

Beispiel für ein schulinternes Fachcurriculum

Mathematik

Gymnasium
Sekundarstufe I

Herausgeber:

Freie und Hansestadt Hamburg
Behörde für Schule und Berufsbildung
Alle Rechte vorbehalten.

Referat: Unterrichtsentwicklung mathematisch-
naturwissenschaftlich-technischer Unterricht

Referatsleitung: Werner Renz

Verantwortlicher Redakteur: Dr. Andreas Busse

Hamburg, März 2012

Beispiel für ein schulinternes Fachcurriculum Mathematik

Stand März 2012

Unterrichtsvorhaben für die Jahrgangsstufen 5 – 10

STS	Unterrichtseinheit	GY
5/6 (1)	Ich möchte mehr über meine Mitschülerinnen und Mitschüler wissen!	5/6 (1)
5/6 (2)	Natürliche Zahlen – ein spannendes Feld	5/6 (2)
5/6 (3)	Spiegelungen, Drehungen und Symmetrien	5/6 (3)
5/6 (4)	Der Euro und andere Größen	5/6 (4)
5/6 (5)	Einteilen – Verteilen	5/6 (5)
5/6 (6)	Wer gewinnt? Experimentieren mit dem Zufall	5/6 (6)
5/6 (7)	Figuren und Körper – in der Umwelt und in der Fantasie	5/6 (7)
7/8 (1)	Zwei starke Standardmodelle: Proportionalität und Antiproportionalität	7/8 (1)
7/8 (2)	Über Null und unter Null	7/8 (2)
7/8 (3)	Die Sprache der Mathematik – Teil 1	7/8 (3)
7/8 (4)	Maße geometrischer Figuren und Körper	7/8 (4)
7/8 (5)	Geometrische Erkundungen – klassisch und computergestützt	7/8 (5)
7/8 (6)	Aus den Erfahrungen der Vergangenheit Aussagen über die Zukunft machen	7/8 (6)
7/8 (7)	Denken in funktionalen Zusammenhängen	7/8 (7)
7/8 (8)	Die Sprache der Mathematik – Teil 2	7/8 (8)
9/10 (1)	Der Satz des Pythagoras – ein Kapitel für sich	7/8 (9)
9/10 (2)	Maße geometrischer Figuren und Körper – Teil 2	enthalten in 7/8 (4)
9/10 (3)	Tarife und Gebühren – lineare Funktionen	enthalten in 7/8 (7)
9/10 (4)	Vierfeldertafeln, bedingte Wahrscheinlichkeiten und Baumdiagramme	9/10 (1)
9/10 (5)	Modellieren mit geometrischen Körpern	9/10 (2)
9/10 (6)	Wiederholungen und Vertiefungen	9/10 (3)
9/10 (7)	Brücken und Bremswege – quadratische Funktionen	9/10 (4)
9/10 (8)	Geländemessungen auswerten – Trigonometrie	9/10 (5)
9/10 (9)	Ganz anders als linear – exponentielle Prozesse	9/10 (6)
11 (1)	Nicht alle können dasselbe – leistungsdifferenzierte Eingangsphase	entfällt
11 (2)	Funktionenzoo	9/10 (7)
11 (3)	Zustand und Tendenz – Änderungsraten	9/10 (8)

Leitidee Daten und Zufall

Leitidee Zahl

Leitidee Funktionaler Zusammenhang

5/6 (1)

Ich möchte mehr über meine Mitschülerinnen und Mitschüler wissen!

Methodische Hinweise, Schüler- und Problemorientierung:

Schülerinnen und Schüler der 5. Klassen befinden sich nach dem Übergang aus der Grundschule fast immer in einer neuen Schulumgebung und damit in einem neuen sozialen Gefüge. Die Flut neuer Informationen kann bei den Kindern geradezu auf natürliche Weise für unterrichtliche Zwecke genutzt werden. Viele Fragen entstehen aus dem Bedürfnis heraus, die neuen Mitschülerinnen und Mitschüler und die neue Umgebung kennenzulernen. So liegt es auf der Hand, Daten zu sammeln, Listen zu erstellen, Daten nach bestimmten Merkmalen zu ordnen, Daten für graphische Darstellungen aufzubereiten und zu vergleichen.

In diesem Zusammenhang wird auch Rechenfertigkeit gefordert und gefördert sowie der Umgang mit Runden, Schätzen und Überschlagen eingeübt.

Rationale Zahlen in ihren verschiedenen Darstellungen sowie insbesondere die Prozentschreibweise treten im Zusammenhang mit relativen Häufigkeiten und mit Mittelwerten auf. Hier sind je nach Leistungsstärke Abstufungen vorzunehmen, eine systematische Behandlung der Bruchrechnung soll an dieser Stelle nicht erfolgen. Auf pragmatische Weise bietet sich hier der Einsatz von Taschenrechnern an.

Statistische Darstellungen erfordern den Umgang mit der Zahlengeraden. Auf eine sehr naheliegende Weise kommt man so zur Verwendung des Koordinatensystems. Hier lässt sich ein Bezug zur Unterrichtseinheit *Figuren und Körper – in der Umwelt und in der Fantasie* herstellen.

In besonderer Weise werden in diesem Zusammenhang verschiedene allgemeine mathematische Kompetenzen im Verbund gefordert, hier sind hervorzuheben *mathematisch modellieren* (z. B. interpretieren mathematischer Resultate in Bezug auf die reale Situation), *mathematisch argumentieren und kommunizieren*, *mathematische Darstellungen verwenden* (z. B. erstellen, interpretieren und umwandeln statistischer Darstellungen) sowie mit *symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen*.

Anforderungen und Inhalte:

- Rechnen mit natürlichen und einfachen anderen rationalen Zahlen
- Erstellen und Bearbeiten von Fragebögen
- Erheben, Darstellen und Interpretieren von Daten
- Absolute und einfache relative Häufigkeiten
- *Zentralwert, arithmetisches Mittel, Spannweite*
- Umgang mit dem Koordinatensystem und Interpretation graphischer Darstellungen in einfachen Fällen
- sachkontextangemessene Beschriftung und Skalierung von Koordinatenachsen
- Verwendung und Verbalisierung von Tabellen
- zwischen zwei Größen eventuelle Gesetzmäßigkeiten erkennen und nutzen, auch bei Tabellen
- verschiedene Arten der Darstellungen kritisch verwenden und vergleichen
- Runden, Schätzen und Überschlagen

Die detaillierten Anforderungen finden sich unter den drei Leitideen *Zahl*, *Funktionaler Zusammenhang* sowie *Daten und Zufall* in den Mindestanforderungen und in den erhöhten Anforderungen am Ende der Jahrgangsstufe 6 der Stadtteilschule sowie in den Anforderungen am Ende der Jahrgangsstufe 6 des Gymnasiums.

Ergänzungen:

Über die Anforderungen hinausgehende Ergänzungen für besonders leistungsstarke Schülerinnen und Schüler:

- Weitere Darstellungsformen statistischer Daten
- Wie lügt man mit Statistik?
- Komplexere Zusammenhänge zwischen zwei Größen erkunden

Leitidee Zahl**Leitidee Funktionaler Zusammenhang****5/6 (2)****Natürliche Zahlen – ein spannendes Feld****Methodische Hinweise, Schüler- und Problemorientierung:**

Natürliche Zahlen scheinen zunächst einfach und unmittelbar zugänglich, andererseits verbirgt sich hinter ihnen ein großes Feld außermathematischer Bezüge und interessanter innermathematischer Probleme. Die Beschäftigung mit natürlichen Zahlen geht über das bloße Rechnen hinaus und erlaubt das Erkunden und Entdecken von Zusammenhängen. Hier bietet sich eine Binnendifferenzierung an; diese kann als natürliche Differenzierung oder durch unterschiedliche Aufgabenstellungen realisiert werden.

Insbesondere natürliche Zahlen in Größenordnungen jenseits der Alltagserfahrung – etwa im Bereich der Astronomie – strahlen eine gewisse Faszination aus, bergen bei einigen Schülerinnen und Schülern aber auch Verständnisschwierigkeiten. Hier öffnet sich unterrichtlich ein weites Feld, damit auch diese individuell manchmal schwer greifbaren Zahlen den Schülerinnen und Schülern handelnd nahegebracht werden können.

Anknüpfend an den Umgang mit natürlichen Zahlen in der Grundschule werden in diesem Zusammenhang auch Rechenfertigkeiten weiter ausgebaut.

Dabei bieten sich auch erste Erkundungen im Umgang mit Gleichungen an. Hierbei ist insbesondere auf den korrekten Gebrauch des Gleichheitszeichens zu achten.

Diese Einheit fordert insbesondere die allgemeinen mathematischen Kompetenzen *Probleme mathematisch lösen* (z. B. Erkunden und Bearbeiten von Zusammenhängen), *mathematisch argumentieren und kommunizieren* sowie *mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen* (z. B. Rechenfertigkeit).

Anforderungen und Inhalte:

- Rechnen mit natürlichen Zahlen
- runden und überschlagen
- Kontrolle durch Umkehraufgaben
- Vertiefung des Stellenwertsystems
- Teilbarkeitsregeln
- Eigenschaften natürlicher Zahlen
- *Primfaktorzerlegung und Potenzschreibweise*
- Rechenregeln
- Rechenalgorithmen beschreiben
- korrekte Verwendung des Gleichheitszeichens
- Lösen einfacher Gleichungen mit Variablen als Platzhalter durch systematisches Probieren
- *Lösen einfacher Gleichungen mit Variablen als Platzhalter durch inhaltliche Überlegungen*

Die detaillierten Anforderungen finden sich unter den beiden Leitideen *Zahl* und *Funktionaler Zusammenhang* in den Mindestanforderungen und in den erhöhten Anforderungen am Ende der Jahrgangsstufe 6 der Stadtteilschule sowie in den Anforderungen am Ende der Jahrgangsstufe 6 des Gymnasiums.

Ergänzungen:

Über die Anforderungen hinausgehende Ergänzungen für besonders leistungsstarke Schülerinnen und Schüler:

- Pascalsches Dreieck
- Sieb des Eratosthenes
- Magische Quadrate
- Darstellung von Zahlen in verschiedenen Stellenwertsystemen

Leitidee Raum und Form
Leitidee Zahl

5/6 (3)

Spiegelungen, Drehungen und Symmetrien

Methodische Hinweise, Schüler- und Problemorientierung:

Symmetrie und ihre Gesetzmäßigkeiten sind in vielen Bereichen unserer Umwelt, in verschiedenen Naturwissenschaften sowie in Kunst und Architektur anzutreffen. Sie werden im Mathematikunterricht sowohl als fachlicher wie auch als fachübergreifender Lerninhalt verstanden. Die Symmetrie stellt nicht nur in der Mathematik ein Ordnungsprinzip dar, mit dessen Hilfe Strukturen häufig besser und schneller erfassbar sind.

In dieser Unterrichtseinheit verbinden sich auf eine besondere Weise visuell-ästhetische mit mathematisch-strukturellen Aspekten. Damit können beispielsweise Arbeitsergebnisse auch zur Klassenraumgestaltung dienen. Dies kann gerade für Schülerinnen und Schüler, die im Fach Mathematik bisher weniger leistungsstark gewesen sind, zur Motivation beitragen.

Ausgangspunkte für diese Unterrichtseinheit bilden beispielsweise die Betrachtung von Ornamenten oder Symmetrien in der natürlichen Umwelt.

Beim Umgang mit dem Koordinatensystem lässt sich ein Bezug zur Unterrichtseinheit *Ich möchte mehr über meine Mitschülerinnen und Mitschüler wissen!* herstellen. Der dem Koordinatensystem innewohnende Bezug zur Zahlengeraden bietet für leistungsstarke Schülerinnen und Schüler eine Gelegenheit zur Begegnung mit negativen Zahlen.

Viele Aspekte in dieser Unterrichtseinheit sind unabhängig voneinander; so kann man etwa Drehsymmetrien erkennen, ohne zuvor Achsenspiegelungen durchgeführt zu haben. Es ist also keine spezielle Lernreihenfolge gegeben. Methodisch legt dies in besonderer Weise die Möglichkeit nahe, selbstständiges und differenziertes Arbeiten im Zusammenhang mit einem Chefsystem oder mithilfe von Lernstationen zu initiieren.

Die an dieser Stelle in besonderer Weise geforderten allgemeinen mathematischen Kompetenzen sind unter anderem *mathematische Darstellungen verwenden* (auch im Zusammenhang mit dem Darstellungswechsel zwischen numerischen Koordinatenangaben und geometrischer Figur) und *Probleme mathematisch lösen* (etwa bei komplexeren Spiegelungen).

Anforderungen und Inhalte:

- kopfgeometrische Übungen
- Zeichnen mit Geodreieck und Zirkel
- Umgang mit geometrischen Figuren im Koordinatensystem
- *bei der Arbeit im Koordinatensystem in einfachen Fällen Verwendung negativer Zahlen*
- Symmetrieachsen einzeichnen
- Figuren an Geraden spiegeln
- *Drehsymmetrie erkennen*
- *Verbalisierungen von Merkmalen, Arbeitswegen und Ideen*

Die detaillierten Anforderungen finden sich unter den beiden Leitideen *Raum und Form* sowie *Zahl* in den Mindestanforderungen und in den erhöhten Anforderungen am Ende der Jahrgangsstufe 6 der Stadtteilschule sowie in den Anforderungen am Ende der Jahrgangsstufe 6 des Gymnasiums.

Ergänzungen:

Über die Anforderungen hinausgehende Ergänzungen für besonders leistungsstarke Schülerinnen und Schüler:

- zeichnerische Durchführung von Drehungen
- Verkettungen von Drehungen und Spiegelungen

Leitidee Messen Leitidee Zahl Leitidee Funktionaler Zusammenhang	5/6 (4)
Der Euro und andere Größen	
<p><u>Methodische Hinweise, Schüler- und Problemorientierung:</u></p> <p>Größen stellen ein Bindeglied zwischen Realität und Mathematik dar. Deshalb ist es von besonderer Bedeutung, dass sich Schülerinnen und Schüler für das Arbeiten mit Größen nicht nur über formale Kenntnisse verfügen, sondern die Bedeutung erkennen, die sich hinter den einzelnen Namen und Symbolen verbirgt.</p> <p>Darüber hinaus ist es hilfreich, wenn Schülerinnen und Schüler durch Vergleiche eine Größenvorstellung entwickeln (z. B. ein Mittelklasseauto wiegt ca. 1 t, ein großes Fußballfeld hat einen Flächeninhalt von ca. 1 ha u. Ä.). Auf diese Weise können etwa bei Fermiaufgaben fehlende Informationen geschätzt werden.</p> <p>Bei Messungen ist die Frage der sinnvollen Genauigkeit zu thematisieren.</p> <p>In dieser Einheit bietet sich die umfassende Behandlung einer realen Fragestellung an, z. B. "Was kostet mein Haustier?", weil dabei verschiedene Größen (Zeit, Flächeninhalt, Geldmenge etc.) zueinander in Bezug gesetzt werden. Dabei kommen – etwa bei Flächeninhalts- und Volumenbestimmungen – schon die Prinzipien der Zerlegung und Ergänzung zum Tragen.</p> <p>Der Umgang mit großen Zahlen tritt im Zusammenhang mit Messungen und Abschätzungen im astronomischen Kontext sowie bei der Umrechnung von Maßeinheiten über verschiedene Stufen auf. Hier sind Bezüge zur Unterrichtseinheit <i>Natürliche Zahlen – ein spannendes Feld!</i> naheliegend, etwa bei der Besprechung von Zahlennamen und Vorsilben bei Maßeinheiten sowie im Zusammenhang mit der Zahlengeraden.</p> <p>In dieser Einheit sind alle allgemeinen mathematischen Kompetenzen im Verbund gefordert, besonders hervorzuheben sind dabei <i>mathematisch modellieren</i> (beispielweise im Zusammenhang mit Fermi-Aufgaben), <i>mathematisch argumentieren und kommunizieren</i> (u. a. bei der Arbeit mit Datenquellen) sowie <i>mathematische Darstellungen verwenden</i> (z. B. bei der zusammenfassenden Ergebnispräsentation).</p>	
<p><u>Anforderungen und Inhalte:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> • Messungen in der Umwelt • Schätzungen mithilfe von Bezugsgrößen • angemessener Einsatz von Größen zur Beschreibung von Sachverhalten • situationsgerechter Einsatz von Maßeinheiten und deren Umrechnungen • Fermiaufgaben • Informationsaufnahme aus Quellen • Ermittlungen von Volumen, Flächeninhalt und Umfang in einfachen Fällen • <i>Umgang mit Maßstäben auf Landkarten sowie bei Vergrößerungen und Verkleinerungen</i> • Umgang mit der Zahlengeraden <p>Die detaillierten Anforderungen finden sich unter den drei Leitideen <i>Messen</i>, <i>Funktionaler Zusammenhang</i> und <i>Zahl</i> in den Mindestanforderungen und in den erhöhten Anforderungen am Ende der Jahrgangsstufe 6 der Stadtteilschule sowie in den Anforderungen am Ende der Jahrgangsstufe 6 des Gymnasiums.</p>	
<p><u>Ergänzungen:</u></p> <p>Über die Anforderungen hinausgehende Ergänzungen für besonders leistungsstarke Schülerinnen und Schüler:</p> <ul style="list-style-type: none"> • nichtmetrische Maße • Historisches 	
Leitidee Zahl	5/6 (5)

Einteilen–Verteilen

Methodische Hinweise, Schüler- und Problemorientierung:

Einfache Grundvorstellungen von Brüchen wurden schon in der Grundschule und zu Beginn der Sekundarstufe gebildet. Im Zuge des Gebots der Entzerrung ist die Bruchrechnung möglichst nicht als Block zu unterrichten, sondern einzelne Aspekte treten in verschiedenen Kontexten auf. So waren Brüche und Anteile schon Thema in vorangegangenen Unterrichtseinheiten, und in folgenden Unterrichtseinheiten werden sie erneut aufgegriffen. Insbesondere sei in diesem Zusammenhang das Thema *Wahrscheinlichkeitsrechnung* zu nennen, bei dessen Behandlung Brüche aus einer neuen Perspektive betrachtet werden. Einzelne Aspekte der Bruchrechnung können insbesondere bei leistungsschwächeren Schülerinnen und Schülern auch in den Jahrgang 7 verlagert werden.

Ein auf Verfahren fokussierender Unterricht hat sich auch im Kontext der Bruchrechnung nicht bewährt.

Aus einer stärker strukturellen Perspektive ist festzuhalten, dass durch die Hinzunahme von Brüchen eine Zahlbereichserweiterung stattfindet. Besonders mit leistungsstärkeren Schülerinnen und Schülern lässt sich dies – auch im Zusammenhang mit der Frage der Geltung der Rechengesetze – gut thematisieren.

Gerade im Zusammenhang mit der Bruchrechnung ist der Fokus – unabhängig von der Schulform – auf einen binnendifferenzierenden Unterricht zu legen, der einerseits stets Rückgriffe auf sorgfältig gelegte Grundvorstellungen zulässt, andererseits auch strukturelle und anspruchsvolle Erkundungen zulässt.

Als reale Situationen, an denen sich die Bruchrechnung entwickeln lässt, haben sich Fragestellungen zum gerechten Teilen bewährt, auch beispielsweise mit dem Fokus der gerechten Sitzverteilung nach Wahlen. Methodisch hervorzuheben ist an dieser Stelle die Erstellung eines Bruchrechenalbums oder eines Lerntagebuchs.

Die in diesem Zusammenhang besonders zu nennenden allgemeinen mathematischen Kompetenzen sind *mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen, mathematische Darstellungen verwenden* – insbesondere die Umwandlung verschiedener Bruchdarstellungen ineinander – und *mathematisch argumentieren und kommunizieren*, Letzteres insbesondere bei Erkundungen, Vermutungen und Begründungen in der neuen Welt der Brüche.

Anforderungen und Inhalte:

- Grundvorstellungen von Brüchen
- Darstellungen von Brüchen und Dezimalzahlen auf einer Zahlengeraden
- Größenvergleich von Brüchen und Dezimalzahlen
- in einfachen Fällen Umwandlung von Brüchen und Dezimalzahlen ineinander
- *Umwandlung von Brüchen und Dezimalzahlen ineinander*
- Multiplikation, Addition und Subtraktion von Brüchen und Dezimalzahlen
- *Division von Brüchen und Dezimalzahlen*

Die detaillierten Anforderungen finden sich unter der Leitidee *Zahl* in den Mindestanforderungen und in den erhöhten Anforderungen am Ende der Jahrgangsstufe 6 der Stadtteilschule sowie in den Anforderungen am Ende der Jahrgangsstufe 6 des Gymnasiums.

Ergänzungen:

Über die Anforderungen hinausgehende Ergänzungen für besonders leistungsstarke Schülerinnen und Schüler:

- vertiefte Erkundung periodischer Dezimalzahlen
- verschiedene Verfahren zur Bestimmung von ggT und kgV

Leitidee Daten und Zufall
Leitidee Zahl

5/6 (6)

Wer gewinnt? Experimentieren mit dem Zufall

Methodische Hinweise, Schüler- und Problemorientierung:

Im Mittelpunkt dieses Themenbereiches stehen Wett- und Glücksspielsituationen, die für Schülerinnen und Schüler besonders motivierende Lernanlässe darstellen. Dabei werden Antworten durch statistische Experimente und elementare Überlegungen gesucht.

Um den Effekt der Stabilisierung relativer Häufigkeiten (*Gesetz der großen Zahl*) deutlich werden zu lassen, werden bei unabhängiger Wiederholung des gleichen Zufallsexperimentes vielfältig relative Häufigkeiten bestimmt. Dabei werden auch Nicht-Laplace-Experimente mit einbezogen.

Bei Laplace-Situationen ist es möglich, auch ohne Experimente argumentativ gestützte Aussagen über Wahrscheinlichkeiten zu machen. Aus bekannten Wahrscheinlichkeiten können dann weitere berechnet werden. In diesem Zusammenhang ist es wichtig, den Bezug zur Bruchrechnung zu verdeutlichen. Aspekte wie das Kürzen und Erweitern wie auch die Addition und Subtraktion von Brüchen erfahren aus stochastischer Sicht eine neue inhaltliche Füllung, wodurch Schülerinnen und Schülern die Möglichkeit eines weiteren Zugangs zur Bruchrechnung gegeben wird.

Die Schülerinnen und Schüler erfahren im Laufe der Unterrichtseinheit den Zusammenhang, dass Wahrscheinlichkeiten bei großer Versuchszahl bestmögliche Vorhersagen für relative Häufigkeiten sind und umgekehrt relative Häufigkeiten Schätzer für Wahrscheinlichkeiten darstellen.

Es ist sinnvoll, in dieser Unterrichtseinheit einen Bogen zur Einheit *Ich möchte mehr über meine Mitschülerinnen und Mitschüler wissen!* zu schlagen und mit dem jetzt erworbenen Wissen an die dort erhobenen Daten mit neuen Fragestellungen heranzugehen.

Die in diesem Zusammenhang besonders zu nennenden allgemeinen mathematischen Kompetenzen sind *mathematisch modellieren* (etwa hinsichtlich der Annahmen der Gleichwahrscheinlichkeit oder der Unabhängigkeit von Versuchen), *mathematisch argumentieren und kommunizieren* (beispielsweise bezüglich der vielfältigen Fragen zum Wahrscheinlichkeitsbegriff) sowie *mathematische Darstellungen verwenden* (etwa im Zusammenhang mit der Repräsentation von Versuchsausgängen). Hier gilt wie schon an anderen Stellen: Letztlich sind *alle* allgemeinen mathematischen Kompetenzen gefordert. Es ist jedoch hervorzuheben, dass gerade diese für viele erste Begegnung mit der Wahrscheinlichkeitsrechnung nicht durch Fertigungsübungen dominiert werden soll; vielmehr ist auf die sorgfältige Ausbildung stochastischer Grundvorstellungen zu achten.

Anforderungen und Inhalte:

- Grundvorstellungen von Wahrscheinlichkeit entwickeln
- erster Umgang mit den Begriffen *Gleichwahrscheinlichkeit* und *Unabhängigkeit*
- Hypothesen über den Ausgang von Zufallsexperimenten erstellen und überprüfen
- relative Häufigkeiten als Schätzung für Wahrscheinlichkeiten bestimmen
- Bruchrechnung aus der Perspektive der Wahrscheinlichkeitsrechnung interpretieren
- *Wahrscheinlichkeiten als Vorhersage für relative Häufigkeiten verwenden*
- *zu einfachen Laplace-Versuchen Wahrscheinlichkeiten bestimmen*
- *einfache kombinatorische Fragestellungen durch Probieren und systematisches Zählen bearbeiten*

Die detaillierten Anforderungen finden sich unter den beiden Leitideen *Daten und Zufall* sowie *Zahl* in den Mindestanforderungen und in den erhöhten Anforderungen am Ende der Jahrgangsstufe 6 der Stadtteilschule sowie in den Anforderungen am Ende der Jahrgangsstufe 6 des Gymnasiums.

Ergänzungen:

Über die Anforderungen hinausgehende Ergänzungen für besonders leistungsstarke Schülerinnen und Schüler:

- Erkundungen mithilfe von Riemerwürfeln

Leitidee Raum und Form
Leitidee Messen

5/6 (7)

Figuren und Körper – in der Umwelt und in der Fantasie

Methodische Hinweise, Schüler- und Problemorientierung:

Geometrische Formen sind im Alltag unübersehbar. Mathematische Kenntnisse im Bereich der Geometrie helfen, die Umwelt geometrisch strukturiert wahrzunehmen und zu gestalten. Geometrische Objekte gehen aber über die unmittelbare Umwelt hinaus, sie bilden eine imaginäre Welt eigener Art. Diese Welt lässt sich unter anderem durch kopfgeometrische Herangehensweisen erschließen. Eine Zusammenführung dieser beiden Zugänge führt zum aktiven Handeln durch die Herstellung von Modellen geometrischer Objekte. Zu Letzterem gibt es ein weites Spektrum von Zugängen, angefangen von Zeichnungen über Bastelarbeiten bis hin zur Verwendung fertiger Materialien.

Eine Unterrichtseinheit zu diesem Thema soll den Bogen von Umwelterfahrungen über theoretische Erkenntnisse zur handelnden Produktion schlagen. Dabei kommt in allen Bereichen auch dem Aspekt des Strukturierens und Ordnen eine wichtige Rolle zu. Vorher erworbenes Wissen über Symmetrien ist dabei hilfreich.

In propädeutischer Weise bietet sich der Gebrauch von Variablen für geometrische Objekte bzw. deren Maße im Sinne einer einfacheren Verständigung an.

Als Startpunkte für diese Unterrichtseinheit haben sich die Untersuchung realer Gegenstände – z. B. auch von Kristallen – sowie die Herstellung von Gebäudemodellen bewährt. Hierbei zeigen schon die Materialien ein hohes Selbstdifferenzierungspotenzial. In dieser Einheit ist daher der handelnde Umgang der Schülerinnen und Schüler mit den Materialien von hervorgehobener Bedeutung.

Die an dieser Stelle in besonderer Weise geforderten allgemeinen mathematischen Kompetenzen sind unter anderem *mathematische Darstellungen verwenden* (verschiedenartige Repräsentationen geometrischer Objekte) und *mathematisch argumentieren und kommunizieren* (z. B. anhand von Fragestellungen das Ordnen und Strukturieren betreffend).

Anforderungen und Inhalte:

- Erkennen und Beschreiben geometrischer Objekte in der Umwelt
- Erkennen von Quadern und Würfeln anhand ihrer Netzdarstellungen
- Anfertigen von Netzen und Körpermodellen von Quadern und Würfeln
- *Erkennen von Körpern anhand von Schrägbildern und mithilfe von Netzen*
- *Anfertigen von Netzen, Körpermodellen und Schrägbildern von Quadern und Dreiecksprismen*
- Herstellung von Würfelbauten nach Schrägbildern
- kopfgeometrische Übungen
- Klassifikation von Winkeln, einfachen Figuren und einfachen Körpern
- *Klassifikation von Figuren und Körpern*
- Schätzung, Messung und Zeichnung von Winkeln
- Zeichnen mit Geodreieck und Zirkel
- Erstellen von Grundrissen und Lageplänen mithilfe von vorgegebenen Rastern

Die detaillierten Anforderungen finden sich unter den beiden Leitideen *Raum und Form* und *Messen* in den Mindestanforderungen und in den erhöhten Anforderungen am Ende der Jahrgangsstufe 6 der Stadtteilschule sowie in den Anforderungen am Ende der Jahrgangsstufe 6 des Gymnasiums.

Ergänzungen:

Über die Anforderungen hinausgehende Ergänzungen für besonders leistungsstarke Schülerinnen und Schüler:

- platonische Körper
- eulerscher Polyedersatz

Leitidee Zahl**Leitidee funktionaler Zusammenhang****Leitidee Daten und Zufall**

7/8 (1)

Zwei starke Standardmodelle: Proportionalität und Antiproportionalität**Methodische Hinweise, Schüler- und Problemorientierung:**

Viele Zusammenhänge in der Umwelt lassen sich durch proportionale oder antiproportionale Zuordnungen beschreiben. Häufig ist dies aber nur näherungsweise oder lediglich in einem bestimmten Bereich möglich.

In dieser Unterrichtseinheit sollen anhand realer Phänomene viele Fragestellungen mithilfe antiproportionaler oder proportionaler Zuordnungen bearbeitet werden. Zu Letzterem gehört das ganze Feld der klassischen Prozentrechnung. Wichtig in diesem Zusammenhang ist einerseits die sichere Beherrschung der notwendigen Fertigkeiten, andererseits die Fähigkeit, auch die Grenzen der Anwendbarkeit der beiden genannten Standardmodelle auf konkrete Situationen zu erkennen.

In Alltagssituationen bildet die Dreisatzrechnung im Überschlag ausgeführt ein wertvolles Hilfsmittel zur Beurteilung von Situationen; durch die Behandlung von Fermiaufgaben wird dieses Herangehen besonders gefördert.

Im Bereich der Prozentrechnung werden häufig durch Fehlvorstellungen oder durch diese ausnutzende bewusste Manipulationen falsche Schlussfolgerungen gezogen. Darauf muss der Mathematikunterricht eingehen.

In dieser Unterrichtseinheit bieten sich vielfältige Realitätsbezüge an, etwa *Mathematik aus der Zeitung*, *Sitzverteilungen bei Wahlen*, *Ernährung und Gesundheit* etc. Zweckmäßig ist es, die Vielfalt der Realitätsbezüge auch im Unterricht anklingen zu lassen. Zu vermeiden ist aber ein zu schnelles Springen von einem Sachkontext zum nächsten.

Auf ein binnendifferenzierendes Vorgehen ist hier wegen der hohen praktischen Relevanz des Themas besonderer Wert zu legen.

Bezüge zu anderen mathematischen Inhalten, darunter zur Wahrscheinlichkeitsrechnung, zur beschreibenden Statistik und zur Bruchrechnung, sollten hergestellt werden.

Bei realitätsnahen Fragestellungen sind der Taschenrechner und ggf. der Computer eine sinnvolle Unterstützung.

Aus den obigen Ausführungen wird deutlich, dass in dieser Einheit insbesondere die allgemeinen mathematischen Kompetenzen *mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen* sowie *mathematisch modellieren* zum Zuge kommen.

Anforderungen und Inhalte:

- situationsadäquate Anwendung des Standardmodells 'Proportionalität' (z. B. mithilfe des proportionalen Dreisatzes)
- *situationsadäquate Anwendung des Standardmodells 'Antiproportionalität'* (z. B. mithilfe des antiproportionalen Dreisatzes)
- Fermi-Aufgaben
- situationsadäquate Beherrschung der Grundaufgaben der Prozentrechnung
- einfache Zinsrechnung
- *Lösung von Zinseszinsaufgaben durch Iteration*
- kritische Reflexion der Modellannahmen und Validierung der Ergebnisse
- Beurteilung fehlerhafter oder manipulativer Darstellungen im Kontext der Prozentrechnung
- Runden und Schätzen
- Kontrolle durch Überschläge und Umkehraufgaben

Die detaillierten Anforderungen finden sich unter den drei Leitideen *Zahl*, *Daten und Zufall* sowie *Funktionaler Zusammenhang* in den Anforderungen am Ende der Jahrgangsstufe 8 der Stadtteilschule mit Blick auf den mittleren Schulabschluss, in den Anforderungen der Stadtteilschule für den ersten allgemeinbildenden Schulabschluss, in den Anforderungen am Ende der Jahrgangsstufe 9 der Stadtteilschule mit Blick auf den Übergang in die Studienstufe sowie in den Anforderungen am Ende der Jahrgangsstufe 8 des Gymnasiums mit Blick auf die Studienstufe.

Ergänzungen:

Über die Anforderungen hinausgehende Ergänzungen für besonders leistungsstarke Schülerinnen und Schüler:

- verschachtelte Aufgaben mit sowohl proportionalen als auch antiproportionalen Elementen

- eigene Erstellung fiktiver manipulativer Zeitungsmeldungen unter Ausnutzung verbreiteter Fehlvorstellungen zur Prozentrechnung

Leitidee Zahl**7/8 (2)**

Über Null und unter Null

Methodische Hinweise, Schüler- und Problemorientierung:

Schülerinnen und Schüler in dieser Altersstufe gehen weit vor Einführung der negativen Zahlen im Unterricht auf naive Weise bereits mit solchen Zahlen im Alltag um (z. B. Temperaturen, Kontostände). Die Zahlenbereichserweiterung muss somit an den Erfahrungen anschließen, diese dann aber auch in den neu zu erarbeitenden theoretischen Rahmen einordnen.

Mannigfache Übungen in unterschiedlichen Kontexten erhöhen die Sicherheit im Rechnen auf der gesamten Menge der rationalen Zahlen.

Spätestens im Jahrgang 7 müssen an der Stadtteilschule alle vier Grundrechenarten für Brüche und Dezimalzahlen vollständig eingeführt sein, d. h. die bei leistungsschwächeren Schülerinnen und Schülern noch ausstehende Division ist in diesem Jahrgang zu behandeln.

Es ist sinnvoll, neben der Bezugnahme zur Bruchrechnung auch weitere Bezüge zu bereits behandelten Themen herzustellen, etwa zu Koordinatensystemen, zur beschreibenden Statistik oder zur Lösung einfacher Gleichungen durch systematisches Probieren oder durch inhaltliche Überlegungen.

Die für manche Schülerinnen und Schüler unter Umständen zunächst irritierenden Gesetzmäßigkeiten im Kontext der Grundrechenarten im Bereich der rationalen Zahlen lassen sich durch kleinere problemlösende Erkundungen nahebringen. Dabei spielt die Permanenz der Rechengesetze eine leitende Rolle.

Gerade bei diesem Thema bietet es sich an, Teile der Entdeckungen und Übungen mithilfe von Spielen zu realisieren.

Der Taschenrechner kann zur Kontrolle, aber auch zur Unterstützung bei mathematischen Erkundungen dienen. Dabei ist die nicht immer einheitliche Syntax – auch und gerade in Bezug auf die Unterscheidung zwischen *Vorzeichen* und *Rechenzeichen* – zu beachten.

In dieser Einheit kommen besonders die allgemeinen mathematischen Kompetenzen *mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen* sowie *Probleme mathematisch lösen* zum Zuge.

Anforderungen und Inhalte:

- Grundvorstellungen negativer Zahlen entwickeln
- Zahlenbereichserweiterung auf die Menge der rationalen Zahlen
- Grundrechenarten auf der Menge der positiven rationalen Zahlen wiederholen
- Grundrechenarten auf der Menge der rationalen Zahlen beherrschen
- Potenzen rationaler Zahlen mit positiven ganzzahligen Exponenten berechnen
- Rechengesetze nutzen, u. a. das Distributivgesetz
- moderates Kopfrechnen
- Darstellung rationaler Zahlen auf der Zahlengeraden
- Runden und Schätzen
- Kontrolle durch Überschläge und Umkehraufgaben

Die detaillierten Anforderungen finden sich unter der Leitidee *Zahl* in den Anforderungen am Ende der Jahrgangsstufe 8 der Stadtteilschule mit Blick auf den mittleren Schulabschluss, in den Anforderungen der Stadtteilschule für den ersten allgemeinbildenden Schulabschluss, in den Anforderungen am Ende der Jahrgangsstufe 9 der Stadtteilschule mit Blick auf den Übergang in die Studienstufe sowie in den Anforderungen am Ende der Jahrgangsstufe 8 des Gymnasiums mit Blick auf die Studienstufe.

Ergänzungen:

Über die Anforderungen hinausgehende Ergänzungen für besonders leistungsstarke Schülerinnen und Schüler:

- figurierte Zahlen auf der Menge der rationalen Zahlen
- mathematische Erkundungen

Leitidee funktionaler Zusammenhang

7/8 (3)

Die Sprache der Mathematik – Teil 1

Methodische Hinweise, Schüler- und Problemorientierung:

Schon in vorangegangenen Unterrichtseinheiten traten Variablen in propädeutischer Weise zur Vereinfachung der Formulierung von Zusammenhängen sowie als Leerstellen zum Einsetzen konkreter Zahlenwerte auf. Hier soll dieses Thema nun vertieft und verfestigt werden.

Variablen und Terme bilden das strukturelle Rückgrat der Mathematik. Fehlvorstellungen in diesem Bereich führen bis weit in höhere Jahrgangsstufen zu Problemen. Deshalb ist eine besonders sorgfältige Behandlung dieses Themas nötig.

Im Zusammenhang mit Realitätsbezügen bilden Variablen und Terme wesentliche sprachliche Elemente bei der Formulierung mathematischer Modelle.

Im Variablenbegriff zeigen sich verschiedene Aspekte: *Gegenstandsaspekt* (Variablen zur Formulierung allgemeiner Rechenvorschriften), *Einsetzungsaspekt* (Variablen als Objekte, in die man Zahlen einsetzen kann) und *Kalkülaspekt* (Variablen als Objekte, mit denen man nach gewissen Regeln rechnen kann). Alle drei Aspekte müssen im Unterricht berücksichtigt werden, insbesondere darf keine Reduzierung auf den Kalkülaspekt stattfinden.

Der Unterricht zu diesem Thema muss an den Vorstellungswelten der Schülerinnen und Schüler anknüpfen, deshalb sind Bezüge zu geometrischen und alltagsweltlichen Aspekten konstituierendes Element des Unterrichts. Besonderer Wert ist dem Aufstellen und dem Interpretieren von Termen zuzuweisen.

Während in dieser Unterrichtseinheit die Einführung des Variablenbegriffs, die Addition von Variablen sowie die Multiplikation von Variablen mit rationalen Zahlen im Mittelpunkt stehen, soll an späterer Stelle das Thema erneut aufgegriffen werden. Dann sollen Variablenprodukte in ihren verschiedenen Erscheinungsformen behandelt werden.

Bezüge zu vorangegangenen Unterrichtseinheiten sind naheliegend und sollten thematisiert werden.

In dieser Unterrichtseinheit werden insbesondere die allgemeinen mathematischen Kompetenzen *mathematische Darstellungen verwenden* (z. B. beim vielfältigen Darstellungswechsel zwischen Figuren und Termen) sowie *mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen* (z. B. beim Umformen von Termen) gefordert.

Anforderungen und Inhalte:

- Festlegen und Interpretieren von Variablen
- Aufstellen und Interpretieren von Termen
- Einsetzen von Zahlenwerten für Variablen und Auswerten der Terme
- Multiplikation von Variablen mit rationalen Zahlen und dazu passende Termumformungen
- Addition von Variablen und Termen sowie dazu passende Termumformungen
- lineare Gleichungen aufstellen und lösen, auch zu einfachen realen Fragestellungen

Die detaillierten Anforderungen finden sich unter der Leitidee *Funktionaler Zusammenhang* in den Anforderungen am Ende der Jahrgangsstufe 8 der Stadtteilschule mit Blick auf den mittleren Schulabschluss, in den Anforderungen der Stadtteilschule für den ersten allgemeinbildenden Schulabschluss, in den Anforderungen am Ende der Jahrgangsstufe 9 der Stadtteilschule mit Blick auf den Übergang in die Studienstufe sowie in den Anforderungen am Ende der Jahrgangsstufe 8 des Gymnasiums mit Blick auf die Studienstufe.

Ergänzungen:

Über die Anforderungen hinausgehende Ergänzungen für besonders leistungsstarke Schülerinnen und Schüler:

- Optimierungsaufgaben mithilfe von Tabellierungen
- Historisches zum Variablenbegriff

Leitidee Raum und Form Leitidee Messen Leitidee Zahl Leitidee funktionaler Zusammenhang	7/8 (4)
--	----------------

Maße geometrischer Figuren und Körper

Methodische Hinweise, Schüler- und Problemorientierung:

Das Arbeiten mit Flächeninhalten und Volumina erfährt seine Relevanz auch aus einem unmittelbaren Praxisbezug. So führen beispielsweise Untersuchungen verschiedener Formen von Verpackungen unter der Fragestellung, wie Materialverbrauch und nutzbarer Inhalt zusammenhängen, unmittelbar zu den genannten mathematischen Begriffen.

Zu dieser Unterrichtseinheit gehören aber auch interessante rein-mathematische Fragestellungen, etwa die Frage der Bestimmung von Flächen- und Rauminhalten durch Ergänzung und Zerlegung bis hin zur Herleitung allgemeiner Formeln. Wichtig sind in diesem Zusammenhang immer wieder kopfgeometrische Überlegungen.

Das Bearbeiten krummlinig begrenzter Figuren durch einfache Näherungsverfahren sollte immer wieder thematisiert werden. Dies gilt einerseits, weil in der Praxis auftretende Objekte häufig nicht einfach geformt sind, andererseits festigt ein solches Vorgehen die Grundvorstellungen der Begriffe *Flächeninhalt* und *Umfang*.

Die Begriffe Symmetrie, Kongruenz und Ähnlichkeit helfen bei der Bestimmung von Streckenlängen, Flächeninhalten und Volumina, ohne dass sie in aller Tiefe behandelt werden müssen.

Binnendifferenziert muss unter anderem dort vorgegangen werden, wo die unterschiedlichen Veränderungsweisen von Streckenlängen, Flächeninhalten und Volumina bei Vervielfachungen der Streckenlängen betrachtet werden.

Nur für die Schülerinnen und Schüler des Gymnasiums gehören bei dieser Unterrichtseinheit auch Berechnungen von Kreisen, Kreisteilen und Zylindern dazu (Schülerinnen und Schüler der Stadtteilschule behandeln dieses Thema später). Dabei ist es möglich, mit der *Zahl* und dem Wurzelziehen zunächst pragmatisch umzugehen und diese Aspekte erst später vertieft zu thematisieren.

In dieser Unterrichtseinheit werden insbesondere die allgemeinen mathematischen Kompetenzen *mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen* (etwa beim Umgang mit Gleichungen und Formeln), *Probleme mathematisch lösen* (z. B. beim Zerlegen und Ergänzen) sowie *mathematisch argumentieren und kommunizieren* (etwa beim Herleiten von Formeln) gefordert. Zudem kommen immer wieder Aspekte der Kompetenz *mathematisch modellieren* ins Spiel, etwa wenn reale Formen durch einfache geometrische angenähert werden.

Anforderungen und Inhalte:

- Flächeninhaltsformeln von Dreiecken und Parallelogrammen herleiten und anwenden
- **GY** Flächeninhaltsformeln von Trapez und Drachen herleiten und anwenden
- **GY** Klassifizierung von Vierecken (Haus der Vierecke)
- näherungsweise Berechnungen an krummlinig begrenzten Figuren; Thematisierung der Genauigkeit
- Flächeninhalt und Umfang zusammengesetzter Figuren
- Eigenschaften, Schrägbilder und ggf. Netze der geometrischen Grundkörper
- Volumen und Oberflächeninhalt von Quadern, Prismen sowie von daraus zusammengesetzten Körpern
- Aufstellen und Lösen linearer Gleichungen im Kontext von Flächeninhalts- und Volumenberechnungen
- Nutzen von Symmetrie, Kongruenz und Ähnlichkeit
- adäquater Einsatz und Umrechnungen von Maßeinheiten
- Zehnerpotenzschreibweise für große Zahlen
- **GY** Zehnerpotenzschreibweise für betragsmäßig kleine Zahlen
- **GY** Flächeninhalt und Umfang vom Kreis und von Kreisteilen
- **GY** Volumen und Oberflächeninhalt vom Zylinder
- **GY** Nutzen der funktionalen Abhängigkeit der Volumen- und Flächeninhaltsänderungen vom Skalierungsfaktor der Streckenänderungen

Die detaillierten Anforderungen finden sich unter den vier Leitideen *Messen*, *Raum und Form*, *Zahl* sowie *funktionaler Zusammenhang* in den Anforderungen am Ende der Jahrgangsstufe 8 der Stadtteilschule mit Blick auf den mittleren Schulabschluss, in den Anforderungen der Stadtteilschule für den ersten allgemeinbildenden Schulabschluss, in den Anforderungen am Ende der Jahrgangsstufe 9 der Stadtteilschule mit Blick auf den Übergang in die Studienstufe sowie in den Anforderungen am Ende der Jahrgangsstufe 8 des Gymnasiums mit Blick auf die Studienstufe.

Ergänzungen:

Über die Anforderungen hinausgehende Ergänzungen für besonders leistungsstarke Schülerinnen und Schüler:

- Manipulationspotenzial statistischer Darstellungen mithilfe geometrischer Objekte
- Volumen und Oberflächeninhalt krummflächig begrenzter Körper

Leitidee Raum und Form***Leitidee Messen******Leitidee funktionaler Zusammenhang*****7/8 (5)****Geometrische Erkundungen – klassisch und computergestützt****Methodische Hinweise, Schüler- und Problemorientierung:**

Kaum ein anderes Gebiet der schulischen Mathematik eignet sich so gut zum Erkunden, Entdecken, Begründen und Beweisen wie die Geometrie. Dabei hat die Einführung dynamischer Geometriesoftware (DGS) dem Geometrieunterricht ganz neue Impulse gegeben.

Händische Fertigkeiten wie der Umgang mit Zirkel und Geodreieck bilden durch ihre Langsamkeit die Grundlage des Verstehens geometrischer Begriffe und Verfahren und sind daher unverzichtbar. Zum Erkunden hingegen taugt eine DGS besser, weil man mit ihrer Hilfe schnell geometrische Objekte herstellen und so eigene Vermutungen erhärten kann. Eine ganz neue Qualität gegenüber der klassischen Geometrie bildet der Zugmodus im Zusammenhang mit Ortskurven. Der Zugmodus erweitert und verallgemeinert das Verständnis funktionaler Zusammenhänge. Auf diese Weise wird den Schülerinnen und Schülern die Entdeckung auch komplexerer Phänomene möglich.

Wichtig ist, dass der DGS-gestützte Unterricht nicht im Staunen über das Entdeckte verbleibt. Zentral und exemplarisch für die mathematische Denkweise insgesamt sind einerseits eigenständige präzise Formulierungen von Vermutungen und andererseits deren Begründungen und Beweise.

An *welchen* geometrischen Konstellationen die in dieser Unterrichtseinheit zentralen allgemeinen mathematischen Kompetenzen entwickelt werden, ist zweitrangig. Nach der Behandlung der Grundbegriffe und -verfahren sowie (für leistungsstärkere Schülerinnen und Schüler) des Thalesatzes steht die Welt der Geometrie offen.

In dieser Unterrichtseinheit werden insbesondere die allgemeinen mathematischen Kompetenzen *mathematische Darstellungen verwenden*, *Probleme mathematisch lösen* sowie *mathematisch argumentieren und kommunizieren* gefordert.

Anforderungen und Inhalte:

- Zeichnen und Konstruieren einfacher geometrischer Figuren mit Zirkel und Geodreieck
- *Grundkonstruktionen mit Zirkel und Geodreieck*
- Untersuchung der Eigenschaften der besonderen Linien im Dreieck mithilfe DGS
- Geometrische Erkundungen mithilfe DGS
- Kopfgeometrie
- *Untersuchung des Thalesatzes mithilfe DGS*
- Beschreiben und Begründen des jeweiligen Vorgehens
- Begründung des Winkelsummensatzes im Dreieck und seine Nutzung zur Winkelberechnung
- *Nutzung des Winkelsummensatzes im Dreieck sowie der Winkelsätze an Parallelen bei Begründungen, Argumentationen und Beweisen*
- Beschreibung und Nutzung der funktionalen Abhängigkeit im Zusammenhang mit dem Zugmodus der DGS

Die detaillierten Anforderungen finden sich unter den drei Leitideen *Raum und Form*, *Messen* und *funktionaler Zusammenhang* in den Anforderungen am Ende der Jahrgangsstufe 8 der Stadtteilschule mit Blick auf den mittleren Schulabschluss, in den Anforderungen der Stadtteilschule für den ersten allgemeinbildenden Schulabschluss, in den Anforderungen am Ende der Jahrgangsstufe 9 der Stadtteilschule mit Blick auf den Übergang in die Studienstufe sowie in den Anforderungen am Ende der Jahrgangsstufe 8 des Gymnasiums mit Blick auf die Studienstufe.

Ergänzungen:

Über die Anforderungen hinausgehende Ergänzungen für besonders leistungsstarke Schülerinnen und Schüler:

- Peripheriewinkelsatz
- Eulersche Gerade

Leitidee Daten und Zufall

7/8 (6)

Aus den Erfahrungen der Vergangenheit Aussagen über die Zukunft machen

Methodische Hinweise, Schüler- und Problemorientierung:

In dieser Unterrichtseinheit werden zwei Aspekte betont: ein empirischer und ein theoretischer. Im Bereich der Empirie liegt ein Anknüpfen an die Erhebungen zu Beginn der Sekundarstufe nahe. Befragungen untereinander und auch außerhalb der Klassengemeinschaft zu altersangemessenen Problemen bieten reichhaltiges Material, das ausgewertet, dargestellt und interpretiert werden kann. Dabei ergeben sich viele Ansätze für ein fächerübergreifendes Arbeiten und für Aufgriffe früherer Inhalte des Mathematikunterrichts.

Bei der graphischen Darstellung der Daten sollten Beziehungen zu Flächeninhalts- und Volumenberechnungen hergestellt werden. Dabei lassen sich sinnvoll Manipulationstechniken durch graphische Darstellungen thematisieren.

Der Übergang zur Wahrscheinlichkeit entspringt der Fragestellung, wie man aus empirischen Daten Vorhersagen für die Zukunft machen kann; hier ist die Beziehung zwischen relativer Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit angesiedelt. Daten aus Umfragen sowie gezielte Zufallsexperimente – auch als Computersimulationen – liefern die empirische Grundlage zum Erforschen und Erkunden. Dabei lassen sich sinnvoll schwierigkeitsabgestufte Aufgaben stellen, was insbesondere heterogenen Lerngruppen zugutekommt. Das Gesetz der großen Zahl soll beim empirischen Erkunden intuitiv erfasst werden.

Schülerinnen und Schüler des Gymnasiums behandeln in dieser Unterrichtseinheit auch zweistufige Zufallsversuche sowie den Begriff des Erwartungswertes. An der Stadtteilschule findet dies zu einem späteren Zeitpunkt statt.

In dieser Unterrichtseinheit werden insbesondere die allgemeinen mathematischen Kompetenzen *mathematische Darstellungen verwenden* (etwa im Kontext der beschreibenden Statistik) sowie *mathematisch modellieren* (z. B. bei den zahlreichen Übergängen zwischen Empirie und Theorie) gefordert.

Anforderungen und Inhalte:

- Erhebung, Auswertung, Darstellung und Interpretation von Daten, auch unter Nutzung der Begriffe absolute Häufigkeit, relative Häufigkeit, arithmetisches Mittel, Zentralwert und Spannweite
- Umgang mit Tabellen und Diagrammen
- Manipulationen durch statistische Darstellungen
- Verwendung eines Tabellenkalkulationsprogramms
- Verständnis und Nutzung der Beziehung zwischen relativer Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit
- Ermittlung von Wahrscheinlichkeiten bei einfachen Laplaceversuchen
- Nutzung der Wahrscheinlichkeit des Gegenereignisses
- *Ermittlung von Wahrscheinlichkeiten durch einfache kombinatorische Überlegungen*
- **GY** Verständnis und Nutzung der Beziehung zwischen Erwartungswert und arithmetischem Mittel
- **GY** Wahrscheinlichkeiten bei zweistufigen Zufallsversuchen; Summen- und Produktregel im Baumdiagramm

Die detaillierten Anforderungen finden sich unter der Leitidee *Daten und Zufall* in den Anforderungen am Ende der Jahrgangsstufe 8 der Stadtteilschule mit Blick auf den mittleren Schulabschluss, in den Anforderungen der Stadtteilschule für den ersten allgemeinbildenden Schulabschluss, in den Anforderungen am Ende der Jahrgangsstufe 9 der Stadtteilschule mit Blick auf den Übergang in die Studienstufe sowie in den Anforderungen am Ende der Jahrgangsstufe 8 des Gymnasiums mit Blick auf die Studienstufe.

Ergänzungen:

Über die Anforderungen hinausgehende Ergänzungen für besonders leistungsstarke Schülerinnen und Schüler:

- Ausstellung zum Thema "Wie lügt man mit Statistik?" gestalten
- weiterführende computergestützte Simulationen
- weiterführende kombinatorische Fragestellungen

Leitidee funktionaler Zusammenhang
Leitidee Messen

7/8 (7)

Denken in funktionalen Zusammenhängen

Methodische Hinweise, Schüler- und Problemorientierung:

Das Denken in funktionalen Zusammenhängen ist ein Charakteristikum des mathematischen Blicks auf die Welt. Die Vielfalt funktionaler Zusammenhänge und ihrer Beschreibungen soll in dieser Unterrichtseinheit deutlich werden. Dabei ist der Wechsel zwischen verbaler, tabellarischer, graphischer und algebraischer Beschreibung ein wesentliches Moment des Verstehens auf Seiten der Schülerinnen und Schüler.

Funktionen haben – mindestens – zwei Gesichter, die sich in den Begriffen *Kovariationsvorstellung* und *Objektvorstellung* widerspiegeln. Für den Umgang mit den beiden Sichtweisen wird in dieser Unterrichtseinheit die Grundlage gelegt.

Es soll deutlich werden, wie reale Zusammenhänge durch verschiedene auch mathematische Darstellungsweisen beschrieben werden können, und umgekehrt, wie die mathematischen Darstellungsweisen bei der Suche nach Antworten auf reale Fragen hilfreich sind. Dabei wird die Idee der mathematischen Modellierung als Annäherung an ausgewählte Realitätsaspekte betont.

Unterrichtlich bieten sich viele Bezüge zur Lebenswelt der Schülerinnen und Schüler, aber auch zu anderen Fächern an. Dazu zählen Wachstumsprozesse, Fahrpläne etc. Zu diesem Zweck werden Informationen durch die Schülerinnen und Schüler beschafft und Messungen werden von ihnen durchgeführt. Gewonnene Ergebnisse – u. a. Schnittpunkte zweier Graphen – werden interpretiert und validiert.

Bezüge zu proportionalen und antiproportionalen Zuordnungen werden hergestellt.

Schülerinnen und Schüler des Gymnasiums behandeln hier auch systematisch speziell lineare Funktionen und ihre Eigenschaften. Dazu gehören Schnittpunktberechnungen und das Lösen linearer Gleichungssysteme. Als reale Fragestellung liegt die Untersuchung von Tarifstrukturen nahe. An der Stadtteilschule findet dies zu einem späteren Zeitpunkt statt. Auf die Anmerkungen zur Unterrichtseinheit *Tarife und Gebühren* (Stadtteilschule 9/10) wird an dieser Stelle ausdrücklich hingewiesen.

In dieser Unterrichtseinheit werden insbesondere die allgemeinen mathematischen Kompetenzen *mathematische Darstellungen verwenden* (etwa beim Wechsel zwischen den verschiedenen Darstellungen eines funktionalen Zusammenhangs) sowie *mathematisch modellieren* (z. B. bei der Verwendung von Funktionen zur Beschreibung realer Phänomene und bei der Interpretation und Validierung) gefordert.

Anforderungen und Inhalte:

- Beschreibung funktionaler Zusammenhänge sprachlich, graphisch, tabellarisch und ggf. algebraisch
- sachkontextuale Interpretation mathematischer Beschreibungen funktionaler Zusammenhänge
- Datenbeschaffung aus Quellen oder durch Messung
- Interpretation und Validierung von durch die mathematische Darstellung funktionaler Zusammenhänge gewonnenen Erkenntnissen, darunter auch Schnittpunkte zweier Funktionsgraphen
- **GY** Einsatz eines Tabellenkalkulationsprogrammes zur Darstellung von Funktionen
- **GY** Angabe eines vor dem Hintergrund des Sachkontextes sinnvollen Definitionsbereiches
- **GY** lineare Funktionen: Eigenschaften und Anwendungen
- **GY** funktionale Sichtweise antiproportionaler Zuordnungen
- **GY** qualitative Unterscheidung von linearem und exponentiellem Wachstum
- **GY** lineare Gleichungssysteme mit zwei Variablen aufstellen
- **GY** situativ angemessenes Lösen linearer Gleichungssysteme mit zwei Variablen (durch Isolation der Variablen oder durch systematisches Probieren)
- **GY** Untersuchung der Lösbarkeit und Lösungsvielfalt linearer Gleichungssysteme mit zwei Variablen

Die detaillierten Anforderungen finden sich unter den Leitideen *Funktionaler Zusammenhang* und *Messen* in den Anforderungen am Ende der Jahrgangsstufe 8 der Stadtteilschule mit Blick auf den mittleren Schulabschluss, in den Anforderungen der Stadtteilschule für den ersten allgemeinbildenden Schulabschluss, in den Anforderungen am Ende der Jahrgangsstufe 9 der Stadtteilschule mit Blick auf den Übergang in die Studienstufe sowie in den An-

forderungen am Ende der Jahrgangsstufe 8 des Gymnasiums mit Blick auf die Studienstufe.

Ergänzungen:

Über die Anforderungen hinausgehende Ergänzungen für besonders leistungsstarke Schülerinnen und Schüler:

- Zahlenfolgen
- rekursiv definierte Funktionen
- Ungleichungen und Systeme von Ungleichungen, lineare Optimierung

Leitidee funktionaler Zusammenhang

Leitidee Messen

Leitidee Zahl

7/8 (8)

Die Sprache der Mathematik – Teil 2

Methodische Hinweise, Schüler- und Problemorientierung:

Wiederaufgreifend, wiederholend und vertiefend wird der Themenbereich "Sprache der Mathematik" an dieser Stelle erneut behandelt. Die schon früher genannten Grundsätze finden auch hier Beachtung. Neu hinzu kommen die Gesetzmäßigkeiten im Kontext der Multiplikation von Variablen. Hier liegt eine Verbindung aus geometrisch-anschaulichen Flächeninhalts- und Volumenbetrachtungen und algebraisch-abstrakten Kalkülen nahe. Diese Verbindung wird je nach individuellem Denkstil von den Schülerinnen und Schülern in unterschiedlicher Weise realisiert und genutzt. Dadurch bieten sich auch Ansätze zur Binnendifferenzierung.

Inverse Fragestellungen führen zum Aufstellen auch nichtlinearer Gleichungen, die u. a. durch systematisches Probieren bearbeitet werden. Dabei können erste Begegnungen mit Wurzeln entstehen. Der Einsatz eines Tabellenkalkulationsprogramms ist hier empfehlenswert.

Diese Unterrichtseinheit bietet eine Fülle von Ansatzpunkten zum gemeinsamen Erkunden und Erforschen einerseits, aber auch zum individuellen Üben und Vertiefen andererseits. Unter anderem durch die Variation der Komplexität der verwendeten Terme entsteht Material zur Binnendifferenzierung. Die binomischen Formeln für diejenigen Schülerinnen und Schüler, die mindestens den mittleren Schulabschluss anstreben, bilden keinen Selbstzweck. Die Schülerinnen und Schüler sollen sich mit ihnen vertraut machen und *maßvoll* den Umgang mit ihnen üben. Im Zusammenhang mit quadratischen Gleichungen werden die binomischen Formeln später wieder aufgegriffen und vertieft.

Schülerinnen und Schüler, die das Abitur anstreben, bearbeiten in dieser Unterrichtseinheit – gegebenenfalls binnendifferenzierend – auch Potenzgesetze für Potenzen mit ganzzahligen Exponenten. Beherrschen muss dieses Thema die genannte Gruppe von Schülerinnen und Schülern an der *Stadtteilschule* jedoch erst am Ende von Jahrgang 9.

In dieser Unterrichtseinheit werden insbesondere die allgemeinen mathematischen Kompetenzen *mathematische Darstellungen verwenden* (z. B. beim Darstellungswechsel zwischen Figuren und Termen) sowie *mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen* (z. B. beim Umformen von Termen) gefordert. Bei der Behandlung der Potenzgesetze wird im Rahmen des Beweisens und Begründens die allgemeine mathematische Kompetenz *mathematisch argumentieren und kommunizieren* benötigt.

Anforderungen und Inhalte:

- Festlegen und Interpretieren von Variablen
- Aufstellen, Interpretieren, Umformen und Auswerten von Termen, die auch Variablenprodukte enthalten
- Anwendung der Potenzschreibweise für Produkte aus gleichen Faktoren
- **ABI** Anwendung der Potenzgesetze für Potenzen mit ganzzahligen Exponenten
- *Anwendungen des Distributivgesetzes (Ausmultiplizieren und Ausklammern)*
- *binomische Formeln*
- Anwendung der algebraischen Kenntnisse beim Umgang mit Flächeninhaltsformeln
- Aufstellen und Interpretieren auch nichtlinearer Gleichungen
- Lösen nichtlinearer Gleichungen durch inhaltliche Überlegungen und systematisches Probieren, auch mit einem Tabellenkalkulationsprogramm

Die detaillierten Anforderungen finden sich unter den Leitideen *Funktionaler Zusammenhang*, *Messen* sowie *Zahl* in den Anforderungen am Ende der Jahrgangsstufe 8 der Stadtteilschule mit Blick auf den mittleren Schulabschluss, in den Anforderungen der Stadtteilschule für den ersten allgemeinbildenden Schulabschluss, in den Anforderungen am Ende der Jahrgangsstufe 9 der Stadtteilschule mit Blick auf den Übergang in die Studienstufe sowie in den Anforderungen am Ende der Jahrgangsstufe 8 des Gymnasiums mit Blick auf die Studienstufe.

Ergänzungen:

Über die Anforderungen hinausgehende Ergänzungen für besonders leistungsstarke Schülerinnen und Schüler:

- softwaregestützte Bearbeitung von Optimierungsproblemen über Tabellierungen
- Historisches zum Lösen von Gleichungen

Leitidee Raum und Form

Leitidee Messen

Leitidee Zahl

**GY 7/8 (9)
STS 9/10 (1)**

Der Satz des Pythagoras – ein Kapitel für sich

Methodische Hinweise, Schüler- und Problemorientierung:

Der Satz des Pythagoras verbindet die Leitideen *Raum und Form*, *Messen* sowie *Zahl* in einer besonderen Weise und bildet dadurch einen der mathematischen Inhalte, die auch noch lange nach dem Schulabschluss in Erinnerung bleiben.

Der Satz des Pythagoras ist einer der zentralen Sätze der elementaren angewandten Mathematik, er öffnet die Tür zur Welt der irrationalen Zahlen und er bietet eine Vielzahl von Anlässen für Erkundungen, Argumentationen und Beweisen.

Zusammen mit Ähnlichkeitsüberlegungen lassen sich viele Fragen der Streckenberechnungen durch den Satz des Pythagoras beantworten. Eine intensive formale Beschäftigung mit den Strahlensätzen ist dabei nicht notwendig. Die Vielfalt von Anwendungen legt Vernetzungen zu anderen Themen nahe (etwa Koordinatensystem, Flächen- und Volumenberechnungen) und bietet auch methodisch gute Ansatzpunkte zu binnendifferenzierendem und selbstständigem Arbeiten.

Bezüglich der allgemeinen mathematischen Kompetenz *mathematisch argumentieren und kommunizieren* zeigen sich im Satz des Pythagoras eine Fülle von Ansatzpunkten in Form von Veranschaulichungen, Bestätigungen, Begründungen, präformale Beweisen und Beweisen.

Der Aspektreichtum des Satzes des Pythagoras spiegelt sich in der Vielzahl unterrichtlicher Zugänge wieder. So ist beispielsweise ein historisch-handelndes Vorgehen über Knotenschnüre denkbar; einen anderen Weg bieten Fragen der Landvermessung, oder man stellt den Aspekt des mathematischen Argumentierens in den Mittelpunkt.

Eine tiefere Beschäftigung mit irrationalen Zahlen wird möglicherweise nicht bei allen Schülerinnen und Schülern auf fruchtbaren Boden fallen. Auch hier sind binnendifferenzierende Maßnahmen empfehlenswert. Für die Schülerinnen und Schüler des Gymnasiums sollte der Zusammenhang zwischen Quadratwurzeln und der Zahl π auf der Ebene des Phänomens deutlich gemacht werden.

Diese Unterrichtseinheit fordert insbesondere die allgemeinen mathematischen Kompetenzen *mathematische Darstellungen verwenden* (etwa bei den Darstellungswechseln zwischen Zahl und Form im Kontext des Satzes des Pythagoras), *mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen* (beispielsweise beim Umgang mit auftretenden Gleichungen) sowie *mathematisch argumentieren und kommunizieren* (etwa im Zusammenhang mit Beweisen oder Begründungen zum Satz des Pythagoras).

Anforderungen und Inhalte:

- *Beweis des Satzes des Pythagoras*
- *Kopfgeometrie*
- *Anwendungen des Satz des Pythagoras*
- *Quadratwurzeln*
- *irrationale Zahlen als Phänomen*
- *Ermittlung rationaler Näherungswerte irrationaler Wurzeln*
- *ABI Menge der reellen Zahlen und die Deutung reeller Zahlen als Punkte auf der Zahlengeraden*
- *Ähnlichkeit und ihre Anwendung bei Berechnungen von Streckenlängen*

Die detaillierten Anforderungen finden sich unter den drei Leitideen *Raum und Form*, *Zahl* sowie *Messen* in den Anforderungen am Ende der Jahrgangsstufe 8 der Stadtteilschule mit Blick auf den mittleren Schulabschluss, in den Anforderungen der Stadtteilschule für den ersten allgemeinbildenden Schulabschluss, in den Anforderungen am Ende der Jahrgangsstufe 9 der Stadtteilschule mit Blick auf den Übergang in die Studienstufe sowie in den Anforderungen am Ende der Jahrgangsstufe 8 des Gymnasiums mit Blick auf die Studienstufe.

Ergänzungen:

Über die Anforderungen hinausgehende Ergänzungen für besonders leistungsstarke Schülerinnen und Schüler:

- Höhen- und Kathetensatz
- pythagoräische Zahlentripel
- Satzgruppe des Pythagoras sowie die Frage der Umkehrbarkeit der Sätze
- Strahlensätze sowie die Frage ihrer Umkehrbarkeit
- zentrische Streckung
- Historisches

Leitidee Raum und Form

Leitidee Messen

Leitidee Zahl

Leitidee funktionaler Zusammenhang

STS 9/10 (2)

Maße geometrischer Figuren und Körper – Teil 2

Methodische Hinweise, Schüler- und Problemorientierung:

Diese Unterrichtseinheit bezieht sich ausschließlich auf den Unterricht an der Stadtteilschule. Die betreffenden mathematischen Inhalte werden am Gymnasium bereits zu einem früheren Zeitpunkt behandelt.

Die in einer früheren Unterrichtseinheit behandelten realitätsbezogenen und theoretischen Fragestellungen zu den verschiedenen Maßen geometrischer Objekte werden hier einerseits wiederholend, andererseits erweiternd und vertiefend wiederaufgegriffen. Die Anmerkungen, die zu der oben genannten früheren Unterrichtseinheit gemacht wurden, finden auch hier Anwendung.

Der Zusammenhang zwischen der Zahl π und den bereits bekannten Quadratwurzeln sollte auf der Ebene des Phänomens deutlich gemacht werden.

In dieser Unterrichtseinheit werden insbesondere die allgemeinen mathematischen Kompetenzen *mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen* (etwa beim Umgang mit Gleichungen und Formeln), *Probleme mathematisch lösen* (z. B. beim Zerlegen und Ergänzen) sowie *mathematisch argumentieren und kommunizieren* (etwa beim Herleiten von Formeln) gefordert. Zudem kommen immer wieder Aspekte der Kompetenz *mathematisch modellieren* ins Spiel, etwa wenn reale Formen durch einfache geometrische angenähert werden.

Anforderungen und Inhalte:

- **STS** Flächeninhalt und Umfang von Trapez und Drachen berechnen
- **STS** *Flächeninhaltsformeln von Trapez und Drachen herleiten*
- **STS** Klassifizierung von Vierecken (Haus der Vierecke)
- **STS** näherungsweise Berechnungen an krummlinig begrenzten Figuren; Thematisierung der Genauigkeit
- **STS** Flächeninhalt und Umfang zusammengesetzter Figuren
- **STS** Aufstellen und Lösen linearer Gleichungen im Kontext von Flächeninhalts- und Volumenberechnungen
- **STS** Nutzen von Symmetrie, Kongruenz und Ähnlichkeit
- **STS** adäquater Einsatz und Umrechnungen von Maßeinheiten
- **STS** Zehnerpotenzschreibweise für große Zahlen
- **STS** *Zehnerpotenzschreibweise für betragsmäßig kleine Zahlen*
- **STS** Flächeninhalt und Umfang vom Kreis

- **STS** *Flächeninhalt und Umfang von Kreisteilen*
- **STS** Volumen und Oberflächeninhalt vom Zylinder
- **ABI** Nutzen der funktionalen Abhängigkeit der Volumen- und Flächeninhaltsänderungen vom Skalierungsfaktor der Streckenänderungen

Die detaillierten Anforderungen finden sich unter den vier Leitideen *Messen, Raum und Form, Zahl* sowie *funktionaler Zusammenhang* in den Anforderungen der Stadtteilschule für den ersten allgemeinbildenden Schulabschluss, in den Anforderungen am Ende der Jahrgangsstufe 9 der Stadtteilschule mit Blick auf den Übergang in die Studienstufe, in den Anforderungen der Stadtteilschule für den mittleren Schulabschluss sowie in den Anforderungen der Stadtteilschule und des Gymnasiums für den Übergang in die Studienstufe.

Ergänzungen:

Über die Anforderungen hinausgehende Ergänzungen für besonders leistungsstarke Schülerinnen und Schüler:

- Manipulationspotenzial statistischer Darstellungen mithilfe geometrischer Objekte
- Volumen und Oberflächeninhalt krummflächig begrenzter Körper

Leitidee funktionaler Zusammenhang
Leitidee Messen

STS 9/10 (3)

Tarife und Gebühren – lineare Funktionen

Methodische Hinweise, Schüler- und Problemorientierung:

Diese Unterrichtseinheit bezieht sich auf den Unterricht an der Stadtteilschule. Die betreffenden mathematischen Inhalte werden am Gymnasium bereits zu einem früheren Zeitpunkt behandelt. Die hier dargestellten Anmerkungen sind jedoch auch für den Unterricht am Gymnasium nützlich.

Nachdem in einer früheren Unterrichtseinheit die Idee der Abhängigkeit zweier Größen voneinander thematisiert wurde, sollen in dieser Einheit die linearen Funktionen als eine wichtige und anwendungsrelevante Funktionenklasse behandelt werden. Dabei bietet sich die Problematisierung von Tarifstrukturen – bestehend aus Grundgebühr und Verbrauchsgebühr – an. Innerhalb dieses Sachkontextes liegen typische Fragestellungen nahe, die sich graphisch durch Ablesen von Koordinaten oder algebraisch durch das Lösen von Gleichungen oder Gleichungssystemen bearbeiten lassen.

Aus einer Modellierungsperspektive sind in dieser Unterrichtseinheit die Übergänge zwischen Realität und mathematischer Darstellung relevant, zum Beispiel bei der Interpretation von Funktionsparametern, Graphenverläufen oder Schnittpunkten. Ebenso ist die Frage der vereinfachenden Modellannahmen unterrichtlich zu thematisieren, beispielsweise bei der Ermittlung "typischer" Konsumgewohnheiten. Beide genannten Aspekte spielen bei der Validierung der Ergebnisse eine zentrale Rolle.

Bezüge zu proportionalen und antiproportionalen Zuordnungen werden hergestellt.

In heterogenen Lerngruppen wird vermutlich eine Leistungsdifferenzierung nötig sein. Dabei ist über weite Strecken eine gemeinsame Arbeit möglich, beispielsweise bei der Diskussion von Modellierungsaspekten oder bei der Informationsbeschaffung. Es kann aber sinnvoll sein, dass leistungsschwächere Schülerinnen und Schüler ihren Überlegungen eher lineare Gleichungen als lineare Funktionen zugrunde legen oder die algebraischen Verfahren zugunsten der Arbeit an Tabellen und Graphen ganz zurückstellen.

In dieser Unterrichtseinheit werden insbesondere die allgemeinen mathematischen Kompetenzen *mathematische Darstellungen verwenden* (etwa beim Wechsel zwischen den verschiedenen Darstellungen eines linearen funktionalen Zusammenhangs), *mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen* (etwa beim Umgang mit Gleichungen und Gleichungssystemen) sowie *mathematisch modellieren* (s. o.) gefordert.

Anforderungen und Inhalte:

- **STS** Beschreibung linearer Funktionen sprachlich, graphisch, tabellarisch und algebraisch
- **STS** *Einsatz eines Tabellenkalkulationsprogrammes zur Darstellung von Funktionen*
- **STS** lineare Funktionen: Eigenschaften und Anwendungen
- **ABI** funktionale Sichtweise antiproportionaler Zuordnungen

- STS Datenbeschaffung aus Quellen oder durch Messung
- STS qualitative Unterscheidung von linearem und exponentiellem Wachstum
- STS Interpretation von Schnittpunkten der Graphen linearer Funktionen
- STS *lineare Gleichungssysteme mit zwei Variablen aufstellen*
- STS *situativ angemessenes Lösen linearer Gleichungssysteme mit zwei Variablen (durch Isolation der Variablen oder durch systematisches Probieren)*
- ABI Untersuchung der Lösbarkeit und Lösungsvielfalt linearer Gleichungssysteme mit zwei Variablen
- ABI Angabe eines vor dem Hintergrund des Sachkontextes sinnvollen Definitionsbereiches

Die detaillierten Anforderungen finden sich unter den beiden Leitideen *funktionaler Zusammenhang* und *Messen* in den Anforderungen der Stadtteilschule für den ersten allgemeinbildenden Schulabschluss, in den Anforderungen am Ende der Jahrgangsstufe 9 der Stadtteilschule mit Blick auf den Übergang in die Studienstufe sowie in den Anforderungen der Stadtteilschule für den mittleren Schulabschluss.

Ergänzungen:

Über die Anforderungen hinausgehende Ergänzungen für besonders leistungsstarke Schülerinnen und Schüler:

- lineare Ungleichungen
- Systeme linearer Ungleichungen, lineare Optimierung

Leitidee Daten und Zufall

**GY 9/10 (1)
STS 9/10 (4)**

Vierfeldertafeln, bedingte Wahrscheinlichkeiten und Baumdiagramme

Methodische Hinweise, Schüler- und Problemorientierung:

Diese Unterrichtseinheit knüpft an das stochastische Vorwissen der vergangenen Schuljahre an. Dabei wird der Zusammenhang zwischen Empirie und Theorie, zwischen relativer Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit, zwischen arithmetischem Mittel und Erwartungswert vertieft oder neu entdeckt. In diesem Zusammenhang präzisieren leistungsstärkere Schülerinnen und Schüler auch ihr Wissen über statistische Kennwerte.

Während am Gymnasium bereits Baumdiagramme und Pfadregeln behandelt wurden, findet dies an der Stadtteilschule an dieser Stelle statt. Ähnliches gilt für den Zusammenhang von Erwartungswert und arithmetischem Mittel. Für alle neu sind unter anderem Fragen der bedingten Wahrscheinlichkeit im Kontext von Vierfeldertafeln.

In dieser Unterrichtseinheit ist es zweckmäßig zu differenzieren. Während leistungsschwächere Schülerinnen und Schüler die Grundlagen zweistufiger Zufallsexperimente erlernen und den Umgang damit einüben, gehen Leistungsstärkere auf grundsätzlichere Fragen wie die der stochastischen Unabhängigkeit ein und schärfen anhand der bedingten Wahrscheinlichkeit ihren Wahrscheinlichkeitsbegriff.

Bedingte Wahrscheinlichkeiten lassen sich im Rahmen der Umwandlung einer Vierfeldertafel in zwei Baumdiagramme (und umgekehrt) gut erkunden. Dabei ist darauf zu achten, dass die behandelten Fragestellungen auch aus sachkontextueller Sicht sinnvoll sind. Hierzu eignen sich beispielsweise Fragestellungen zur Aussagekraft medizinischer Tests ebenso wie Fehlinterpretationen von Wahrscheinlichkeiten in den Medien. Eine formale Behandlung des Satzes von Bayes ist nicht gefordert!

In dieser Unterrichtseinheit werden insbesondere die allgemeinen mathematischen Kompetenzen *mathematische Darstellungen verwenden* (etwa beim Wechsel zwischen Vierfeldertafel und Baumdiagrammen) sowie *mathematisch argumentieren und kommunizieren* (insbesondere bei den Überlegungen zur stochastischen Unabhängigkeit und zur bedingten Wahrscheinlichkeit) gefordert. Die allgemeine mathematische Kompetenz *mathematisch modellieren* kommt bei der Diskussion der Übergänge von Empirie zur Theorie – und umgekehrt – zum Tragen.

Anforderungen und Inhalte:

- STS Wahrscheinlichkeiten bei zweistufigen Zufallsversuchen; Summen- und Produktregel im Baumdiagramm
- STS *Verständnis und Nutzung der Beziehung zwischen Erwartungswert und arithmetischem Mittel*

- **ABI** Vor- und Nachteile verschiedener statistischer Kennwerte
- **ABI** stochastische Abhängigkeit und Unabhängigkeit
- **ABI** bedingte Wahrscheinlichkeiten in der Vierfeldertafel und in Baumdiagrammen
- **ABI** mathematisch-begriffliche Ausschärfung des Wahrscheinlichkeitsbegriffes

Die detaillierten Anforderungen finden sich unter der Leitidee *Daten und Zufall* in den Anforderungen der Stadtteilschule für den ersten allgemeinbildenden Schulabschluss, in den Anforderungen am Ende der Jahrgangsstufe 9 der Stadtteilschule mit Blick auf den Übergang in die Studienstufe, in den Anforderungen der Stadtteilschule für den mittleren Schulabschluss sowie in den sowie in den Anforderungen der Stadtteilschule und des Gymnasiums für den Übergang in die Studienstufe.

Ergänzungen:

Über die Anforderungen hinausgehende Ergänzungen für besonders leistungsstarke Schülerinnen und Schüler:

- Zusammenstellung unpräziser oder falscher Verwendungen bedingter Wahrscheinlichkeiten in den Medien
- funktionale Abhängigkeit bedingter Wahrscheinlichkeiten von Eingangswahrscheinlichkeiten

<p><i>Leitidee Raum und Form</i> <i>Leitidee Messen</i> <i>Leitidee Zahl</i></p>	<p>GY 9/10 (2) STS 9/10 (5)</p>
<p>Modellieren mit geometrischen Körpern</p>	
<p><u>Methodische Hinweise, Schüler- und Problemorientierung:</u></p> <p>Mit dieser Unterrichtseinheit werden die klassischen Körperberechnungen komplettiert. Damit steht das mathematische Werkzeug für vielfältige Modellierungen durch geometrische Körper zur Verfügung. Fragen beispielsweise nach dem Oberflächeninhalt der menschlichen Haut oder nach Volumina – und damit Massen – von Denkmälern können als Ausgangspunkt für unterrichtliche Diskussionen und Modellierungsprozesse dienen.</p> <p>Modellierungsprozesse sollen an dieser Stelle systematischer behandelt werden. Das lässt sich durch die unterrichtliche Behandlung und bewusste Nutzung eines Modellierungskreislaufes realisieren.</p> <p>Geometrische Modellierungen bieten eine gute Möglichkeit der Leistungsdifferenzierung innerhalb der Lerngruppe. Dies lässt sich einerseits durch die Vergabe unterschiedlicher Fragestellungen bewerkstelligen; andererseits eignen sich offenere Fragestellungen, wie sie für Modellierungsaufgaben typisch sind, gut für eine natürliche Differenzierung.</p> <p>Neben dem Aspekt der Modellierung werden auch theoretische Aspekte berührt. So kommen Kubikwurzeln ins Spiel, die neben ihrem praktischen Nutzen auch das Tor zur späteren Behandlung allgemeiner Potenzen öffnen. Die Zahl π wird für leistungsstärkere Schülerinnen und Schüler als Ergebnis eines Prozesses erfahren. Damit werden Anknüpfungspunkte für spätere Betrachtungen im Rahmen der Analysis geschaffen.</p> <p>In dieser Unterrichtseinheit werden insbesondere die allgemeinen mathematischen Kompetenzen <i>mathematisch modellieren</i> (siehe dazu die obigen Ausführungen) sowie <i>mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen</i> (im Zuge des vielfältigen Umgangs mit Formeln und Gleichungen) gefordert.</p>	
<p><u>Anforderungen und Inhalte:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> • Volumen und Oberflächeninhalt von Pyramiden • <i>Volumen und Oberflächeninhalt von Kegeln und Kugeln</i> • Volumen und Oberflächeninhalt von zusammengesetzten Körpern • Modellierung durch geometrische Körper • <i>Kubikwurzeln</i> • ABI mit Rechneinsatz die Zahl π als Ergebnis eines konvergenten Prozesses erfahren <p>Die detaillierten Anforderungen finden sich unter den drei Leitideen <i>Raum und Form</i>, <i>Messen</i> sowie <i>Zahl</i> in den Anforderungen der Stadtteilschule für den ersten allgemeinbildenden Schulabschluss, in den Anforderungen der Stadtteilschule für den mittleren Schulabschluss sowie in den sowie in den Anforderungen der Stadtteilschule und des Gymnasiums für den Übergang in die Studienstufe.</p>	

Ergänzungen:

Über die Anforderungen hinausgehende Ergänzungen für besonders leistungsstarke Schülerinnen und Schüler:

- Pyramiden- und Kegelstümpfe
- Kugelabschnitt, Kugelausschnitt, Kugelschicht

Leitidee Zahl***Leitidee Messen******Leitidee Raum und Form******Leitidee funktionaler Zusammenhang******Leitidee Daten und Zufall*****GY 9/10 (3)
STS 9/10 (6)****Wiederholungen und Vertiefungen****Methodische Hinweise, Schüler- und Problemorientierung:**

In den Jahrgängen 9 und 10 finden verschiedene schriftliche und mündliche Prüfungen bzw. Überprüfungen statt. Zur Vorbereitung dieser Prüfungen dienen u. a. die im Internet veröffentlichten Beispielaufgaben sowie die an gleicher Stelle zu findenden Aufgaben der vergangenen Jahre.

Das Wiederholen der an früherer Stelle bearbeiteten Themen sollte sich nicht aus einem bloßen Durchnehmen derselben Aufgaben in denselben Kontexten bestehen. Vielmehr sind mathematisch ähnliche Fragestellungen in neuen Zusammenhängen zu bearbeiten; so bietet sich etwa die Zinsrechnung als möglicherweise neuer Sachkontext für die Prozentrechnung an. Außerdem soll bisher Gelerntes untereinander verknüpft werden, sodass ein Gebäude vernetzten Wissens entsteht, in dem sich der Schüler oder die Schülerin sicher bewegen kann.

Je nach angestrebtem Schulabschluss werden prüfungsvorbereitende Wiederholungen und Vertiefungen unterschiedliche Ausprägungen haben. Der Unterricht muss darauf binnendifferenzierend eingehen.

Wiederholungs- und Vertiefungsphasen sollen nicht nur im unmittelbaren zeitlichen Zusammenhang zu Prüfungen bzw. Überprüfungen stehen, sondern im oben genannten Sinne durchgängiges Unterrichtsprinzip sein.

Es ist naheliegend, dass alle allgemeinen mathematischen Kompetenzen in Wiederholungs- und Vertiefungsphasen gefordert und gefördert werden müssen.

Anforderungen und Inhalte:

- alle bisher bearbeiteten Themen

Die detaillierten Anforderungen finden sich in den Anforderungen der Stadtteilschule für den ersten allgemeinbildenden Schulabschluss, in den Anforderungen der Stadtteilschule für den mittleren Schulabschluss sowie in den Anforderungen der Stadtteilschule und des Gymnasiums für den Übergang in die Studienstufe.

Ergänzungen:

Über die Anforderungen hinausgehende Ergänzungen für besonders leistungsstarke Schülerinnen und Schüler:

- Teilnahme an Wettbewerben
- Forschungsvorhaben

Leitidee funktionaler Zusammenhang***Leitidee Raum und Form*****GY 9/10 (4)
STS 9/10 (7)****Brücken und Bremswege – quadratische Funktionen****Methodische Hinweise, Schüler- und Problemorientierung:**

In dieser Unterrichtseinheit werden Inhalte jenseits des ersten allgemeinbildenden Schulabschlusses behandelt. Schülerinnen und Schüler der Lerngruppe, die sich auf diesen Abschluss vorbereiten, nutzen die Unterrichtszeit sinnvollerweise für Wiederholungen und Vertiefungen.

Die Modellierung mithilfe quadratischer Funktionen knüpft an die mit linearen Funktionen an. Dort Gelerntes sowie das Wissen um Modellierung fließen hier zusammen. Im Zuge dieser Unterrichtseinheit durchzuführende Null-

stellen- und Scheitelpunktsbestimmungen sollen auch in Bezug zu realen Fragestellungen erfolgen.

Als zu modellierende reale Phänomene bieten sich Fragestellungen zu Brückenformen und Untersuchungen zu Bremswegen an. Bei Ersterem kommt die Objekt-, bei Letzterem die Kovariationsvorstellung von Funktionen zum Tragen. Beide Sichtweisen sind zu berücksichtigen.

Inverse Fragestellungen führen zu quadratischen Gleichungen. Im Rahmen der Behandlung von Lösungsverfahren werden Verknüpfungen zu früheren Inhalten – beispielsweise binomische Formeln – hergestellt. Im Zuge einer Binnendifferenzierung bearbeiten leistungsstärkere Schülerinnen und Schüler auch Fragen der Lösbarkeit und Lösungsvielfalt sowie biquadratische Gleichungen.

Bezüge zu geometrischen Aspekten der Funktionsgraphen werden am besten mit Computerhilfe hergestellt. Interaktive Software, bei der die Änderung der Funktionsparameter unmittelbar zu einer sichtbaren Veränderung des Graphen führt, erleichtert das Verständnis der Zusammenhänge. Dabei werden auch verschiedenen Symmetrien betrachtet.

In dieser Unterrichtseinheit werden insbesondere die allgemeinen mathematischen Kompetenzen *mathematisch modellieren* (bei den verschiedenen Realitätsbezügen), *mathematische Darstellungen verwenden* (Beziehung zwischen Funktionsterm und Graph) sowie *mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen* (etwa beim Lösen quadratischer Gleichungen) gefordert.

Anforderungen und Inhalte:

- *quadratische Funktionen*
- *Einfluss der Funktionsparameter auf die Parabel, u. a. Verschiebungen entlang der Achsen*
- *Symmetrien von Funktionsgraphen*
- *quadratische Gleichungen*
- **ABI** Lösbarkeit und Lösungsvielfalt quadratischer Gleichungen
- **ABI** biquadratische Gleichungen mittels Substitution lösen
- **ABI** Kovariations- und Objektgrundvorstellung von Funktionen

Die detaillierten Anforderungen finden sich unter den beiden Leitideen *funktionaler Zusammenhang* sowie *Raum und Form* in den Anforderungen der Stadtteilschule für den mittleren Schulabschluss sowie in den sowie in den Anforderungen der Stadtteilschule und des Gymnasiums für den Übergang in die Studienstufe.

Ergänzungen:

Über die Anforderungen hinausgehende Ergänzungen für besonders leistungsstarke Schülerinnen und Schüler:

- Felderkundungen und mathematische Analyse Hamburger Brückenformen
- Kegelschnitte

<i>Leitidee Raum und Form</i> <i>Leitidee Messen</i> <i>Leitidee funktionaler Zusammenhang</i>	GY 9/10 (5) STS 9/10 (8)
---	---

Geländemessungen auswerten – Trigonometrie

Methodische Hinweise, Schüler- und Problemorientierung:

Kern dieser Unterrichtseinheit ist die klassische Trigonometrie. Obwohl größere Abschnitte für Schülerinnen und Schüler der Lerngruppe, die sich auf den ersten allgemeinbildenden Abschluss vorbereiten, nicht verpflichtend sind, ist über weite Strecken ein gemeinsames Arbeiten möglich. Viele Fragestellungen lassen sich nicht nur rechnerisch, sondern auch rein konstruktiv unter Nutzung maßstäblicher Verkleinerungen lösen. Erst im späteren Verlauf der Einheit ist eine inhaltliche Differenzierung sinnvoll; die oben genannte Gruppe von Schülerinnen und Schülern beschäftigt sich dann sinnvollerweise stärker mit der bevorstehenden Prüfung.

Eine Verbindung trigonometrischer Fragestellungen mit der Umwelt der Schülerinnen und Schüler ergibt sich aus dem Problem, unzugängliche Streckenlängen zu bestimmen. Mithilfe von Schultheodoliten werden in Kleingruppen Winkel- und Streckenmessungen durchgeführt, die anschließend rechnerisch oder konstruktiv ausgewertet werden.

Jenseits der genannten praktischen Nutzung bieten trigonometrische Fragestellungen auch ein hohes Potenzial zum

Problemlösen, etwa bei mehrschrittigen Bearbeitungsprozessen. Ebenso bieten sich viele Ansatzpunkte zum Argumentieren, Begründen und Beweisen. Diese sollte genutzt werden.

In dieser Unterrichtseinheit werden insbesondere die allgemeinen mathematischen Kompetenzen *mathematisch argumentieren und kommunizieren* (siehe dazu die obigen Ausführungen), *mathematisch modellieren* (im Zuge der genannten Realitätsbezüge) sowie *Probleme mathematisch lösen* (siehe dazu die obigen Ausführungen) gefordert.

Anforderungen und Inhalte:

- Durchführung von Messungen von Winkelgrößen und Streckenlängen im Gelände
- maßstäblich verkleinerte Konstruktionen zum Lösen realer Probleme nutzen
- *Ähnlichkeit von Dreiecken*
- *trigonometrische Beziehungen zur Berechnung von Seitenlängen und Winkelgrößen in rechtwinkligen Dreiecken nutzen*
- *Sinussatz beweisen und zur Berechnung von Seitenlängen und Winkelgrößen in beliebigen Dreiecken nutzen*
- **ABI** Kosinussatz beweisen und zur Berechnung von Seitenlängen und Winkelgrößen in beliebigen Dreiecken nutzen
- **ABI** bei Geraden Nutzung des Tangens bei der Ermittlung von Steigungen und Steigungswinkeln

Die detaillierten Anforderungen finden sich unter den Leitideen *Raum und Form*, *Messen* sowie *funktionaler Zusammenhang* in den Anforderungen der Stadteilschule für den ersten allgemeinbildenden Schulabschluss, in den Anforderungen der Stadteilschule für den mittleren Schulabschluss sowie in den sowie in den Anforderungen der Stadteilschule und des Gymnasiums für den Übergang in die Studienstufe.

Ergänzungen:

Über die Anforderungen hinausgehende Ergänzungen für besonders leistungsstarke Schülerinnen und Schüler:

- Additionstheoreme
- Abschätzung der Wirkung von Messfehlern auf das Ergebnis
- Konstruktion rechter Winkel im Gelände

Leitidee Zahl

Leitidee funktionaler Zusammenhang

GY 9/10 (6)

STS 9/10 (9)

Ganz anders als linear – exponentielle Prozesse

Methodische Hinweise, Schüler- und Problemorientierung:

Diese Unterrichtseinheit wendet sich insbesondere an Schülerinnen und Schüler, die mindestens den mittleren Schulabschluss anstreben. Schülerinnen und Schüler, die sich auf den ersten allgemeinbildenden Schulabschluss vorbereiten, bearbeiten gewisse Fragestellungen zu Beginn dieser Einheit durch sukzessive Prozentrechnung (die sie auf diese Weise üben und vertiefen), wenden sich aber dann ihrer Prüfungsvorbereitung im engeren Sinne zu.

Exponentialfunktionen bieten ein weites Feld von Realitätsbezügen, etwa Wachstumsvorgänge verschiedenster Art oder auch Abbauvorgänge beispielweise von Drogen, Rohstoffen oder radioaktiven Substanzen. Auf die qualitativen und rechnerischen Unterschiede zu linearen Prozessen muss Bezug genommen werden. Fächerverbindendes liegt nahe und sollte genutzt werden. In diesem Zusammenhang sind die Modellierungen mithilfe von Exponentialfunktionen auch vor dem Hintergrund des Sachkontextes – z. B. in Form der anderen Unterrichtsfächer – kritisch zu diskutieren; vereinfachende Annahmen müssen hinterfragt, ermittelte Ergebnisse interpretiert und validiert werden.

Inverse Fragestellungen führen entweder zu Näherungsverfahren (etwa Tabellierungen, Ablesen am Graphen) oder – für Schülerinnen und Schüler, die das Abitur anstreben – zum Logarithmenkalkül. Potenzen werden dabei auf rationale Exponenten erweitert, in diesem Zusammenhang bieten sich vielfältige Anlässe für Begründungen und Argumentationen.

Es werden insbesondere die allgemeinen mathematischen Kompetenzen *mathematisch argumentieren und kommunizieren* (beispielsweise bei der Einführung gebrochener Exponenten und bei den Potenzregeln) und *mathematisch modellieren* (im Zuge der genannten Realitätsbezüge) gefordert.

Anforderungen und Inhalte:

- *Zinseszinsaufgaben durch Potenzieren bearbeiten*
- *Exponentialfunktionen für Modellierungen verwenden*
- *anhand gegebener Daten rechnerische Unterscheidung zwischen linearen und exponentiellen Prozessen*
- **ABI** Potenzen mit rationalen Exponenten
- **ABI** Potenzgesetze
- **ABI** Bestimmung von Logarithmen mit dem Taschenrechner, überschlägig im Kopf und in einfachen Fällen exakt im Kopf
- **ABI** Lösung von Exponentialgleichungen mithilfe von Logarithmen

Die detaillierten Anforderungen finden sich unter den beiden Leitideen *Zahl* und *funktionaler Zusammenhang* in den Anforderungen der Stadtteilschule für den mittleren Schulabschluss sowie in den sowie in den Anforderungen der Stadtteilschule und des Gymnasiums für den Übergang in die Studienstufe.

Ergänzungen:

Über die Anforderungen hinausgehende Ergänzungen für besonders leistungsstarke Schülerinnen und Schüler:

- Historisches (Logarithmentafeln, Rechenstäbe)
- logarithmische Skalen und ihre Anwendungen
- geometrische Folgen und Reihen

Leitidee funktionaler Zusammenhang
Leitidee Zahl

STS 11 (1)

Nicht alle können dasselbe – leistungsdifferenzierte Eingangsphase

Methodische Hinweise, Schüler- und Problemorientierung:

An der Stadtteilschule werden im Allgemeinen mit Beginn der Jahrgangsstufe 11 neue Lerngruppen zusammengestellt; Schülerinnen und Schüler verschiedener Klassen und Schulen treffen zum ab nun gemeinsamen Lernen und Arbeiten zusammen. Das hat auch Konsequenzen für den Mathematikunterricht, weil vermutlich die fachlichen Voraussetzungen nicht bei allen dieselben sind.

Erfahrungsgemäß gibt es insbesondere im Bereich der arithmetischen und algebraischen Fertigkeiten bei einigen Schülerinnen und Schülern Defizite, während andere hier gut vorbereitet sind. Deshalb sollte die erste Unterrichtseinheit im Jahrgang 11 der Stadtteilschule aus einer *differenzierten* Wiederholungsphase bestehen. Schwächere Schülerinnen und Schüler wiederholen, üben und vertiefen im Bereich ihrer Defizite, während sich leistungsstärkere mit Komplexerem auseinandersetzen. Hier bietet sich an, dass diese Gruppe bezüglich der allgemeinen mathematischen Kompetenzen *mathematisch modellieren* und *Probleme mathematisch lösen* ihre mathematische Leistungsfähigkeit zeigt und ausbaut. Dabei sind auch Modellierungen anzustreben, die sich über mehrere Unterrichtsstunden erstrecken, Anregungen dazu finden sich in der aktuellen Literatur. Interessante Problemlöseaufgaben sind in großer Zahl den Veröffentlichungen zur Mathematikolympiade zu entnehmen.

Wie oben dargestellt, werden in dieser Unterrichtseinheit insbesondere die allgemeinen mathematischen Kompetenzen *mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen*, *mathematisch modellieren* sowie *Probleme mathematisch lösen*.

Anforderungen und Inhalte:

- **ABI** Rechnen in der Menge der reellen Zahlen
- **ABI** algebraische Umformungen: Terme ausklammern, ausmultiplizieren, zusammenfassen
- **ABI** binomische Formeln
- **ABI** Potenzgesetze
- **ABI** lineare Gleichungen aufstellen und lösen

- **ABI** lineare Gleichungssysteme aufstellen und lösen
- **ABI** quadratische und biquadratische Gleichungen aufstellen und lösen
- **ABI** Lösbarkeit und Lösungsvielfalt quadratischer Gleichungen
- **ABI** Exponentialgleichungen aufstellen und lösen
- **ABI** lineare, quadratische und Exponentialfunktionen
- **ABI** Modellierungen über mehrere Unterrichtsstunden
- **ABI** komplexere Problemlöseaufgaben

Die detaillierten Anforderungen zu den Wiederholungs- und Vertiefungsaspekten finden sich unter den beiden Leitideen *funktionaler Zusammenhang* und *Zahl* in den Anforderungen der Stadtteilschule.

Ergänzungen:

Über die Anforderungen hinausgehende Ergänzungen für besonders leistungsstarke Schülerinnen und Schüler:

- Teilnahme an Wettbewerben
- Forschungsvorhaben

Leitidee funktionaler Zusammenhang

GY 9/10 (7)
STS 11 (2)

Funktionenzoo

Methodische Hinweise, Schüler- und Problemorientierung:

Über die bisher bekannten Funktionen hinaus werden in dieser Unterrichtseinheit weitere Funktionenklassen behandelt und systematisiert. Dabei bildet idealerweise ein reales Phänomen, das durch eine bestimmte Funktionenklasse gut beschrieben werden kann, den Ausgangspunkt. Es schließt sich jeweils die Frage der Lösung der dazugehörigen Gleichungen an. Aspekte der Modellierung sollen dabei stets mitgedacht werden.

Bei der Untersuchung des Einflusses der Funktionsparameter auf den Verlauf des Graphen erleichtert interaktive Software, bei der die Änderung der Funktionsparameter unmittelbar zu einer sichtbaren Veränderung des Graphen führt, das Verständnis der Zusammenhänge. Dabei werden auch die Frage der Achsensymmetrie zur y-Achse und der Punktsymmetrie zum Ursprung sowie ihr Zusammenhang zum Funktionsterm vertieft.

ganzrationale Funktionen: Möglicher realer Ausgangspunkt ist die Frage des Zeitpunktes des vollständigen Verschwindens eines abtauenden quaderförmigen Eisberges, bei dem sich pro Tag die Länge, die Breite und die Höhe jeweils um einen Meter verringern. An dieser Stelle lässt sich auch der Unterschied zwischen einem realistisch sinnvollen und dem mathematisch maximal möglichen Definitionsbereich diskutieren. Potenzfunktionen mit natürlichen Exponenten können als Spezialfall ganzrationaler Funktionen behandelt werden.

gebrochen-rationale Funktionen: Die Frage, wie hoch der Zeitgewinn bei einer Erhöhung der Reisegeschwindigkeit im Vergleich zu einem Zeitbedarf bei einer Geschwindigkeit von 100 kmh^{-1} ist, führt zu einer gebrochen-rationalen Funktion. Allgemeine Phänomene wie Asymptoten und Polstellen werden anhand dieser Funktion diskutiert und an weiteren einfachen (!) gebrochen-rationalen Funktionen untersucht. Die schon früher behandelten anti-proportionalen Zusammenhänge werden hier eingebettet.

Wurzelfunktionen: Als realer Ausgangspunkt kann die Frage dienen, wie die Sichtweite bis zum Horizont von der Augenhöhe abhängt. Bei Wurzelfunktionen ist auf das Phänomen der senkrechten Tangenten hinzuweisen.

Sinus- und Kosinusfunktion: Das Bogenmaß als eine Verallgemeinerung des Arguments von Winkeln auf beliebige Größen wird eingeführt. Als realer Bezug dienen periodische Phänomene aus der Umwelt, etwa jährliche Temperaturverläufe. Dabei wird eine Anpassung der Funktion an die Daten des realen Phänomens notwendig. Insofern schließt sich die Frage des Einflusses der Parameter auf den Kurvenverlauf auf eine sehr naheliegende Weise an. Die Lösungsmengen trigonometrischer Gleichungen sollen graphisch veranschaulicht werden.

In einer Zusammenschau werden alle bisher behandelten Funktionen bezüglich ihrer charakteristischen mathematischen Eigenschaften, der Lösungswege der dazugehörigen Gleichungen sowie ihres Einsatzes zur Lösung realer Probleme verglichen.

Durch die unterschiedliche Komplexität der in dieser Unterrichtseinheit zu behandelnden Gleichungen lässt sich auf einfache Weise eine Binnendifferenzierung erreichen.

Es werden insbesondere die allgemeinen mathematischen Kompetenzen *mit symbolischen, formalen und*

technischen Elementen der Mathematik umgehen (insbesondere beim Lösen von Gleichungen) sowie *mathematisch modellieren* (im Zuge der genannten Realitätsbezüge) gefordert.

Anforderungen und Inhalte:

- **ABI** charakteristische mathematische Eigenschaften und Modellierungspotenzial der folgenden Funktionenklassen: ganzrationale Funktionen (mit den Sonderfällen lineare Funktionen und quadratische Funktionen), einfache gebrochen-rationale Funktionen, Exponential-, Wurzel-, Sinus- und Kosinusfunktion sowie allgemeine Potenzfunktionen
- **ABI** Verwendung der oben genannten Funktionenklassen zum Lösen realer Probleme
- **ABI** Lösung einfacher Bruch- und Wurzelgleichungen
- **ABI** Verwendung von Faktorisierungen und von Probiervverfahren beim Lösen von Gleichungen
- **ABI** rechnerische Ermittlung der Schnittpunkte von Graphen zur Lösung realer Probleme
- **ABI** Achsensymmetrie zur y-Achse und Punktsymmetrie zum Ursprung am Funktionsterm erkennen
- **ABI** Abgrenzung des mathematisch maximal möglichen vom realistisch-sinnvollen Definitionsbereich
- **ABI** Verkettung von Funktionen

Die detaillierten Anforderungen finden sich unter der Leitidee *funktionaler Zusammenhang* in den Anforderungen der Stadtteilschule und des Gymnasiums für den Übergang in die Studienstufe.

Ergänzungen:

Über die Anforderungen hinausgehende Ergänzungen für besonders leistungsstarke Schülerinnen und Schüler:

- Tangensfunktion
- Lösung trigonometrischer Gleichungen

Leitidee funktionaler Zusammenhang
Leitidee Zahl

GY 9/10 (8)
STS 11 (3)

Zustand und Tendenz – Änderungsraten

Methodische Hinweise, Schüler- und Problemorientierung:

Viele Phänomene werden nicht nur durch ihren aktuellen Zustand angemessen beschrieben, sondern auch durch die ihnen innewohnende Veränderungstendenz. So sagt die Kenntnis eines hohen Luftdrucks weniger über das Wetter aus als die Information, dass der Luftdruck hoch ist, aber fällt.

Anknüpfend an propädeutische Erfahrungen in früheren Unterrichtseinheiten wird hier das Thema *Änderungsrate* in den Mittelpunkt gerückt. Als Ausgangspunkt können eigene Bewegungserfahrungen mit einem Ultraschallbewegungsmesser, der Weg-Zeit-Diagramme einer selbst durchgeführten Bewegung erstellt, dienen. Einer ähnlichen, aber komplexeren Unterrichtsidee entspricht die Analyse eigener, mittels Satellitennavigation aufgezeichneter Rundgänge durch den Stadtteil.

Der Übergang von einer mittleren zu einer lokalen Änderungsrate kann sinnvoll mithilfe von Veranschaulichungen am Computer durchgeführt werden. Der Übergang von einer lokalen Änderungsrate zur globalen Funktion der Änderungsraten – zur Ableitungsfunktion – erfordert besondere unterrichtliche Sorgfalt. In diesem Zusammenhang ist das graphische Ableiten hilfreich.

Der Ableitungsbegriff ist mit der Kovariations- und der Objektvorstellung von Funktionen in Beziehung zu setzen. Während erstere Vorstellung eher z. B. mit Bewegungsvorgängen und damit Geschwindigkeiten assoziiert ist, hat die Objektvorstellung stärker die statisch-geometrische Konnotation der Tangentensteigung. Die Verbindung dieser beiden Sichtweisen ist unterrichtlich anzustreben.

Die Schülerinnen und Schüler sollen in dieser Unterrichtseinheit unter anderem eine angemessene Vorstellung von dem Konzept der Änderungsraten entwickeln. In diesem Zusammenhang ist es sinnvoll, in verschiedenen Sachkontexten Änderungsraten zu identifizieren und zu interpretieren.

Eine einmal entwickelte Regel wie etwa die Potenzregel für natürliche Exponenten kann als Heuristik zum Vermuten weiterer Zusammenhänge (etwa die Ableitung der Wurzelfunktion) dienen. Mit leistungsstärkeren Schülerinnen und Schülern sollten diese Vermutungen sorgfältiger begründet oder bewiesen werden.

Die Anwendung des Ableitungskalküls folgt dem Verständnis des Konzeptes. Fertigungsübungen sind vonnöten, wichtig ist aber auch immer der kritische und reflektierte Umgang mit dem Kalkül. Oft gibt es einen einfacheren und eleganteren Bearbeitungsweg zu einer Fragestellung als den kalkülorientierten. Trotzdem ist der Wert eines allgemeingültigen Kalküls in seiner Bedeutung hervorzuheben.

Optimierungsaufgaben bilden eine wichtige Anwendung des Ableitungsbegriffes. Bei ihnen liegt der Schwierigkeit aber eher im Aufstellen einer angemessenen Zielfunktion. Damit wird der Bogen zur vorangegangenen Unterrichtseinheit geschlagen.

Es werden insbesondere die allgemeinen mathematischen Kompetenzen *mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen* (insbesondere bei der Anwendung komplexerer Verfahren) sowie *mathematisch modellieren* (im Zuge der Realitätsbezüge) gefordert. Daneben treten immer wieder Phasen auf, in denen die allgemeine mathematische Kompetenz *mathematisch argumentieren und kommunizieren* zum Zuge kommt, etwa dort, wo man den Pfad eines Rechenverfahrens zugunsten einer eleganteren Bearbeitung verlässt.

Anforderungen und Inhalte:

- **ABI** Veranschaulichung von Konvergenz mithilfe eines Computers, etwa Betrachtung der Tangente bzw. ihrer Steigung als jeweiliger Limes einer Sekantenfolge bzw. Sekantensteigungsfolge
- **ABI** Bearbeitung von Problemen unter Nutzung der Idee der Änderungsrate
- **ABI** Ermittlung von Ableitungsfunktionen von ganzrationalen Funktionen sowie von Potenzfunktionen mit beliebigem Exponenten
- **ABI** graphisch ableiten
- **ABI** Berechnung und Interpretation von Nullstellen sowie von Extrem- und Wendepunkten
- **ABI** situationsangemessene und begründete Auswahl von Vorgehensweisen
- **ABI** Nutzung von Rechenregeln zum Aufdecken von Zusammenhängen
- **ABI** Lösung einfacher Optimierungsprobleme

Die detaillierten Anforderungen finden sich unter den Leitideen *funktionaler Zusammenhang* und *Zahl* in den Anforderungen der Stadtteilschule und des Gymnasiums für den Übergang in die Studienstufe.

Ergänzungen:

Über die Anforderungen hinausgehende Ergänzungen für besonders leistungsstarke Schülerinnen und Schüler:

- Folgen und ihre Grenzwerte
- Beweisverfahren im Kontext des Themas, z. B. vollständige Induktion