PRÄSENTATIONSPRÜFUNG IM ABITUR

Beispielaufgaben im Fach:

Mathematik

Hamburg

Impressum

Herausgeber
Freie und Hansestadt Hamburg
Behörde für Schule und Berufsbildung

Gestaltungsreferat
Margareta Brünjes (B 31)

Referatsleitung
Britta Kieke (B31-21)

Fachreferentin
Xenia Rendtel (B31-210)

Layout
Xenia Rendtel (B31-210)

Hamburg 2018

Inhalt

Einleitung

Liebe Kolleginnen und Kollegen,

mit den hier vorgelegten Beispielaufgaben möchten wir Sie bei der Gestaltung der Präsentationsprüfung im Abitur unterstützen. Die Aufgaben sind mit dem Ziel entwickelt worden, Ihnen hilfreiche Hinweise für eigene Überlegungen zu Abituraufgaben zu geben. Anlass der Überarbeitung der Beispielaufgaben war die Neufassung der Ausbildungs- und Prüfungsordnung zum Erwerb der allgemeinen Hochschulreife (APO-AH) vom 16. Juni 2017. Die ursprünglichen Beispielaufgaben von 2010 wurden zugleich auch auf der Grundlage mehrjähriger Erfahrungen mit dieser Prüfungsform sowie im Hinblick auf Rahmenpläne und Bildungsstandards angepasst bzw. neu entwickelt.

Die Überarbeitungen berücksichtigen die veränderten Vorgaben zur Aufgabenstellung, die ab der Abiturprüfung 2019 gelten. In § 26 Absatz 3 APO-AH zur Präsentationsprüfung wurde die folgende Präzisierung eingefügt:
„Die Aufgabenstellung gewährleistet, dass die Präsentation unterschiedliche Kompetenz- und Inhaltsbereiche mindestens zweier Semester der Studienstufe beinhaltet. Das Fachgespräch dient der prüfenden Vertiefung der Präsentation. Dabei werden auch größere fachliche und gegebenenfalls fachübergreifende Zusammenh änge auf der Grundlage des Unterrichts in der Studienstufe berücksichtigt.“

Die Verknüpfung unterschiedlicher Kompetenz- bzw. Inhaltsbereiche aus zwei Semestern bereits in der Aufgabenstellung der Präsentationsprüfung stellt sicher, dass der Prüfling Kenntnisse und Kompetenzen aus diesen zwei Bereichen tatsächlich umfänglich in den Verlauf der Prüfung einbringen kann – und nicht erst in einem ggf. eng umrissenen Anteil des Fachgesprächs. Nur einen dieser beiden Bereiche kann der Prüfling bis zu einem von der Schule bestimmten Zeitpunkt angeben. Dieser wird dann bei Zustimmung des oder der Vorsitzenden des Fachprüfungsausschusses Gegenstand der Prüfung und somit auch der Aufgabenstellung (§ 26 Absatz 1 APO-AH). Der zweite Bereich wird erst zwei Wochen vor der Prüfung mit der Aufgabenstellung durch den Prüfer bekanntgegeben. Die Regelung zur Bekanntgabe des zweiten Bereichs der Prüfung gilt im Übrigen auch für die mündliche Prüfung herkömmlicher Prägung. Beide Bereiche werden also für beide Prüfungsformen zwei Wochen vor der jeweiligen Prüfung dem Prüfling schriftlich bekanntgegeben bzw. bestätigt.

Gleichzeitig wird in der Neufassung der Verordnung die Rolle des Fachgesprächs betont: Es dient nun vorrangig der prüfenden Vertiefung, aber auch der angemessenen Erweiterung des Gegenstands der eigentlichen Präsentation in angrenzende Zusammenhänge. Gerade im Fachgespräch, das sich nun von Anfang an auf beide Inhalts- bzw. Kompetenzbereiche beziehen kann, weist der Prüfling nach, dass er den Prüfungsgegenstand selbstständig und reflektiert durchdrungen hat. Er soll zeigen, dass er über unterschiedliche fachliche und ggf. überfachliche Perspektiven verfügt, die er in seiner Präsentation gezielt ausgewählt und gewichtet hat, und ebenso, dass er seine Ergebnisse vor dem Hintergrund unterschiedlicher Bezugssysteme beurteilen kann und damit einen Anspruch wissenschaftspropädeutischen Arbeitens erfüllt.

Der sogenannte „Semesterübergriff“ wird in der Aufgabenstellung der Präsentationsprüfung verbindlich angelegt. Die Verknüpfung wird nach fachspezifischen Ausprägungen auf unterschiedliche Weise realisiert. Die vorliegenden Beispielaufgaben spiegeln auch hier die Bandbreite der Fächer wider. So ist in einzelnen Fächern nur die Verknüpfung zweier Inhaltsbereiche in der

Aufgabenstellung sinnvoll, da die in den Rahmenplänen vorgegebenen Kompetenzbereiche sich nicht auf einzelne Semester der Studienstufe beziehen lassen, sondern durchgängig an den bearbeiteten Inhalten entwickelt werden. In anderen Fächern ist hingegen die Verknüpfung z. B. eines in einem Semester intensiv erarbeiteten fachmethodischen Zugriffs als Kompetenzbereich mit einem in einem weiteren Semester erarbeiteten Inhaltsbereich möglich. Fachspezifische Ausprägungen und Rahmensetzungen wurden in der zum Schuljahr 2018/19 erschienenen Neufassung der „Richtlinie für die Aufgabenstellung und Bewertung der Leistungen in der Abiturprüfung“ (Abiturrichtlinie) berücksichtigt. Sie sind insbesondere den jeweiligen Fachteilen (Anlagen der Abiturrichtlinie) zu entnehmen.

Ein weiterer häufig thematisierter Aspekt der Aufgabenstellungen für die Präsentationsprüfung ist der Grad ihrer Operationalisierung. Die fachlichen Beispiele bilden hier ein Spektrum von größer geschnittenen Aufgaben bis zu Teilaufgaben mit einzelnen Operatoren ab. Dabei werden die offener angelegten Aufgabenstellungen vorrangig auf die Bearbeitung der Anforderungsbereiche II-III abzielen und den Anforderungsbereich I implizit einschließen. In jedem Falle muss zum einen eine tatsächliche Aufgabenstellung vorhanden sein; die bloße Nennung eines Prüfungsthemas in Form einer Überschrift genügt nicht, um dem Prüfling die Komplexität der Anforderungen an die von ihm erwartete Prüfungsleistung zu verdeutlichen. Zum anderen muss durch die Aufgabenstellung die Bearbeitung auf allen Anforderungsebenen ermöglicht und angeregt werden. Ein entsprechender Hinweis sollte schon in die Mitteilung der Aufgabenstellung aufgenommen werden.

Die Aufgabenstellung muss auch eine grundlegende Anforderung und zugleich besondere Möglichkeit der Präsentationsprüfung erfüllen: Die Abiturrichtlinie betont die eigenständige Erarbeitung des Lösungswegs durch den Prüfling. „Dem Prüfling ist in seinem Lösungsansatz ein Gestaltungsraum zu lassen“ (ebd., S. 8). Dieser Gestaltungsraum kann ggf. die Erarbeitung einer eigenen Leitfrage auf der Grundlage der Aufgabenstellung durch die Schülerin bzw. den Schüler vorsehen. Entsprechende Anforderungen werden in der Fachkonferenz einer Schule abgestimmt und den Schülerinnen und Schülern transparent vermittelt.

Der Erwartungshorizont bildet die beschriebenen unterschiedlichen Gestaltungsm öglichkeiten der Aufgabenstellung ab und formuliert entsprechende Anforderungen, die auch Spielräume in der Aufgabenerfüllung belassen. Dabei ist von entscheidender Bedeutung, dass der Erwartungshorizont, der dem Fachprüfungsausschuss vorliegt, nach dem Erhalt der Dokumentation angepasst und fokussiert wurde. Der Erwartungshorizont enthält analog zur Gestaltung der vorliegenden Beispielaufgaben formale Angaben (Kopfteil), die Aufgabenstellung selbst, ggf. Literaturhinweise bzw. Aufgabenmaterial für die Hand des Prüflings, eine Darstellung des unterrichtlichen Zusammenhangs und ggf. entsprechende knappe Rahmenplanbezüge, den eigentlichen Erwartungshorizont mit Hinweisen zur Zuordnung der erwarteten Leistungen zu den Anforderungsbereichen, Kriterien für die Bewertung nach „gut“ und „ausreichend“ sowie kurze Hinweise zur Gestaltung und Bewertung des Fachgesprächs. Die Ausarbeitung kann z. T. stichpunktartig erfolgen. Die Darstellung des unterrichtlichen Zusammenhangs ermöglicht dem Fachprüfungsausschuss einzuschätzen, inwieweit der Prüfling eigenständige Leistungen erbringt, die über das im Unterricht Erarbeitete und Gesicherte hinausgehen. Die hier vorliegenden Beispiele von Erwartungshorizonten fallen teilweise ausführlicher als ihre tatsächliche Realisierung in der Prüfungssituation aus – auch weil naturgemäß die fokussierende Rolle der Dokumentation nicht berücksichtigt werden konnte. Sie geben eine Orientierung für die Bearbeitung und möglichen Ergebnisse sowie die entsprechenden Kompetenzanforderungen an den Prüfling. Dar über hinaus enthalten die Beispiele z. T. weiterführende Literaturhinweise. Bei der Bewertung der Prüfungsleistung durch den Fachprüfungsausschuss bildet der Erwartungshorizont neben den in der Niederschrift festgehaltenen Eindrücken aus der laufenden Prüfung die wesentliche Grundlage des kriterienorientierten Bewertungsgesprächs.

Die schriftliche Dokumentation des Prüflings ist gemäß der Abiturrichtlinie Teil der Prüfungsleistung. Sie wird in der Bewertung der Gesamtleistung der Präsentationsprüfung nur eine untergeordnete Rolle spielen, da im Vordergrund die tatsächlich dargebotene Präsentation sowie ihre Durchdringung bzw. Erweiterung im Fachgespräch stehen. Eine mangelhafte Dokumentation kann bspw. ausschlaggebend bei der Entscheidung zwischen zwei Notenstufen sein. Eine nicht abgegebene Dokumentation kann darüber hinaus die Durchführung der Prüfung erschweren und damit ihr Ergebnis negativ beeinflussen. Die Dokumentation stellt einen Planungsstand eine Woche vor der eigentlichen Prüfung dar: „Die Prüflinge [. . .] geben [. . .] eine schriftliche Dokumentation über den geplanten Ablauf und die geplanten Inhalte der Präsentation bei dem Fachprüfungsausschuss ab.“ (§ 26 Absatz 3 APO-AH) Der Prüfling hat das Recht, in seiner Präsentation von diesem Planungsstand abzuweichen, weitere Aspekte zu ergänzen etc. Die durchdachte Begründung dieser Abweichungen im Fachgespräch kann dabei sogar zu einer besonderen Anerkennung der Reflexionskompetenz des Prüflings führen.

Grundsätzlich besteht ein wesentliches Merkmal gelungener Prüfungsaufgaben darin, dass sie sinnvoll auf den vorausgegangenen Unterricht bezogen sind und den Schülerinnen und Schülern ermöglichen, die erworbenen Kompetenzen umfassend und auf einem angemessenen Anforderungsniveau zu demonstrieren. Die vorliegenden Beispielaufgaben bilden unterrichtliche Voraussetzungen allgemeiner ab, als dies in der tatsächlichen Prüfungssituation möglich ist. Sie beziehen sich dabei auch auf Vorgaben des jeweiligen Rahmenplans und der Abiturrichtlinie.

Wenn Sie die Beispiele in den Fächern vergleichen, werden Sie also, wie erwähnt, eine gewisse Varianz feststellen – manche Beispiele sind knapper gehalten, andere ausführlich usw. Diese Unterschiedlichkeit soll die Bandbreite aufzeigen, in der sich mögliche Aufgabenstellungen für die Präsentationspr üfung bewegen können, und Sie damit anregen und ermutigen, diese Bandbreite auch zugunsten Ihrer Schülerinnen und Schüler zu nutzen.

Neben den Beispielaufgaben für die einzelnen Fächer liegt zum Schuljahr 2018/19 auch eine allgemeine Handreichung des Landesinstituts für Lehrerbildung und Schulentwicklung zu Präsentationsleistungen und -prüfungen vor, die das entsprechende Dokument von 2010 ersetzt.

Bitte beachten Sie bei der Durchführung und Bewertung der Präsentationspr üfung auch die entsprechenden Teile der „Richtlinie für die Aufgabenstellung und Bewertung der Leistungen in der Abiturprüfung“ (2018).

Ich hoffe, dass wir Ihnen mit den Beispielaufgaben der Fächer eine Unterstützung bei der Aufgabenstellung und Durchführung der Präsentationspr üfung anbieten können.

Mit freundlichen Grüßen

Dr. Mark Hamprecht

(B 31-1; Grundsatzreferat Gymnasien, gymnasiale Oberstufe)

Prüfungsvorsitz: Referent/in: Korreferent/in:	Prüfling:
Durch den Prüfling gewählter Inhaltsbereich: *Lineare Algebra* Durch Referent/in ergänzter Inhaltsbereich: *Analysis*	**Termine**: Ausgabe des Prüfungsthemas: Abgabe Dokumentation: Prüfungstermin / Raum:

Thema: Reptilienentwicklung (gA)

In einem Terrarium werden zu Forschungszwecken Reptilien gezüchtet.
Die Entwicklung dieser Reptilien findet in drei Stadien statt: Aus einem Ei schlüpft ein Jungtier, das nach einiger Zeit zum Alttier wird. Weibliche Jung- und Alttiere legen Eier, aus denen wiederum Jungtiere schlüpfen. Zur Vereinfachung fasst man die Jung- und Alttiere zu den Tieren zusammen.
In das Terrarium wurden zu Beginn der Messungen 20 Eier und 20 Tiere gesetzt. Die Ergebnisse der halbjährigen Zählungen sind in Tabelle 1 notiert. Gehen Sie davon aus, dass in der Tabelle nur weibliche Tiere erfasst wurden.

t in Jahren	Anzahl Eier	Anzahl Tiere
0	20	20
0,5	66	9
1	37	21
1,5	24	25
2	33	21

Tab. 1: Zählung der Reptilien

I Aufgabenstellung

- **Entwickeln** Sie aus den Daten von Tabelle 1 unterschiedliche Modelle für die zeitliche Veränderung des Reptilienbestands bis zum dritten Jahr. Ihre Modelle sollten mindestens einen Ansatz aus der Linearen Algebra und einen aus der Analysis enthalten. Nutzen Sie dazu verschiedene Regressionsmodelle mit Geogebra.
- **Beurteilen** Sie Ihre unterschiedlichen Modellierungen.
- **Beschreiben** Sie, wie eine Krankheit der Tiere in Ihren Modellen berücksichtigt werden kann.

II Literaturhinweise (für den Prüfling)

Neben eigener Recherche zu relevanter Literatur empfiehlt sich die Lektüre der folgenden Quellen:

Jahnke, T., Wuttke, H. *Mathematik: Analytische Geometrie. Lineare Algebra.* (Cornelsen, 2003).
Schmidt, G., Körner, H., Lergenmüller, A. *Mathematik Neue Wege: Arbeitsbuch für Gymnasien Analysis II.* (Schroedel, 2011).

III Unterrichtlicher Zusammenhang/Bildungsplanbezüge

Wahlpflichtmodul 7 - Lineare Algebra:

Die Schülerinnen und Schüler

- modellieren Wachstums- und Umverteilungsprozesse sowie Produktionsverflechtungen mithilfe von Übergangsgraphen und Matrizen,
- vergleichen und validieren Modelle, auch indem sie Übergangsgraphen und Matrixelemente im Kontext interpretieren,
- modifizieren Modelle durch Berücksichtigung zusätzlicher Einflussgrößen,

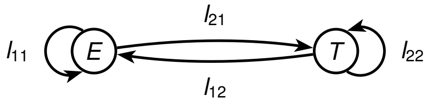
Modul 1 - Funktionen und Änderungsraten:

Die Schülerinnen und Schüler

- erstellen zu Anwendungskontexten mit funktionalen Zusammenhängen mathematische Modelle und stellen Funktionsgraphen auch mithilfe digitaler Mathematikwerkzeuge dar,
- untersuchen die Veränderung der Graphen von Funktionen bei Variation von Parametern, auch mithilfe digitaler Mathematikwerkzeuge, und beschreiben diese Veränderungen,
- stellen zur Bestimmung der Koeffizienten ganzrationaler Funktionen ein lineares Gleichungssystem auf und lösen es,
- wählen digitale Mathematikwerkzeuge (Tabellenkalkulation, Computeralgebrasystem, dynamische Geometriesoftware) situationsgerecht aus und setzen sie effizient ein, auch zur Unterstützung von Erkenntnisprozessen.

IV Erwartungshorizont

Die Lösungsskizze versteht sich hinsichtlich des Inhalts als Anregung für eine Bewertung. Andere sinnvolle Lösungen sind nach der jeweiligen Dokumentation und der legitimen Abweichung davon (APO-AH §26 Absatz 3) adäquat zu bewerten.

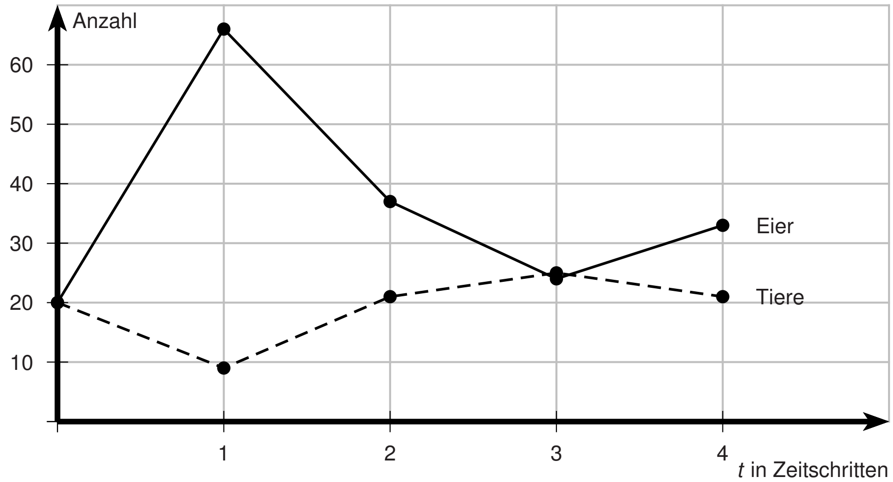
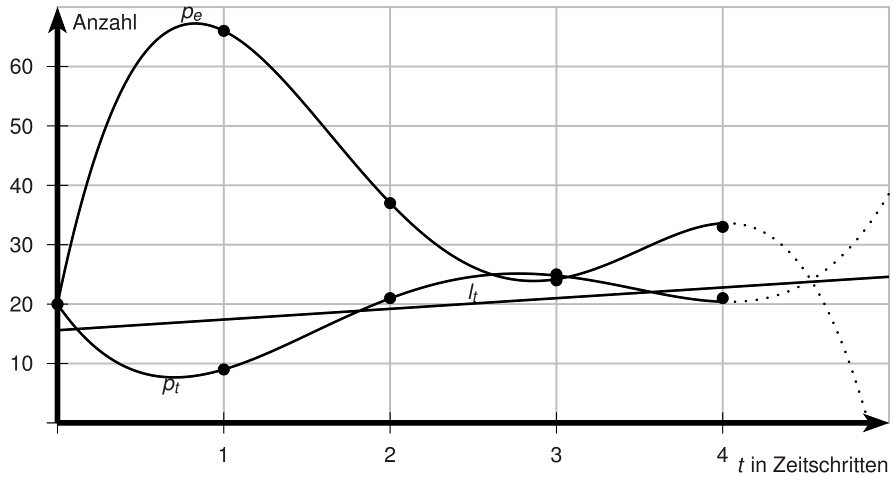
	Skizze einer möglichen zu erwartenden Leistung	**Anforderungsbereiche**		
		I	II	III
	Lineare Algebra: Mit den zwei Entwicklungsstadien erhält man den unten dargestellten Übergangsgraphen mit der möglichen Leslie-Matrix $L = \begin{pmatrix} l_{11} & l_{12} \\ l_{21} & l_{22} \end{pmatrix}$ für $l_{mn} \in \mathbb{R}$, $m, n \in [1,2]$ und dem Populationsvektor $\overrightarrow{v_i} = \begin{pmatrix} e_i \\ t_i \end{pmatrix}$, wobei e_i für die Anzahl der Eier und t_i für die Zahl der Tiere bei der i-ten Zählung steht.  Zur Berechnung der vier unbekannten Koeffizienten sind vier Gleichungen aufzustellen.	K3[1]	K4 K2 K5	
	Für $L \cdot \overrightarrow{v_i} = \overrightarrow{v_{i+1}}$ sucht man sich aus der Tabelle 1 geeignete Zahlenwerte. Mit $L \cdot \begin{pmatrix} 20 \\ 20 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 66 \\ 9 \end{pmatrix}$ und $L \cdot \begin{pmatrix} 66 \\ 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 37 \\ 21 \end{pmatrix}$ ergibt sich ein Lineares Gleichungssystem mit vier Gleichungen: (I) $20 l_{11} + 20 l_{13} = 66$ (II) $20 l_{13} + 20 l_{14} = 9$ (III) $66 l_{11} + 9 l_{13} = 37$ (IV) $66 l_{13} + 9 l_{14} = 21$ Die Lösung des Systems ergibt die Matrix $L = \begin{pmatrix} \frac{73}{570} & \frac{904}{285} \\ \frac{113}{380} & \frac{29}{190} \end{pmatrix}$.		K5	K1 K6

[1] Hier und im Folgenden wird Bezug genommen auf die allgemeinen mathematischen Kompetenzen der Bildungsstandards (siehe KMK. Bildungsstandards im Fach Mathematik für die Allgemeine Hochschulreife. (2012), S. 14 ff). Dabei sind die genutzten Abkürzungen:
K1: Mathematisch argumentieren,
K2: Probleme mathematisch lösen
K3: Mathematisch modellieren
K4: Mathematische Darstellungen verwenden
K5: Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen
K6: Mathematisch kommunizieren

<table>
<tr><th rowspan="2"></th><th rowspan="2">Skizze einer möglichen zu erwartenden Leistung</th><th colspan="3">Anforderungsbereiche</th></tr>
<tr><th>I</th><th>II</th><th>III</th></tr>
<tr><td></td><td>
Validiert man dieses Modell mit $L \cdot \overrightarrow{v_i} = \overrightarrow{v_{i+1}}$ für $i \in [0; 4]$, so erhält man die Tabelle 2 mit gerundeten Werten.

<table>
<tr><th>t in Zeitschritten</th><th>Anzahl Eier</th><th>prozentuale Abweichung vom Messwert</th><th>Anzahl Tiere</th><th>prozentuale Abweichung vom Messwert</th></tr>
<tr><td>0</td><td>20</td><td>0</td><td>20</td><td>0</td></tr>
<tr><td>1</td><td>66</td><td>0</td><td>9</td><td>0</td></tr>
<tr><td>2</td><td>37</td><td>0</td><td>21</td><td>0</td></tr>
<tr><td>3</td><td>71</td><td>195,8</td><td>14</td><td>−44</td></tr>
<tr><td>4</td><td>54</td><td>63,6</td><td>23</td><td>9,5</td></tr>
</table>

Bis zum zweiten Zeitschritt ist das Modell sehr gut.
Der Fehler liegt bei 0 %.
Danach erhält man eine sehr große Abweichung von weit über 5 %.
Nutzt man alternativ z. B. die Gleichungen $L_2 \cdot \begin{pmatrix} 20 \\ 20 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 66 \\ 9 \end{pmatrix}$ und
$L_2 \cdot \begin{pmatrix} 24 \\ 25 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 33 \\ 21 \end{pmatrix}$, so erhält man $L_2 = \begin{pmatrix} \frac{99}{2} & -\frac{231}{5} \\ -\frac{39}{4} & \frac{51}{5} \end{pmatrix}$.
Negative Matrixeinträge sind im Sachkontext der Aufgabe nicht möglich und deshalb erhält man mithilfe der Linearen Algebra mit diesen Tabellenwerten kein besseres Modell.
</td><td></td><td>K2
K4</td><td>K1
K6</td></tr>
<tr><td></td><td>
Für die Entwicklung bis zum dritten Jahr betrachtet man
$v_5 = L \cdot \begin{pmatrix} 33 \\ 21 \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 71 \\ 13 \end{pmatrix}$ und $v_6 = L \cdot v_5 = L \cdot \begin{pmatrix} 71 \\ 13 \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 50 \\ 23 \end{pmatrix}$
Gemäß des Modells erhält nach drei Jahren 50 Eier und 23 Tiere.
</td><td></td><td>K3</td><td>K5</td></tr>
</table>

	Skizze einer möglichen zu erwartenden Leistung	**Anforderungsbereiche** I	II	III
	Analysis: Zunächst lassen sich die Tabellenwerte als Graph darstellen. Dabei geht man davon aus, dass es sich nicht um diskrete Zustände handelt, sondern dass man die Messwerte durch eine stetige Funktion approximieren kann. 	K4		
	Betrachtet man die Tierkurve, so erhält man beispielhaft mit einer Regressionsanalyse von Geogebra oder einer Tabellenkalkulation die lineare Regression $l_t(x) = 1{,}8 \cdot x + 15{,}6$. Mit einer Polynomialregression kann man eine Funktion anpassen, mit der alle Messwerte erfasst werden. Dies sind die abgebildeten Funktionen p_e und p_t für die beiden Entwicklungsstadien. Diese Funktionen sind vom Grad 4. Sie lauten: $p_e(t) = -3{,}54t^4 + 36{,}42t^3 - 121{,}96 * t^2 + 135{,}08t + 20$ und $p_t(t) = 1{,}29t^4 - 12{,}92t^3 + 41{,}21t^2 - 40{,}58t + 20$ für $t \in \mathbb{R}$ 		K2 K3	

	Skizze einer möglichen zu erwartenden Leistung	Anforderungsbereiche I	II	III
	Setzt man $t = 6$ in die Funktionen p_e und p_t ein, so erhält man die Anzahl der Eier und Tiere nach drei Jahren. Es ist $p_e(6) = -281{,}2$ und $p_t(6) = 141{,}2$. Im Sachkontext der Aufgabe sind diese Werte nicht sinnvoll, da es keine negative Anzahl von Eiern gibt. Ebenso ist die hohe Anzahl von Tieren als unwahrscheinlich anzusehen. Damit ist das Modell mit den ganzrationalen Funktionen nur für $t \in [0;4]$ geeignet.		K1 K6	K3
	Beurteilung: Die Modellierung mithilfe der Linearen Algebra beschreibt die Reptilienentwicklung umfassender, da in diesem Modell alle Entwicklungsstadien mit einbezogen werden. Mithilfe der Analysis kann hier jeweils ein Stadium in einer Funktion erfasst werden. Aber mithilfe der Linearen Algebra werden nur diskrete Zeiten betrachtet. Hier ist dann wieder die Analysis im Vorteil. Mithilfe der Analysis werden die einzelnen Tabellenwerte besser getroffen, als mit einer Lesliematrix.			K1 K6
	Krankheit - Lineare Algebra: Bei einer Krankheit z. B. nach der fünften Zählung können sich mehrere Faktoren verändern, z. B. die Geburtenrate l_{12} und die Überlebensrate der Tiere l_{22}. Die Geburtenrate wird vermutlich auf unter 1 absinken und die Überlebensrate wird kleiner $\frac{29}{180}$ sein. Damit ist eine mögliche Krankheitsmatrix $L_{krank} = \begin{pmatrix} \frac{73}{570} & \frac{4}{5} \\ \frac{113}{380} & \frac{1}{19} \end{pmatrix}$ Es ist dann $v_{5,krank} = L_{krank} \cdot \begin{pmatrix} 33 \\ 21 \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 21 \\ 11 \end{pmatrix}$ und $v_{6,krank} = L_{krank} \cdot \begin{pmatrix} 21 \\ 11 \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 11 \\ 7 \end{pmatrix}$. Mit einer Krankheit werden weniger Eier gelegt. Es ist anzunehmen, dass die Reptilien aussterben. *Krankheit - Analysis:* Auch hier soll angenommen werden, dass die Tiere nach der fünften Zählung erkranken. Die Anzahl der Tiere wird sich dann vermutlich im Laufe der Zeit verringern. Dies könnte dadurch berücksichtigt werden, dass in der linearen Funktion der Parameter vor t verkleinert wird.		K3	K5

V Bewertungshinweise

Eine **gute** Leistung liegt vor, wenn der Prüfling...

- eine geeignete Präsentationsform gewählt hat,
- die Präsentation inhaltlich und formal überzeugend aufgebaut hat und technisch versiert darbietet,
- sich sprachlich korrekt und überzeugend ausdrückt sowie die Fachsprache korrekt verwendet,
- Modelle zur Entwicklung aufstellen kann und diese validiert,
- die Entwicklung hinreichend analysiert,
- die Grenzen der Modelle aufzeigt,
- die Modelle ausreichend vergleicht,
- im Prüfungsgespräch sachbezogen auf Nachfragen eingeht,
- über das Thema, die Arbeitsschritte, die gewählte Vorgehensweise und die Präsentationsmethode reflektiert Auskunft geben kann.

Eine **ausreichende** Leistung liegt vor, wenn der Prüfling...

- eine im Ganzen geeignete Präsentationsform gewählt hat,
- die Präsentation inhaltlich und formal zumeist nachvollziehbar aufgebaut hat und ohne größere technische Probleme darbietet,
- sich sprachlich weitgehend korrekt und angemessen ausdrückt und zudem die Fachsprache bei Kernthemen überwiegend korrekt verwendet,
- Modelle aufstellen kann,
- auf die Entwickung eingeht,
- die Modelle vergleicht,
- über das Thema, die Arbeitsschritte, die gewählte Vorgehensweise und die Präsentationsmethode Auskunft geben kann.

VI Hinweise zur Gestaltung des Fachgesprächs

Neben der Vertiefung einzelner Punkte aus der Präsentation können die folgenden Fragestellungen als Anregungen für das Fachgespräch verstanden werden.

- Erläutern Sie die Bedeutung der ersten Zeile der Übergangsmatrix L.
- Erläutern Sie die Matrixmultiplikation.
- Erklären Sie, wie man eine konstante Entnahme einer gewissen Anzahl von Tieren im Modell berücksichtigen könnte.
- Erläutern Sie die Lösbarkeit von Linearen Gleichungssystemen.
- Erläutern Sie, wie man einen möglichen Fixvektor ermittelt.
- Erläutern Sie, warum man mindestens eine ganzrationale Funktion vom Grad 4 benötigt, um die Tabellenwerte approximieren zu können.

VII Literaturangaben (Lehrkraft)

Siehe II.

Prüfungsvorsitz: Referent/in: Korreferent/in:	Prüfling:
Durch den Prüfling gewählter Inhaltsbereich: *Lineare Algebra* Durch Referent/in ergänzter Inhaltsbereich: *Analysis*	**Termine**: Ausgabe des Prüfungsthemas: Abgabe Dokumentation: Prüfungstermin / Raum:

Thema: Reptilienentwicklung (eA)

In einem Terrarium werden zu Forschungszwecken Reptilien gezüchtet.
Die Entwicklung dieser Reptilien findet in drei Stadien statt: Aus einem Ei schlüpft ein Jungtier, das nach einiger Zeit zum Alttier wird. Weibliche Jung- und Alttiere legen Eier, aus denen wiederum Jungtiere schlüpfen.
In das Terrarium wurden zu Beginn der Messungen 20 Eier und 20 Alttiere gesetzt. Die Ergebnisse der halbjährigen Zählungen sind in Tabelle 1 notiert. Gehen Sie davon aus, dass bei den Jung- und Alttieren nur weibliche Tiere erfasst wurden.

t in Jahren	Anzahl Eier	Anzahl Jungtiere	Anzahl Alttiere
0	20	0	20
0,5	66	5	4
1	37	18	3
1,5	24	17	8
2	33	13	8
2,5	38	14	7
3	36	15	7
3,5	35	16	8
4	37	16	8
4,5	38	16	8
5	39	16	8

Tab. 1: Zählung der Reptilien

I Aufgabenstellung

- **Entwickeln** Sie aus den Daten von Tabelle 1 unterschiedliche Modelle für die langfristige zeitliche Veränderung des Reptilienbestands. Ihre Modelle sollten mindestens einen Ansatz aus der Linearen Algebra und einen aus der Analysis enthalten. Nutzen Sie dazu verschiedene Regressionsmodelle mit Geogebra.
- **Beurteilen** Sie Ihre unterschiedlichen Modellierungen.
- **Beschreiben** Sie, wie eine Krankheit der Alttiere in Ihren Modellen berücksichtigt werden kann.

II Literaturhinweise (für den Prüfling)

Neben eigener Recherche zu relevanter Literatur empfiehlt sich die Lektüre der folgenden Quellen:

Jahnke, T., Wuttke, H. *Mathematik: Analytische Geometrie. Lineare Algebra.* (Cornelsen, 2003).
Schmidt, G., Körner, H., Lergenmüller, A. *Mathematik Neue Wege: Arbeitsbuch für Gymnasien Analysis II.* (Schroedel, 2011).

III Unterrichtlicher Zusammenhang/Bildungsplanbezüge

Wahlpflichtmodul 7 - Lineare Algebra:

Die Schülerinnen und Schüler

- modellieren Wachstums- und Umverteilungsprozesse sowie Produktionsverflechtungen mithilfe von Übergangsgraphen und Matrizen,
- vergleichen und validieren Modelle, auch indem sie Übergangsgraphen und Matrixelemente im Kontext interpretieren,
- modifizieren Modelle durch Berücksichtigung zusätzlicher Einflussgrößen,
- untersuchen das Langzeitverhalten von Wachstums- und Umverteilungsprozessen experimentell mithilfe digitaler Mathematikwerkzeuge und formulieren dazu begründete Aussagen.

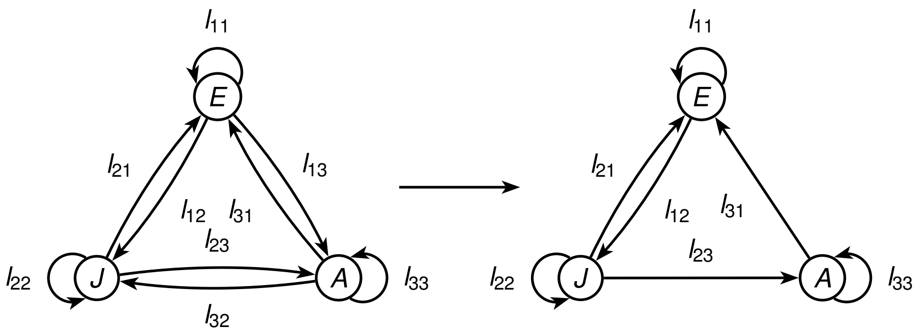
Modul 1 - Funktionen und Änderungsraten:

Die Schülerinnen und Schüler

- erstellen zu Anwendungskontexten mit funktionalen Zusammenhängen mathematische Modelle und stellen Funktionsgraphen auch mithilfe digitaler Mathematikwerkzeuge dar,
- untersuchen die Veränderung der Graphen von Funktionen bei Variation von Parametern, auch mithilfe digitaler Mathematikwerkzeuge, und beschreiben diese Veränderungen,
- stellen zur Bestimmung der Koeffizienten ganzrationaler Funktionen ein lineares Gleichungssystem auf und lösen es,
- wählen digitale Mathematikwerkzeuge (Tabellenkalkulation, Computeralgebrasystem, dynamische Geometriesoftware) situationsgerecht aus und setzen sie effizient ein, auch zur Unterstützung von Erkenntnisprozessen.

IV Erwartungshorizont

Die Lösungsskizze versteht sich hinsichtlich des Inhalts als Anregung für eine Bewertung. Andere sinnvolle Lösungen sind nach der jeweiligen Dokumentation und der legitimen Abweichung davon (APO-AH §26 Absatz 3) adäquat zu bewerten.

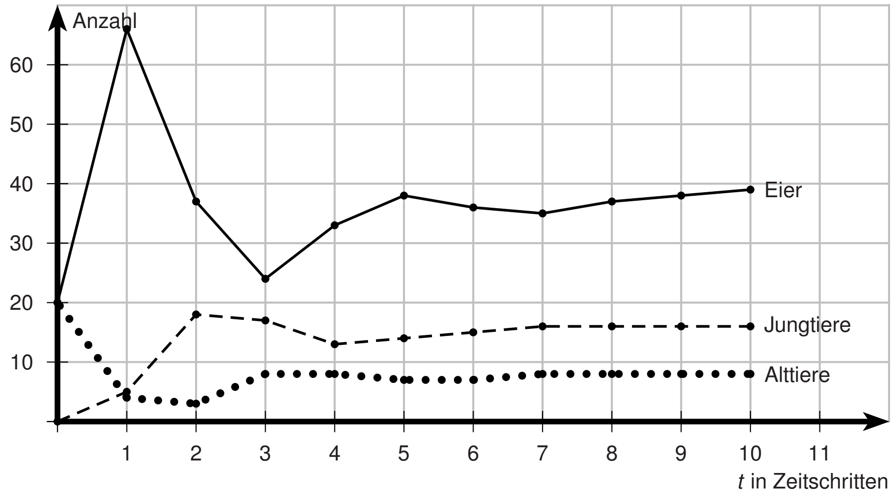
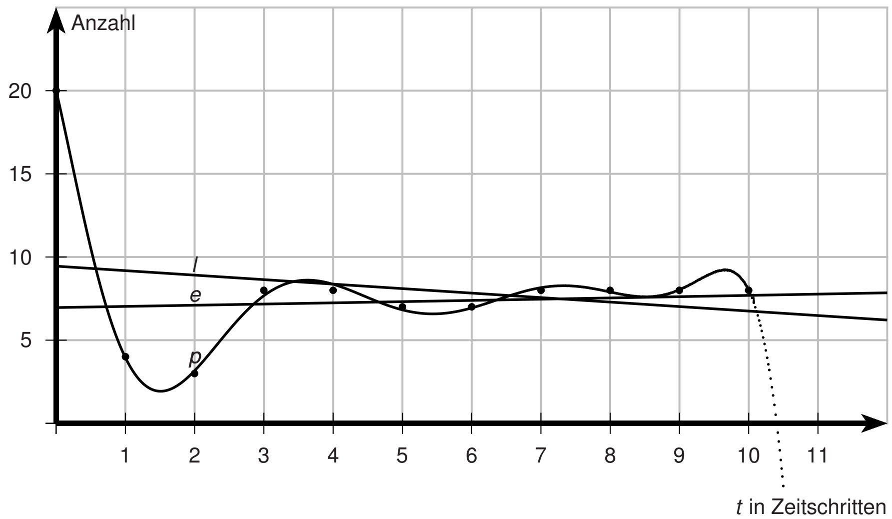
	Skizze einer möglichen zu erwartenden Leistung	Anforderungsbereiche I	Anforderungsbereiche II	Anforderungsbereiche III
	Lineare Algebra: Mit den drei Entwicklungsstadien erhält man den unten dargestellten Übergangsgraphen mit der möglichen Leslie-Matrix $L = \begin{pmatrix} l_{11} & l_{12} & l_{13} \\ l_{21} & l_{22} & l_{23} \\ l_{31} & l_{32} & l_{33} \end{pmatrix}$ für $l_{mn} \in \mathbb{R}$, $m, n \in [1,2,3]$ und dem Populationsvektor $\overrightarrow{v_i} = \begin{pmatrix} e_i \\ j_i \\ a_i \end{pmatrix}$, wobei e_i für die Anzahl der Eier, j_i für die Zahl der Jungtiere und a_i für die Zahl der Alttiere bei der i-ten Zählung steht. Da aus Eiern keine Alttiere entstehen können und aus Alttieren keine Jungtiere sind $l_{31} = l_{23} = 0$, also $L = \begin{pmatrix} l_{11} & l_{12} & l_{13} \\ l_{21} & l_{22} & 0 \\ 0 & l_{32} & l_{33} \end{pmatrix}$	K3	K4	
				
	Zur Berechnung der sieben unbekannten Koeffizienten sind sieben Gleichungen aufzustellen.		K2 K5	

	Skizze einer möglichen zu erwartenden Leistung	**Anforderungsbereiche**		
		I	II	III
	Für $L \cdot \overrightarrow{v_i} = \overrightarrow{v_{i+1}}$ sucht man sich aus der Tabelle 1 geeignete Zahlenwerte. Mit $L \cdot \begin{pmatrix} 20 \\ 0 \\ 20 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 66 \\ 5 \\ 4 \end{pmatrix}$, $L \cdot \begin{pmatrix} 38 \\ 14 \\ 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 36 \\ 15 \\ 7 \end{pmatrix}$ und $L \cdot \begin{pmatrix} 38 \\ 16 \\ 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 39 \\ 16 \\ 8 \end{pmatrix}$ ergeben sich neun Gleichungen und ein nicht lösbares Lineares Gleichungssystem: $\begin{array}{rrl} \text{(I)} & 20l_{11} + 20l_{13} & = 66 \\ \text{(II)} & 20l_{21} & = 5 \\ \text{(III)} & 20l_{33} & = 4 \\ \text{(IV)} & 38l_{11} + 14l_{12} + 7l_{13} & = 36 \\ \text{(V)} & 38l_{21} + 14l_{22} & = 15 \\ \text{(VI)} & 14l_{32} + 7l_{33} & = 7 \\ \text{(VII)} & 38l_{11} + 16l_{12} + 8l_{13} & = 39 \\ \text{(IIX)} & 38l_{21} + 16l_{22} & = 16 \\ \text{(IX)} & 16l_{32} + 8l_{33} & = 8 \end{array}$ Verzichtet man z. B. auf die letzten beiden Gleichungen, so ergibt sich die Matrix $L = \begin{pmatrix} \frac{15}{38} & \frac{9}{190} & \frac{276}{95} \\ \frac{1}{4} & \frac{11}{28} & 0 \\ 0 & \frac{2}{5} & \frac{1}{5} \end{pmatrix}$.		K5	K1 K6

	Skizze einer möglichen zu erwartenden Leistung	Anforderungsbereiche I	II	III
	Validiert man dieses Modell mit $L^k \cdot \vec{v_0} = \vec{v_k}$ für $k \in [1;10]$, so erhält man die Tabelle 2 mit gerundeten Werten.	K2 K4	K1 K6	

t in Zeitschritten	Anzahl Eier	prozentuale Abweichung vom Messwert	Anzahl Jungtiere	prozentuale Abweichung vom Messwert	Anzahl Alttiere	prozentuale Abweichung vom Messwert
0	20	0	0	0	20	0
1	66	0	5	0	4	0
2	38	2,7	18	0	3	0
3	24	0	17	0	8	0
4	33	0	13	0	8	0
5	38	0	13	−7,1	7	0
6	35	−2,8	15	0	7	0
7	34	−2,9	15	−6,3	7	−12,5
8	35	−5,4	14	−12,5	7	−12,5
9	36	−5,3	14	−12,5	7	−12,5
10	35	−10,3	14	−12,5	7	−12,5

		I	II	III
	Bis zum sechsten Zeitschritt ist das Modell sehr gut. Der Fehler liegt unter 3 %. Danach erhält man eine generelle Abweichung von rund 12 %.			
	Für die langfristige Entwicklung betrachtet man $\lim\limits_{i \to \infty} L^i \cdot \vec{v_0}$. Hierbei stellt man fest, dass die beobachtete Reptilienart im Terrarium nicht aussterben würde, sondern in einer relativ konstanten Verteilung auf die einzelnen Stadien verbleibt.		K3	K5

	Skizze einer möglichen zu erwartenden Leistung	Anforderungsbereiche I	II	III
	Analysis: Zunächst lassen sich die Tabellenwerte als Graph darstellen. Dabei geht man davon aus, dass es sich nicht um diskrete Zustände handelt, sondern dass man die Messwerte durch eine stetige Funktion approximieren kann.  	K4		
	Betrachtet man die Alttierkurve, so erhält man beispielhaft mit einer Regressionsanalyse von Geogebra oder einer Tabellenkalkulation die lineare Regression $l(t) = -0{,}27 \cdot t + 9{,}45$ und mit einer exponentiellen Regression die Funktion $e(t) = 6{,}65 \cdot e^{0{,}009t}$. Mit einer Polynomialregression kann man eine Funktion anpassen, mit der man alle Messwerte erfassen kann. Dies ist die abgebildete Funktion p, die vom Grad 8 ist.  		K2 K3	

	Skizze einer möglichen zu erwartenden Leistung	**Anforderungsbereiche** I	II	III
	Hierbei zeigen sich jeweils die Grenzen der Modelle. Die Funktionen l und p streben jeweils für große t gegen $-\infty$. Für die Funktion e ist $\lim\limits_{t\to\infty} e(t) = \infty$. Somit sterben die Alttiere nach den Modellen l und p aus und nach e nicht.		K1 K6	
	Beurteilung: Die Modellierung mithilfe der Linearen Algebra beschreibt die Reptilienentwicklung umfassender, da in diesem Modell alle Entwicklungsstadien mit einbezogen werden. Mithilfe der Analysis kann jeweils ein Stadium in einer Funktion erfasst werden. Aber mithilfe der Linearen Algebra werden nur diskrete Zeiten betrachtet. Hier ist dann wieder die Analysis im Vorteil.			K1 K6
	Krankheit - Lineare Algebra: Bei einer Krankheit z. B. nach der zehnten Zählung können sich mehrere Faktoren verändern, z. B. die Geburtenrate l_{13} und die Überlebensrate der Alttiere l_{33}. Die Geburtenrate wird vermutlich auf unter 1 absinken und die Überlebensrate wird kleiner $\frac{1}{5}$ sein. Damit ist eine mögliche Krankheitsmatrix $L_{krank} = \begin{pmatrix} \frac{15}{38} & \frac{9}{190} & \frac{4}{5} \\ \frac{1}{4} & \frac{11}{28} & 0 \\ 0 & \frac{2}{5} & \frac{1}{7} \end{pmatrix}$, Mit dieser Matrix ergibt sich nach weiteren fünf Jahren $\overrightarrow{v_{20}} = L_{krank} \cdot \overrightarrow{v_{10}} \approx \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$. Also sterben die Tiere unter den gemachten Voraussetzungen aus. *Krankheit - Analysis:* Auch hier soll angenommen werden, dass die Alttiere nach der zehnten Zählung erkranken. Die Anzahl der Alttiere wird sich dann vermutlich im Laufe der Zeit verringern. Dies könnte dadurch berücksichtigt werden, dass in der linearen Funktion der Parameter vor t verkleinert wird.		K3	K5

V Bewertungshinweise

Eine **gute** Leistung liegt vor, wenn der Prüfling...

- eine geeignete Präsentationsform gewählt hat,
- die Präsentation inhaltlich und formal überzeugend aufgebaut hat und technisch versiert darbietet,
- sich sprachlich korrekt und überzeugend ausdrückt sowie die Fachsprache korrekt verwendet,
- Modelle zur Entwicklung aufstellen kann und diese validiert,
- die Langzeitentwicklung hinreichend analysiert,
- die Grenzen der Modelle aufzeigt,
- die Modelle ausreichend vergleicht,
- im Prüfungsgespräch sachbezogen auf Nachfragen eingeht,
- über das Thema, die Arbeitsschritte, die gewählte Vorgehensweise und die Präsentationsmethode reflektiert Auskunft geben kann.

Eine **ausreichende** Leistung liegt vor, wenn der Prüfling...

- eine im Ganzen geeignete Präsentationsform gewählt hat,
- die Präsentation inhaltlich und formal zumeist nachvollziehbar aufgebaut hat und ohne größere technische Probleme darbietet,
- sich sprachlich weitgehend korrekt und angemessen ausdrückt und zudem die Fachsprache bei Kernthemen überwiegend korrekt verwendet,
- Modelle aufstellen kann,
- auf die Langzeitentwickung eingeht,
- die Modelle vergleicht,
- über das Thema, die Arbeitsschritte, die gewählte Vorgehensweise und die Präsentationsmethode Auskunft geben kann.

VI Hinweise zur Gestaltung des Fachgesprächs

Neben der Vertiefung einzelner Punkte aus der Präsentation können die folgenden Fragestellungen als Anregungen für das Fachgespräch verstanden werden.

- Erläutern Sie die Bedeutung der ersten Zeile der Übergangsmatrix L.
- Erläutern Sie die Matrixmultiplikation.
- Erklären Sie, wie man eine konstante Entnahme einer gewissen Anzahl von Tieren im Modell berücksichtigen könnte.
- Erläutern Sie die Lösbarkeit von Linearen Gleichungssystemen.
- Beurteilen Sie, ob es eine Grenzmatrix für den Entwicklungsprozess der Reptilien gibt.
- Erläutern Sie, wie man einen möglichen Fixvektor ermittelt.
- Erläutern Sie, warum man mindestens eine ganzrationale Funktion vom Grad 8 benötigt, um die Tabellenwerte der Alttiere approximieren zu können.
- Erläutern Sie die allgemeine Form einer beschränkten Wachstumsfunktion.
- Erläutern Sie die Bedeutung der Parameter in der allgemeinen Funktion $f(x) = a \cdot e^{b \cdot x}$. Gehen Sie insbesondere darauf ein, wie sich die Änderung des Parameters b mit $b \in \mathbb{R}$ auf den Graphen der Funktion auswirkt.

VII Literaturangaben (Lehrkraft)

Siehe II.

Prüfungsvorsitz: Referent/in: Korreferent/in:	Prüfling:
Durch den Prüfling gewählter Inhaltsbereich: *Analytische Geometrie* Durch Referent/in ergänzter Inhaltsbereich: *Stochastik*	**Termine**: Ausgabe des Prüfungsthemas: Abgabe Dokumentation: Prüfungstermin / Raum:

Thema: Kickboxen (gA)

Kickboxen ist eine Kampfsportart, bei der das Schlagen mit Füßen und Händen mit konventionellem Boxen verbunden wird. Es sind keine Tiefschläge erlaubt, aber Tritte auf die Oberschenkel sind zulässig.
Schläge auf den Rücken des Gegners oder auf einen am Boden liegenden sind verboten. Es gibt verschiedene Arten von Kämpfen:

- Semikontakt,
- Leichtkontakt und
- Vollkontakt

Abb. 1: Quelle: https://commons.wikimedia.org, Kickboxing pictogramm

Im Semikontakt-Kampf wird auf Matten gegeneinander gekämpft. Nach jedem Treffer wird der Kampf unterbrochen und die Trefferpunkte werden bekannt gegeben. Die Trefferpunkte variieren je nach Wettkampfverband. Sie werden z. B. wie folgt vergeben:

1 Punkt für erlaubte Handtechniken aller Art zum Kopf oder Körper
1 Punkt für erlaubte Fußtechniken auf den Oberschenkel
2 Punkte für erlaubte Fußtechniken aller Art zum Körper
3 Punkte für erlaubte gesprungene Fußtechniken aller Art zum Kopf
-1 Punkt für Schläge unter die Gürtellinie

Tab. 1

I Aufgabenstellung

In der Abbildung 3 in der Anlage sind zwei Wettkämpfer F und K schematisch abgebildet. Nutzen Sie diese Abbildung zur Lösung der folgenden Aufgabe:

a) **Bestimmen** Sie mit Mitteln der Analytischen Geometrie, ob der Wettkämpfer F mit der linken Faust F_5 den Kopf des für einen kurzen Augenblick ruhenden Kämpfers K treffen kann.

b) **Beschreiben** Sie geometrisch zwei weitere Kampfszenarien und werten Sie diese analog aus.

c) Für die Bestimmung von Trefferwahrscheinlichkeiten wird als einfaches Modell für einen Kämpfer das Strichmännchen aus Abbildung 2 gewählt. Gemäß der Längenproportionen der Figur ergeben sich dann die in Tabelle 2 angegebenen Trefferwahrscheinlichkeiten.

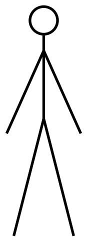


Abb. 2: Ein Strichmännchen

Körperteil	Trefferwahrscheinlichkeit
Kopf	$\frac{6}{89}$
Arme	$\frac{12}{89}$
erlaubter Körper (von Bauchnabel bis Kopf)	$\frac{40}{89}$
Beine	$\frac{16}{89}$
Bereich unter Gürtellinie (von Schritt bis Bauchnabel)	$\frac{15}{89}$

Tab. 2: Trefferwahrscheinlichkeiten

Ein sehr guter Kämpfer erzielt bei jedem Kontakt eine Punktwertung und erfährt keinen Punkt Abzug.
Bestimmen Sie die minimale Anzahl der nötigen Kontakte, um 10 Punkte zu erreichen und berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit für dieses Ereignis.

d) Das gegebene Modell zur Berechnung der Trefferwahrscheinlichkeiten ist sehr vereinfacht.
Beschreiben Sie geeignetere Modelle bzw. Vorgehensweisen zur Ermittlung der Trefferwahrscheinlichkeit und bewerten Sie diese.

II Literaturhinweise, Material (für den Prüfling)

Neben eigener Recherche zu relevanter Literatur empfiehlt sich die Lektüre der folgenden Quellen:

Bigalke, A., Köhler, N. *Mathematik Band 2, Analytische Geometrie, Stochastik.* (Cornelsen, 2015).
Jahnke, T., Wuttke, H. *Mathematik: Analytische Geometrie. Lineare Algebra.* (Cornelsen, 2003).

Anlage zur Aufgabe „Kickboxen“

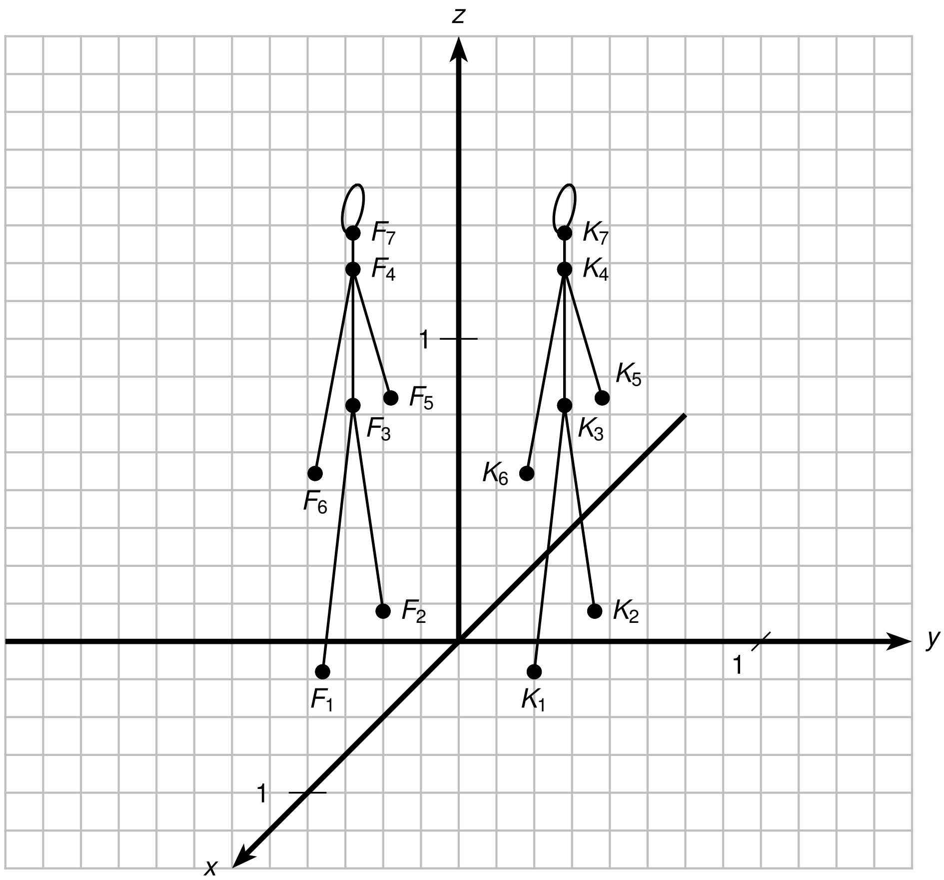


Abb. 3: Zwei schematisch dargestellte Wettkämpfer, die eingezeichneten Punkte sind:
$F_1(0{,}2|-0{,}35|0)$, $F_2(-0{,}2|-0{,}35|0)$, $F_3(0|-0{,}35|0{,}78)$, $F_4(0|-0{,}35|1{,}23)$, $F_5(-0{,}25|-0{,}35|0{,}68)$, $F_6(0{,}25|-0{,}35|0{,}68)$ und $F_7(0|-0{,}35|1{,}35)$ sowie
$K_1(0{,}2|0{,}35|0)$, $K_2(-0{,}2|0{,}35|0)$, $K_3(0|0{,}35|0{,}78)$, $K_4(0|0{,}35|1{,}23)$, $K_5(-0{,}25|0{,}35|0{,}68)$, $K_6(0{,}25|0{,}35|0{,}68)$ und $K_7(0|0{,}35|1{,}35)$ Alle Längeneinheiten sind in m.

III Unterrichtlicher Zusammenhang/Bildungsplanbezüge

Wahlpflichtmodul 6 - Analytische Geometrie:

Die Schülerinnen und Schüler

- beschreiben Geraden und Ebenen mithilfe von Vektoren analytisch,
- nutzen bei Problemlösungen Ebenengleichungen auch in Koordinatenform,
- untersuchen, ob ein Punkt auf einer bestimmten Geraden oder in einer bestimmten Ebene liegt, wählen geeignete Verfahren zur Lösung von Gleichungssystemen aus und wenden sie an,
- erläutern das Gaußsche Eliminationsverfahren für lineare Gleichungssysteme und wenden es an,
- untersuchen die Lagebeziehungen zwischen zwei Geraden im Raum sowie zwischen Gerade und Ebene, setzen diese in Beziehung zur Lösungsvielfalt des entsprechenden Gleichungssystems und begründen diese,
- bestimmen Neigungswinkel von Ebenen gegen die Horizontale mithilfe des Skalarprodukts,
- berechnen Größen von Winkeln zwischen Geraden sowie zwischen Gerade und Ebene sowie zwischen Ebenen,

Modul 5 - Anwendungsprobleme der Stochastik:

Die Schülerinnen und Schüler

- beschreiben Zufallsexperimente mit diskreten Zufallsgrößen und den entsprechenden Wahrscheinlichkeitsverteilungen und nutzen charakteristische Eigenschaften von Wahrscheinlichkeitsverteilungen,
- begründen die Formel für die Wahrscheinlichkeitsverteilung einer binomialverteilten Zufallsgröße,
- nutzen die Binomialverteilung zur stochastischen Modellierung.

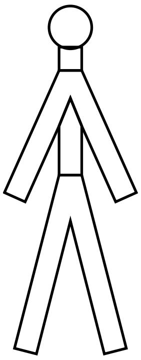
IV Erwartungshorizont

Die Lösungsskizze versteht sich hinsichtlich des Inhalts als Anregung für eine Bewertung. Andere sinnvolle Lösungen sind nach der jeweiligen Dokumentation und der legitimen Abweichung davon (APO-AH §26 Absatz 3) adäquat zu bewerten.

	Skizze einer möglichen zu erwartenden Leistung	**Anforderungsbereiche**		
		I	II	III
a)	Streckt F seine Faust zum Kopf von K aus, so geht sie in Richtung K_7. Der Abstand von F_4 zu K_7 ist $\left\lvert\overrightarrow{F_4K_7}\right\rvert = \left\lvert\begin{pmatrix}0\\0{,}7\\0{,}12\end{pmatrix}\right\rvert = \sqrt{0{,}7^2+0{,}12^2} \approx 0{,}71.$ Der linke Arm von F hat eine Länge von $\left\lvert\overrightarrow{F_4F_5}\right\rvert = \left\lvert\begin{pmatrix}-0{,}25\\0\\-0{,}55\end{pmatrix}\right\rvert = \sqrt{0{,}25^2+0{,}55^2} \approx 0{,}6$ Damit hat der linke Arm eine Länge von rund 60 cm. Da der Abstand vom Armansatz bis zum unteren Kopfansatz von K rund 71 cm. Damit kann der Kopf von K nicht getroffen werden.	K2	K5	
b)	Kann F mit seinem linken Bein den Kopf von K treffen? Streckt F von F_3 aus sein linkes Bein in Richtung K_4, so trifft er K nicht, da $\lvert F_3K_4\rvert \approx 0{,}83$ ist und die Beinlänge $\lvert F_3F_2\rvert = 0{,}8$ ist.		K3 K4	
	Wo trifft das linke Bein von F den Körper von K genau mit dem Fuß? Die Beine von F sind 80 cm lang, also ist T gesucht mit $\left\lvert\overrightarrow{F_3T}\right\rvert = 0{,}8$ und $T(0\mid 0{,}35\mid z)$ wobei $z \in [0{,}78; 1{,}23]$. Es ist also $\left\lvert\begin{pmatrix}0\\0{,}7\\z-0{,}78\end{pmatrix}\right\rvert = 0{,}8$ $z \approx 1{,}17$ An der Stelle $T(0\mid 0{,}35\mid 1{,}17)$ trifft F den Körper von K.		K2	K1 K6

	Skizze einer möglichen zu erwartenden Leistung	Anforderungsbereiche I	II	III
	Können sich die Arme der Kämpfer berühren, wenn F mit seinem linken Arm in Richtung K_5 schlägt und K mit seinem rechten Arm zu F_5? Die Armgerade von F lässt sich darstellen als $f: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ -0{,}35 \\ 1{,}23 \end{pmatrix} + t_1 \cdot \begin{pmatrix} -0{,}25 \\ 0{,}7 \\ -0{,}55 \end{pmatrix}$ für $t_1 \in \mathbb{R}$ und die Armgerade von K lässt sich darstellen als $k: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0{,}35 \\ 1{,}23 \end{pmatrix} + t_2 \cdot \begin{pmatrix} -0{,}25 \\ -0{,}7 \\ -0{,}55 \end{pmatrix}$ für $t_2 \in \mathbb{R}$. Die beiden Geraden schneiden sich in $(-0{,}13\|0\|0{,}96)$. Vom Halsansatz der beiden Kämpfer hat dieser Punkt jeweils einen Abstand von 0,46 m. D. h. die Arme treffen sich etwa oberhalb der Hände. Da der Treffpunkt innerhalb der Armlänge liegt würden die Kämpfer vermutlich anwinkeln, deshalb ist diese Modellierung hier nicht günstig. Peilen die Gegner die Hände jeweils entgegengesetzt an, so sind die Armgeraden windschief zueinander.		K3 K4	K5
c)	Zehn Punkte kann man am schnellsten erreichen, indem man dreimal hintereinander 3 Punkte erzielt und dann noch 1 Punkt. Die Punkte erreicht man mit der Fußtechnik aller Art zum Kopf dreimal hintereinander und der Fußtechnik zum Oberschenkel oder der Handtechnik zum Kopf oder Körper. Dann ist die Wahrscheinlichkeit P(10 Punkte) wie folgt zu berechnen: $P(\text{10 Punkte}) = 4 \cdot \left(\left(\frac{6}{89}\right)^3 \cdot \frac{46}{89}\right) + 4 \cdot \left(\left(\frac{6}{89}\right)^3 \cdot \frac{8}{89}\right)$ $\approx 7{,}436 \cdot 10^{-4} \approx 0{,}074\ \%$ Diese Wahrscheinlichkeit ist recht klein.	K1 K6	K5	

	Skizze einer möglichen zu erwartenden Leistung	Anforderungs-bereiche I	II	III
d)	Eine Möglichkeit wäre die Körperteile als Flächen zu betrachten.	K1 K6	K2 K3	



Hat der Hals eine Fläche von 1 FE, so erhält man als Gesamtfläche 33 FE. Dies kann jeweils nach der angenommenen Breite der Figur variieren.

Körperteil	Flächen in FE	Flächen-anteile	Prozent-anteile vom Körper
Kopf	3	$\frac{3}{33}$	9,09
Arme	9	$\frac{9}{33}$	27,27
Körper	6	$\frac{6}{33}$	18,18
Beine	11	$\frac{11}{33}$	33,33
Gürtellinie	4	$\frac{4}{33}$	12,12

Vergleicht man diese Werte mit denen aus Tabelle 2, sieht man, dass Körper, Arme und Beine einen größeren Anteil am Gesamtkörper haben. Damit erhält man für die Wahrscheinlichkeit 10 Punkte zu erzielen:

$$
\begin{aligned}
P(\text{10 Punkte}) &= 4 \cdot \left(\left(\tfrac{3}{33}\right)^3 \cdot \tfrac{9}{33}\right) + 4 \cdot \left(\left(\tfrac{3}{33}\right)^3 \cdot \tfrac{1}{6}\right) \\
&\approx 1{,}32 \cdot 10^{-3} = 0{,}132\ \%
\end{aligned}
$$

Diese Wahrscheinlichkeit ist immer noch klein, aber deutlich größer als vorher.

	Skizze einer möglichen zu erwartenden Leistung	Anforderungsbereiche		
		I	II	III
	Bei den bisherigen beiden Modellen sind nur die Anteile der Körperteile am Gesamtkörper betrachtet. Dabei fließt nicht mit ein, dass bei einem Angriff ein Körperanteil verteidigt wird. Also z. B. beim Angriff auf den Kopf dieser weggezogen werden kann, Arme oder Beine als Abwehr genutzt werden können. Diese Strategie muss in die Flächenbetrachtung mit einbezogen werden. Die Trefferwahrscheinlichkeiten reduzieren sich dadurch. Die Trefferwahrscheinlichkeiten werden dann je nach Situation unterschiedlich sein, so dass Berechnungen mit den Verfahren von Bernoulli-Experimenten nicht mehr möglich sind.	K2 K3	K1 K6	
	Eine ganz andere Herangehensweise wäre es viele Kämpfe zu beobachten und die relativen Häufigkeiten für Treffer zu ermitteln. Die relativen Häufigkeiten könnten dann als Wahrscheinlichkeiten gedeutet werden. Die Kritik bezüglich der Berücksichtigung des Verhaltens des Gegners bleibt dabei unverändert.		K1 K6	K3

V Bewertungshinweise

Eine **gute** Leistung liegt vor, wenn der Prüfling...

- eine geeignete Präsentationsform gewählt hat,
- die Präsentation inhaltlich und formal überzeugend aufgebaut hat und technisch versiert darbietet,
- sich sprachlich korrekt und überzeugend ausdrückt sowie die Fachsprache korrekt verwendet,
- verschiedene Kampfszenarien geometrisch aufzeigt und analysiert,
- Modelle zur Berechnung der Trefferwahrscheinlichkeit aufstellen kann und diese validiert,
- über das Thema, die Arbeitsschritte, die gewählte Vorgehensweise und die Präsentationsmethode reflektiert Auskunft geben kann.

Eine **ausreichende** Leistung liegt vor, wenn der Prüfling...

- eine im Ganzen geeignete Präsentationsform gewählt hat,
- die Präsentation inhaltlich und formal zumeist nachvollziehbar aufgebaut hat und ohne größere technische Probleme darbietet,
- sich sprachlich weitgehend korrekt und angemessen ausdrückt und zudem die Fachsprache bei Kernthemen überwiegend korrekt verwendet,
- Modelle aufstellen kann,
- Modelle vergleicht,
- verschiedene Kampfszenarien geometrisch aufzeigt,
- über das Thema, die Arbeitsschritte, die gewählte Vorgehensweise und die Präsentationsmethode Auskunft geben kann.

VI Hinweise zur Gestaltung des Fachgesprächs

Neben der Vertiefung einzelner Punkte aus der Präsentation können die folgenden Fragestellungen als Anregungen für das Fachgespräch verstanden werden.

- K befindet sich in der Ebene $y = 0{,}35$.

  Beschreiben Sie, wie man vorgehen würde um zu ermitteln, ob der Kämpfer F in gerader Linie seinen Gegner K treffen kann.
- Beschreiben Sie, wie man die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses „mindestens bzw. höchstens fünf Kopftreffer“ berechnen kann.
- Erläutern Sie, warum relative Häufigkeiten von Treffern als Wahrscheinlichkeit gedeutet werden können.

VII Literaturangaben (Lehrkraft)

Siehe II.

Prüfungsvorsitz: Referent/in: Koreferent/in:	Prüfling:
Durch den Prüfling gewählter Inhaltsbereich: *Analytische Geometrie* Durch Referent/in ergänzter Inhaltsbereich: *Stochastik*	**Termine**: Ausgabe des Prüfungsthemas: Abgabe Dokumentation: Prüfungstermin / Raum:

Thema: Kickboxen (eA)

Kickboxen ist eine Kampfsportart, bei der das Schlagen mit Füßen und Händen mit konventionellem Boxen verbunden wird. Es sind keine Tiefschläge erlaubt, aber Tritte auf die Oberschenkel sind zulässig.
Schläge auf den Rücken des Gegners oder auf einen am Boden liegenden sind verboten. Es gibt verschiedene Arten von Kämpfen:

- Semikontakt,
- Leichtkontakt und
- Vollkontakt

Abb. 1: Quelle: https://commons.wikimedia.org, Kickboxing pictogramm

Im Semikontakt-Kampf wird auf Matten gegeneinander gekämpft. Nach jedem Treffer wird der Kampf unterbrochen und die Trefferpunkte werden bekannt gegeben. Die Trefferpunkte variieren je nach Wettkampfverband. Sie werden z. B. wie folgt vergeben:

1 Punkt für erlaubte Handtechniken aller Art zum Kopf oder Körper
1 Punkt für erlaubte Fußtechniken auf den Oberschenkel
2 Punkte für erlaubte Fußtechniken aller Art zum Körper
3 Punkte für erlaubte gesprungene Fußtechniken aller Art zum Kopf
-1 Punkt für Schläge unter die Gürtellinie

Tab. 1

I Aufgabenstellung

In der Abbildung 3 in der Anlage sind zwei Wettkämpfer F und K schematisch abgebildet. Nutzen Sie diese Abbildung zur Lösung der folgenden Aufgabe:

a) **Bestimmen** Sie mit Mitteln der Analytischen Geometrie, ob der Wettkämpfer F mit der linken Faust F_5 den Kopf des für einen kurzen Augenblick ruhenden Kämpfers K treffen kann. **Beschreiben** Sie geometrisch zwei weitere Kampfszenarien und werten Sie diese analog aus.

b) Für die Bestimmung von Trefferwahrscheinlichkeiten wird als einfaches Modell für einen Kämpfer das Strichmännchen aus Abbildung 2 gewählt. Gemäß der Längenproportionen der Figur ergeben sich dann die in Tabelle 2 angegebenen Trefferwahrscheinlichkeiten.

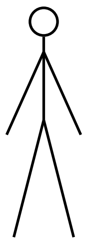


Abb. 2: Ein Strichmännchen

Körperteil	Treffer-wahrscheinlichkeit
Kopf	$\frac{6}{89}$
Arme	$\frac{12}{89}$
erlaubter Körper (von Bauchnabel bis Kopf)	$\frac{40}{89}$
Beine	$\frac{16}{89}$
Bereich unter Gürtellinie (von Schritt bis Bauchnabel)	$\frac{15}{89}$

Tab. 2: Trefferwahrscheinlichkeiten

Ein sehr guter Kämpfer erzielt bei jedem Kontakt eine Punktwertung und erfährt keinen Punkt Abzug.

Bestimmen Sie die minimale Anzahl der nötigen Kontakte, um 10 Punkte zu erreichen und berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit für dieses Ereignis. Das gegebene Modell zur Berechnung der Trefferwahrscheinlichkeiten ist sehr vereinfacht.

Beschreiben Sie geeignetere Modelle bzw. Vorgehensweisen zur Ermittlung der Trefferwahrscheinlichkeit und bewerten Sie diese.

c) In insgesamt 200 Kämpfen eines Jahres ergaben sich für die Anzahl der Siege durch Abbruch folgende Zahlenwerte:

Zahl der Siege durch Abbruch	Anzahl Kämpfe
0	109
1	65
2	22
3	3
4	1

Untersuchen Sie, wie sich die Daten näherungsweise durch eine Poisson-Verteilung beschreiben lassen und **diskutieren** Sie die Güte dieser Näherung.

II Literaturhinweise, Material (für den Prüfling)

Neben eigener Recherche zu relevanter Literatur empfiehlt sich die Lektüre der folgenden Quellen:

Bigalke, A., Köhler, N. *Mathematik Band 2, Analytische Geometrie, Stochastik.* (Cornelsen, 2015).

Jahnke, T., Wuttke, H. *Mathematik: Analytische Geometrie. Lineare Algebra.* (Cornelsen, 2003).

Anlage zur Aufgabe „Kickboxen“

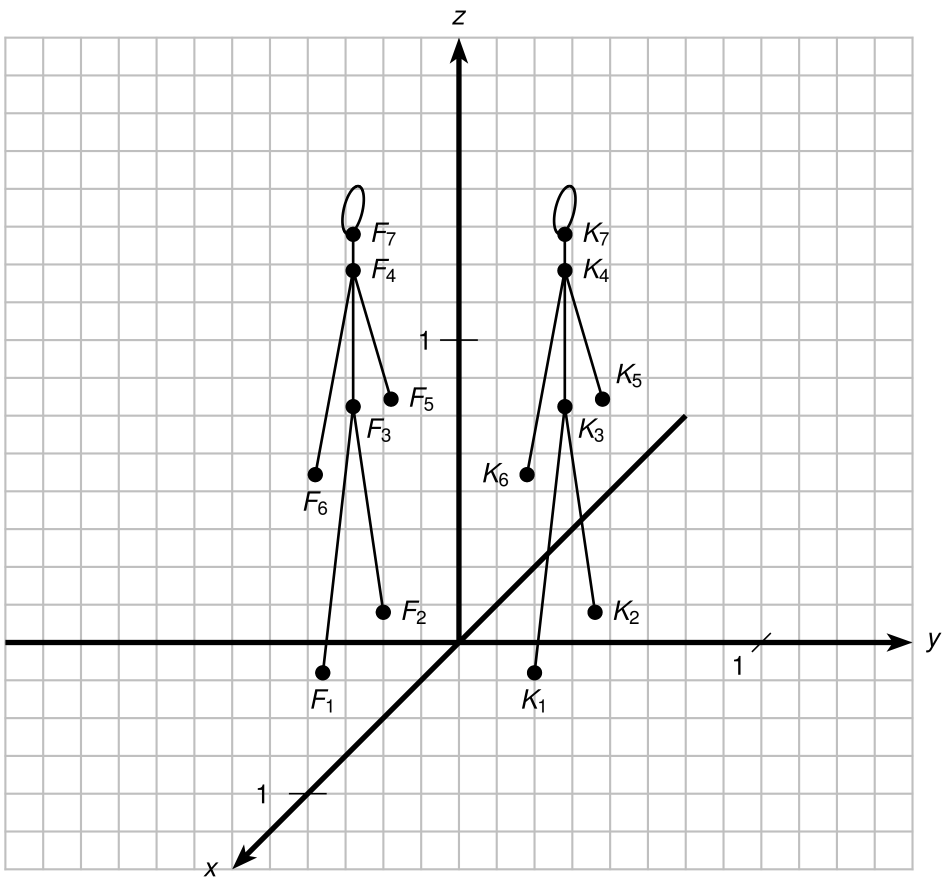


Abb. 3: Zwei schematisch dargestellte Wettkämpfer, die eingezeichneten Punkte sind: $F_1(0{,}2|-0{,}35|0)$, $F_2(-0{,}2|-0{,}35|0)$, $F_3(0|-0{,}35|0{,}78)$, $F_4(0|-0{,}35|1{,}23)$, $F_5(-0{,}25|-0{,}35|0{,}68)$, $F_6(0{,}25|-0{,}35|0{,}68)$ und $F_7(0|-0{,}35|1{,}35)$ sowie $K_1(0{,}2|0{,}35|0)$, $K_2(-0{,}2|0{,}35|0)$, $K_3(0|0{,}35|0{,}78)$, $K_4(0|0{,}35|1{,}23)$, $K_5(-0{,}25|0{,}35|0{,}68)$, $K_6(0{,}25|0{,}35|0{,}68)$ und $K_7(0|0{,}35|1{,}35)$ Alle Längeneinheiten sind in m.

III Unterrichtlicher Zusammenhang/Bildungsplanbezüge

Wahlpflichtmodul 6 - Analytische Geometrie:

Die Schülerinnen und Schüler

- beschreiben Geraden und Ebenen mithilfe von Vektoren analytisch,
- nutzen bei Problemlösungen Ebenengleichungen auch in Koordinatenform,
- untersuchen, ob ein Punkt auf einer bestimmten Geraden oder in einer bestimmten Ebene liegt, wählen geeignete Verfahren zur Lösung von Gleichungssystemen aus und wenden sie an,
- erläutern das Gaußsche Eliminationsverfahren für lineare Gleichungssysteme und wenden es an,
- untersuchen die Lagebeziehungen zwischen zwei Geraden im Raum sowie zwischen Gerade und Ebene, setzen diese in Beziehung zur Lösungsvielfalt des entsprechenden Gleichungssystems und begründen diese,
- bestimmen Neigungswinkel von Ebenen gegen die Horizontale mithilfe des Skalarprodukts,
- berechnen Größen von Winkeln zwischen Geraden sowie zwischen Gerade und Ebene sowie zwischen Ebenen,
- untersuchen die Lagebeziehungen von Geraden und Ebenen.

Modul 5 - Anwendungsprobleme der Stochastik:

Die Schülerinnen und Schüler

- beschreiben Zufallsexperimente mit diskreten Zufallsgrößen und den entsprechenden Wahrscheinlichkeitsverteilungen und nutzen charakteristische Eigenschaften von Wahrscheinlichkeitsverteilungen,
- begründen die Formel für die Wahrscheinlichkeitsverteilung einer binomialverteilten Zufallsgröße,
- nutzen die Binomialverteilung zur stochastischen Modellierung.

IV Erwartungshorizont

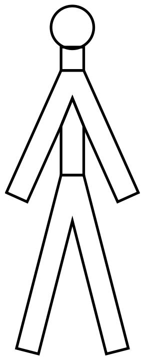
Die Lösungsskizze versteht sich hinsichtlich des Inhalts als Anregung für eine Bewertung. Andere sinnvolle Lösungen sind nach der jeweiligen Dokumentation und der legitimen Abweichung davon (APO-AH §26 Absatz 3) adäquat zu bewerten.

	Skizze einer möglichen zu erwartenden Leistung	Anforderungsbereiche		
		I	II	III
a)	Streckt F seine Faust zum Kopf von K aus, so geht sie in Richtung K_7. Der Abstand von F_4 zu K_7 ist $\left\lvert\overrightarrow{F_4K_7}\right\rvert = \left\lvert\begin{pmatrix} 0 \\ 0{,}7 \\ 0{,}12 \end{pmatrix}\right\rvert = \sqrt{0{,}7^2 + 0{,}12^2} \approx 0{,}71.$ Der linke Arm von F hat eine Länge von $\left\lvert\overrightarrow{F_4F_5}\right\rvert = \left\lvert\begin{pmatrix} -0{,}25 \\ 0 \\ -0{,}55 \end{pmatrix}\right\rvert = \sqrt{0{,}25^2 + 0{,}55^2} \approx 0{,}6$ Damit hat der linke Arm eine Länge von rund 60 cm. Da der Abstand vom Armansatz bis zum unteren Kopfansatz von K rund 71 cm. Damit kann der Kopf von K nicht getroffen werden.	K2	K5	
	Kann F mit seinem linken Bein den Kopf von K treffen? Streckt F von F_3 aus sein linkes Bein in Richtung K_4, so trifft er K nicht, da $\lvert F_3K_4\rvert \approx 0{,}83$ ist und die Beinlänge $\lvert F_3F_2\rvert = 0{,}8$ ist.		K3 K4	
	Wo trifft das linke Bein von F den Körper von K genau mit dem Fuß? Die Beine von F sind 80 cm lang, also ist T gesucht mit $\left\lvert\overrightarrow{F_3T}\right\rvert = 0{,}8$ und $T(0 \mid 0{,}35 \mid z)$ wobei $z \in [0{,}78; 1{,}23]$. Es ist also $\left\lvert\begin{pmatrix} 0 \\ 0{,}7 \\ z - 0{,}78 \end{pmatrix}\right\rvert = 0{,}8$ $z \approx 1{,}17$ An der Stelle $T(0 \mid 0{,}35 \mid 1{,}17)$ trifft F den Körper von K.		K2	K1 K6

	Skizze einer möglichen zu erwartenden Leistung	**Anforderungsbereiche** I	II	III
	Können sich die Arme der Kämpfer berühren, wenn F mit seinem linken Arm in Richtung K_5 schlägt und K mit seinem rechten Arm zu F_5? Die Armgerade von F lässt sich darstellen als $f : \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ -0{,}35 \\ 1{,}23 \end{pmatrix} + t_1 \cdot \begin{pmatrix} -0{,}25 \\ 0{,}7 \\ -0{,}55 \end{pmatrix}$ für $t_1 \in \mathbb{R}$ und die Armgerade von K lässt sich darstellen als $k : \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0{,}35 \\ 1{,}23 \end{pmatrix} + t_2 \cdot \begin{pmatrix} -0{,}25 \\ -0{,}7 \\ -0{,}55 \end{pmatrix}$ für $t_2 \in \mathbb{R}$. Die beiden Geraden schneiden sich in $(-0{,}13 \vert 0 \vert 0{,}96)$. Vom Halsansatz der beiden Kämpfer hat dieser Punkt jeweils einen Abstand von 0,46 m. D. h. die Arme treffen sich etwa oberhalb der Hände. Da der Treffpunkt innerhalb der Armlänge liegt würden die Kämpfer vermutlich anwinkeln, deshalb ist diese Modellierung hier nicht günstig. Peilen die Gegner die Hände jeweils entgegengesetzt an, so sind die Armgeraden windschief zueinander.		K3 K4	K5
b)	Zehn Punkte kann man am schnellsten erreichen, indem man dreimal hintereinander 3 Punkte erzielt und dann noch 1 Punkt. Die Punkte erreicht man mit der Fußtechnik aller Art zum Kopf dreimal hintereinander und der Fußtechnik zum Oberschenkel oder der Handtechnik zum Kopf oder Körper. Dann ist die Wahrscheinlichkeit P(10 Punkte) wie folgt zu berechnen: $P(\text{10 Punkte}) = 4 \cdot \left(\left(\frac{6}{89}\right)^3 \cdot \frac{46}{89} \right) + 4 \cdot \left(\left(\frac{6}{89}\right)^3 \cdot \frac{8}{89} \right)$ $\approx 7{,}436 \cdot 10^{-4} \approx 0{,}074\ \%$ Diese Wahrscheinlichkeit ist recht klein.	K1 K6	K5	

	Skizze einer möglichen zu erwartenden Leistung	Anforderungs-bereiche		
		I	II	III
		K1 K6	K2 K3	

Eine Möglichkeit wäre die Körperteile als Flächen zu betrachten.



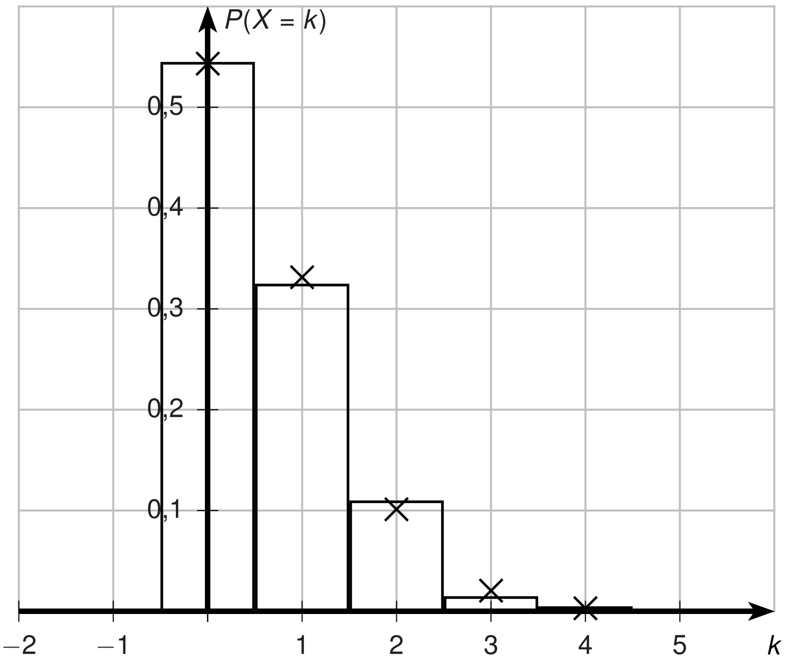
Hat der Hals eine Fläche von 1 FE, so erhält man als Gesamtfläche 33 FE. Dies kann jeweils nach der angenommenen Breite der Figur variieren.

Körperteil	Flächen in FE	Flächen-anteile	Prozent-anteile vom Körper
Kopf	3	$\frac{3}{33}$	9,09
Arme	9	$\frac{9}{33}$	27,27
Körper	6	$\frac{6}{33}$	18,18
Beine	11	$\frac{11}{33}$	33,33
Gürtellinie	4	$\frac{4}{33}$	12,12

Vergleicht man diese Werte mit denen aus Tabelle 2, sieht man, dass Körper, Arme und Beine einen größeren Anteil am Gesamtkörper haben. Damit erhält man für die Wahrscheinlichkeit 10 Punkte zu erzielen:

$$\begin{aligned} P(10\text{ Punkte}) &= 4 \cdot \left(\left(\tfrac{3}{33}\right)^3 \cdot \tfrac{9}{33}\right) + 4 \cdot \left(\left(\tfrac{3}{33}\right)^3 \cdot \tfrac{1}{6}\right) \\ &\approx 1{,}32 \cdot 10^{-3} = 0{,}132\ \% \end{aligned}$$

Diese Wahrscheinlichkeit ist immer noch klein, aber deutlich größer als vorher.

	Skizze einer möglichen zu erwartenden Leistung	Anforderungsbereiche I	II	III
	Bei den bisherigen beiden Modellen sind nur die Anteile der Körperteile am Gesamtkörper betrachtet. Dabei fließt nicht mit ein, dass bei einem Angriff ein Körperanteil verteidigt wird. Also z. B. beim Angriff auf den Kopf dieser weggezogen werden kann, Arme oder Beine als Abwehr genutzt werden können. Diese Strategie muss in die Flächenbetrachtung mit einbezogen werden. Die Trefferwahrscheinlichkeiten reduzieren sich dadurch. Die Trefferwahrscheinlichkeiten werden dann je nach Situation unterschiedlich sein, so dass Berechnungen mit den Verfahren von Bernoulli-Experimenten nicht mehr möglich sind.	K2 K3	K1 K6	
	Eine ganz andere Herangehensweise wäre es viele Kämpfe zu beobachten und die relativen Häufigkeiten für Treffer zu ermitteln. Die relativen Häufigkeiten könnten dann als Wahrscheinlichkeiten gedeutet werden. Die Kritik bezüglich der Berücksichtigung des Verhaltens des Gegners bleibt dabei unverändert.		K1 K6	K3
c)	Mit dem Erwartungswert $\mu = (0\cdot 109+1\cdot 65+2\cdot 22+3\cdot 3+4\cdot 1) : 200 \approx 0{,}61$ erhält man die Poissonverteilung $P(X=k) = \frac{\mu^k}{k!}\cdot e^{-\mu} = \frac{0{,}61^k}{k!}\cdot e^{-0{,}61}$. Im folgenden Diagramm sind die relativen Häufigkeiten der Ereignisse und die Funktionswerte der Poissonverteilung eingetragen:  Hierbei sieht man, dass die Funktionswerte mit den erhobenen Daten gut übereinstimmen. Somit ist die Näherung mit einer Poissonverteilung hier möglich.		K2 K5	K4

V Bewertungshinweise

Eine **gute** Leistung liegt vor, wenn der Prüfling...

- eine geeignete Präsentationsform gewählt hat,
- die Präsentation inhaltlich und formal überzeugend aufgebaut hat und technisch versiert darbietet,
- sich sprachlich korrekt und überzeugend ausdrückt sowie die Fachsprache korrekt verwendet,
- verschiedene Kampfszenarien geometrisch aufzeigt und analysiert,
- Modelle zur Berechnung der Trefferwahrscheinlichkeit aufstellen kann und diese validiert,
- über das Thema, die Arbeitsschritte, die gewählte Vorgehensweise und die Präsentationsmethode reflektiert Auskunft geben kann.

Eine **ausreichende** Leistung liegt vor, wenn der Prüfling...

- eine im Ganzen geeignete Präsentationsform gewählt hat,
- die Präsentation inhaltlich und formal zumeist nachvollziehbar aufgebaut hat und ohne größere technische Probleme darbietet,
- sich sprachlich weitgehend korrekt und angemessen ausdrückt und zudem die Fachsprache bei Kernthemen überwiegend korrekt verwendet,
- Modelle aufstellen kann,
- Modelle vergleicht,
- verschiedene Kampfszenarien geometrisch aufzeigt,
- über das Thema, die Arbeitsschritte, die gewählte Vorgehensweise und die Präsentationsmethode Auskunft geben kann.

VI Hinweise zur Gestaltung des Fachgesprächs

Neben der Vertiefung einzelner Punkte aus der Präsentation können die folgenden Fragestellungen als Anregungen für das Fachgespräch verstanden werden.

- Beschreiben Sie, wie man mithilfe von Kugeln ermitteln kann, ob ein Kämpfer mit seinem Bein den Körper des anderen Kämpfers treffen kann.
- K befindet sich in der Ebene $y = 0{,}35$.

  Beschreiben Sie, wie man vorgehen würde um zu ermitteln, ob der Kämpfer F in gerader Linie seinen Gegner K treffen kann.
- Beschreiben Sie, wie man die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses „mindestens bzw. höchstens fünf Kopftreffer“ berechnen kann.
- Erläutern Sie, warum relative Häufigkeiten von Treffern als Wahrscheinlichkeit gedeutet werden können.
- Unter welchen Voraussetzungen kann die Poisson-Verteilung verwendet werden und welchen Vorteil bietet ihre Verwendung.

VII Literaturangaben (Lehrkraft)

Siehe II.

Hamburg | Behörde für Schule und Berufsbildung