstellung von Daten erkennen, beschreiben und reflektieren

Daten auswerten

- Kenngrößen (Minimum, Maximum, arithmetisches Mittel, Zentralwert (Median), Spannweite) ermitteln und interpretieren
- kritische Interpretation grafischer Darstellungen und Tabellen von statistischen Erhebungen
- Quartile ermitteln
- Vor- und Nachteile unterschiedlicher Kenngrößen erläutern
- Interpretation graphischer Darstellung hinsichtlich ihrer (manipulativen) Wirkung

Beitrag zur Leitperspektive D

Die erhobenen Daten werden mit einem Tabellenkalkulationsprogramm erfasst und graphisch darstellt. Ein Experimentieren mit unterschiedlichen Darstellungen durch Schülerinnen und Schüler bietet einen in den eigenen Erfahrungen gegründeten Anknüpfungspunkt für eine kritische Auseinandersetzung etwa des Umgangs mit Daten in den Medien (Manipulationen in Darstellungen erkennen).
Für die Ermittlung verschiedener Kenngrößen und deren Vergleich sind Tabellenkalkulation ebenfalls unentbehrliche Hilfsmittel.

Beitrag zur Leitperspektive BNE

Die Bedeutung von Datenerhebungen und Datenauswertungen können zur Identifizierung gesellschaftlicher und ökologischer Probleme thematisiert werden.

Fachbezogen

Prozessbezogene Kompetenzen

K1 | K2 | K5 | K7

Digitale Kompetenzen

3.1 | 5.2 | 5.4 | 6.1

Inhaltsbezogene Kompetenzen

L1 | L5

Fachbegriffe

das Minimum
das Maximum
das Quartil
der Boxplot
das Liniendiagramm

Fachinterne Bezüge

5/6	1, 6, 11, 14, 15, 16
7/8	4
9/10	5

Umsetzungshilfen

Leitidee Strukturen und funktionaler Zusammenhang

7/8 | 13 Lineare Funktionen und Gleichungssysteme

Übergreifend	Inhalte	Fachbezogen	Umsetzungshilfen
Leitperspektiven D **Aufgabengebiete** • Medienerziehung **Sprachbildung** B 1 6 9 12 **Fachübergreifende Bezüge** Phy	Vergleiche von konkurrierenden Anbietern von Leihfahrzeugen, Handy-Tarifen, Strom, Gas, u. a. mit Fixkosten bzw. Grundgebühren und verbrauchsabhängigen Kosten führen zur Modellierung der Kosten durch lineare Funktionen. Die Wahl des günstigsten von zwei Anbietern ist verbrauchsabhängig und ergibt sich als Schnittpunkt zweier Geraden und bzw. oder durch Lösen eines linearen Gleichungssystems. **Vorstellung und Darstellung** • Aufstellen linearer Gleichungssysteme mit zwei Variablen • Einsatz heuristischer Strategien, z. B. systematisches Probieren zum Lösen linearer Gleichungssysteme • grafisches Lösen linearer Gleichungssystemen • Lösbarkeit und Lösungsvielfalt linearer Gleichungssysteme untersuchen und diesbezüglich Aussagen formulieren **Rechenoperationen** • Nutzen von mindestens zwei der drei Lösungsverfahren (Additionsverfahren, Einsetzungsverfahren, Gleichsetzungsverfahren) • Beherrschen mindestens eines der drei Lösungsverfahren • Lösen linearer Gleichungssysteme unter Einsatz digitaler Werkzeuge, inklusive Taschenrechner **In Kontexten rechnen** • in Kontexten routiniert lineare Gleichungssysteme mit zwei Variablen lösen • Vergleich der Effektivität verschiedener Lösungsverfahren für die jeweilige Fragestellung oder das Problem **Beitrag zur Leitperspektive D** Die oft abstrakte Fragestellung nach der Lösung linearer Gleichungssysteme lässt sich einerseits durch Visualisierung begreiflich machen. Dass es häufig eine, manchmal unendlich viele und manchmal keine Lösung gibt, lässt sich ebenso anschaulich begründen. Mit einem Tabellenkalkulationsprogramm lassen sich zudem rechnerisch das Finden einer Lösung unterstützen sowie mögliche Umformungsfehler selbstständig finden.	**Prozessbezogene Kompetenzen** K3 K5 K6 K7 **Digitale Kompetenzen** 5.2 5.4 **Inhaltsbezogene Kompetenzen** L3 **Fachbegriffe:** das lineare Gleichungssystem 2 der 3 Begriffe: das Additionsverfahren, das Einsetzungsverfahren, das Gleichsetzungsverfahren **Fachinterne Bezüge** 7/8: 8, 10 9/10: 3	

Leitidee Zahl und Operation

7/8 14 Reelle Zahlen

Übergreifend	Inhalte	Fachbezogen	Umsetzungshilfen

Übergreifend

Leitperspektiven

D

Sprachbildung

1 2 12

Fachübergreifende Bezüge

Phy

Inhalte

Mit der Einführung der reellen Zahlen findet die letzte Zahlbereichserweiterung statt. Anders als bei den vorigen Erweiterungen antwortet diese nicht auf ein unmittelbar aus dem Rechnen sich ergebenes Problem. Trotzdem lassen sich Schülerinnen und Schüler über verschiedene Fragestellungen zu Forschungsfragen in diese Richtung anleiten: Man kann aus zwei 10 cm² großen Quadraten ein einziges Quadrat mit 20 cm² Flächeninhalt herstellen. Welche Seitenlänge hat dieses aber? Auch mit dem Taschenrechner kommt man zu keiner endgültigen Lösung. Für praktische Zwecke reichen natürlich Rundungen aus. Die eher innermathematische Frage, inwiefern es diese Zahl gibt, obwohl wir sie nicht angeben können, lässt sich aber dennoch mit Schülerinnen und Schülern nach ersten Versuchen mit dem Taschenrechner kontrovers führen. Im Anschluss lassen sich Algorithmen in Tabellenkalkulationen implementieren und im Hinblick auf ihre Konvergenzgeschwindigkeit vergleichen.

Ein anderer Zugang lässt sich aus dem Kontext des Satzes von Pythagoras finden, bei dem die Frage nach dem „Quadrieren rückwärts“ natürlicherweise auftaucht.

Im Alltag lassen sich, trotz in der Praxis immer nur gerundeter Werte, durchaus reelle Zahlen finden, etwa im Seitenverhältnis unseres DIN-Formats, in der Kunst im Goldenen Schnitt und im Verhältnis von Kreisumfang zu Kreisdurchmesser.

Gerade weil es keine geschlossene Notation einer Zahl gibt, sind die Wurzelschreibweisen für einige reelle Zahlen von besonderer Bedeutung. Statt ausführlicher Übungen zum Umgang mit Wurzelgesetzen kann man hier gewinnbringend produktive Übungsformen finden, die trotzdem die wichtigsten Grundfertigkeiten üben und ein Verstehen der Wurzelschreibweise ermöglichen.

$\mathbb{Q}$ überschreiten

- Probleme ohne Lösung in (z. B. Seitenlänge eines Quadrats ermitteln, Quadratflächen verdoppeln, Lösung von $x^2 = a$)
- nichtabbrechende, nichtperiodische Zahlen in Dezimalschreibweise
- Notwendigkeit der Zahlbereichserweiterung von … nach … am Beispiel erläutern
- Implementierung eines algorithmischen Verfahrens mit digitalen Mathematikwerkzeugen (Heron, Intervallschachtelung)
- Phänomen der Konvergenz mit Rechnerhilfe demonstrieren

Mit den neuen Zahlen umgehen

- Wurzelschreibweise erläutern und damit umgehen
- Wurzeln schätzen und ordnen
- Wurzeln auf dem Zahlenstrahl eintragen
- Berechnen von Quadrat- und Kubikwurzeln, beispielsweise zum Lösen einfacher Probleme, u. a. unter Verwendung eines Taschenrechners
- Potenzen und Wurzeln als Umkehrungen zueinander erläutern

Zahlbereiche sortieren

- Zusammenhänge: $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}$

Beitrag zur Leitperspektive D

Gerade weil die reellen Zahlen nur über algorithmische Annäherungen greifbar sind, sollte dem Erleben der immer besser werdenden Näherung Raum gegeben werden. Dazu bietet sich die Implementierung eines Näherungsverfahrens mit Tabellenkalkulation an.

Fachbezogen

Prozessbezogene Kompetenzen

K1 K2 K7

Digitale Kompetenzen

5.2 5.4 5.5

Inhaltsbezogene Kompetenzen

L1

Fachbegriffe

die irrationale Zahl
die periodische Zahl
die ganze Zahle
die rationale Zahl
die irrationale Zahl
die reelle Zahl

die Menge $\mathbb{N}$
die Menge $\mathbb{Z}$
die Menge $\mathbb{Q}$
die Menge $\mathbb{R}$
die Wurzel
die Quadratwurzel
die Kubikwurzel

Fachinterne Bezüge

7/8	1
9/10	1, 2, 3

Leitidee Größen und Messen und Raum und Form

9/10 | 1 Satz des Pythagoras

Übergreifend	Inhalte	Fachbezogen	Umsetzungshilfen

Übergreifend

Leitperspektiven

D

Sprachbildung

1 2 8 12

Fachübergreifende Bezüge

Phy Geo

Inhalte

Bisher haben Schülerinnen und Schüler Dreiecke vor allem über Dreieckskonstruktionen kennengelernt. Seitenlängen, Höhen und einzelne Winkel wurden gemessen, Flächeninhalte daraus berechnet, Innenwinkel mithilfe des Innenwinkelsummensatzes ermittelt.

Mit dem Satz des Pythagoras beginnt die umfassende rechnerische Auseinandersetzung mit Dreiecken. Der rote Faden durch die Dreiecksgeometrie sei hier kurz skizziert:

In rechtwinkligen Dreiecken werden nach und nach zuerst die Seitenlängen (Satz des Pythagoras) und anschließend auch Winkel (Sinus, Kosinus, Tangens) berechenbar.

Ähnlichkeitsbeziehungen ermöglichen das Berechnen von Seitenlängen bei allgemeinen, ähnlichen Dreiecken (Strahlensätze). Mit dem Sinus- und Kosinussatz findet schließlich eine letzte Verallgemeinerung statt. Damit sind dann langfristig alle Fragestellungen zu Winkeln und Seitenlängen in Dreiecken rechnerisch handhabbar. Fragestellungen in Sachkontexten lassen sich dann auf gesuchte Größen in Dreiecken zurückführen. Aus der Konstruierbarkeit und dem händischen Messen ist ein rechnerischer Zugang entstanden.

Die Erarbeitung des Satzes des Pythagoras lässt sich gut handlungsorientiert gestalten. Entdeckungen zu der Größe von Quadraten über den Dreiecksseiten führen zu Vermutungen und der Formulierung von Sätzen. Für den Satz des Pythagoras existieren zahlreiche anschauliche Begründungen und Beweise. Im Sinne der Sprachbildung sollte hier ein Fokus auf dem begründenden Argumentieren liegen. Wichtig ist dabei ebenfalls, dass der Satz eine Äquivalenz ausdrückt:

- Wenn die Summe der Quadrate über zwei Seiten das Quadrat über der dritten Seite ergibt, dann liegt ein rechtwinkliges Dreieck vor.
- Wenn ein rechtwinkliges Dreieck vorliegt, dann ist die Summe der Quadrate über den Katheten gleich dem Quadrat über der Hypotenuse.

Rechtwinklige Dreiecke erkunden

- Flächeninhalte von Quadraten über den Seiten spitzer, stumpfer und rechtwinkliger Dreiecke mit dynamischer Geometriesoftware erkunden
- Satz des Pythagoras (vorwärts und rückwärts) formulieren und erläutern
- Seitenlängen mit dem Satz des Pythagoras berechnen
- Anwendungen des Satzes des Pythagoras in Alltagssituationen

Sätze erkunden und beweisen

- Richtigkeit des Satzes von Pythagoras anschaulich oder handlungsorientiert begründen
- Beweis des Satzes von Pythagoras

Beitrag zur Leitperspektive D

Mit einer dynamischen Geometriesoftware werden hier geometrische Zusammenhänge entdeckt. Zum Beweis des Satzes des Pythagoras oder zu Problemlöseprozessen bei Anwendungsaufgaben können kurze Erklärvideos erstellt werden.

Fachbezogen

Prozessbezogene Kompetenzen

K2 K3 K4

Digitale Kompetenzen

5.2 5.4

Inhaltsbezogene Kompetenzen

L2 L4

Fachbegriffe

die Kathete

die Hypotenuse

Fachinterne Bezüge

5/6	4, 5, 12
7/8	5, 14
9/10	3

Umsetzungshilfen

Leitidee Raum und Form und Leitidee Größen und Messen

9/10 2 Körper – Pyramide, Kegel und Kugel

Übergreifend	Inhalte	Fachbezogen	Umsetzungshilfen

Übergreifend

Leitperspektiven

D

Sprachbildung

2 6 10 12

Fachübergreifende Bezüge

Phy Geo BK

Inhalte

Auch bei diesem Modul ist ein realitätsbezogener Einstieg sinnvoll. Viele Verpackungen, aber ebenso Teile von Gebäuden lassen sich als mathematische Körper modellieren. Hier geht es um Pyramiden, Kegel und Kugeln. Beim Verpackungsdesign ist insbesondere das Volumen relevant, jedoch wegen des Materialverbrauchs auch der Oberflächeninhalt. Ähnliches gilt für den Bau von Kirchturmspitzen und kegelförmigen Turmspitzen. Die Schülerinnen und Schüler stellen mithilfe eigener Netze Modelle selbst her und ermitteln Volumina von Modellen aus der Mathematiksammlung. Auf erhöhtem Anforderungsniveau entwickeln sie Formeln zur Berechnung von Oberflächeninhalten und Volumina durch Annäherungen durch bisher bekannte zusammengesetzte Körper.

Die Frage nach der optimalen Form mit minimalem Oberflächeninhalt bei gegebenem Volumen kann innerhalb eines Formtyps mithilfe von Tabellenkalkulation untersucht werden. Als ideale Form wird letztendlich die Kugel gefunden.

Pyramide, Kegel und Kugel erkunden

- Pyramide, Kegel und Kugel (auch aus ihrer Umwelt) charakterisieren und aus ihren Darstellungen erkennen
- Netze und Schrägbilder von Pyramide und Kegel erkennen und mithilfe dynamischer Geometriesoftware zeichnen
- Schrägbilder von aus bisher bekannten zusammengesetzten Körpern entwerfen (z. B. mithilfe dynamischer Geometriesoftware)

Oberflächeninhalt und Volumen

- in ihrer Umwelt Messungen von Längen mit digitalen Messwerkzeugen vornehmen, aus Quellenmaterial Maßangaben entnehmen
- Oberflächeninhalt und Volumen von Pyramide, Kegel und Kugel mit Formelsammlung und Taschenrechner berechnen sowie mithilfe digitaler Mathematikwerkzeuge ermitteln
- Im Sachkontext gesuchte Werte durch Aufstellen und Lösen von Gleichungen berechnen
- Oberflächeninhalt und Volumen aus bisher bekannten zusammengesetzten Körpern bestimmen
- funktionale Abhängigkeit der Volumen- und Flächeninhaltsveränderung bei einem der Körper erarbeiten

Sätze erkunden

- Satz von Cavalieri anwenden
- Formel für das Volumen einer Pyramide und Kugel herleiten

Beitrag zur Leitperspektive D

Die Schülerinnen und Schüler nutzen Smartphones und bzw. oder digitale Messwerkzeuge zum Messen von Längen.

Zur Berechnung von Flächeninhalten und Volumina nutzen sie dynamische Geometriesoftware und Tabellenkalkulation.

Fachbezogen

Prozessbezogene Kompetenzen

K1 K3 K5 K7

Digitale Kompetenzen

2.1 2.2 3.1 3.3 5.4

Inhaltsbezogene Kompetenzen

L2 L3 L4

Fachbegriffe

Die Pyramide

Fachinterne Bezüge

5/6	4, 5, 9, 10
7/8	9, 11
9/10	1, 7

Umsetzungshilfen

Leitidee Strukturen und funktionaler Zusammenhang

9/10 3 Quadratische Funktionen und Gleichungen

Übergreifend	Inhalte	Fachbezogen	Umsetzungshilfen

Übergreifend

Leitperspektiven

D

Sprachbildung

9 10 13 15

Fachübergreifende Bezüge

Phy

Inhalte

Im Sinne eines Spiralcurriculums sollten bei der Erarbeitung von neuen Funktionsklassen einerseits durchgehend immer wieder die allgemeinen Grundvorstellungen zu funktionalen Zusammenhängen in den Aufgabenformaten angesprochen werden (Zuordnungsaspekt, Kovariationsaspekt, Funktion als Ganzes). Andererseits ist es wichtig, die innere Systematik hinter der Erweiterung der Funktionsklassen (analog zu den Zahlbereichserweiterungen) im Blick zu haben und mit Schülerinnen und Schülern auch explizit zu thematisieren. Dazu bietet sich in der Vorbereitung auf das Modul das Beantworten einiger Leitfragen an:

a. Welche reale Situation lässt sich paradigmatisch durch diese Funktionsklasse beschreiben?
b. Wie sieht der einfachste Vertreter der Klasse aus (als Graph, Funktionsterm, ggf. in unterschiedlichen Schreibweisen, in Tabellenform)?
c. Wie sieht der typische Vertreter der Klasse aus (als Graph, Funktionsterm, ggf. in unterschiedlichen Schreibweisen, in Tabellenform)?
d. Welche Bedeutung haben Parameter im Funktionsterm für den Graphen und mögliche Realsituationen? Wie kann man die Parameter im Graphen, in der Tabelle, im Funktionsterm, in der Realsituation erkennen und begründen (Darstellungsvernetzung)?
e. Was ist der grundsätzliche Unterschied zu bereits bekannten Funktionsklassen (auch für das Lösen ggf. neuer Gleichungen)?

Für die quadratischen Funktionen lässt sich grob Folgendes skizzieren: Als reale Situationen bieten sich Wurfbahnen, Anhaltewege und geometrische Modellierungen an. Die einfachste Funktionsgleichung ist $f(x) = x^2$. Daraus werden durch Verschiebungen und Streckungen/Stauchungen die anderen Vertreter der Funktionsklasse abgeleitet. Dabei kann optisch zwischen einer Stauchung in y-Richtung und einer Streckung in x-Richtung nicht unterschieden werden. Bei quadratischen Funktionen gibt es grundsätzlich 3 Notationen des Funktionsterms: in ausmultiplizierter Form, in Scheitelpunktsform und bei Vorliegen zweier Nullstellen in faktorisierter Schreibweise. Alle Formen haben Vor- und Nachteile und sollten für unterschiedliche Fragestellungen bewusst gewählt werden. Das rein kalkülhafte Üben von Umformungen der Schreibweisen ineinander steht dabei nicht im Zentrum. Schülerinnen und Schüler sollten befähigt werden, die unterschiedlichen Darstellungen gezielt zum eigenen Rechenvorteil zu nutzen. Eine Gleichung in Scheitelpunktform oder bereits faktorisiert mühsam auszumultiplizieren, um sie danach mit der $p-q$-Formel zu lösen, sollte als unnötiger Umweg erkannt werden.

Funktionale Beziehungen

- funktionale Abhängigkeit zweier Größen beschreiben (Kovariations- und Objektvorstellung)
- quadratische Funktionen realitätsnahen Situationen zuordnen und umgekehrt
- Darstellungsform und -wechsel (Sprache, Tabelle, Graph, Term), auch mit dynamischer Geometriesoftware oder Tabellenkalkulation
- Vor- und Nachteile verschiedener Darstellungen erläutern
- Merkmale der Funktion in den verschiedenen Darstellungen der Funktion erkennen und bestimmen
- eine der oder alle Formen von quadratischen Funktionen kennen (Scheitelpunktform, Normalform, faktorisierte Form)
- Einflüsse der Parameter in einer Form oder in verschiedenen Formen des Funktionsterms erkennen und benennen, auch mit dynamischer Geometriesoftware
- realitätsnahe Probleme mit quadratischen Funktionen auch mit Tabellenkalkulation, auch unter Berücksichtigung eines sinnvollen Definitionsbereichs lösen

Fachbezogen

Prozessbezogene Kompetenzen

K2 K4 K5 K6 K7

Digitale Kompetenzen

1.3 3.1 5.2

Inhaltsbezogene Kompetenzen

L3

Fachbegriffe

die Funktionsgleichung
die quadratische Funktion
die quadratische Gleichung
die Parabel
der Scheitelpunkt
strecken
stauchen
der Definitionsbereich

Fachinterne Bezüge

7/8	6, 8, 10, 13
9/10	10, 12

Gleichungen

- quadratische Gleichungen numerisch (systematisches Probieren) und algebraisch lösen (auch Nullproduktsatz)
- realitätsnahe Probleme durch grafische Bestimmung der Schnittpunkte von Funktionsgraphen auch mit dynamischer Geometriesoftware lösen
- Lösbarkeit und Lösungsvielfalt quadratischer Gleichungen untersuchen
- Vergleich der Effektivität verschiedener Lösungsverfahren für vorliegende Probleme

Beitrag zur Leitperspektive D

Digitale Mathematikwerkzeuge können in diesem Modul für ganz unterschiedliche Zwecke eingesetzt werden:

- zur Kontrolle von Lösungen oder Vermutungen
- als heuristischen Werkzeug
- für Veranschaulichungen
- als Werkzeug für sonst unlösbare Probleme mithilfe numerischer Näherungen

Leitidee Zahl und Operation

9/10 | 4 Potenzgesetze

Übergreifend	Inhalte	Fachbezogen	Umsetzungshilfen
Sprachbildung 6 9 12 **Fachübergreifende Bezüge** Che Phy	**Potenzen mit natürlichen Exponenten** • Zehnerpotenzschreibweise nutzen • Potenzgesetze an Beispielen mit natürlichen Exponenten erklären • Potenzgesetze zum vorteilhaften Rechnen benutzen • Berechnen einfacher Potenzen auch ohne Taschenrechner • Beweisen der Potenzgesetze, ausgehend von der Potenzdefinition **Potenzen mit rationalen Exponenten** • negative Exponenten mit der Kehrwertbildung in Beziehung setzen • Wurzeln als Potenzen mit rationalem Exponenten schreiben • Potenzgesetze bei rationalen Exponenten • Wurzelgesetze als Potenzgesetze verstehen und anwenden	**Prozessbezogene Kompetenzen** K1 K2 K6 **Digitale Kompetenzen** 5.2 5.4 **Inhaltsbezogene Kompetenzen** L1 **Fachbegriffe** der Kehrwert die Basis der Exponent **Fachinterne Bezüge** 5/6: 2 7/8: 3, 12 9/10: 9, 10	

Leitidee Daten und Zufall

9/10 | 5 Wahrscheinlichkeitsrechnung II

Übergreifend	Inhalte	Fachbezogen	Umsetzungshilfen

Übergreifend

Leitperspektiven

BNE | D

Aufgabengebiete

- Gesundheitsförderung
- Medienerziehung

Sprachbildung

D | 2 | 7 | 14

Fachübergreifende Bezüge

PGW | Geo | Bio

Inhalte

Zum Ende der Mittelstufe werden die Inhalte der bisherigen Module zur Leitidee „Daten und Zufall“ gebündelt. Einerseits wird der Zufall nun durch Annahmen zu Modellbildungen (etwa zum Vorliegen eines Laplace-Experiments) sowie mithilfe theoretischer Überlegungen zu Wahrscheinlichkeiten mit mehrstufigen Baumdiagrammen berechenbar. Andererseits sind tatsächlich durchgeführte Zufallsexperimente vom Zufall abhängig und ihre Ergebnisse weichen von der theoretischen Prognose ab. Wie sich diese Abweichung wiederum verhält, kann mithilfe des schwachen Gesetzes für relative Häufigkeiten anhand von Simulationen mit Tabellenkalkulationsprogrammen erkundet werden.

Bei bedingten Wahrscheinlichkeiten ist der Ausgangspunkt genau umgekehrt. Man hat empirisch erhobene Daten zu zwei Merkmalen A und B in einer Stichprobe und setzt diese relativen Häufigkeiten mit Wahrscheinlichkeiten bzw. echten Anteilen gleich. Die sich anschließenden Fragenstellungen zeichnen sich dadurch aus, dass sie mathematisch lediglich auf die Bruchrechnung in Jahrgang 6 zurückgreifen, da es stets nur um verschiedene Anteil-Ganzes-Beziehungen geht. Die sprachlichen Formulierungen jedoch zu decodieren, in angemessene Visualisierungen (Vierfeldertafeln, Rechteckfelder, Einheitsquadrate, zueinander spiegelbildliche Baumdiagramme) zu übersetzen und die Fragestellung angemessen zu mathematisieren, stellt die eigentliche Herausforderung für Schülerinnen und Schüler dar. Daher sollte im zweiten Teil dieses Moduls ein starker Schwerpunkt auf der Sprachbildung liegen.

Theoretische Zugänge zu Wahrscheinlichkeiten

- Wahrscheinlichkeiten bei ein- und mehrstufigen Zufallsexperimenten berechnen, auch mithilfe entsprechender Visualisierungen (Baumdiagramm)
- Pfadregeln (u. a. Summen- und Produktregel)
- Gegenwahrscheinlichkeiten für ein- und mehrstufige Zufallsexperimente bestimmen
- Erwartungswerte für ein- und mehrstufige Zufallsexperimente theoretisch berechnen und empirisch approximieren
- Wahrscheinlichkeit und relative Häufigkeit sowie Erwartungswert und arithmetisches Mittel
- Zufallserscheinungen aus dem Alltag beschreiben und interpretieren
- Baumdiagramme als übersichtliche Darstellung aller möglichen Ergebnisse mehrstufiger Zufallsexperimente erstellen
- Anzahlen der günstigen und möglichen Ergebnisse mithilfe von Zählprinzipien bestimmen
- zweistufige Laplace-Experimente planen, durchführen und auswerten

Bedingte Wahrscheinlichkeit

- *bedingte Wahrscheinlichkeiten in Texten, Visualisierungen und Alltagssituationen erkennen, ohne und mithilfe digitaler Medien*
- *bedingte Wahrscheinlichkeiten verstehen und interpretieren*
- *bedingte Wahrscheinlichkeiten mithilfe entsprechender Visualisierungen (Vierfeldertafel und Baumdiagramm) bestimmen*
- *Texte und Aussagen mit Bezug auf bedingte Wahrscheinlichkeiten beurteilen*
- *weitere Visualisierungen (z. B. Rechteckfelder)*

Fachbezogen

Prozessbezogene Kompetenzen

K1 | K3 | K5 | K7

Digitale Kompetenzen

1.1 | 1.2 | 2.2 | 2.5

Inhaltsbezogene Kompetenzen

L1 | L5

Fachbegriffe

das Ereignis
die Ergebnismenge
die bedingte Wahrscheinlichkeit
die Vierfeldertafel

Fachinterne Bezüge

5/6	11, 16
7/8	3, 4, 12

Umsetzungshilfen

Beitrag zur Leitperspektive BNE

Bedingte Wahrscheinlichkeiten sind – neben vielen weiteren Anwendungsbereichen – gerade in der Medizin täglich von Relevanz. Ist es sinnvoll, alle schwangeren Frauen auf HIV zu testen, wie es bei uns üblich ist? Was bedeutet es, wenn bei einem Screening ein positiver Befund auftritt? Unter welchen Bedingungen wird eine allgemeine Vorsorge unter Nachhaltigkeitsgesichtspunkten unvorteilhaft? Diese und ähnliche Fragen lassen sich mathematisch fundiert im Rahmen dieses Moduls diskutieren.

Beitrag zur Leitperspektive D

Gerade wenn es um das Erkunden „großer“ Zahlen geht, kommt man um Tabellenkalkulationen nicht herum. Ein sicherer Umgang mit diesen schult neben der Fähigkeit, algorithmisch zu denken, auch das analytische Vermögen im Umgang mit und in der Auswertung von Daten.

Leitidee Größen und Messen

9/10 6 Ähnlichkeit

Übergreifend	Inhalte	Fachbezogen	Umsetzungshilfen

Sprachbildung

D 2 9 12

Fachübergreifende Bezüge

BK Geo

Ähnlichkeitsbeziehungen sind Grundlage vielfältiger, durch uns Menschen gestalteter Phänomene. Zentral geht es dabei um gleichbleibende Längenverhältnisse, die zu formgleichen Figuren und Körpern führen. Steigungen (in %), Seitenverhältnisse bei Rechtecksformaten (Bildformate 4:3, 16:9, DIN-Formate $\sqrt{2} : 1$), Maßstäbe und das Zoomen, d. h. Vergrößern und Verkleinern, bei Bildern auf dem Smartphone bieten dabei sinnstiftende Anschauungen. Arbeitet man hier mit Vergrößerungsfaktoren, ist dabei darauf zu achten, was genau vergrößert bzw. verkleinert wird: Längen-, Flächen- oder Raummaße. Auch hier lohnt sich eine Erkundung der Angaben auf dem Smartphone.

Die Strahlensätze bilden im Anschluss eine für die Praxis wichtige Anwendung der Ähnlichkeitsbeziehung bei Dreiecken. Als Lernsituation bietet sich hier die „Geometrie im Gelände“, z. B. als Vermessung oder sogar Kartierung des Schulgeländes, an.

Es ist nicht wichtig, dass die Schülerinnen und Schüler die Strahlensätze auswendig lernen, da sich die Beziehungen durch die Identifizierung von einander entsprechenden Größen in ähnlichen Dreiecken ergeben.

Ähnlichkeitsbeziehungen

- Ähnlichkeit (Skalierung) und Kongruenz
- Skalierungsfaktoren von Strecken, Flächen und Körpern
- funktionale Betrachtung der Änderung von Flächeninhalten und Volumina in Abhängigkeit von Streckenlängen und Radien der entsprechenden ebenen Figuren
- ähnliche Dreiecke
- Anwendung der Ähnlichkeitsbeziehungen in Dreiecken
- Strahlensätze

Prozessbezogene Kompetenzen

K3 K4

Inhaltsbezogene Kompetenzen

L2

Fachbegriffe:

die Ähnlichkeit

die Strahlensätze

Fachinterne Bezüge

5/6	12
7/8	5, 7
9/10	1, 7

Leitidee Größen und Messen

9/10 | 7 Trigonometrie

Übergreifend	Inhalte	Fachbezogen	Umsetzungshilfen

Übergreifend

Leitperspektiven

D

Sprachbildung

B | D | 2 | 12

Fachübergreifende Bezüge

BK | Geo | Phy

Inhalte

Zwei rechtwinklige Dreiecke, die noch in einem weiteren Winkel übereinstimmen, sind ähnlich. Hat man zuvor die Ähnlichkeitsbeziehungen mit Schülerinnen und Schülern erarbeitet, dann lässt sich leicht folgender Gedanke gemeinsam finden: In einem rechtwinkligen Dreieck gibt es zu jedem (außer dem rechten) Winkel drei Seitenverhältnisse (Sinus, Kosinus und Tangens), die in jedem anderen ähnlichen Dreieck den gleichen Wert annehmen. Damit werden (nach der Bestimmung von Streckenlängen in rechtwinkligen Dreiecken mit dem Satz des Pythagoras und in ähnlichen Dreiecken mit den Strahlensätzen) jetzt erstmals Winkelgrößen in rechtwinkligen Dreiecken berechenbar.

Geht man nun über zu allgemeinen Dreiecken, lassen sich mithilfe der Strategie „Zerlegen und Zurückführen auf Bekanntes“ Sinus- und Kosinussatz finden und anwenden. In einer vertiefenden Betrachtung kann der Zusammenhang von Sinus- und Kosinussatz zu den Kongruenzsätzen thematisiert werden. Dabei wird dann auch deutlich, dass nicht jede irgendwie gegebene Fragestellung eindeutig lösbar ist.

Mit diesem Modul ist die Berechenbarkeit von allen wesentlichen Größen (Seitenlängen und Winkelmaßen) bei zunächst rechtwinkligen, danach allgemeinen Dreiecken abgeschlossen.

Rechtwinklige Dreiecke

- Verhältnisse in ähnlichen rechtwinkligen Dreiecken erkunden
- besondere Verhältnisse: Sinus, Kosinus und Tangens
- Berechnung von Winkeln und Seitenlängen im rechtwinkligen Dreieck, auch in Anwendungskontexten

Allgemeine Dreiecke

- ähnliche allgemeine Dreiecke erkunden
- Formulieren von Zusammenhängen zwischen Winkeln und Seitenlängen in allgemeinen Dreiecken (Sinussatz und Kosinussatz)
- Berechnung von Winkeln und Seitenlängen in allgemeinen Dreiecken mithilfe des Taschenrechners, mit Tabellenkalkulation und dynamischer Geometriesoftware, auch in Anwendungskontexten

Beitrag zur Leitperspektive D

Mit einer dynamischen Geometriesoftware können Schülerinnen und Schüler selbstständig Ergebnisse von Berechnungen überprüfen.

Fachbezogen

Prozessbezogene Kompetenzen

K1 | K2 | K5 | K7

Digitale Kompetenzen

1.2 | 6.1

Inhaltsbezogene Kompetenzen

L2 | L4

Fachbegriffe

die Ankathete
die Gegenkathete
der Sinus
der Kosinus
der Tangens
der Sinussatz
der Kosinussatz

Fachinterne Bezüge

7/8	3
9/10	1, 3, 6, 8

Umsetzungshilfen

Leitidee Messen und Leitidee Strukturen und funktionaler Zusammenhang

9/10 8 Periodische Vorgänge

Übergreifend	Inhalte	Fachbezogen	Umsetzungshilfen

Übergreifend

Leitperspektiven

D

Sprachbildung

B D 2 12

Fachübergreifende Bezüge

Phy

Inhalte

Im Sinne eines Spiralcurriculums sollten bei der Erarbeitung neuer Funktionsklassen einerseits durchgehend immer wieder die allgemeinen Grundvorstellungen zu funktionalen Zusammenhängen in den Aufgabenformaten angesprochen werden (Zuordnungsaspekt, Kovariationsaspekt, Funktion als Ganzes). Andererseits ist es wichtig, die innere Systematik hinter der Erweiterung der Funktionsklassen (analog zu den Zahlbereichserweiterungen) im Blick zu haben und mit Schülerinnen und Schülern auch explizit zu thematisieren. Dazu bietet sich bei der Vorbereitung auf das Modul für die Lehrkraft das Beantworten einiger Leitfragen an:

a. Welche reale Situation lässt sich paradigmatisch durch diese Funktionsklasse beschreiben?
b. Wie sieht der einfachste Vertreter der Klasse aus (als Graph, Funktionsterm, ggf. in unterschiedlichen Schreibweisen, in Tabellenform)?
c. Wie sieht der typische Vertreter der Klasse aus (als Graph, Funktionsterm, ggf. in unterschiedlichen Schreibweisen, in Tabellenform)?
d. Welche Bedeutung haben Parameter im Funktionsterm für den Graphen und mögliche Realsituationen? Wie kann man die Parameter im Graphen, in der Tabelle, im Funktionsterm, in der Realsituation erkennen und begründen (Darstellungsvernetzung)?
e. Was ist der grundsätzliche Unterschied zu bereits bekannten Funktionsklassen (auch für das Lösen ggf. neuer Gleichungen)?

Für periodische Vorgänge lässt sich grob Folgendes skizzieren: Tageslängen im Jahresverlauf, Ebbe und Flut, Schaukelbewegungen usw. sind typische Beispielsituationen. Der Grundtypus liegt mit der Sinusfunktion vor, die die Projektion einer Kreisbewegung mit Radius 1 auf die y-Achse nachvollzieht. Die Sinusfunktion ist in der Form $a \cdot sin(b(x-c))+d$ die einzige Funktionsklasse vor der Exponentialfunktion, bei der sich Streckungen und Stauchungen in x- und y-Richtung, sowie Verschiebungen in x- und y-Richtung unterscheiden lassen. (Bei den linearen Funktionen lassen sich Streckungen und Stauchungen sowie die Verschiebungen sowohl in x- als auch in y-Richtung deuten; bei den quadratischen Funktionen lässt sich die Streckung in y-Richtung als Stauchung in x-Richtung lesen.) Das bedeutet, dass man mit dieser Funktionsklasse erstmals und einzig in der Lage ist, die Bedeutung der Parameter unabhängig voneinander genauer zu untersuchen. Durch Veränderungen an der Amplitude und der Periodenlänge lassen sich bereits viele Phänomene modellieren. Für eine umfassende Modellierung werden auch die Verschiebungen in x- und y-Richtung benötigt.

Periodische Vorgänge

- Kreisbewegungen und ihre Projektionen
- Sinusfunktion und Kosinusfunktion
- Untersuchung von Einflüssen der Parameter bei $f(x)=a \cdot sin(bx+c)+d$ mit dynamischer Geometriesoftware
- Beschreibung von periodischen Vorgängen mithilfe der Sinusfunktion in der Form $f(x)=a \cdot sin(bx+c)+d$ mit dynamischer Geometriesoftware
- Beziehungen zwischen Funktionstermen und Graphen trigonometrischer Funktionen

Beitrag zur Leitperspektive D

Neben Wachstumsprozessen bilden periodische Vorgänge einen weiteren wichtigen Bestandteil unserer Welt. Die Modellierung solcher Vorgänge durch Anpassung von Sinus- und Kosinusfunktion kann handwerklich durch den Einsatz digitaler Mathematikwerkzeuge deutlich unterstützt werden.

Fachbezogen

Prozessbezogene Kompetenzen

K4 K5 K7

Digitale Kompetenzen

5.2 5.4

Inhaltsbezogene Kompetenzen

L2 L3

Fachbegriffe

die trigonometrische Funktion
der Parameter
die Periode
die Amplitude
das Gradmaß
das Bogenmaß

Fachinterne Bezüge

9/10	7, 13

Umsetzungshilfen

Leitidee Strukturen und funktionaler Zusammenhang

9/10 | 9 Exponentielles Wachstum

Übergreifend	Inhalte	Fachbezogen	Umsetzungshilfen

Übergreifend

Leitperspektiven

BNE

Aufgabengebiete

- Globales Lernen
- Medienerziehung

Sprachbildung

3 | 4 | 2 | 5

8

Fachübergreifende Bezüge

Phy | Che | PGW

Inhalte

Im Sinne eines Spiralcurriculums sollten bei der Erarbeitung neuer Funktionsklassen einerseits durchgehend immer wieder die allgemeinen Grundvorstellungen zu funktionalen Zusammenhängen in den Aufgabenformaten angesprochen werden (Zuordnungsaspekt, Kovariationsaspekt, Funktion als Ganzes). Andererseits ist es wichtig, die innere Systematik hinter der Erweiterung der Funktionsklassen (analog zu den Zahlbereichserweiterungen) im Blick zu haben und mit Schülerinnen und Schülern auch explizit zu thematisieren. Dazu bietet sich in der Vorbereitung auf das Modul das Beantworten einiger Leitfragen an:

a) Welche reale Situation lässt sich paradigmatisch durch diese Funktionsklasse beschreiben?
b) Wie sieht der einfachste Vertreter der Klasse aus (als Graph, Funktionsterm, ggf. in unterschiedlichen Schreibweisen, in Tabellenform)?
c) Wie sieht der typische Vertreter der Klasse aus (als Graph, Funktionsterm, ggf. in unterschiedlichen Schreibweisen, in Tabellenform)?
d) Welche Bedeutung haben Parameter im Funktionsterm für den Graphen und mögliche Realsituationen? Wie kann man die Parameter im Graphen, in der Tabelle, im Funktionsterm, in der Realsituation erkennen und begründen (Darstellungsvernetzung)?
e) Was ist der grundsätzliche Unterschied zu bereits bekannten Funktionsklassen (auch für das Lösen ggf. neuer Gleichungen)?

Zu den Exponentialfunktionen mit unterschiedlichen Basen lässt sich grob Folgendes skizzieren: Exponentielles Wachstum und exponentielle Abnahmen kommen näherungsweise in bestimmten Zeiträumen beim Bakterienwachstum, bei der Ausbreitung verschiedener Krankheiten, beim Zinseszins-Effekt, bei radioaktivem Zerfall oder bei Abkühlungsprozessen vor. Anfangswert und Wachstumsfaktoren lassen sich in den Sachkontexten unterschiedlich deuten. Schülerinnen und Schülern begegnet mit dieser Funktionsklasse zum ersten Mal ein asymptotisches Verhalten. Bei Exponentialfunktionen lassen sich Streckungen und Stauchungen sowie Verschiebungen in *x*- und *y*-Richtung unterscheiden und in den unterschiedlichen Sachkontexten deuten. Lineares Wachstum wird mit linearen Funktionen beschrieben, die eine konstante Steigung haben: Vergrößert sich die Ausgangsgröße um 1, so verändert sich die zugeordnete Größe (additiv) um *m*. Exponentielles Wachstum wird mit Exponentialfunktionen beschrieben, die demgegenüber einen konstanten Wachstumsfaktor haben: Vergrößert sich die Ausgangsgröße um 1, verändert sich die zugeordnete Größe (multiplikativ) um den Wachstumsfaktor. Diese Zusammenhänge sollten durch Pfeildiagramme an Wertetabellen veranschaulicht, einander gegenübergestellt und im Sachkontext gedeutet werden.

Wachstumsprozesse

- Unterscheidung linearer und exponentieller Wachstumsprozesse

Funktionale Beziehungen

- *funktionale Abhängigkeit zweier Größen beschreiben (Kovariations- und Objektvorstellung)*
- *Exponentialfunktionen der Form realitätsnahen Situationen zuordnen und umgekehrt*
- *Darstellungsform und -wechsel (Sprache, Tabelle, Graph, Term), auch mit dynamischer Geometriesoftware oder Tabellenkalkulation*
- *Vor- und Nachteile verschiedener Darstellungen erläutern*
- *Merkmale der Funktion in den verschiedenen Darstellungen der Funktion erkennen und bestimmen*
- *realitätsnahe Probleme mit Exponentialfunktionen auch mit dynamischer Geometriesoftware, auch unter Berücksichtigung eines sinnvollen Definitionsbereichs lösen*

Fachbezogen

Prozessbezogene Kompetenzen

K2 | K4 | K5 | K7

Digitale Kompetenzen

5.2 | 5.4

Inhaltsbezogene Kompetenzen

L1 | L3

Fachbegriffe

die exponentielle Abnahme
der Startwert
der Wachstumsfaktor
der Wachstumsfaktor
die Asymptote
der Logarithmus

Fachinterne Bezüge

7/8	3, 8
9/10	4

Umsetzungshilfen

	• *zu Wachstumsprozessen Größen (Funktionswerte und Argumente) mit dem Taschenrechner berechnen und aus Graphen näherungsweise ablesen* • *große Zahlen in Zehnerpotenzschreibweise darstellen* • *Logarithmieren als eine Umkehrung des Potenzierens beschreiben* • *Logarithmen sicher mithilfe des Taschenrechners berechnen, in einfachen Fällen auch ohne Taschenrechner* **Beitrag zur Leitperspektive BNE** Unserem heutigen Wirtschaften liegt Wachstum zugrunde. Die Modellierung und die Analyse unterschiedlicher Wachstumsprozesse, die Betrachtung langfristiger Entwicklungen und die Diskussion der Konsequenzen daraus sowie der Grenzen der Modelle sind essentiell für das Verstehen unserer heutigen Welt und die Umsetzung nachhaltiger Entwicklungen. Die Exponentialfunktion kann beispielsweise im Zusammenhang mit dem radioaktiven Zerfall in atomaren Endlagern oder der Häufigkeit und der Ausbreitung von Krankheiten in verschiedenen Ländern sowie im historischen Verlauf von Epidemien thematisiert werden.		

Leitidee Strukturen und funktionaler Zusammenhang

9/10 | 10 Exponentielles Wachstum

Übergreifend	Inhalte	Fachbezogen	Umsetzungshilfen
Leitperspektiven BNE **Sprachbildung** 6 8 9	Im Sinne eines Spiralcurriculums sollten bei der Erarbeitung neuer Funktionsklassen einerseits durchgehend immer wieder die allgemeinen Grundvorstellungen zu funktionalen Zusammenhängen in den Aufgabenformaten angesprochen werden (Zuordnungsaspekt, Kovariationsaspekt, Funktion als Ganzes). Andererseits ist es wichtig, die innere Systematik hinter der Erweiterung der Funktionsklassen (analog zu den Zahlbereichserweiterungen) im Blick zu haben und mit Schülerinnen und Schülern auch explizit zu thematisieren. Dazu bietet sich in der Vorbereitung auf das Modul das Beantworten einiger Leitfragen an: a) Welche reale Situation lässt sich paradigmatisch durch diese Funktionsklasse beschreiben? b) Wie sieht der einfachste Vertreter der Klasse aus (als Graph, Funktionsterm, ggf. in unterschiedlichen Schreibweisen, in Tabellenform)? c) Wie sieht der typische Vertreter der Klasse aus (als Graph, Funktionsterm, ggf. in unterschiedlichen Schreibweisen, in Tabellenform)? d) Welche Bedeutung haben Parameter im Funktionsterm für den Graphen und mögliche Realsituationen? Wie kann man die Parameter im Graphen, in der Tabelle, im Funktionsterm, in der Realsituation erkennen und begründen (Darstellungsvernetzung)? e) Was ist der grundsätzliche Unterschied zu bereits bekannten Funktionsklassen (auch für das Lösen ggf. neuer Gleichungen)? Zu den Exponentialfunktionen mit unterschiedlichen Basen lässt sich grob Folgendes skizzieren: Exponentielles Wachstum und exponentielle Abnahmen kommen näherungsweise in bestimmten Zeiträumen beim Bakterienwachstum, bei der Ausbreitung verschiedener Krankheiten, beim Zinseszins-Effekt, bei radioaktivem Zerfall oder bei Abkühlungsprozessen vor. Anfangswert und Wachstumsfaktoren lassen sich in den Sachkontexten unterschiedlich deuten. Schülerinnen und Schülern begegnet mit dieser Funktionsklasse zum ersten Mal ein asymptotisches Verhalten. Bei Exponentialfunktionen lassen sich Streckungen und Stauchungen, sowie Verschiebungen in *x*- und *y*-Richtung unterscheiden und in den unterschiedlichen Sachkontexten deuten. Lineares Wachstum wird mit linearen Funktionen beschrieben, die eine konstante Steigung haben: Vergrößert sich die Ausgangsgröße um 1, so verändert sich die zugeordnete Größe (additiv) um *m*. Exponentielles Wachstum wird mit Exponentialfunktionen beschrieben, die demgegenüber einen konstanten Wachstumsfaktor haben: Vergrößert sich die Ausgangsgröße um 1, verändert sich die zugeordnete Größe (multiplikativ) um den Wachstumsfaktor. Diese Zusammenhänge sollten durch Pfeildiagramme an Wertetabellen veranschaulicht, einander gegenübergestellt und im Sachkontext gedeutet werden. **Funktionale Beziehungen** • *Funktionale Abhängigkeit zweier Größen beschreiben (Kovariations- und Objektvorstellung)* • *Exponentialfunktionen der Form* $f(x) = a \cdot b^x$ *realitätsnahen Situationen zuordnen und umgekehrt* • *Darstellungsform und -wechsel (Sprache, Tabelle, Graph, Term), auch mit dynamischer Geometriesoftware oder Tabellenkalkulation* • *Vor- und Nachteile verschiedener Darstellungen erläutern* • *Merkmale der Funktion in den verschiedenen Darstellungen der Funktion erkennen und bestimmen*	**Prozessbezogene Kompetenzen** K1 K2 K3 K7 **Digitale Kompetenzen** 5.2 5.4 **Inhaltsbezogene Kompetenzen** L1 L3 **Fachbegriffe** die exponentielle Abnahme der Startwert der Wachstumsfaktor der Wachstumsfaktor die Asymptote der Logarithmus **Fachinterne Bezüge** 7/8: 8 9/10: 3, 4, 12, 13	

	• *realitätsnahe Probleme mit Exponentialfunktionen auch mit dynamischer Geometriesoftware, auch unter Berücksichtigung eines sinnvollen Definitionsbereichs lösen* • *Zu Wachstumsprozessen Größen (Funktionswerte und Argumente) mit dem Taschenrechner berechnen und aus Graphen näherungsweise ablesen* • *große Zahlen in Zehnerpotenzschreibweise darstellen* • *Logarithmieren als eine Umkehrung des Potenzierens beschreiben* • *Logarithmen sicher mithilfe des Taschenrechners berechnen, in einfachen Fällen auch ohne Taschenrechner* **Beitrag zur Leitperspektive BNE** • Unserem heutigen Wirtschaften liegt Wachstum zugrunde. Die Modellierung und die Analyse unterschiedlicher Wachstumsprozessen, die Betrachtung langfristiger Entwicklungen und die Diskussion der Konsequenzen daraus sowie der Grenzen der Modelle sind essentiell für das Verstehen unserer heutigen Welt und die Umsetzung nachhaltiger Entwicklungen. Die Exponentialfunktion kann beispielsweise im Zusammenhang mit dem radioaktiven Zerfall in atomaren Endlagern oder der Häufigkeit und Ausbreitung von Krankheiten in verschiedenen Ländern sowie im historischen Verlauf von Epidemien thematisiert werden.		

Alle Leitideen

9/10 | 11 Üben und Vertiefen

Übergreifend	Inhalte	Fachbezogen	Umsetzungshilfen

Übergreifend

Sprachbildung

1 2 7 10

14

Inhalte

Üben und Vertiefen mit Blick auf die Prüfung

Dieses Modul dient der intensiven Wiederholung des in den Jahrgangsstufen 1 bis 10 bisher Gelernten mit besonderem Blick auf die in der schriftlichen Prüfung für den mittleren Schulabschluss geforderten Aufgabenformate. Es gilt, neben den inhaltsbezogenen Kompetenzen insbesondere auch die prozessbezogenen Kompetenzen zu fördern und Routinen so weit auszubilden, dass Aufgabenstellungen in der Geschwindigkeit gelöst werden können, die in den schriftlichen Prüfungen gefordert ist.

Sinnvoll ist es auch, Aufgaben aus den Prüfungsdurchgängen der Vorjahre zu bearbeiten sowie Teststrategien zu entwickeln und einzuüben.

Inhaltsbezogene Kompetenzen

- Leitidee Zahl und Operation
- Leitidee Größen und Messen
- Leitidee Strukturen und funktionaler Zusammenhang
- Leitidee Raum und Form
- Leitidee Daten und Zufall

Prozessbezogene Kompetenzen

- *mathematisch argumentieren*
  - *z. B. Begründungen angeben*
- mathematisch kommunizieren
  - z. B. Lösungswege und Ergebnisse verständlich darstellen
- Probleme mathematisch lösen
  - z. B. eine Problemlösemethode wie PADEK (Problem verstehen, Ansatz suchen und Rechenweg planen, Durchführen, Ergebnis erklären, Kontrollieren) bewusst anwenden
- mathematisch modellieren
  - z. B. sachkontextuelle Aufgabenstellungen verstehen, Daten entnehmen, Zusammenhänge mathematisieren, Ergebnisse interpretieren und die Plausibilität im Sachkontext überprüfen
- mathematisch darstellen
  - z. B. funktionale Zusammenhänge in Tabelle, Term, Graph und Sachkontext darstellen und zwischen diesen Darstellungen wechseln
- mit mathematischen Objekten umgehen
  - z. B. mit Zahlen, Termen und Gleichungen routiniert umgehen, Flächeninhalte und Volumina berechnen
- mit Medien mathematisch arbeiten
  - mit Formelsammlung und Taschenrechner routiniert umgehen

Fachbezogen

Prozessbezogene Kompetenzen

K1 K2 K3 K4 K5 K6 K7

Inhaltsbezogene Kompetenzen

L1 L2 L3 L4 L5

Fachinterne Bezüge

5/6	alle
7/8	alle
9/10	1-10

Umsetzungshilfen

Leitidee Strukturen und funktionaler Zusammenhang

9/10 12 Funktionsklassen

Übergreifend	Inhalte	Fachbezogen	Umsetzungshilfen

Übergreifend

Leitperspektiven

D

Sprachbildung

9 10 14

Fachübergreifende Bezüge

PGW

Inhalte

Ziel dieses Moduls ist es, die verschiedenen Funktionsklassen noch einmal in einer Zusammenschau wiederholend und vertiefend zu erkunden sowie zu analysieren.

Meist findet man hier keine paradigmatischen Situationen mehr, die mit genau einer Funktionsklasse beschrieben werden.

Möchte man Anwendungen bearbeiten, wird man dies vor allem im Kontext von Modellierungen machen. Gesucht ist dann etwa eine Funktion, die in einem geeigneten Ausschnitt den zu beschreibenden Prozess oder die Form „möglichst gut“ beschreibt. Dafür bieten sich oft mehrere Funktionen mit unterschiedlichen Ausschnitten an. Warum etwa soll man die Sonnenaufgangszeit im Jahresverlauf mithilfe periodischer Funktionen modellieren? Könnte man es nicht ebenso mit einer kubischen Funktion versuchen? Auch Trassierungsprobleme (Steckbriefaufgaben) lassen sich teilweise ganz ohne Differentialrechnung angehen. Eine Diskussion über die verschiedenen Möglichkeiten, die Betrachtung von Vor- und Nachteilen, die Beurteilung einer Modellierung, z. B. durch Darstellung mithilfe digitaler Mathematikwerkzeuge und deren Anpassung, kann, neben rein innermathematischen Zugängen, für die vertiefte Auseinandersetzung mit den Funktionsklassen genutzt werden.

Mit Funktionen arbeiten

- bekannte und neu gelernte Funktionen als Hilfsmittel verwenden, um realitätsbezogene Zusammenhänge zu beschreiben sowie zu analysieren und zugehörige Problemstellungen zu lösen
- Einsatz digitaler Mathematikwerkzeuge zur Visualisierung und Untersuchung funktionaler Zusammenhänge
- kennzeichnende Merkmale von Funktionen im Funktionsterm, im Graph und in der Wertetabelle erkennen
  Erkennung von Achsensymmetrie zur y-Achse und Punktsymmetrie zum Ursprung anhand der Exponenten der freien Variablen im Funktionsterm ganzrationaler Funktionen, Nutzung dieser Eigenschaft für Argumentationen und Berechnungen
- Beziehungen zwischen den verschiedenen Darstellungsarten für Funktionen herstellen
- Berechnung von Nullstellen
- Lösen von biquadratischen Gleichungen mittels Substitution
- Einsatz von Taschenrechnern zum Lösen linearer Gleichungssysteme

Funktionsklassen

- Darstellen und Anwenden funktionaler Zusammenhänge mit den untenstehenden Funktionsklassen, Kennen von Besonderheiten und Nutzen dieser Funktionsklassen in Sachzusammenhängen
- ganzrationale Funktionen
- einfache gebrochen – rationale Funktionen
- Wurzelfunktion als Beispiel für eine einfache Umkehrfunktion
- unter einfachen gebrochen rationalen Funktionen werden Funktionen verstanden, deren Graph aus dem Graphen zu $f(x)=\frac{1}{x}$ durch Verschieben in x-Richtung und y-Richtung, Strecken in x- oder y-Richtung sowie Spiegeln an Abszissenachse oder Ordinatenachse hervorgehen kann

Fachbezogen

Prozessbezogene Kompetenzen

K4 K5 K6 K7

Digitale Kompetenzen

1.1 1.2

Inhaltsbezogene Kompetenzen

L1 L3

Fachbegriffe

die Abszisse

die Ordinate

der Wertebereich

die Substitution

die ganzrationale Funktion

die gebrochen-rationale Funktion

die Wurzelfunktion

die Umkehrfunktion

Fachinterne Bezüge

7/8	8, 10
9/10	3, 10, 13

Umsetzungshilfen

	Beitrag zur Leitperspektive D Digitalen Mathematikwerkzeuge können in diesem Modul für ganz unterschiedliche Zwecke eingesetzt werden: • zur Kontrolle von Lösungen oder Vermutungen • als heuristischen Werkzeug • für Veranschaulichungen • als Werkzeug für sonst unlösbare Probleme mithilfe numerischer Näherungen		

Leitidee Strukturen und funktionaler Zusammenhang

9/10 13 Einführung in die Differentialrechnung

Übergreifend	Inhalte	Fachbezogen	Umsetzungshilfen

Übergreifend

Leitperspektiven

BNE D

Aufgabengebiete

- Medienerziehung

Sprachbildung

8 9 10 12

Fachübergreifende Bezüge

PGW Bio Phy

Inhalte

Bisher stellten Funktionen für Schülerinnen und Schüler vor allem Bestände dar (Entfernungen, Kontostände, Wasservolumina usw.), die interpretiert wurden und mit denen gerechnet wurde. Deren Änderungsverhalten stand höchstens im Fokus qualitativer Beschreibungen. Qualitative Betrachtungen zum Zusammenhang von Beständen und ihren Änderungen sind aber eine wichtige Grundlage für einen verstehensorientierten Zugang zur Analysis. Eine „qualitative Analysis“ sollte daher gerade zu Beginn einen größeren Raum einnehmen.

Eine kritische Diskussion von Aussagen („Die Neuverschuldung ist gesunken.“) und das Beschreiben von z. B. Absatzgraphen in Wirtschaftsprozessen, das Erkennen besonderer Punkte in deren Verlauf (Maximalpunkte, Wendepunkte) und deren Interpretation im Sachkontext stellen hier einen wichtigen Erkenntnisschritt dar. Bereits an dieser Stelle lassen sich zu Bestandsfunktionen zugehörige Graphen von Änderungsraten skizzieren („graphisches Ableiten”) und zu den zuvor gefundenen besonderen Punkten in Beziehung setzen. Damit bekommt das spätere Ableitungskalkül der Kurvendiskussion eine verstehensorientierte Grundlage, auf die dann zurückgegriffen werden sollte. Auf diese Weise lässt sich nun auch inhaltlich der Übergang vom Bestand zur durchschnittlichen Änderungsrate zur momentanen Änderungsrate motivieren und rechnerisch herleiten.

Die verschiedenen Grundvorstellungen zu funktionalen Zusammenhängen (Zuordnungs-, Kovariations-, Objektaspekt) können jetzt neu im Zusammenspiel von Bestandsfunktion und Änderungsrate diskutiert werden.

Gegenüber dem stark in vielfältigen Sachkontexten verankerten Zugang zur Differentialrechnung über Bestände und Änderungsraten ist auch der geometrische Zugang ergänzend zu berücksichtigen. Dabei steht die geometrische Annäherung der Steigung eines Graphen über Sekanten und Tangenten im Zentrum. Der Übergang von einer mittleren zu einer lokalen Steigung kann sinnvoll mithilfe digitaler Mathematikwerkzeuge veranschaulicht werden.

Der Zugang zur Differentialrechnung über die lokale, lineare Approximation kann bei leistungsstärkeren Schülern ergänzt werden.

Die konkrete Anwendung des Ableitungskalküls sollte dem qualitativen Zugang folgen und immer wieder an die Anschauung rückgebunden werden. Fertigkeitsübungen können gut in produktive Übungsformen eingebettet werden.

Optimierungsaufgaben bilden eine wichtige Anwendung des Ableitungsbegriffes. Viele, gerade auch geometrische Optimierungsaufgaben lassen sich aber auch mit Hilfsmitteln und Sätzen aus der Mittelstufe lösen. Die Betrachtung der verschiedenen Lösungswege zum selben Problem aus zunächst ganz verschiedenartigen Leitideen trägt der Vielfältigkeit der Mathematik Rechnung.

Mittlere und lokale Änderungsrate

- Interpretation der mittleren Änderungsrate in Sachzusammenhängen und als Sekantensteigung
- Beschreibung der Annäherung der mittleren Änderungsrate an die lokale Änderungsrate
- Interpretation der lokalen Änderungsrate an einer Stelle in Sachzusammenhängen und als Tangentensteigung
- Berechnung der Tangentensteigung an einer Stelle mit dem Grenzwert des Differenzenquotienten an einigen Beispielen
- Beschreibung der Ableitungsfunktion als Funktion der lokalen Änderungsraten
- Aufstellung der Tangentengleichung
- Berechnung von Steigungswinkeln mithilfe des Tangens

Fachbezogen

Prozessbezogene Kompetenzen

K1 K2 K3 K4 K5 K6 K7

Digitale Kompetenzen

3.1 5.2 5.4

Inhaltsbezogene Kompetenzen

L1 L3

Fachbegriffe

die Tangente
die Sekante
die Tangentengleichung
der Steigungswinkel
die Stelle
das Argument
die Abzisse
die Ordinate
die mittlere Änderungsrate
die lokale Änderungsrate
der Differenzenquotient
der Grenzwert des Differenzenquotienten
die Ableitung an einer Stelle
die Ableitungsfunktion
die Faktorregel
die Potenzregel
die Summenregel
der lokale Extrempunkt
der Hochpunkt
der Tiefpunkt
das Monotonieverhalten
das Krümmungsverhalten
der Wendepunkt
die Zielfunktion
die Nebenbedingung

Fachinterne Bezüge

7/8	8, 10
9/10	4, 8, 10, 12

	• Anwendung der Ableitungsregeln
	  ○ Potenzregel
	  ○ Faktorregel
	  ○ Summenregel
	• Bestimmung von höheren Ableitungen
	• Herleitung des Graphen der Ableitungsfunktion aus dem gegebenen Graphen einer Funktion
	
	Ableitungsfunktion
	• Monotonieuntersuchungen mithilfe der Ableitungsfunktionen
	• Nutzung von erster und zweiter Ableitung zur Bestimmung und Klassifikation lokaler Extrema von Funktionen
	• Nutzung von zweiter und dritter Ableitung zur Bestimmung von Wendepunkten
	• Untersuchung des Krümmungsverhaltens von Funktionen
	• Entwicklung und Umsetzung von Strategien zum Lösen von Optimierungsproblemen
	
	Beitrag zur Leitperspektive D
	Digitale Mathematikwerkzeuge ermöglichen gerade bei der Erarbeitung von Grundlagen zur Differentialrechnung einen hohen Grad an Anschaulichkeit und Nachvollziehbarkeit.
	Beitrag zur Leitperspektive BNE
	Die Beschreibung und die Interpretation von Prozessen (wirtschaftlichen, klimatischen, politischen usw.) sind Grundlage für jede zukünftige Entscheidung. Dazu ist es notwendig, neben den Beständen (von Erträgen, Konzentrationen usw.) auch deren Änderungsverhalten richtig zu interpretieren. Zur politischen Mündigkeit gehört ebenfalls, manipulative Aussagen zu erkennen, z. B.: Wenn die Neuverschuldung sinkt, dann steigen die Schulden trotzdem weiter.		

www.hamburg.de/bildungsplaene