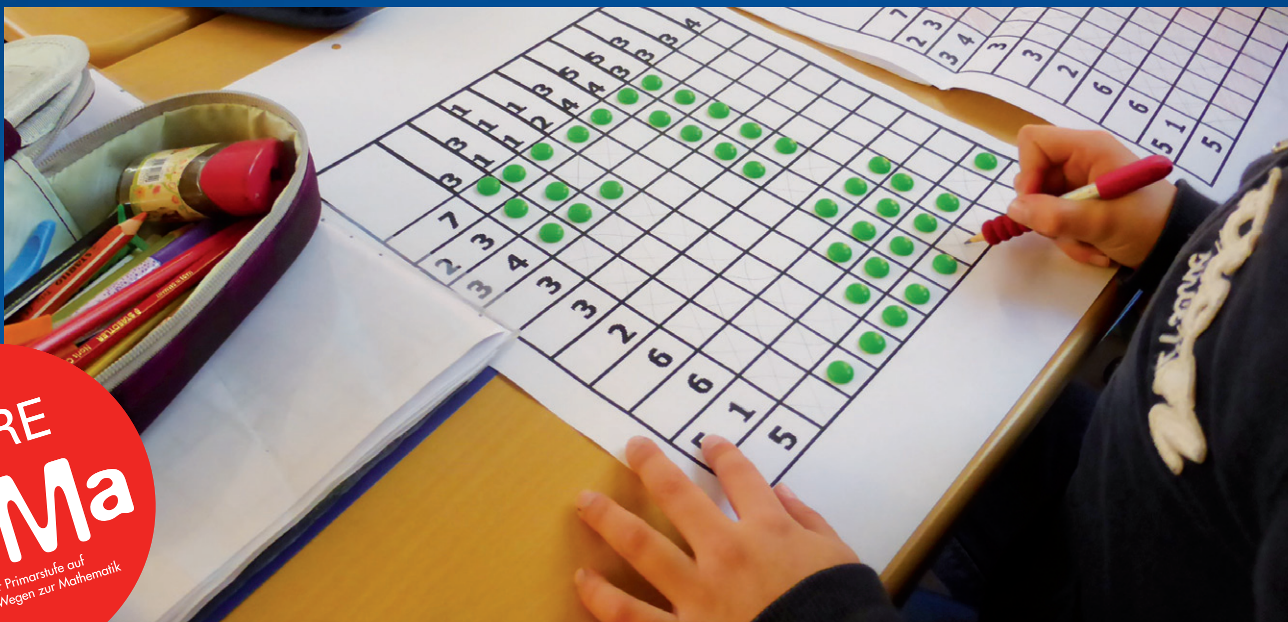
Schülerzirkel Mathematik

HAMBURG



17 JAHRE PriMa

Kinder der Primarstufe auf verschiedenen Wegen zur Mathematik

Impulse für den Mathematikunterricht in der Grundschule, Teil 4

Hamburg

Impressum

Herausgeber:
Behörde für Schule und Berufsbildung
Referat Mathematisch-naturwissenschaftlich-technischer Unterricht
Hamburger Straße 31, 22083 Hamburg

Landesinstitut für Lehrerbildung und Schulentwicklung (LI),
Felix-Dahn-Straße 3, 20357 Hamburg

Leitung:
Monika Seiffert, Leitung MINT-Referat; B 52-2, Amt für Bildung

Redaktion:
Brigitta Hering, Fachreferentin Mathematik Grundschule, B 52-213, Amt für Bildung
Claudia Trawny, Koordination Mathe-Zirkel, Schule Turmweg Hamburg

Bilder:
B. Schwan, Schule Wesperloh
K. Giese, Schule Hohe Landwehr
S. Meyer-Berg, Schule Sethweg

Layout:
Anja v. Zitzewitz

Hamburg, April 2016
Auflage: 2500
Download: www.li.hamburg.de/publikationen

Schülerzirkel Mathematik

Handreichung zum Mathematikunterricht der Grundschule

Fachreferentin Mathematik Grundschule: Brigitta Hering, Fachreferentin Mathematik Grundschule, B 52-213, Amt für Bildung

Verfasser: Claudia Trawny, Koordination Zirkelleitungen Mathematik PriMa mit Beiträgen von Christina Dahl, Christiane Diekmann, Stefanie Eichblatt, Andreas Hartwig, Nicole Schmitt, Elke Pohl, Alicia Gonzales, Michaela Kauffeld, Gerda Kröger, Julia Marasas, Elisabeth Menzel, Susanne Meyer-Berg, Birgit Mojen, Julia Nagels, Susanne Sieffert, Christiane Spieker, Anne zum Berge.

Landesinstitut für Lehrerbildung und Schulentwicklung
Hamburg, April 2016

Inhalt

1 Zur vorliegenden Handreichung 6

1.1 Mathe-Zirkel 6

1.2 Hinweise zur Handreichung 6

1.3 Kompetenzerwerb 7

2 Problem des Monats 8

2.1 Sterne und Schneekristalle (K 1 - 2) 8

2.2 Die Super 4 und Lösungen (K 3) 13

2.3 Schiffssuche und Lösungen 19

2.4 Schatzwürfel (K 4) 28

2.5 Geschickt würfeln (K 5 - 8) 35

2.6 Regionalmeisterschaften und Lösungen (K 9 - 11) 44

2.7 Zeichnen in einem Zug und Lösungen (K 12 - 19) 52

2.8 Die neue Terrasse und Lösungen (K 20) 63

2.9 Nonogramme und Lösungen (K 21 - 31) 68

2.10 Der Weihnachtscode (K 32 - 37) 81

3 Sprachsensibler Mathematikunterricht 90

Auszug aus der Selbstlernplattform HYPERLINK „http://primakom.dzlm.de/herzlich-willkommen“ PrimaKom - Primarstufe Mathematik kompakt

4 Zusätzliche Literatur - Eine Auswahl 98

Vorwort

Sehr geehrte Kolleginnen,
sehr geehrte Kollegen,

das MINT-Referat der Behörde für Schule und Berufsbildung überreicht Ihnen mit der vorliegenden Aufgabensammlung den vierten Teil der Handreichung zum Mathematikunterricht in der Grundschule. Sie ist Bestandteil der „Impulse für den Mathematikunterricht der Grundschule“, einer Reihe von Unterrichtshilfen, die zur Entwicklung und Implementation des Rahmenplans Mathematik für die Grundschule (Hamburg 2011) erarbeitet werden.

Eingebettet in die Maßnahme PriMa (Kinder der Primarstufe auf verschiedenen Wegen zur Mathematik) zur Weiterentwicklung des Mathematikunterrichts in der Grundschule wurde das Forschungs- und Förderprojekt „Besondere mathematische Begabung im Grundschulalter“ vor 17 Jahren unter der wissenschaftlichen Leitung von Frau Prof. Dr. Marianne Nolte, Fachbereich Erziehungswissenschaft der Universität Hamburg, eingerichtet. Begleitet wird die Maßnahme der Talentsuche und Talentförderung seither von Mathe-Zirkeln, die allen Dritt- und Viertklässlern mit Interesse an mathematischen Aktivitäten offen stehen. Die Mathe-Zirkelangebote werden von erfahrenen und engagierten Grundschullehrerinnen und -lehrern, in der Regel ausgebildeten PriMa-Moderatorinnen und PriMa-Moderatoren, durchgeführt.

In einem Arbeitskreis tauschen sich die Zirkelleiterinnen und Zirkelleiter über methodisch-didaktische Fragen sowie über ihre Erfahrungen bei der Erprobung von geeigneten Aufgabenstellungen, wie der „Probleme des Monats“, in den Mathe-Zirkeln aus.

Die vorliegende Aufgabensammlung ist ein weiteres Ergebnis der Zusammenarbeit der Zirkelleiterinnen und Zirkelleiter. Die Autorin hat dazu Aufgabenstellungen, die in der jahresbegleitenden Fortbildung (AG-Zirkelleitungen) am Landesinstitut in Hamburg vorgelegt, diskutiert und in den Mathe-Zirkeln erprobt wurden, ausgewählt, aufbereitet und gegebenenfalls ergänzt.

Die kompetenzorientierten Lernumgebungen sind so angelegt, dass sie verschiedene Lösungswege ermöglichen und auf verschiedene Weise erarbeitet werden können. Im Hinblick auf eine natürliche Differenzierung, z. B. bei Kindern mit besonderen Begabungen, sind auch Bearbeitungen auf unterschiedlichem Niveau möglich. Die Aufgaben sollen die Kinder zur Selbsttätigkeit und zu forschend-entdeckendem Lernen anregen, das sowohl individuell als auch im Austausch mit anderen Kindern stattfinden kann. Eigene Lösungsansätze werden mit denen anderer Kinder verglichen, gemeinsam eingeordnet und bewertet. Von daher werden Arbeitsweisen und die Entwicklung mathematischer Kompetenzen gefördert, deren Entwicklung auch der Rahmenplan Mathematik für die Grundschule vorsieht. Grundsätzlich sind die Aufgabenstellungen geeignet, über die Zirkelarbeit hinaus auch im regulären Mathematikunterricht eingesetzt und weiter erprobt zu werden.

Dazu möchten wir alle Mathematiklehrerinnen und Mathematiklehrer der Grundschule ermuntern.

Für das Zustandekommen dieser Handreichung ist vielen Kolleginnen und Kollegen zu danken, einmal den Zirkelleiterinnen und Zirkelleitern, die an der Entwicklung und Bearbeitung von geeigneten Aufgabenstellungen mitgewirkt haben und eigene Ideen und Anregungen einbrachten, insbesondere aber Claudia Trawny, Koordinatorin der Zirkelleitungen und Lehrerin an der Schule Turmweg in Hamburg. Sie hat die Aufgaben nebst Unterrichtsmaterialien zur methodischen Ausgestaltung zusammengestellt. Herzlichen Dank!

Wir würden uns freuen, wenn wir aus den Schulen Rückmeldungen mit Hinweisen oder Anregungen für den Einsatz der hier vorgelegten Aufgaben in der Zirkelarbeit oder im Unterricht erhielten.

Brigitta Hering
Fachreferentin Mathematik Grundschule
Koordination PriMA – Kinder der Primarstufe auf verschiedenen Wegen zur Mathematik

1 Zur vorliegenden Handreichung

1.1 Mathe-Zirkel

Seit 16 Jahren gibt es den Mathe-Zirkel an zahlreichen Hamburger Grundschulen. Es ist ein den Schulalltag ergänzendes Nachmittagsangebot für mathematisch besonders interessierte und begabte Dritt- und Viertklässler. Grundlage der Arbeit in den Mathe-Zirkeln sind Lernumgebungen, die sogenannten Probleme des Monats. Hier handelt es sich um herausfordernde, kompetenzorientierte Aufgaben, die von einzelnen Zirkelleitern ausgewählt und für die Arbeit in den Zirkeln vorbereitet wurden.
Eine erste Zusammenfassung dieser „Probleme des Monats" (PdM) erschien nach fünf Jahren Zirkelarbeit im Jahr 2004 in Form einer ersten Handreichung. Der zweite Band dieser Reihe erschien 2011. Er enthält eine Auswahl von „Problemen des Monats" aus den Jahren 2005 bis 2010. Der dritte Band dieser Reihe erschien 2014. Er enthält eine Auswahl von „Problemen des Monats" aus den Jahren 2010 bis 2012.

Download: http://li.hamburg.de/publikationen/3563114/schuelerzikel-mathe-band1-band2-band3

1.2 Hinweise zur Handreichung

Bei der Vorbereitung der Probleme des Monats haben die Zirkelleitungen darauf geachtet, dass die allgemeine mathematische Kompetenz Argumentieren und Kommunizieren ein Schwerpunkt ist. Entscheidend ist in den Mathe-Zirkeln, dass die Kinder ihre Lösungswege diskutieren und präsentieren. Über die Einsicht, dass zum Ausprobieren und Erforschen auch Rückschläge gehören, nutzen die Kinder Irrwege und Fehler, um auf neue Ideen zu kommen. Dieser Arbeitsansatz bedeutet: authentisch Mathematik zu betreiben.
Die Kinder sollen die Gelegenheit haben, Sachsituationen zu interpretieren und zu überprüfen. So können sie einerseits ihre Kompetenzen einbringen und andererseits ihr Handwerkszeug erweitern, in dem sie versuchen, Lösungswege für komplexe Fragestellungen zu entwickeln und Zusammenhänge herzustellen und sie zu erklären. Dabei vertiefen sie ihr Wissen, wie Lösungswege handelnd, zeichnerisch und symbolisch darzustellen sind.
Ein weiteres Kriterium bei der Vorbereitung der Probleme war der Wunsch, solche Lernumgebungen vorzustellen, die nicht nur von mathematisch besonders begabten, sondern von allen Kindern einer Klasse bearbeitet werden können. Es besteht hier nicht der Anspruch, dass alle Kinder jede Aufgabe komplett lösen sollen. Die hier vorgestellten Aufgaben bieten vielfältige Möglichkeiten den drei Anforderungsbereichen, die in den Beschlüssen der Kultusministerkonferenz zu Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich von 2004 beschrieben wurden, gerecht zu werden:

Bei den Aufgabenbeispielen lassen sich folgende Anforderungsbereiche unterscheiden:

AB	Anforderungsbereich	Das Lösen der Aufgabe erfordert …
AB I	*Reproduzieren*	Grundwissen und das Ausführen von Routinetätigkeiten.
AB II	*Zusammenhänge herstellen*	das Erkennen und Nutzen von Zusammenhängen.
AB III	*Verallgemeinern und Reflektieren*	komplexe Tätigkeiten wie Strukturieren, Entwickeln von Strategien, Beurteilen und Verallgemeinern.

Für die Ausgestaltung der „Probleme des Monats" sind bei einigen Problemstellungen zusätzliche Kopiervorlagen bei der Zirkelarbeit mit den Kindern entstanden. Diese Ergänzungen stellen wir Ihnen hiermit zur Verfügung. Die Kopiervorlagen sind entsprechend gekennzeichnet mit (K1, K2, ...). Damit können die Aufgaben eine Grundlage zu einer stärkeren Individualisierung des Unterrichts werden, da alle Kinder am selben Problem arbeiten, sich gegenseitig anregen und unterstützen können.
Der zweite Band dieser Reihe enthält bereits eine umfangreiche Literaturliste. Am Ende dieser Handreichung sind daher nur Titel aufgelistet, die sich während der aktuellen Zirkelarbeit bewährt haben.
In dieser Ausgabe sind erstmals Lösungen auch als Wortspeicher für die PdMs mit angegeben, da so die Vorbereitung für den Einsatz der Lernumgebungen erleichtert wird.

1.3 Kompetenzerwerb

Das „Problem des Monats“ (PdM):

Sterne und Schneekristalle wurde von Christiane Diekmann, ehem. Zirkelleiterin an der Schule Rönneburg, entworfen, erprobt und vorgestellt. Die Kinder können hier ihre Kompetenz *nach Phasenmodellen falten* erweitern. Bei dieser Aufgabe geht es darum, ein Faltprodukt kopfgeometrisch so zu durchdringen, dass selbstständig ein Faltweg entwickelt werden kann.

Die Super 4 wurde von Nicole Schmitt, ehem. Zirkelleiterin an der Erich Kästner Schule, und von Christina Dahl, Schule Eulenkrugstraße, entworfen, erprobt und vorgestellt. Die Kinder können ihr Verständnis über Muster nutzen, um ihre Kompetenz *sinnvolle und effektive Sortiermethoden entwickeln* zu vertiefen.

Schiffssuche wurde von der Zirkelleiterin Anne zum Berge, GTS Franzosenkoppel, entwickelt, erprobt und vorgestellt. Die Schiffsrätsel (in ähnlicher Fassung auch Battleship oder Schiffe versenken genannt) fordern Kinder heraus, ihr logisches Denken zu trainieren, indem sie *zwingende Bedingungen zum Ausfüllen herausfinden* und diese systematisch anwenden.

Schatzwürfel basiert auf der Idee von Prof. Hartmut Spiegel. Claudia Trawny, Schule Turmweg, hat diese Aufgabe für den Mathe-Zirkel aufbereitet, erprobt und vorgestellt. Die Vorhersage von Kippbewegungen eines Würfels fördert die Vertiefung *kopfgeometrischer Kompetenzen.*

Geschickt würfeln wurde von den Zirkelleiterinnen Stefanie Eichblatt, Grundschule Wilhelmsburg, und Julia Nagels, Schule Frohmestraße, entwickelt, erprobt und vorgestellt. Um dieses Spiel zu gewinnen, müssen die Kinder herausfinden, welches Vorgehen strategisch sinnvoll ist. Dabei können die Kinder ihre Kompetenz *wahrscheinliche Ereignisse nachweisen* weiterentwickeln.

Regionalmeisterschaften wurde von den Zirkelleitungen Andreas Hartwig, Schule Rönneburg, Birgit Mojen, Schule Scheeßeler Kehre, und Elke Pohl, Schule Marmstorf, entwickelt, erprobt und vorgestellt. Bei diesem PdM können die Kinder ihre Kompetenz *Informationen aus Tabellen entnehmen und interpretieren* erweitern.

Zeichnen in einem Zug wurde von der Zirkelleiterin Alicia Gonzalez, Ganztagsschule Sternschanze, entwickelt, erprobt und vorgestellt. Die Kompetenz *Netze beschreiben und Besonderheiten in ihnen aufspüren* wird hier gefordert.

Die neue Terrasse wurde von den Zirkelleiterinnen Michaela Kauffeld, Schule Friedrich-Frank-Bogen, Gerda Kröger, Clara Grunewald Schule, und Julia Marasas, Schule Curslack-Neuengamme, entwickelt, erprobt und vorgestellt. Die Kompetenz *Strukturen innerhalb von Einmaleinsaufgaben entdecken, beschreiben und dokumentieren* wird mittels dieses PdMs vertieft.

Nonogramme wurde von den Zirkelleiterinnen Susanne Meyer-Berg, Schule Sethweg, und Susanne Sieffert, Schule an der Isebek, entwickelt, erprobt und vorgestellt. Dieses PdM fordert die Kinder zum logischen Denken heraus, da sie angeregt werden, *Lösungsstrategien zu entwickeln, diese zu dokumentieren und anschließend ihre Ergebnisse zu überprüfen*.

Der Weihnachtscode wurde von den Zirkelleiterinnen Christiane Spieker, Schule Eulenkrugstraße, und Elisabeth Menzel, Schule Schimmelmannstraße entwickelt, erprobt und vorgestellt. Bei diesem Problem geht es darum, *Muster zu entdecken* und Strategien für die Entschlüsselung der geheimen Botschaften zu finden. Mit einer anderen (selbst entwickelten) Botschaft kann man dieses Problem auch zu jeder anderen Jahreszeit nutzen.

2 Problem des Monats

2.1 Problem des Monats – Sterne und Schneekristalle

Sterne und Schneekristalle für Fenster

In der Adventszeit werden vielerorts die Fenster geschmückt. Papierquadrate werden dazu gefaltet und Teile herausgeschnitten. Die Spannung, was beim Aufklappen entsteht, ist groß. Wir wollen gezielt Sterne herstellen. Im Januar könnten wir dann mit weißen Schneekristallen am Fenster Winterzauber entstehen lassen. Schaffst du es, am Ende eine eigene Arbeitsanleitung für Mitschüler zu schreiben?

Aufgabe 1

Stelle einen 8-zackigen Stern her, indem du ein (gelbes) Quadrat mehrfach faltest und ein Stück ausschneidest.

- Wie oft musst du das Quadrat falten?
- Wie muss es gefaltet werden?
- Gibt es mehrere Möglichkeiten zu falten?
- Wo muss ein Stück herausgeschnitten werden, damit ein 8-zackiger Stern entsteht? (An welcher Kante musst du schneiden, damit kein Quadrat mit Lochmuster entsteht?)
- Worauf musst du achten, damit die Zacken wirklich spitz sind?

Aufgabe 2

Wahrscheinlich hast du jetzt einen Stern mit 4 langen und 4 kurzen Zacken hergestellt.
Stelle nun einen Stern mit 8 gleich langen Zacken her.

- Wie musste das eine Stück herausgeschnitten werden, damit die 8 Zacken verschieden lang waren?
- Wie muss jetzt das eine Stück herausgeschnitten werden, damit die 8 Zacken gleich lang werden?

Aufgabe 3

Mustere deinen Stern durch Ausschneiden.

- An welcher Faltkante musst du ausschneiden, damit jede der 4 kurzen Zacken innen gemustert ist?
- An welcher Faltkante musst du ausschneiden, damit jede der 4 langen Zacken innen gemustert ist?

Aufgabe 4

Wie musst du bei gleicher Faltung den 1. Ausschnitt verändern, damit aus weißen Papierquadraten Schneekristalle, keine Sterne und auch kein Quadrat mit Lochmuster entstehen?

Achtung: Eigentlich haben Schneekristalle immer nur 6 Arme oder Zacken. Aber du kannst ja sagen, dass du das weißt, wenn du darauf angesprochen wirst. Vielleicht ist das ja eine nächste Forscheraufgabe: Wie faltet man welche Fläche, damit ein 6 zackiger Stern oder Schneekristall entsteht?

So viel sei verraten: Mit einem Quadrat wird das sehr schwer.

Bild: C. Diekmann, Schule Rönneburg

2.1.1 Worum geht es?

Die Kinder können bei dieser Aufgabe ihre Kompetenz, in der Vorstellung an ebenen Figuren Veränderungen vornehmen und ihre Endform zu beschreiben, erweitern. Nicht die Faltanleitung ist gegeben, sondern das Ergebnis. Die Kinder sind also aufgefordert, rückwärts zu denken. Das bedeutet, dass sie die Erkenntnis, wo gefaltet und wo geschnitten werden muss, über das Ausprobieren erreichen können. Entscheidend ist, dass die Kinder ihren Wortschatz so erweitern, dass sie ihre Untersuchungen und ihre Ergebnisse beschreiben können. Beachten Sie die Wortspeicher in dieser Handreichung ab Seite 90.

2.1.2 Wie kann man vorgehen?

Die Kinder probieren, die erste Aufgabe zu lösen, indem sie selbstständig falten und schneiden.
Im anschließenden Gespräch wird eine Formulierungshilfe für das Falten erstellt:

Formulierungshilfen	Alternative Formulierungen
Wir falten das Quadrat zu einem Dreieck. Ecke auf Ecke. Dies ist ein gleichschenkliges Dreieck.	Falte ein Dach. Nun hast du das Dach von einem Haus. Die Dachschrägen sind gleichlang. Die untere Kante ist die lange Kante.
Wir falten das Dreieck noch einmal zu einem Dreieck.	Falte ein zweites Mal ein Dach. Falte ein drittes Mal ein Dach.
Wir falten das gleichschenklige Dreieck noch einmal zu einem gleichschenkligen Dreieck.	Eine Dachschräge ist geschlossen/ hat einen Knick. Die andere Dachschräge hat acht offene Kanten. Diese sind durch die Halbierung der Ränder des Quadrats entstanden. Die lange Kante hat 3 Knicke.
Fragestellungen	**Antworten**
Was muss ich nach dem Falten tun, um einen achtzackigen Stern herzustellen?	Nimm die geschlossene Dachschräge in die Hand, in der du nicht die Schere hältst. Schneide mit zwei Schnitten ein Dreieck in die offene Dachschräge.
Was passiert, wenn das ausgeschnittene Dreieck flach ist, was, wenn es tief ist?	Die Zacken werden unterschiedlich breit.
Wie werden die Zacken spitz?	Ich beginne und ende den Schnitt genau in einer Ecke.
Wie erhältst du ein Loch in der Mitte?	Ich schneide die Ecke ab, an der sich die lange Kante und die geschlossene Dachschräge treffen.
Wie kann ich die Zacken innen mustern?	Ich schneide Stücke aus der langen Kante/der geschlossenen Dachschräge.
Wie kann ich die Zacken außen mustern?	Ich schneide Stücke aus den offenen Seiten.

2.1.3 Zusatzaufgabe

Sieh dir die fertigen Sterne/Schneekristalle der anderen Kinder an.
Kannst du eine dieser Vorlagen exakt kopieren?

K 1 Sterne und Schneekristalle

Tipps zu Aufgabe 1

1. Du musst 3x falten.
2. Es gibt 2 Möglichkeiten zu falten.

Möglichkeit 1

1. Falte ein Dreieck.
2. Falte wiederum ein Dreieck.
3. Falte wiederum ein Dreieck.

Achte darauf, dass dabei immer die Außenkanten des Quadrats auf einer Außenkante zu liegen kommen.

Möglichkeit 2

1. Falte Kante auf Kante. (Buch)
2. Falte kurze Kante auf kurze Kante.
3. Falte zum Dreieck.

Achtung: Falte so, dass dabei immer alle Außenkanten aufeinander liegen.

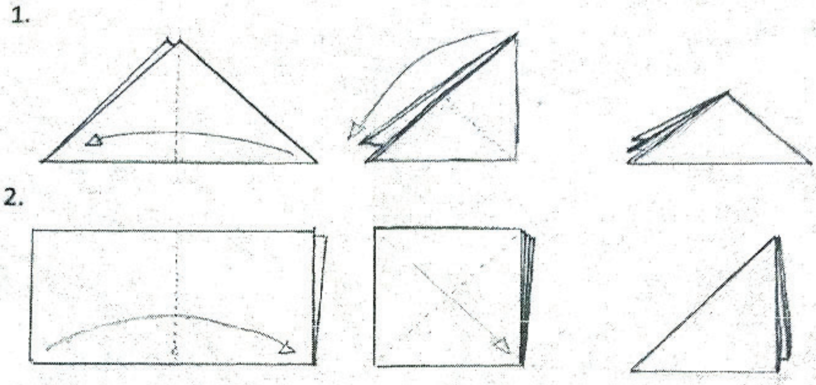
Tipps zu Aufgabe 2

Der Ausschnitt muss an den offenen Außenkanten erfolgen.
Wenn du an den gefalteten Knicken schneidest,
entsteht ein Quadrat mit Lochmustern.
Das ist auch hübsch, aber wir wollen STERNE mit 8 Zacken herstellen.

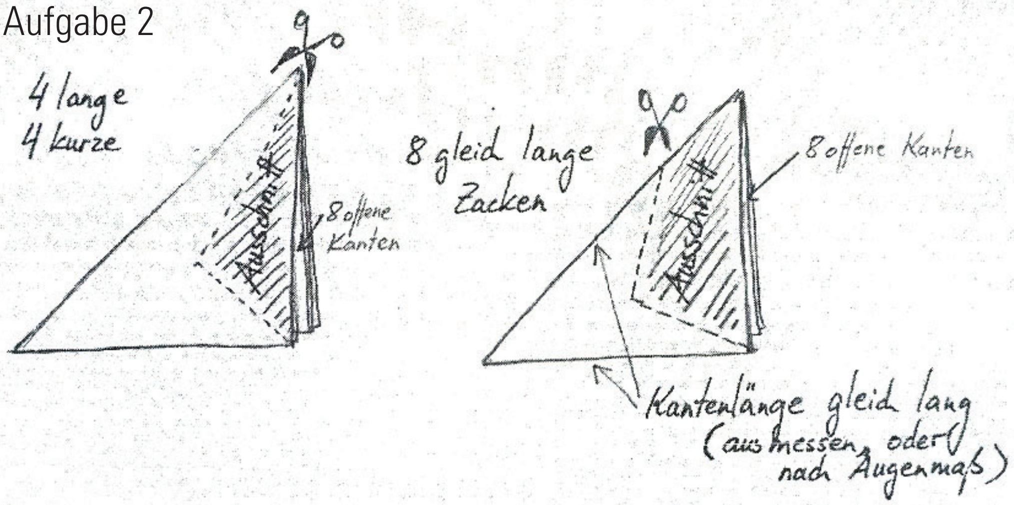
K 2 Sterne und Schneekristalle

Zeichne so:

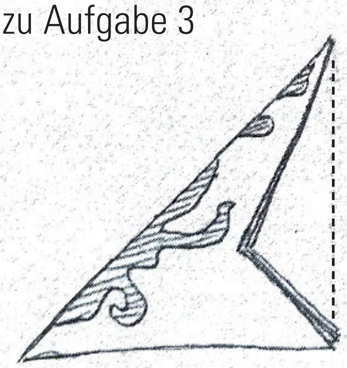
Tipps zu Aufgabe 1



Tipps zu Aufgabe 2



Tipps zu Aufgabe 3



Du musst an der langen Kante des gleichschenkligen Dreiecks einen oder mehrere gemusterte Ausschnitte durchführen.

Dann sind die 4 langen Zacken gemustert.

2.2 Problem des Monats – Die Super 4

Die Super 4

Hier siehst du ein Spielfeld.

Es ist ein festgelegter Ausschnitt des Hunderterfeldes.

1	2	3	4
11	12	13	14
21	22	23	24
31	32	33	34

Deine Aufgabe ist es, vier Felder (Summanden) auszuwählen, deren Summe 70 ergibt.

Eine Möglichkeit wäre:

1	2	3	4
11	12	13	14
21	22	23	24
31	32	33	34

Die Additionsaufgabe dazu: **1 + 4 + 31 + 34 = 70**

Aufgaben

1. Finde viele unterschiedliche Möglichkeiten.
2. Versuche die verschiedenen Möglichkeiten zu sortieren.
Was fällt dir auf?
3. Kannst du einen Tipp formulieren?
Ein möglicher Satzanfang wäre:
Man findet viele Möglichkeiten, wenn man ...

Zusatzaufgabe:

Das Feld 1 ist festgelegt. Das Feld 1 muss immer verwendet werden.

Wie viele Möglichkeiten findest du mit dem festgelegten Feld 1?

Idee aus: Hengartner, Elmar/ Hirt, Ueli/ Wälti, Beat (2010): Lernumgebungen für Rechenschwache bis Hochbegabte. Natürliche Differenzierung im Mathematikunterricht. 2. Auflage, Klett und Kallmeyer Verlag.

2.2.1 Worum geht es?

Beim Lösen dieses Rätsels können die Kinder feststellen, dass nur mit Hilfe einer systematischen Vorgehensweise möglichst viele (oder sogar alle 68 Lösungen) gefunden werden können.
Das Ziel ist, Muster in einem ausgewählten 4x4 Feld der 100er Tafel zu finden. Mit vier verschiedenen Summanden soll immer die Summe 70 gebildet werden. Wichtig ist, dass die Kinder ihre Vorgehensweise erklären und beispielsweise begründen, wie sie Doppelungen ausschließen. Interessant ist, dass die Kinder bei dieser Aufgabe die Möglichkeit haben, durch systematische oder geometrische Vorgehensweise Muster zu finden.

2.2.2 Wie kann man vorgehen?

Zunächst sollen die Kinder schätzen, wie viele unterschiedliche Lösungsmöglichkeiten es gibt. Anschließend können die Kinder versuchen, möglichst viele Lösungen zu finden. Dabei können die Kinder ihre Lösungen auf den Kopien markieren oder diese mit Plättchen auf die Felder legen (K 3).

Nach der ersten Arbeitsphase werden gefundene Lösungen gesammelt und Tipps zum Finden von Lösungen formuliert:

1. Verändere *Einer* und *Zehner* gegensinnig.
2. Verändere nur zwei Zahlen.
3. Suche nach Spiegelungen.
4. Nutze die Beziehungen von Außenfeldern und Innenfeldern.

In einer weiteren Arbeitsphase suchen die Kinder weitere Lösungen. Anschließend können die Ergebnisse auseinander geschnitten werden. Alle identischen Lösungen werden auf einem Stapel gesammelt. Zur Fixierung bietet es sich an, die Lösungen mit Wäscheklammern zusammenzuhalten. Alle Lösungsstapel werden nun sortiert. Durch das Sortieren können die Kinder neue Lösungsmöglichkeiten entdecken (Lösungen siehe S. 16 + S. 17). Beachten Sie die Wortspeicher in dieser Handreichung ab Seite 90.

2.2.3 Zusatzaufgabe

Was passiert, wenn ich ein Feld festlege?

Sind es dann mehr oder weniger Lösungen?

Die Zusatzaufgabe kann auch zur Differenzierung eingesetzt werden. Alternativ kann auch mit dieser Aufgabe begonnen werden. Die Kinder können 15 Möglichkeiten finden und arbeiten deshalb in einem überschaubaren Rahmen (Lösung S. 18). Anschließend kann die Aufgabe geöffnet werden: Wenn nun alles frei ist, wie viele Möglichkeiten gibt es dann?

K 3 Die Super 4

1	2	3	4
11	12	13	14
21	22	23	24
31	32	33	34

1	2	3	4
11	12	13	14
21	22	23	24
31	32	33	34

1	2	3	4
11	12	13	14
21	22	23	24
31	32	33	34

1	2	3	4
11	12	13	14
21	22	23	24
31	32	33	34

1	2	3	4
11	12	13	14
21	22	23	24
31	32	33	34

1	2	3	4
11	12	13	14
21	22	23	24
31	32	33	34

1	2	3	4
11	12	13	14
21	22	23	24
31	32	33	34

1	2	3	4
11	12	13	14
21	22	23	24
31	32	33	34

1	2	3	4
11	12	13	14
21	22	23	24
31	32	33	34

1	2	3	4
11	12	13	14
21	22	23	24
31	32	33	34

1	2	3	4
11	12	13	14
21	22	23	24
31	32	33	34

1	2	3	4
11	12	13	14
21	22	23	24
31	32	33	34

1	2	3	4
11	12	13	14
21	22	23	24
31	32	33	34

1	2	3	4
11	12	13	14
21	22	23	24
31	32	33	34

1	2	3	4
11	12	13	14
21	22	23	24
31	32	33	34

1	2	3	4
11	12	13	14
21	22	23	24
31	32	33	34

Lösungen Die Super 4

Muster 1: Zwei zusammen im Kreis

1	**2**	3	4
11	12	13	14
21	22	23	24
31	32	**33**	**34**

1	**2**	**3**	4
11	12	13	14
21	22	23	24
31	**32**	**33**	34

1	2	**3**	**4**
11	12	13	14
21	22	23	24
31	**32**	33	34

1	2	3	**4**
11	12	13	**14**
21	22	23	24
31	32	33	34

1	2	3	4
11	12	13	**14**
21	22	23	**24**
31	32	33	34

1	2	3	4
11	12	13	14
21	22	23	**24**
31	32	33	**34**

Muster 2: Drei zusammen + Ecke

1	2	3	4
11	12	**13**	14
21	22	**23**	24
31	32	**33**	34

1	2	3	**4**
11	**12**	13	14
21	**22**	23	24
31	**32**	33	34

1	**2**	3	4
11	**12**	13	14
21	**22**	23	24
31	32	33	**34**

1	2	**3**	4
11	12	**13**	14
21	22	**23**	24
31	32	33	34

1	2	3	4
11	12	13	14
21	**22**	**23**	**24**
31	32	33	34

1	2	3	**4**
11	12	13	14
21	**22**	**23**	24
31	32	33	34

1	2	3	4
11	**12**	**13**	14
21	22	23	24
31	32	33	**34**

1	2	3	4
11	**12**	**13**	**14**
21	22	23	24
31	32	33	34

Muster 3: Windmühle

1	**2**	3	4
11	**12**	13	14
21	22	**23**	24
31	32	**33**	34

1	2	**3**	4
11	12	**13**	14
21	**22**	23	24
31	**32**	33	34

1	2	3	4
11	**12**	13	14
21	22	**23**	**24**
31	32	33	34

1	2	3	4
11	12	**13**	**14**
21	**22**	23	24
31	32	33	34

Lösungen Die Super 4

Muster 4: Zickzack

1	2	3	4
11	**12**	13	**14**
21	22	**23**	24
31	32	33	34

1	2	3	4
11	12	**13**	14
21	**22**	23	**24**
31	32	33	34

1	2	**3**	4
11	**12**	13	14
21	22	**23**	24
31	**32**	33	34

1	**2**	3	4
11	12	**13**	14
21	**22**	23	24
31	32	**33**	34

Muster 5: 2 außen und 2 innen

1	2	3	**4**
11	12	13	14
21	22	23	24
31	**32**	**33**	34

1	**2**	**3**	4
11	12	13	14
21	22	23	24
31	32	33	**34**

1	2	3	4
11	12	13	**14**
21	22	23	**24**
31	32	33	34

1	2	3	**4**
11	12	13	14
21	22	23	24
31	32	33	**34**

1	2	3	4
11	12	13	**14**
21	**22**	**23**	24
31	32	33	34

1	2	3	4
11	**12**	**13**	14
21	22	23	**24**
31	32	33	34

1	2	**3**	4
11	**12**	13	14
21	**22**	23	24
31	32	**33**	34

1	**2**	3	4
11	12	**13**	14
21	22	**23**	24
31	**32**	33	34

Muster 6: Diagonale

1	2	3	4
11	**12**	13	14
21	22	**23**	24
31	32	33	**34**

1	2	3	**4**
11	12	**13**	14
21	**22**	23	24
31	32	33	34

Muster 7: Aus der Reihe tanzen

1	**2**	3	4
11	12	13	**14**
21	**22**	23	24
31	**32**	33	34

1	2	**3**	4
11	12	13	14
21	22	**23**	24
31	32	**33**	34

1	**2**	3	4
11	**12**	13	14
21	22	23	**24**
31	**32**	33	34

1	2	**3**	4
11	12	**13**	14
21	22	23	24
31	32	**33**	34

Lösungen der Zusatzaufgabe:

Die 1 ist festgelegt!

1	**2**	3	4
11	12	13	14
21	22	23	24
31	32	**33**	**34**

1	2	**3**	4
11	12	13	14
21	22	23	24
31	**32**	33	**34**

1	2	3	**4**
11	12	13	14
21	22	23	24
31	32	33	**34**

1	2	3	**4**
11	12	13	14
21	22	23	24
31	**32**	**33**	34

1	2	3	4
11	12	13	14
21	22	23	**24**
31	32	33	**34**

1	2	3	4
11	**12**	13	14
21	22	**23**	24
31	32	33	**34**

1	2	3	4
11	**12**	13	14
21	22	23	**24**
31	32	**33**	34

1	2	3	4
11	12	**13**	14
21	**22**	23	24
31	32	33	**34**

1	2	3	4
11	12	**13**	14
21	22	**23**	24
31	32	**33**	34

1	2	3	4
11	12	**13**	14
21	**22**	23	24
31	32	33	**34**

1	2	3	4
11	12	13	**14**
21	22	23	24
31	32	33	**34**

1	2	3	4
11	12	13	**14**
21	**22**	23	24
31	32	**33**	34

1	2	3	4
11	12	13	**14**
21	22	**23**	24
31	**32**	33	34

1	2	3	4
11	12	13	**14**
21	22	23	**24**
31	32	33	34

1	2	3	4
11	12	13	14
21	**22**	**23**	**24**
31	32	33	34

Es gibt 15 Möglichkeiten.

2.3 Problem des Monats – Schiffssuche

Schiffssuche In dem Diagramm verbergen sich verschieden lange Schiffe.

Tretboote	■
Ruderboote	■■
Drachenboote	■■■
lange Segelboote	■■■■

Jedes Segment (■)
eines Schiffes belegt genau ein Feld des Diagramms.
Die Schiffe im Diagramm liegen entweder senkrecht oder waagerecht.
Sie berühren sich nicht, auch nicht diagonal.
Die Zahlen am Rand des Diagramms geben an,
wie viele Schiffssegmente sich in der jeweiligen Zeile bzw. Spalte
des Diagramms befinden.
Bei jeder Aufgabe ist angegeben, wie viele Schiffe du suchen musst.

1. Findest du alle Schiffe?

	3	0	1	1	3	2
2			■			
0						
4						
1						
0						
3						

3 x ■
2 x ■■
1 x ■■■

Idee aus: Mix-Logik (2015): Rätsel fürs Auge. Heft Nr. 43, Küng Verlag.

2. Finde alle Schiffe!

a)

	3	1	4	0	0	2
2						
0						
3						
1						
2						
2			**X**			

3 x ■

2 x ■■

1 x ■■■

X bedeutet: In diesem Feld ist kein Schiff.

b)

	1	4	1	2	0	3
3			■			
0						
1						
2						
1						
4						

1 x ■

2 x ■■

2 x ■■■

c)

	3	1	1	0	5	0	6
2							
3							
0							
1							
4							
3							
3							

2 x ■

2 x ■■

2 x ■■■

1 x ■■■■

2. Finde alle Schiffe!

d)

	3	0	5	2	2	2	2
5							
0							
2							
0							
3							
2							
4							

2 x ■
2 x ■■
2 x ■■■
2 x ■■■■

e)

	7	0	4	4	4	4	0	2	1	4
4										
5										
1										
5										
0										
0										
2										
6										
0										
7										

3 x ■
2 x ■■
1 x ■■■
5 x ■■■■

3. Es gibt Kinder, die Schwierigkeiten beim Lösen der Schiffsrätsel haben.
Welchen Tipp würdest du ihnen geben?
Schreibe den Tipp auf.
Zeichne.

Tippkarte 1

Tippkarte 2

Wortspeicher: Diese Wörter können dir helfen:
Segment - markieren - streichen - ausfüllen - wenn ..., dann ... .

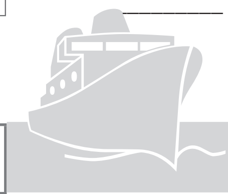
4. Erstelle ein Schiffsrätsel.

Überprüfe, ob du dein Rätsel lösen kannst!

______ x ______

______ x ______

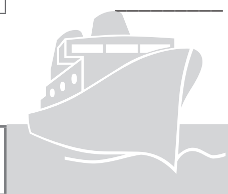
______ x ______



______ x ______

______ x ______

______ x ______



______ x ______

______ x ______

______ x ______

2.3.1 Worum geht es?

Die Kinder sollen in einem Diagramm mit Hilfe von Randzahlen und unter der Berücksichtigung vorgegebener Regeln verschieden große Schiffe finden. Es gibt:

Tretboote	■
Ruderboote	■■
Drachenboote	■■■
lange Segelboote	■■■■

Die übergeordnete Aufgabenstellung lautet: Finde alle Schiffe! Dabei müssen folgende Regeln beachtet werden:

- Jedes Segment (■) eines Schiffes belegt genau ein Feld des Diagramms.
- Die Schiffe im Diagramm liegen entweder senkrecht oder waagerecht.
- Die Schiffe berühren sich nicht, auch nicht diagonal.

Die Zahlen am Rand des Diagramms geben an, wie viele Schiffssegmente sich in der jeweiligen Zeile bzw. Spalte des Diagramms befinden. Bei jeder Aufgabe ist angegeben, wie viele Schiffe zu suchen sind. Durch Kombinieren und Ausschließen von möglichen Schiffsplätzen kann das Diagramm abschnittsweise ausgefüllt werden, bis alle Schiffe gefunden sind. Es gibt auch Schiffsrätsel, bei denen schon einzelne Segmente eingetragen sind.
Hinweis: Ein Segment gehört nur zu einem Schiff.

2.3.2 Wie kann man vorgehen?

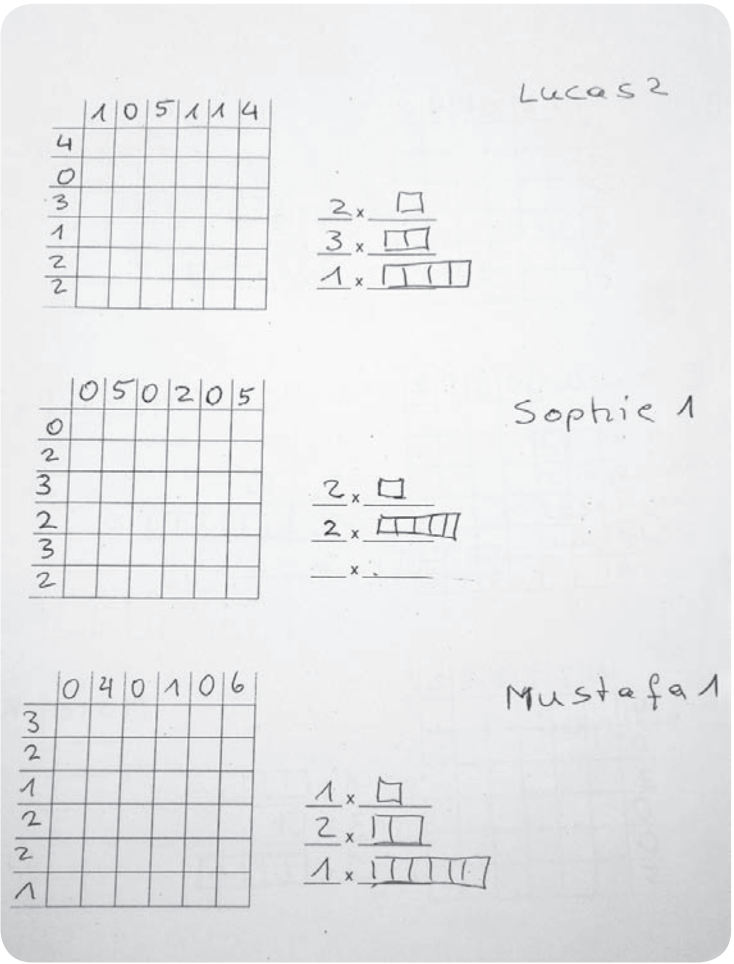
Es bietet sich an, das erste Rätsel mit den Kindern gemeinsam auszufüllen und daran die Regeln zu erläutern. Dabei sollte darauf geachtet werden, dass ein Feld erst ausgefüllt wird, wenn nur diese Lösung möglich ist. Raten und probieren hilft nicht. Viele Kinder raten anfangs und übersehen, dass es oft mehrere Möglichkeiten für die Lage eines Segmentes gibt. Wenn ein Boot mit Sicherheit eingezeichnet ist, kann zu beiden Seiten kein weiteres Segment eingezeichnet werden. Deshalb können diese Felder mit einem Kreuz markiert werden. Sollten Verständnisschwierigkeiten beim Erarbeiten der Regeln auftreten, können Cuisenaire-Würfel o.ä. als Schiffe genutzt werden und die Handlungen verdeutlichen. Dabei muss darauf geachtet werden, dass sich der Bootstyp im Verlauf des Lösens noch ändern kann (Bsp.: Aus einem Tretboot kann auch ein Ruderboot werden, wenn die maximale Anzahl der möglichen Segmente noch nicht erreicht wurde). Nachdem die Kinder die ersten Schiffsrätsel mit unterschiedlichen Schwierigkeitsgraden gelöst haben, geht es nun darum, erste Tipps oder Entdeckungen beim Lösen zu nennen und zu notieren. Diese Tipps können auch auf Karten geschrieben und von anderen Kindern bei Bedarf als Hilfskarten genutzt werden.
Vorgegebene Satzanfänge oder ein Wortspeicher (Segment, markieren, streichen, ausfüllen, wenn ... dann, ...) erleichtern das Formulieren. Beachten Sie die Wortspeicher in dieser Handreichung ab Seite 90.

Mögliche Tipps sind:

- Markiere die Felder (mit einem Kreuz), in denen kein Schiffssegment liegen kann.
- Streiche erst alle Nullreihen weg.
- Stelle fest, welche Schiffe du bereits gefunden hast.
- Streiche gefundene Schiffe in der Liste neben dem Diagramm weg.
- Achte bei gefundenen Tretbooten darauf, dass diese auch größere Boote sein können.
- Streiche alle Felder um ein fertiges Schiff weg.
- Wenn in einer Reihe nur noch 4 zusammenhängende Felder und nur noch ein 4er Schiff übrig sind, müssen hier überall Segmente liegen.
- Es hilft, wenn du erst ein Segment einzeichnest, wenn du sicher bist, dass es dort liegen muss.
- Manchmal kann man einzelne Felder ausschließen, wenn z.B. keine Tretboote mehr zur Verfügung stehen.
- Arbeite die Randzahlen der Reihe nach von oben nach unten und von links nach rechts durch und entscheide, ob du ein Feld streichen oder eintragen kannst.

2.3.3 Zusatzaufgabe

Anschließend können weitere Schiffsrätsel oder auch Blankorätsel gelöst werden. Bei den Blankorätseln sollen die Kinder sich eigene Schiffsrätsel ausdenken. Die Schwierigkeit besteht vor allem darin, dass ein Rätsel auch eindeutig lösbar sein muss. Es bietet sich an, erst die Schiffe einzuzeichnen und dann die Randzahlen und die Anzahl der Schiffe zu notieren. Das bedeutet aber nicht, dass dadurch das Rätsel auch zwingend lösbar ist! Ein Erproben der selbst ausgedachten Schiffsrätsel, gerne auch durch Mitschüler, ist daher sinnvoll. Die neu erstellten Schiffsrätsel könnten auch als Rätselheft zusammengetragen werden (Schülerbeispiele). Die Aktivierung des Selbst-Rätsel-Stellens bedeutet eine Vertiefung erworbener Kompetenzen.



B. Redmann / Grundschule Tonndorf

Lösungen Schiffssuche

1. Aufgabe

	3	0	1	1	3	2
2	X	X	■	X	■	X
0	X	X	X	X	X	X
4	■	X	X	■	■	■
1	■	X	X	X	X	X
0	X	X	X	X	X	X
3	■	X	X	X	■	■

2. Aufgaben

a)

	3	1	4	0	0	2
2	X	■	■	X	X	X
0	X	X	X	X	X	X
3	■	X	■	X	X	■
1	X	X	■	X	X	X
2	■	X	■	X	X	X
2	■	X	X	X	X	■

b)

	1	4	1	2	0	3
3	X	■	■	■	X	X
0	X	X	X	X	X	X
1	X	■	X	X	X	X
2	X	■	X	X	X	■
1	X	X	X	X	X	■
4	■	■	X	■	X	■

c)

	3	1	1	0	5	0	6
2	X	X	X	X	■	X	■
3	X	■	X	X	■	X	■
0	X	X	X	X	X	X	X
1	X	X	X	X	X	X	■
4	■	X	■	X	■	X	■
3	■	X	X	X	■	X	■
3	■	X	X	X	■	X	■

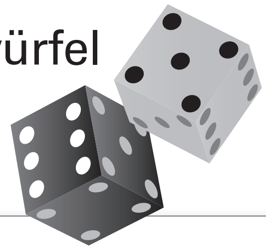
d)

	3	0	5	2	2	2	2
5	■	X	■	■	■	■	X
0	X	X	X	X	X	X	X
2	X	X	■	■	X	X	X
0	X	X	X	X	X	X	X
3	■	X	■	X	X	X	■
2	■	X	■	X	X	X	X
4	X	X	■	X	■	■	■

e)

	7	0	4	4	4	4	0	2	1	4
4	■	X	X	X	X	X	X	■	■	■
5	■	X	■	■	■	■	X	X	X	X
1	■	X	X	X	X	X	X	X	X	X
5	■	X	■	■	■	■	X	X	X	X
0	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
0	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
2	■	X	X	X	X	X	X	X	X	■
6	■	X	■	■	■	■	X	X	X	■
0	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
7	■	X	■	■	■	■	X	■	X	■

2.4 Problem des Monats – Schatzwürfel



Schatzwürfel

Die Kinder aus einem Schülerzirkel in Hamburg haben sich eigene Spielpläne für das Strategiespiel Schatzwürfel ausgedacht.

Lies die Spielanleitung.
Spiele das Spiel Schatzwürfel mit anderen Kindern.
Sicherlich kannst du dir nun Gedanken zu folgenden Fragen machen:

1. Hattest du beim Spielen eine bestimmte Strategie?
   Das heißt, hast du immer auf die gleiche Weise versucht, möglichst viele Punkte zu erlangen, um zu gewinnen?
   Hast du auch andere Strategien ausprobiert?
   Tausche dich mit anderen Kindern über gute Spielzüge aus.

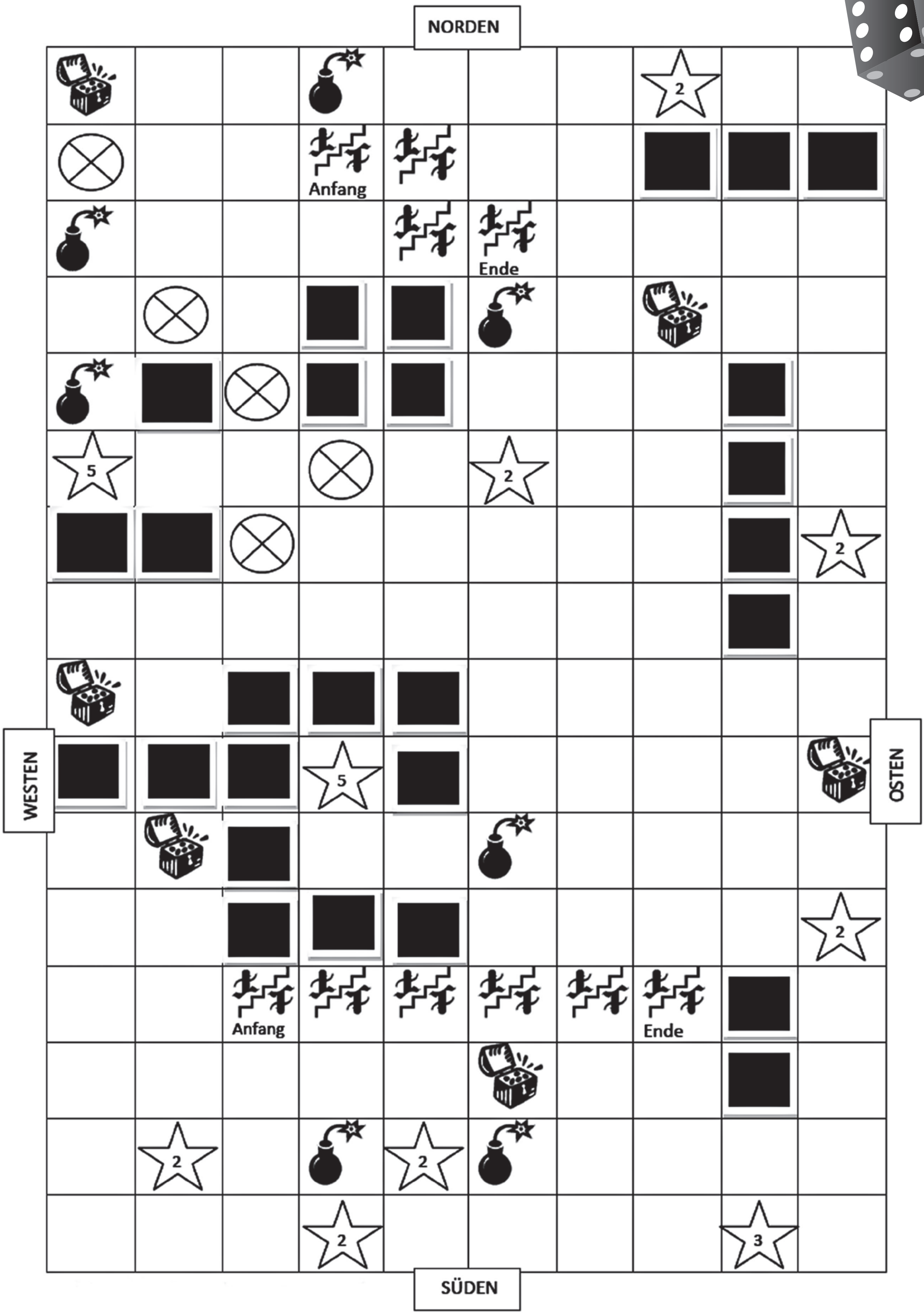
2. Überlege dir nun eine neue Spielsituation:
   Es geht nicht mehr nach Zeit.
   Jeder Spieler ist nur noch zehn mal an der Reihe.
   Welche Punktzahl kann ein Spieler nun maximal erreichen?

3. Nun darfst du dir selbst einen Spielplan ausdenken (K4).
   Wenn du neue Ereignisfelder einführen möchtest, musst du die Spielanleitung ergänzen, damit alle Kinder mit deinem Plan spielen können.

Viel Spaß!

(Idee aus: Spiegel, Hartmut (2008): Schatzwürfel.
In: Grundschule Mathematik, Heft Nr. 18, Friedrich Verlag, (S. 26-39).

Schatzwürfel



Spielplan Schatzwürfel, C. Trawny, Schule Turmweg

Spielanleitung: Schatzwürfel

Ihr braucht: 1 Spielplan, 1 Zettel zum Notieren der Punkte, 2 verschiedenfarbige Würfel, 1 Uhr

Spielt zu zweit. Jeder Spieler legt einen Würfel auf ein beliebiges leeres Feld auf dem Spielfeld und entscheidet, welche Augenzahl oben liegen.
Wer an der Reihe ist, muss seinen Würfel 3-mal kippen.
Achtung! Du darfst den Würfel nicht hin und her kippen. Jedes Spiel dauert 10 Minuten. Nach 10 Minuten zählt ihr alle Punkte zusammen.
Gewinner ist, wer am Ende die meisten Punkte hat.

Jeder Spieler bekommt die Punktzahl gutgeschrieben, die nach drei Kippbewegungen oben liegt.

Bleibt der Würfel auf dem Schatz liegen, gibt es 10 Bonuspunkte. Also die Augenzahl, die oben liegt, plus 10 Bonuspunkte.
Ist ein Schatz erreicht worden, muss er gestrichen werden.
Jeder Schatz darf nur einmal benutzt werden.

Bleibt der Würfel auf einem Stern liegen, wird die oben liegende Augenzahl mit der Zahl im Stern multipliziert.
Die Sterne können immer wieder benutzt werden.

Kippt der Würfel auf seinem Weg über eine Bombe oder bleibt auf einer Bombe liegen, so werden immer 3 Punkte abgezogen.

Mit der Treppe können Wege abgekürzt werden. Liegt der Würfel auf dem Feld „Treppe Anfang“, so kann er direkt auf das Feld „Treppe Ende“ gelegt werden, ohne dass eine Kippbewegung verloren geht.
Der Spieler kann nun von dem Feld „Treppe Ende“ aus weiterkippen, bis er 3 Kippbewegungen mit seinem Würfel gemacht hat.

Felder mit Mauersteinen dürfen nicht genutzt werden.

Auf diesen Feldern darf nicht gestartet werden.

2.4.1 Worum geht es?

Die Kinder lernen das Spiel Schatzwürfel kennen und erweitern dabei ihre Fähigkeit, Kippbewegungen eines Würfels vorherzusagen. Um das Spiel mit möglichst hoher Punktzahl zu gewinnen, müssen kopfgeometrische Fähigkeiten eingesetzt werden.

Der Spieler muss entscheiden, welches Feld ein gutes Startfeld für den eigenen Würfel ist. Außerdem muss überlegt werden, welche Augenzahl beim Start in welche Richtung zeigen soll, denn der Würfel muss vom Startfeld aus dreimal gekippt werden. Erst auf dem jetzt belegten Feld werden die Punkte gewertet.

Die Punkte ergeben sich aus der Summe oder dem Produkt von oberer Augenzahl und dem entsprechenden Symbolwert des Feldes. Die Kinder müssen also den Würfel in eine Ausgangsposition bringen, von der aus der Würfel nach dreimaligem Kippen eine möglichst hohe Augenzahl auf der oberen Seite hat und auf einem Symbolfeld landet.
Achtung: Der Würfel darf nicht gedreht werden.

2.4.2 Wie kann man vorgehen?

Zunächst sollen die Kinder das Spiel mehrmals spielen. Wenn es Schwierigkeiten bei den Kippbewegungen gibt, sollten die in Grundschule Mathematik (Nr. 18, 3. Quartal, 2008) von Hartmut Spiegel und Sabine Baumann ausgearbeiteten Übungen genutzt werden.

Bei manchen Kindern gibt es Schwierigkeiten mit der Feinmotorik, da ihnen der Würfel leicht auf ein falsches Feld rutscht oder der Würfel doch gedreht wird. Diese Kinder sollten den Weg für den Würfel vorher einzeichnen und dann kippen. Sollten beide Partner Schwierigkeiten haben, müssen sie unterschiedliche Farben für das Einzeichnen ihrer Spielzüge nutzen.

Beachten Sie die Wortspeicher in dieser Handreichung ab Seite 90. Bei der anschließenden Strategiebesprechung sollten wesentliche Spielzüge visualisiert werden: In einem Zug sind theoretisch maximal 30 Punkte zu erreichen:

Obere Augenzahl	**Symbolwert**	**Summe**
6	Schatzkiste +10	16
6	2er Stern (x2)	12
6	3er Stern (x3)	18
6	5er Stern (x5)	30

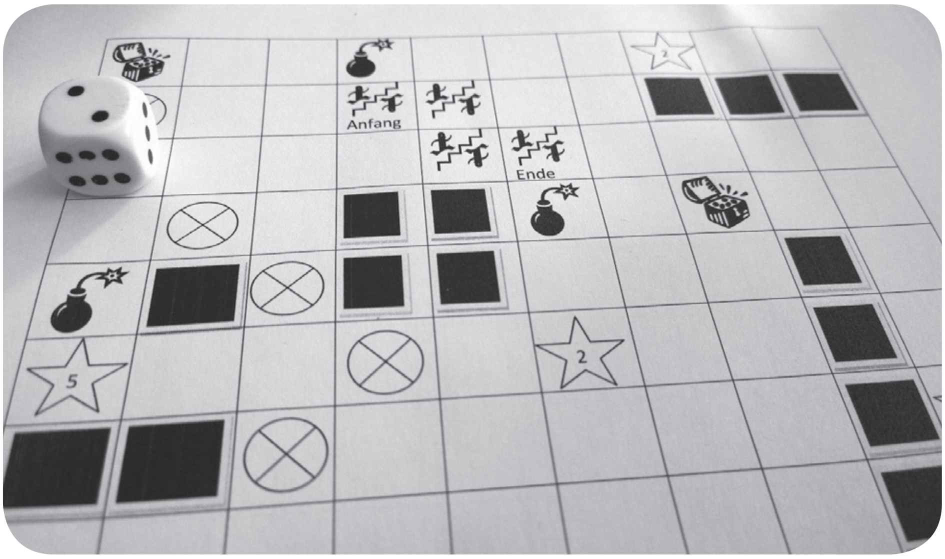
Bei dem vorgegebenen Spielplan ist es nicht möglich, 30 Punkte zu erreichen. Zur Beschreibung der Lagen der Felder werden im Folgenden die Himmelsrichtungen genutzt. Wählt der Spieler nämlich ein Startfeld, von dem der Würfel auf einem 5er Stern landet (siehe Fotos, Möglichkeit 1 und 2), gibt es Einschränkungen: Die 5er Sterne sind von Bomben umgeben.

Das heißt, dass beim im Spielfeld im Norden liegenden Stern 6 Punkte, beim im Spielfeld im Süden liegenden Stern 3 Punkte abgezogen werden. Maximal können also 27 Punkte in einem Zug erreicht werden.

Damit die Augenzahl 6 auf der oberen Seite zu sehen ist, muss der Würfel richtig platziert werden.

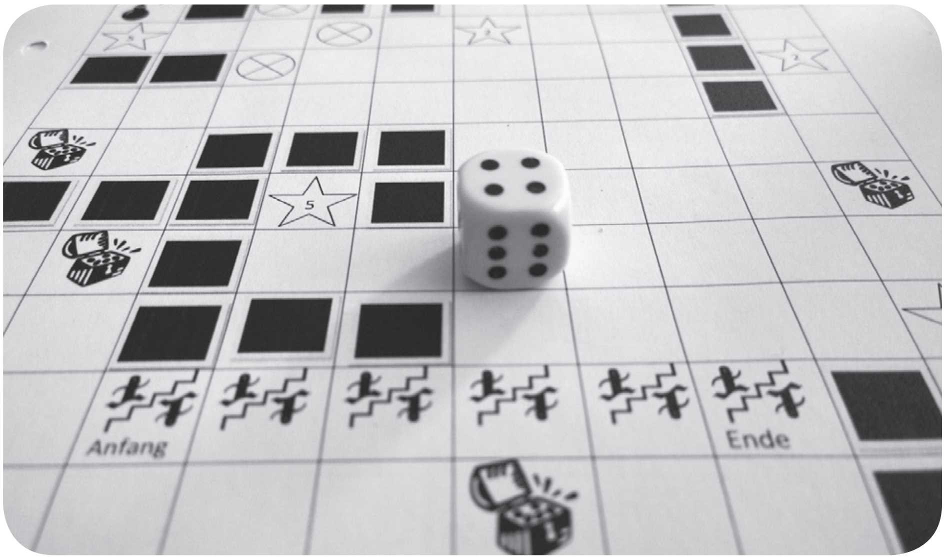
Möglichkeit 1: Von Norden gerade nach Süden. **Zielfeld:** 5er Stern

Die 6 muss nach Süden zeigen.



Möglichkeit 2: Vom Osten nach Norden. **Zielfeld:** 5er Stern

Die 6 muss nach Süden zeigen.



Die 5er Sterne sind so platziert, dass sie schwer zu erreichen sind und dass sie keine punktereichen Anschlussfelder haben. Da jedes Spiel auf 10 Minuten begrenzt ist, muss der Spieler überlegen, ob er ein Startfeld findet, von dem er in dieser Zeit schneller viele Punkte bekommt. Damit die Kinder punktereiche Spielzüge herausfinden, sollen sie bei Aufgabe 2 nur 10 Züge machen. Die Kinder sollen also über die 10 besten Spielzüge beratschlagen. Um diese Spielzüge herauszufinden, müssen die Kinder wissen, dass mit drei Kippbewegungen alle Augenzahlen erreicht werden können. Mögliche Züge dafür sind:

Fotos: C. Trawny, Schule Turmweg

		3
0	1	2

Die Zahl landet im Zielfeld oben,
die beim Start nach **Süden** zeigte

Wird der Würfel erst nach Norden und zweimal nach Westen gekippt, landet die Zahl im Zielfeld oben,
die beim Start nach **Norden** zeigte.

1	2
0	3

Die Zahl landet im Zielfeld oben,
die beim Start nach **oben** zeigte.

	2	3
0	1	

Die Zahl landet im Zielfeld oben,
die beim Start nach **unten** zeigte.

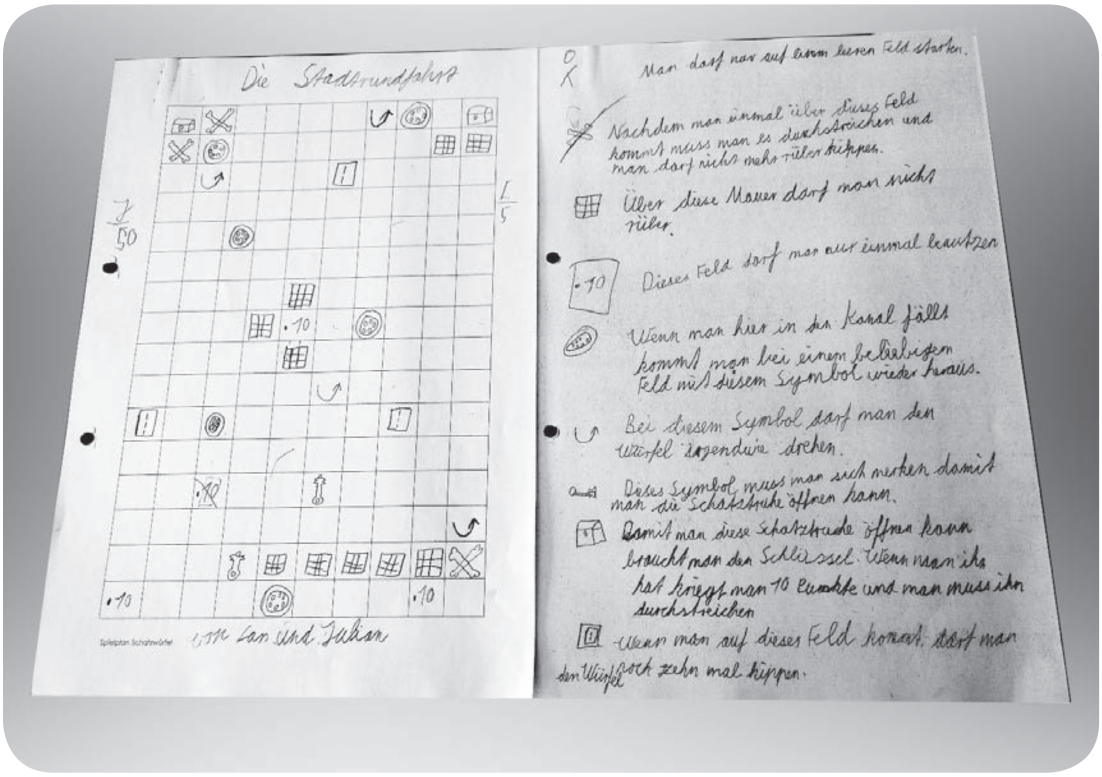
0	
1	
2	3

Die Zahl landet im Zielfeld oben,
die beim Start nach **Westen** zeigte.

Wird der Würfel erst nach Osten und dann zweimal nach Süden gekippt, landet die Zahl im Zielfeld oben, die beim Start nach **Osten** zeigte.

2.4.3 Zusatzaufgabe

Nachdem die Kinder die Grundideen des Spielplans und der Kippbewegungen verstanden haben, können sie nun eigene Pläne entwickeln und ausprobieren.



K 4 Schatzwürfel

2.5. Problem des Monats – Geschickt würfeln

Geschickt würfeln

Du brauchst: Für jeden Spieler einen Spielplan und 2 Spielwürfel in verschiedenen Farben mit den Augenzahlen 1-6.

Die Spielregel: Das Spiel ähnelt dem Spiel Kniffel. Es wird jedoch nur mit zwei Würfeln gespielt. Zwei bis vier Kinder spielen zusammen. Jedes Kind erhält einen Spielplan. Ziel des Spiels ist es, am Ende die meisten Felder mit einem Haken (für geschafft) markiert zu haben. Pro Runde darf jedes Kind nur einen Haken machen und natürlich nur, wenn die Bedingung des Feldes erfüllt ist. Trifft der Wurf auf keines der Felder zu, muss ein Feld gestrichen werden.

Spielverlauf: Zunächst wird reihum gewürfelt. Hast du die höchste Zahl, darfst du beginnen. Du würfelst mit zwei Würfeln und darfst dann entscheiden, wo du im Spielplan einen Haken machst (für Bedingung erfüllt).

Erfüllt der Wurf aber keine der Bedingungen für ein Feld, musst du in einem Kästchen, das du frei wählen darfst, ein Minus eintragen.

Beispiel: Du würfelst eine 1 und eine 5.

Folgende Felder dürfen mit einem Haken markiert werden: Mindestens ein Würfel zeigt eine 1 und Summe 6. Sind beide Felder noch frei, hast du freie Auswahl. Sind beide Felder bereits markiert, musst du ein anderes Feld mit einem Minus markieren.

Geschickt würfeln	Spiel 1 ✓oder –	Spiel 2 ✓oder –
ungerade Summe		
gerades Produkt		
Mindestens ein Würfel zeigt die 1.		
Genau ein Würfel zeigt eine ungerade Zahl.		
Ein Würfel zeigt eine 3, der andere zeigt eine 4.		
Beide Würfel zeigen eine 1.		
Summe 6		
Summe ≥ 11		
Summe < 5		
Pasch		

Das Spiel endet, wenn alle Spieler alle Felder markiert haben.

Gewonnen hat, wer am meisten Felder mit einem Haken markiert hat.

1. Spielt das Spiel.

2. Was fällt dir auf? Ist das Gewinnen reine Glückssache? Begründe!

Idee aus: Baulig, Andrea (2006): Clever würfeln. In: Grundschule Mathematik, Heft Nr. 9, Friedrich Verlag, (S. 26-28).

Die Kinder vertiefen bei der Bearbeitung von Geschickt würfeln ihre Fähigkeiten, Gewinnchancen einzuschätzen. Auf dieser Grundlage können die Kinder begründen, dass das Gewinnen dieses Spiels keine reine Glückssache ist. Um die Gewinnchancen zu ermitteln, müssen sich die Kinder mit dem Ereignis des Würfelns befassen.

Würfelt man mit einem Würfel, so ist ein mögliches Ereignis, dass eine 3 gewürfelt wird. Es besteht die gleiche Wahrscheinlichkeit, dass eine 1, 2, 4, 5 oder 6 gewürfelt wird. Die Wahrscheinlichkeit, dass eine der sechs Zahlen gewürfelt wird, lässt sich berechnen:

$$\frac{\text{Anzahl der } \textbf{gewünschten} \text{ Ereignisse}}{\text{Anzahl der } \textbf{möglichen} \text{ Eeignisse}} = \frac{1}{6}$$

Um Wahrscheinlichkeiten zu untersuchen, müssen die Ereignisse genau definiert sein. Die Ereignisse sind in diesem Fall die Bedingungen, die gewürfelt werden müssen, zum Beispiel Summe 6. Zunächst muss bestimmt werden, wie viele Würfe zum gewünschten Ereignis führen würden.

Da die Kinder mit zwei verschieden farbigen Würfeln spielen, gibt es folgende Möglichkeiten:

(1,5); (2,4); (3,3); (4,2); (5,1)

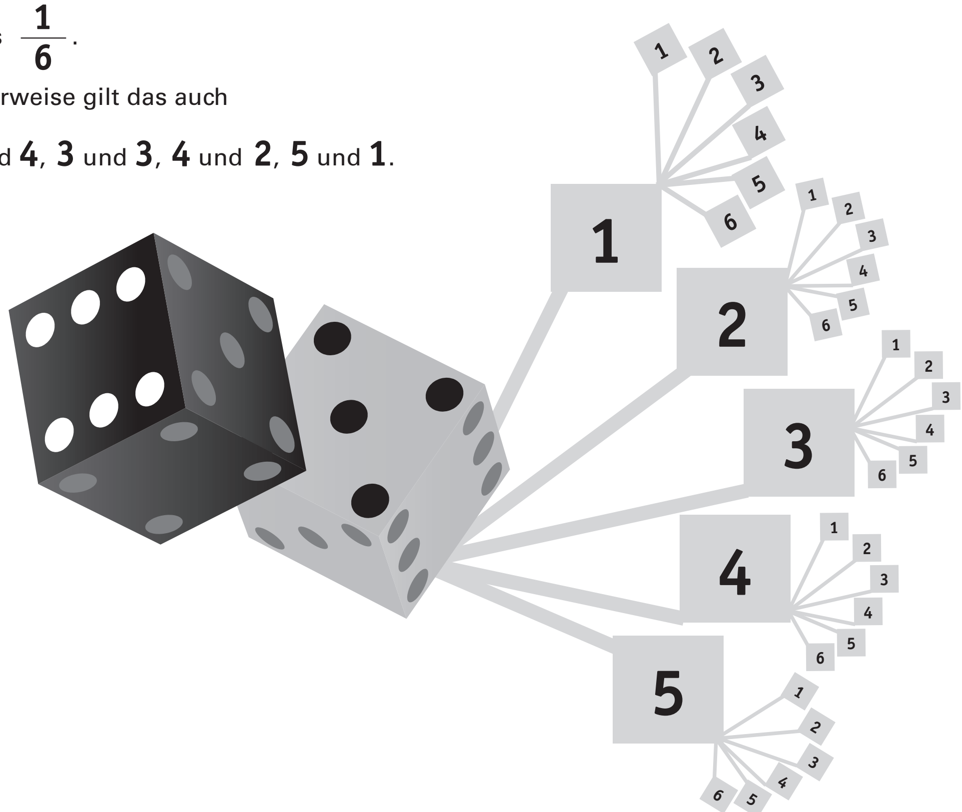
Die Anzahl aller möglichen Ereignisse ist **6 x 6 = 36**.

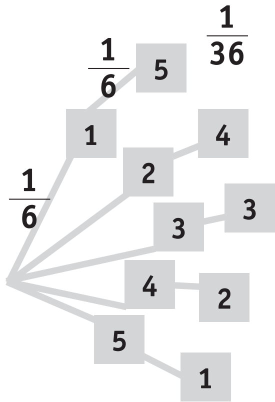
Also ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Summe **6** gewürfelt wird. $\frac{5}{36}$

Damit die Kinder diesen Zusammenhang verstehen, ist ein Baumdiagramm hilfreich. Würfle ich mit dem ersten Würfel, ist die Möglichkeit eine **1**, **2**, **3**, **4** oder **5** zu würfeln für jede Augensumme $\frac{1}{6}$.

Würfle ich mit dem zweiten Würfel, ist die Möglichkeit passend zur **1** die **5** zu würfeln ebenfalls $\frac{1}{6}$.

Logischerweise gilt das auch für **2** und **4**, **3** und **3**, **4** und **2**, **5** und **1**.





Nun kann ich die Pfadregel anwenden und multipliziere die Brüche und erhalte

so für jede einzelne Kombination die Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{36}$.

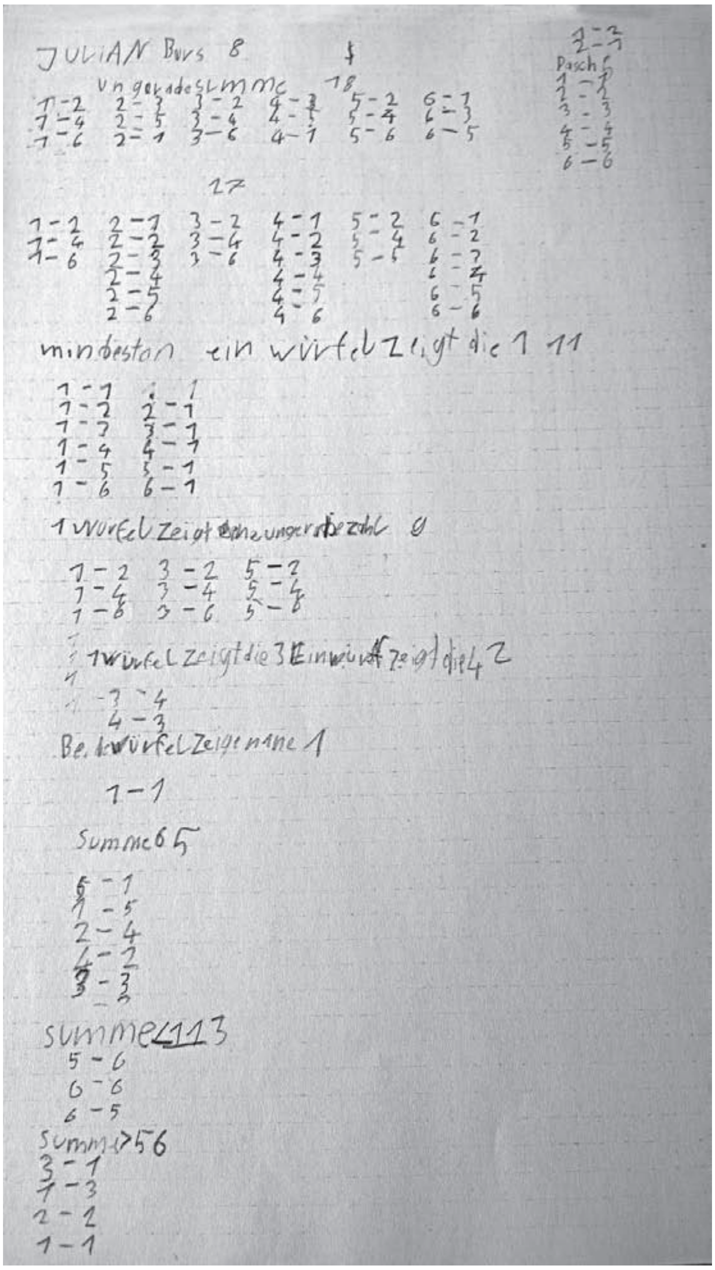
Da es **5** mögliche Kombinationen gibt,

ist die Wahrscheinlichkeit die Summe **6** zu würfeln $\frac{5}{36}$.

2.5.2 Wie kann man vorgehen?

Während sie das Würfelspiel ausprobieren, wird den Kindern auffallen, dass es Bedingungen gibt, die leicht zu erfüllen sind. Ein Beispiel: Würfle mit zwei Würfeln ein gerades Produkt. Schwieriger ist es, die Bedingung zu erfüllen, dass beide Würfel die Augenzahl 1 haben.

Um zu begründen, warum einige Bedingungen leichter zu erfüllen sind als andere, schreiben die Kinder alle Würfelkombinationen auf (siehe Julian, 8 Jahre).



Alternativ können die Kinder die Würfelkombinationen auch mit einem Baumdiagramm oder in einer Tabelle (K 5) dokumentieren.

Insgesamt gibt es beim Würfeln mit zwei Würfeln **36** mögliche Würfelkombinationen.

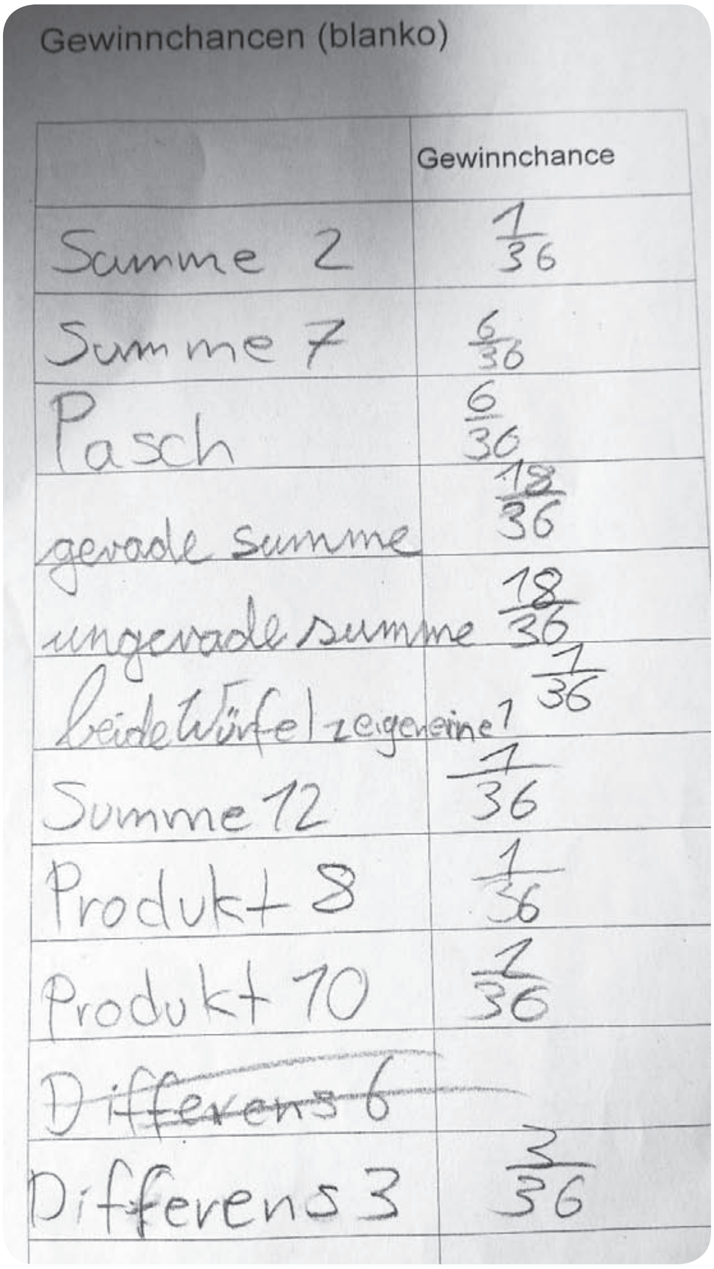
Die Wahrscheinlichkeit, dass beide Würfel die Augenzahl **1** haben ist $\frac{1}{36}$,

da es nur einen Wurf von **36** möglichen Würfen gibt, der diese Bedingung erfüllt.

Ein gerades Produkt zu würfeln ist weitaus wahrscheinlicher: $\frac{27}{36}$.

Die Kinder können auf dieser Grundlage entscheiden, welche Bedingungen zuerst gestrichen werden sollten, wenn der Wurf keine der Bedingungen für ein noch freies Feld erfüllt.
Außerdem können sie gewürfelte Ergebnisse strategisch geschickt eintragen:
Würfeln sie beispielsweise eine **5** und eine **6**, könnten sie die Bedingungen *ungerade Summe oder gerades Produkt oder ein Würfel zeigt eine ungerade Zahl oder Summe* **≥11** *abhaken.* Da sich die Kinder mit der Wahrscheinlichkeit der Gewinnchancen auskennen, werden sie sich nun entscheiden, Summe **≥11** abzuhaken, weil diese Bedingungen die kleinste Wahrscheinlichkeit hat.

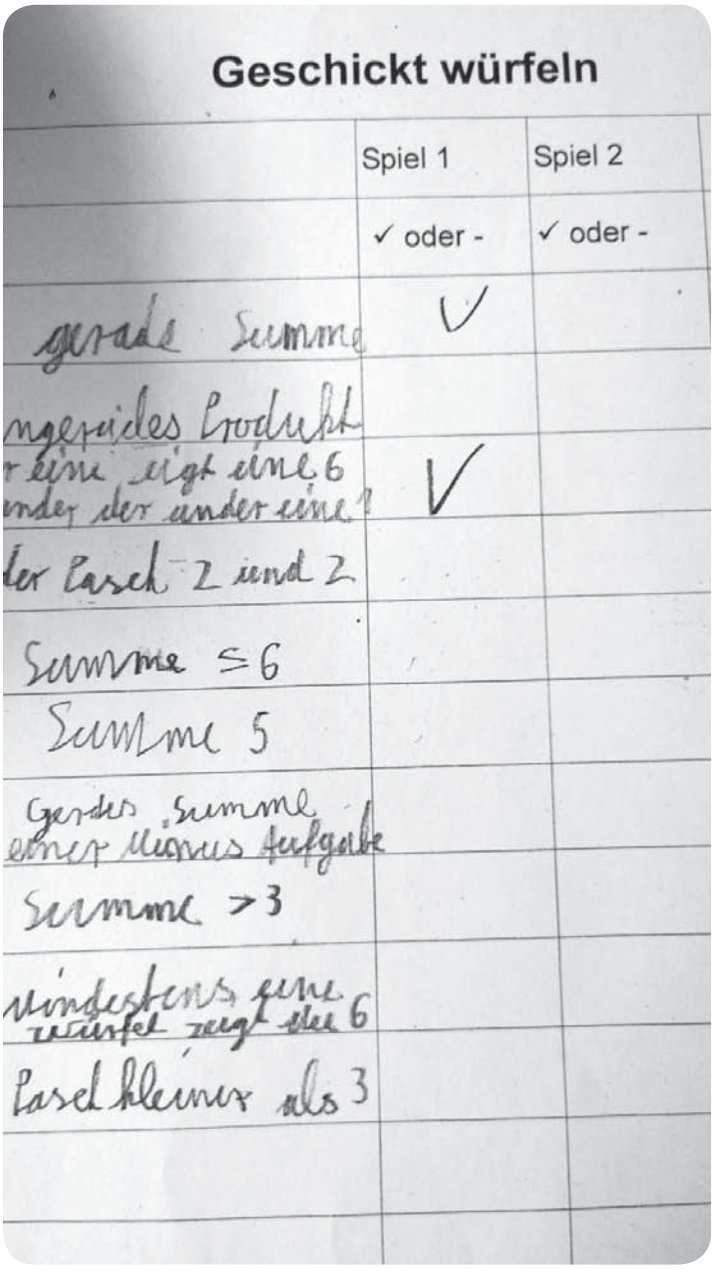
Hilfreich ist es dafür, dass die Kinder die Gewinnchancen vorher in eine Tabelle (Kopiervorlage K 8) eintragen. Beachten Sie die Wortspeicher in dieser Handreichung ab Seite 90.
Schülerbeispiel Richard (9 Jahre)

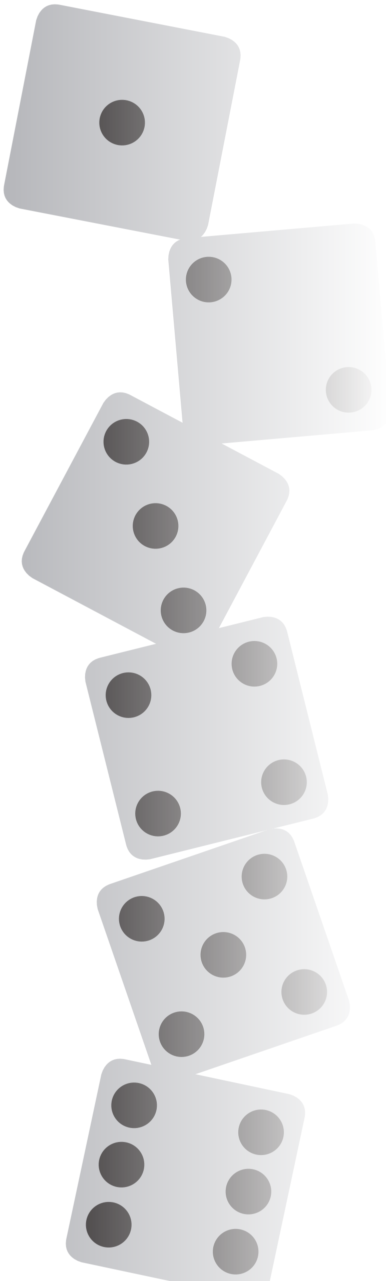

Gewinnchancen (blanko)

	Gewinnchance
Summe 2	$\frac{1}{36}$
Summe 7	$\frac{6}{36}$
Pasch	$\frac{6}{36}$
gerade summe	$\frac{18}{36}$
ungerade summe	$\frac{18}{36}$
beide Würfel zeigen eine 1	$\frac{1}{36}$
Summe 12	$\frac{1}{36}$
Produkt 8	$\frac{1}{36}$
Produkt 10	$\frac{1}{36}$
~~Differens 6~~	
Differens 3	$\frac{3}{36}$

2.5.3 Zusatzaufgabe

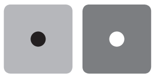
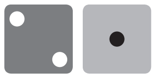
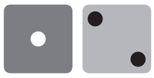
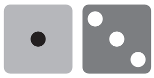
Die Kinder können nun selbst Spielpläne entwerfen. Diese können auf Pappe geklebt und laminiert werden. So können die Spielpläne im Mathematikunterricht als Differenzierungsmaterial von allen Kindern wertgeschätzt und genutzt werden.





K 5 Geschickt würfeln

Notiere alle Würfelkombinationen und berechne die Augensumme.

 2					
 3					
 4					

Kreise gelb ein: Alle ungeraden Summen. Wie viele gibt es?

Kreise rot ein: Beide Würfel zeigen die gleiche Augenzahl.

Zähle die Möglichkeiten für die Bedingung:

Mindestens ein Würfel zeigt die 1.

Färbe den Würfel grün, wenn ein Würfel eine ungerade Zahl zeigt.

Kreise orange ein, wenn die Summe 6 beträgt.

K 6 Geschickt würfeln

Tipp 1

Welche Würfe musst du nur selten (häufig) streichen?

Tipp 2

Woran liegt es, das einige Bedingungen schwierig (leicht) zu erfüllen sind?

Tipp 3

Schreibe alle Wurfmöglichkeiten auf! Nutze 2 verschieden farbige Würfel.

Tipp 4

Zeichne ein Baumdiagramm! Das Baumdiagramm könnte so aussehen:

Tipp 5

Überprüfe, welche Bedingungen (s. Spielplan K8) wie oft vorkommen.

Nutze dazu dein Baumdiagramm. Beispiel: Pasch 6 von 36 (6 von 36 Möglichkeiten)

Tipp 6

Überlege
a) welche Bedingungen du zuerst streichst.
b) welche Bedingungen du zuletzt streichst.

Tipp 7

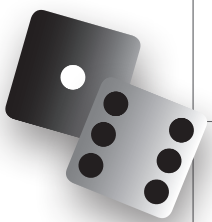
Überlege bei jedem Wurf genau, wo du diesen einträgst.

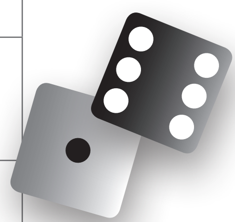
Achte dabei auf die Gewinnchancen.

K 7 Geschickt würfeln

Spielplan Gewinnchancen

Geschickt würfeln	Spiel 1 ✓ oder –	Spiel 2 ✓ oder –
ungerade Summe		
gerades Produkt		
Mindestens ein Würfel zeigt die **1**.		
Genau ein Würfel zeigt eine ungerade Zahl.		
Ein Würfel zeigt eine **3**, der andere zeigt eine **4**.		
Beide Würfel zeigen eine **1**.		
Summe **6**		
Summe **≥ 11**		
Summe **< 5**		
Pasch		





K 8 Geschickt würfeln

Gewinnchancen Tabelle

Bedingung	Gewinnchance

2.6 Problem des Monats – Regionalmeisterschaften

Regionalmeisterschaften

Fußball der 4. Klassen in mehreren Gruppen

Für alle Gruppen gelten folgende Regeln:

1. Alle Mannschaften müssen einmal gegeneinander gespielt haben.
2. Mit jedem Fußballspiel können die Teams Punkte sammeln.
   Für einen Sieg erhält eine Mannschaft 3 Punkte.
   Geht das Spiel unentschieden aus, bekommt jedes Team 1 Punkt.
   Für eine Niederlage gibt es 0 Punkte.

Abschlusstabelle der Gruppe I*:

Mannschaft	Punkte
1. Marmstorf	12
2. Grundschule Kirchdorf 4a	9
3. Marmstorf 4a	6
4. Grundschule Kirchdorf 4b	3
5. Rönneburg 4a	0

Aufgaben:

1. Wie viele Spiele muss jede Mannschaft spielen?
2. Wie viele Spiele sind in der Gruppe I insgesamt gespielt worden?
3. Mit wie vielen Siegen, Unentschieden oder Niederlagen könnten die Mannschaften gespielt haben? Finde alle Möglichkeiten.

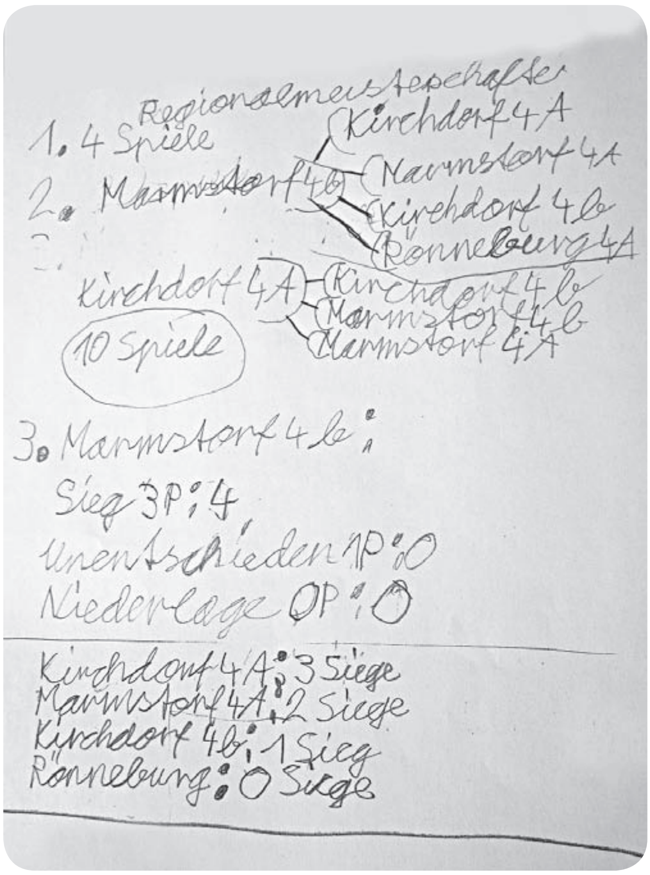
**www.schulsport-hamburg.de/Regionen/Harburg*

2.6.1 Worum geht es?

Bei diesem Problem geht es darum, dass die Kinder Mathematik in ihrem Alltag sehen und nutzen. Ausgangspunkt dafür war die Organisation eines Fußballturniers, bei dem in Gruppe I fünf Mannschaften gegeneinander spielten. Die Kinder können hier ihre Kompetenz, Informationen aus Tabellen entnehmen, vertiefen. Anhand der vorgegebenen Tabelle ist es möglich, Vermutungen über die Ergebnisse aller einzelnen Spiele aufzustellen. Dabei können die Kinder mit Hilfe der Punkteregel belegen, welche **Konstellationen von Ergebnissen** möglich sind und welche nicht. Beim Einstiegsproblem sind die Möglichkeiten übersichtlich, damit die Kinder die Notation von Spielständen bei Turnieren sicher nutzen lernen. Bei den anschließenden Zusatzaufgaben sind die Ergebnisse nicht mehr eindeutig. Dadurch müssen die Kinder ihre eigene Lösung vertreten und gleichzeitig andere richtige Lösungen nachvollziehen können. Diese Aufgabe bietet daher eine gute Möglichkeit, um individuell aufgestellte Vermutungen gemeinsam zu überprüfen und zu erklären. Beachten Sie die Wortspeicher in dieser Handreichung ab Seite 90.
Außerdem vertiefen die Kinder bei diesem Problem ihre Fähigkeit, eine geeignete Darstellungsform zu wählen, indem sie ihre Ergebnisse beispielsweise mittels eines Baumdiagramms, einer Tabelle oder eines Textes festhalten. Hier bietet sich eine gute Gesprächsgrundlage, um über die Vor- und Nachteile von Darstellungsmitteln zu sprechen.

2.6.2 Wie kann man vorgehen?

Nachdem die Kinder mit der Punkteregel vertraut sind, sollen sie die Aufgaben bearbeiten. Etiennes Beispiel veranschaulicht, dass das Mädchen schnell mittels eines Baumdiagramms verstanden hat, wie viele Spiele jede Mannschaft spielen muss, da sie bereits nach zwei Mannschaften das Aufschreiben stoppt:



Schülerbeispiel

Zunächst bearbeiteten die Kinder die dritte Aufgabe allein. Bei der anschließenden Besprechung wurde klar, dass Etiennes Aufzeichnungen noch ergänzt werden mussten:

Kirchdorf 4a musste einmal verloren haben, Marmstorf 4a könnte auch einmal verlieren und dreimal unentschieden gespielt haben.

Kirchdorf 4b könnte auch dreimal unentschieden und einmal verloren haben.

2.6.3 Zusatzaufgaben

Nachdem die Kinder die Einstiegsaufgabe gelöst haben, sollen sie ihr erworbenes Wissen auf die Tabellenstände der Frauen-Bundesliga übertragen. Es folgen Arbeitsaufträge (K9-K11) und Lösungen.
Eine zusätzliche Erweiterung besteht darin, aktuelle Spielstände zu nutzen und die Kinder eigene Fragen entwickeln zu lassen. Besonders attraktiv ist es natürlich, dass die Kinder nun ein Turnier an der Schule organisieren können.

K 9 Zusatzaufgaben A

Frauen-Fußball-Bundesliga

In der Frauen-Fußball-Bundesliga spielen 12 Mannschaften.

In einer Hinrunde und einer Rückrunde spielt jeweils jeder gegen jeden.

Es gilt die Drei-Punkte-Regel:

3 Punkte für einen Sieg

1 Punkt für jede Mannschaft bei einem Unentschieden

0 Punkte für eine Niederlage

Wie viele Spiele bestreitet jede Mannschaft pro Saison?

In der Saison 2009/2010 wurde der 1. FFC Turbine Potsdam Deutscher Meister. Die Tabelle1 sah nach dem letzten Spieltag so aus:

Platz	Verein	Punkte
1.	1. FFC Turbine Potsdam	59
2.	FCR 2001 Duisburg	54
3.	1. FFC Frankfurt	51

Die anderen Vereine waren weit abgeschlagen.

Mit wie vielen Siegen, Unentschieden oder Niederlagen könnten die Vereine aus Potsdam, Duisburg und Frankfurt ihre Punkte geholt haben? (Teilweise gibt es mehrere Möglichkeiten.)

Lösungen Zusatzaufgaben A

Wie viele Spiele bestreitet jede Mannschaft pro Saison?

Hin- und Rückrunde je 11 Spiele, also 22 Spiele pro Saison.
In der Saison 2009/2010 wurde der 1. FFC Turbine Potsdam Deutscher Meister. Die Tabelle[2] sah nach dem letzten Spieltag so aus:

Platz	Verein	Punkte
1.	1. FFC Turbine Potsdam	59
2.	FCR 2001 Duisburg	54
3.	1. FFC Frankfurt	51

Die anderen Vereine waren weit abgeschlagen.

Mit wie vielen Siegen, Unentschieden oder Niederlagen könnten die Vereine aus Potsdam, Duisburg und Frankfurt ihre Punkte geholt haben? (Teilweise gibt es mehrere Möglichkeiten.)

1. FFC Turbine Potsdam: 1 Möglichkeit

19 Siege	2 Unentschieden	1 Niederlage*

FCR 2001 Duisburg: 3 Möglichkeiten

18 Siege	0 Unentschieden	4 Niederlagen
17 Siege	3 Unentschieden	2 Niederlagen*
16 Siege	6 Unentschieden	0 Niederlagen

1. FFC Frankfurt: 3 Möglichkeiten

17 Siege	0 Unentschieden	5 Niederlagen*
16 Siege	3 Unentschieden	3 Niederlagen
15 Siege	6 Unentschieden	1 Niederlage

* tatsächliches Ergebnis

[2] *www.fussballdaten.de/frauen/bundesliga/2010/*

K 10 Zusatzaufgaben B

Frauen-Fußball-Bundesliga

1. Drei Spieltage stehen noch aus.

Welche Mannschaften können noch Deutscher Meister werden?

Platz	Verein	Spiele	Tore	Punkte
1.	1. FFC Turbine Potsdam	19	50:16	49
2.	1. FFC Frankfurt	19	85:14	48
3.	FCR 2001 Duisburg	19	52:16	44
4.	FC Bayern München	19	38:23	32

19. Spieltag, 13.02.2011

2. Wie müssten die ausstehenden 3 Spiele der beteiligten Mannschaften verlaufen, damit Duisburg punktgleich und mit einem besseren Torverhältnis (1 Tor) vor Turbine Potsdam Deutscher Meister wird? Ein Unentschieden reicht den Duisburger Damen am 22. Spieltag. Frankfurt wird mit einem Punkt Rückstand Dritter. Nutze die Tabelle (K 11), um deine Tabellenstände für die Spieltage einzutragen.

1. Mannschaft	2. Mannschaft	Ergebnis
1. FFC Turbine Potsdam	1. FC Saarbrücken	:
1. FFC Frankfurt	Essen- Schönebeck	:
FCR 2001 Duisburg	VfL Wolfsburg	:
FC Bayern München	Hamburger SV	:

20. Spieltag

1. Mannschaft	2. Mannschaft	Ergebnis
Bayer 04 Leverkusen	1. FFC Turbine Potsdam	:
Hamburger SV	1. FFC Frankfurt	:
FF USV Jena	FCR 2001 Duisburg	:
FC Bayern München	VfL Wolfsburg	:

21. Spieltag

1. Mannschaft	2. Mannschaft	Ergebnis
1. FFC Turbine Potsdam	Essen- Schönebeck	:
1. FFC Frankfurt	FC Bayern München	:
FCR 2001 Duisburg	1. FC Saarbrücken	:

22. Spieltag

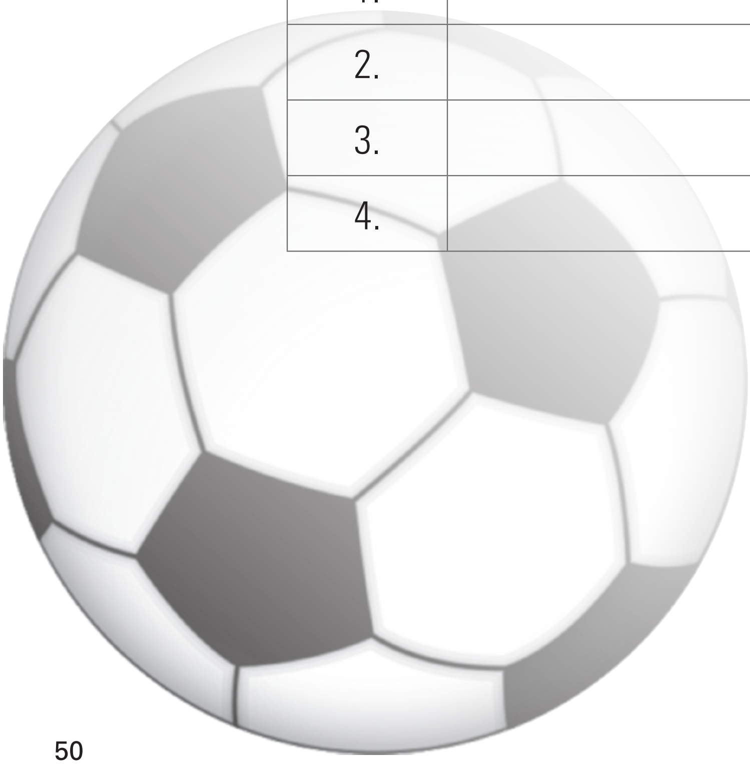
K 11   Arbeitsblatt Zusatzaufgaben B

Deine Tabellenstände nach den Spieltagen

Platz	Verein	Spiele	Tore	Punkte
1.		20	:	
2.		20	:	
3.		20	:	
4.		20	:	

Platz	Verein	Spiele	Tore	Punkte
1.		20	:	
2.		20	:	
3.		20	:	
4.		20	:	

Platz	Verein	Spiele	Tore	Punkte
1.		20	:	
2.		20	:	
3.		20	:	
4.		20	:	

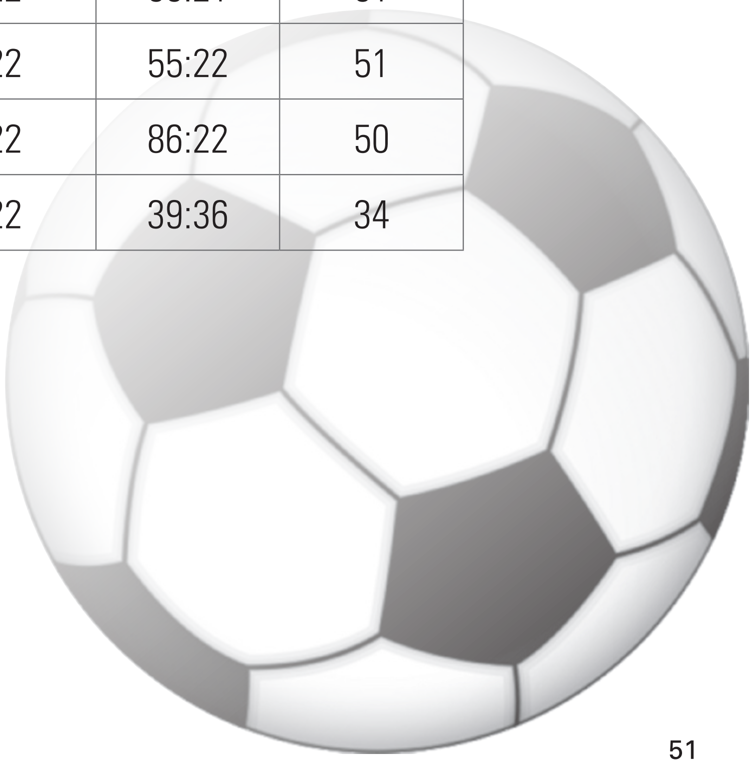


Eine Lösung Zusatzaufgaben B

Platz	Verein	Spiele	Tore	Punkte
1.	1. FFC Turbine Potsdam	20	50:16	50
2.	1. FFC Frankfurt	20	86:15	49
3.	FCR 2001 Duisburg	20	53:16	47
4.	FC Bayern München	20	39:36	32

Platz	Verein	Spiele	Tore	Punkte
1.	1. FFC Turbine Potsdam	21	52:18	51
2.	FCR 2001 Duisburg	21	54:16	50
3.	1. FFC Frankfurt	21	86:17	49
4.	FC Bayern München	21	39:36	33

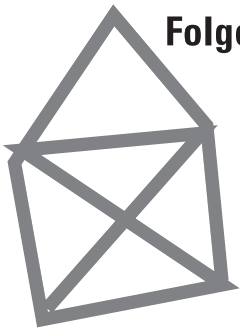
Platz	Verein	Spiele	Tore	Punkte
1.	FCR 2001 Duisburg	22	55:21	51
2.	1. FFC Turbine Potsdam	22	55:22	51
3.	1. FFC Frankfurt	22	86:22	50
4.	FC Bayern München	22	39:36	34



2.7 Problem des Monats – Zeichnen in einem Zug

Zeichnen in einem Zug

Dieses Haus kennst du bestimmt. Das Besondere an diesem Haus ist, dass du es in einem Zug zeichnen kannst. Du brauchst den Stift dabei nicht abzusetzen.



Folgende Regeln musst du beim Zeichnen beachten:

! Du darfst keine Wege doppelt zeichnen.
! Du musst in einem Knoten anfangen und in einem Knoten enden.
! Markiere diese Anfangs- und Endknoten.
! Knoten können dabei mehrfach durchlaufen werden.

1. Aufgabe

a) Nimm das Übersichtsblatt (K 12), auf dem alle verschiedenen Figuren abgebildet sind, und ein erstes Blatt, auf dem eine Figur ganz oft abgebildet ist.
b) Finde heraus, ob du diese Figur in einem Zug zeichnen kannst.
c) Schaffst du es, kreise die Figur auf dem Übersichtsblatt ein und nutze für die nächste Figur das Übungsblatt.

2. Aufgabe

Findest du bei deinen eingekreisten Figuren noch mehr Möglichkeiten?

3. Aufgabe

Woran liegt es, dass man eine Figur in einem Zug zeichnen kann?

Zusatzaufgabe: Finde möglichst viele verschiedene Möglichkeiten, die einzelnen Figuren auf K 12 in einem Zug zu zeichnen.
Glaubst du alle Möglichkeiten gefunden zu haben?
Und wenn ja, wie kannst du dir sicher sein?

Idee: Mathematikus 3 (alte Ausg.), S. 34. Mathematikus 3 (neue Ausg.), S.48. Klaus-Peter Eichler: www.mathematikus.de, Fritzlar/Heinrich: Kompetenzen mathematisch begabter Grundschulkinder erkunden und fördern.

2.7.1 Worum geht es?

Beim PdM „Zeichnen in einem Zug“ lernen die Kinder, Netze kennen und Besonderheiten in ihnen aufzuspüren. Um festzustellen, ob eine Figur ohne abzusetzen gezeichnet werden kann, müssen die Kinder die Strukturbedingungen für ein unikursales Netz erfassen.

Ein Netz ist eine Figur aus einer endlichen Anzahl von Knoten und Wegen, bei der jeder Weg an einem Knoten beginnt und endet. Die Anzahl der abgehenden bzw. ankommenden Wege heißt Ordnung des Knotens.

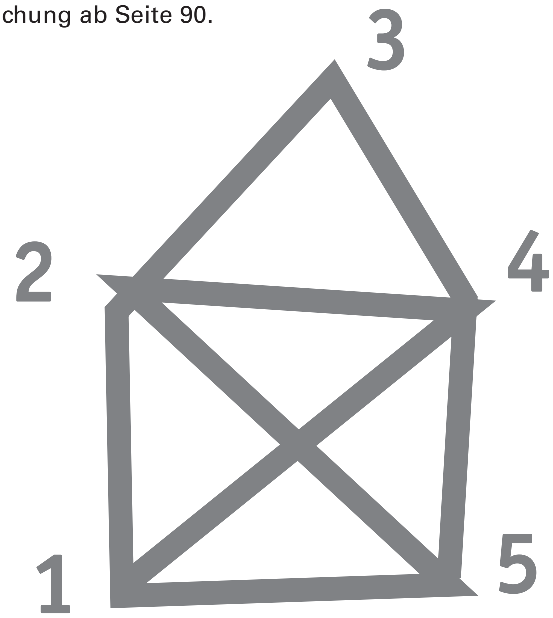
In einem Zug durchlaufbare Figuren heißen unikursale Netze, wenn jeder Weg genau einmal durchlaufen wird. Ein solches Netz ist das Haus vom Nikolaus. Die Frage des PdMs lautet: Welche Netze sind unikursal und warum?

Ein Netz ist dann unikursal, wenn die Ordnung aller Knoten gerade ist. Das heißt, dass es für jeden Hinweg einen Rückweg gibt. Bei diesen Figuren ist der Anfangsknoten beliebig. Dort, wo gestartet wird, endet man.

Ein Netz ist ebenfalls unikursal, wenn die Ordnung von genau zwei Knoten ungerade ist. Bei diesen Figuren sind die möglichen Anfangsknoten diejenigen, von denen die ungerade Anzahl von Wegen ausgeht. Die Endknoten sind entsprechend die jeweils zweiten Knoten, von denen eine ungerade Anzahl von Wegen ausgeht.

2.7.2 Wie kann man vorgehen?

Die Kinder sollen mit den einfachen Figuren auf dem Übersichtsblatt starten (K12-K18). Dabei ist es hilfreich, die Knoten vorher gemeinsam einheitlich zu nummerieren. Die Kinder können so leichter vergleichen, ob sie unterschiedliche Wege gefunden haben, da sie die Abfolge beschreiben können. Es ist außerdem sinnvoll, mit einem Farbstift zu zeichnen, weil so besser zu erkennen ist, welcher Weg schon genutzt wurde. Beachten Sie die Wortspeicher in dieser Handreichung ab Seite 90.



Beispiel Haus vom Nikolaus:

1-2-3-4-1-5-2-4-5

Es wird bei Knoten 1 gestartet. Der Knoten 1 hat eine ungerade Ordnung, daher muss man in Knoten 5 enden, der ebenfalls eine ungerade Ordnung hat. Eine andere Möglichkeit:

1-2-5-4-3-2-4-1-5

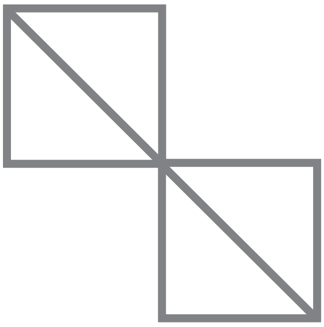
2.7.3 Zusatzaufgabe

Finde möglichst viele verschiedene Möglichkeiten die folgende Figur in einem Zug zu zeichnen (K 19). Glaubst du, alle Möglichkeiten gefunden zu haben?
Und wenn ja, wie kannst du dir sicher sein?

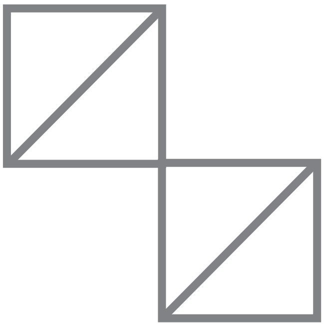
K 12 Zeichne in einem Zug

Welche Figuren kannst du in einem Zug zeichnen?
Kreise diese Netze ein.

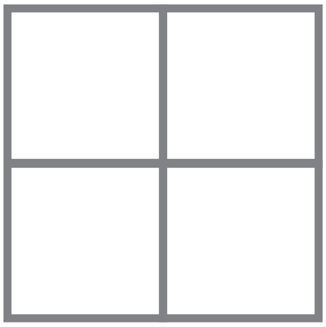
A



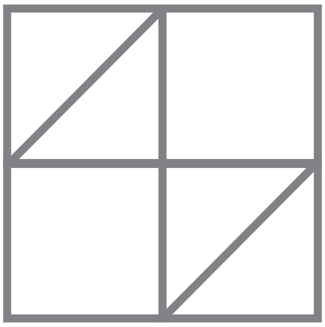
B



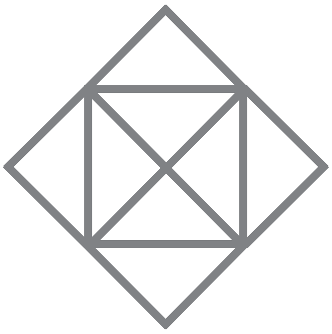
C



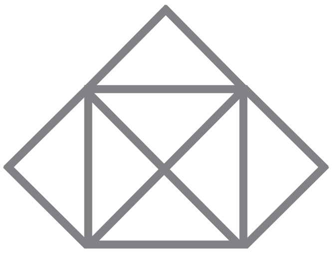
D



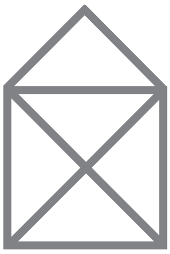
E



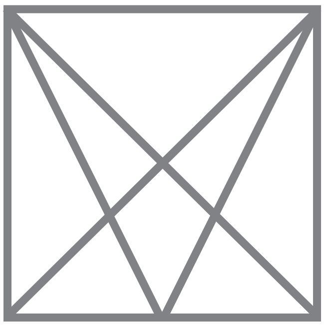
F



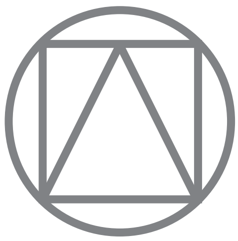
G



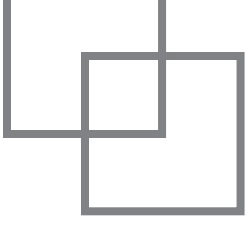
H



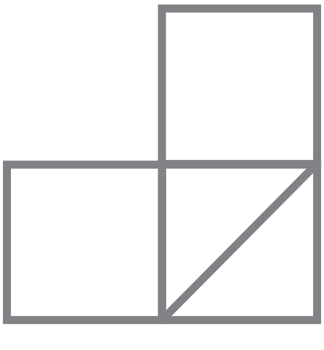
I



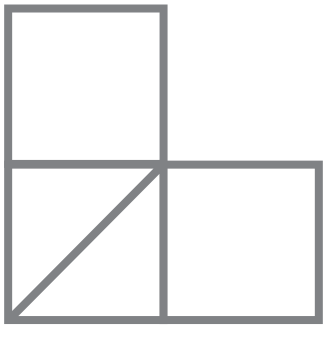
J



K

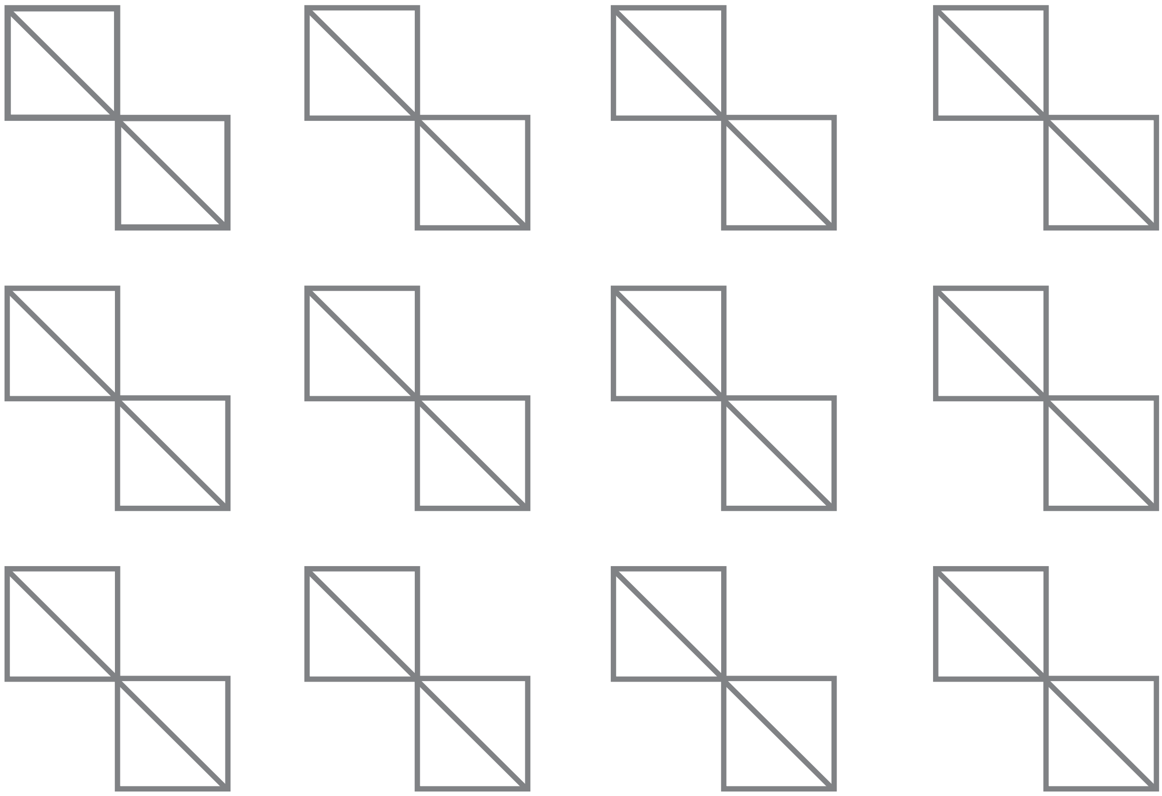


L

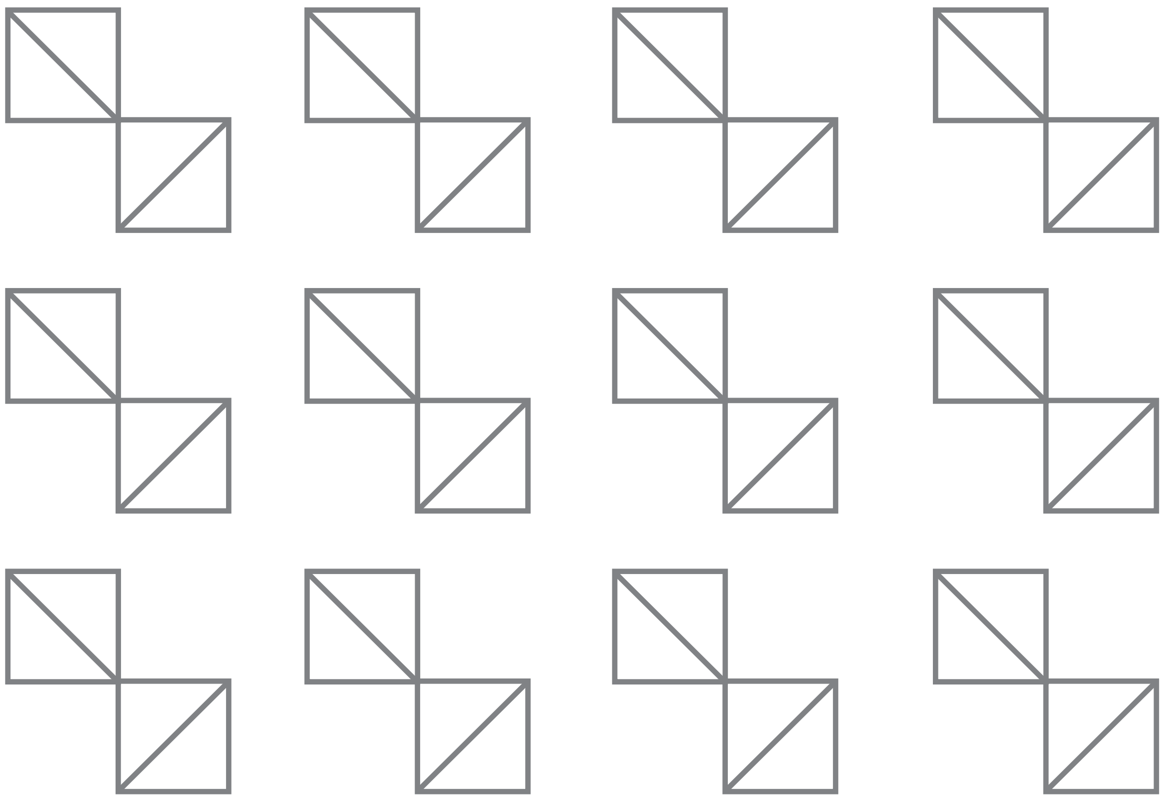


K 13 Zeichne in einem Zug

Figur A

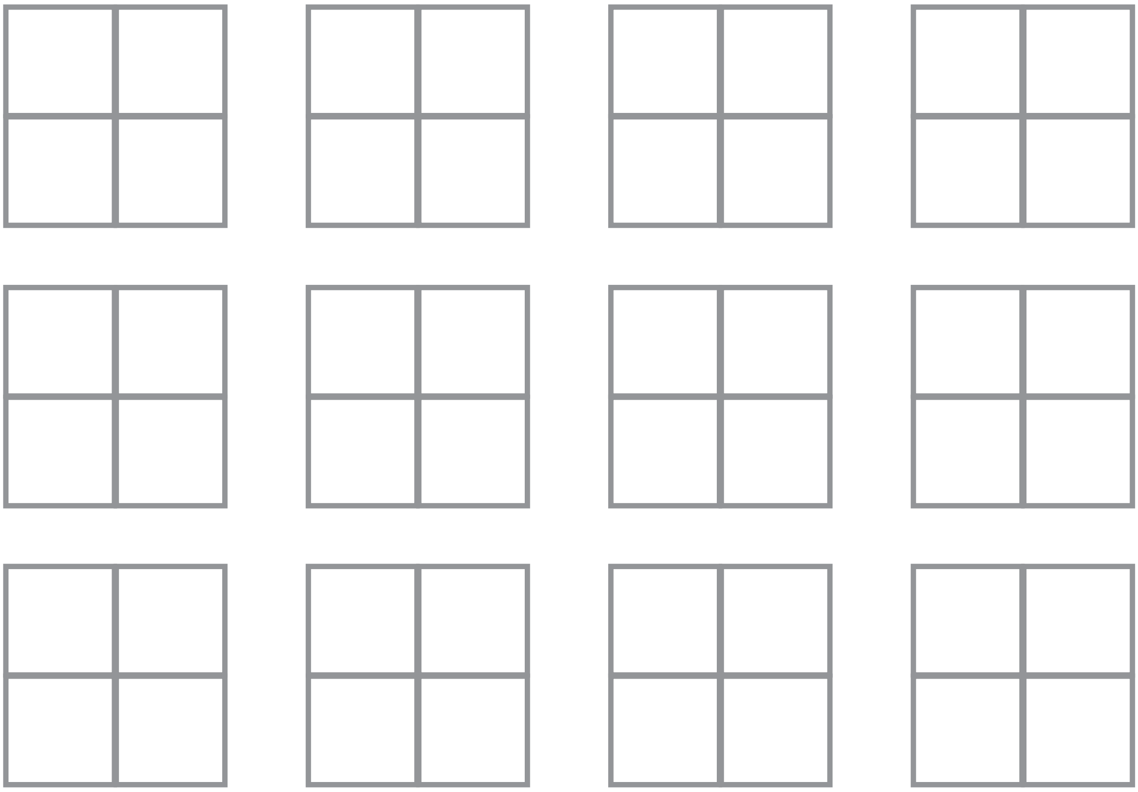


Figur B

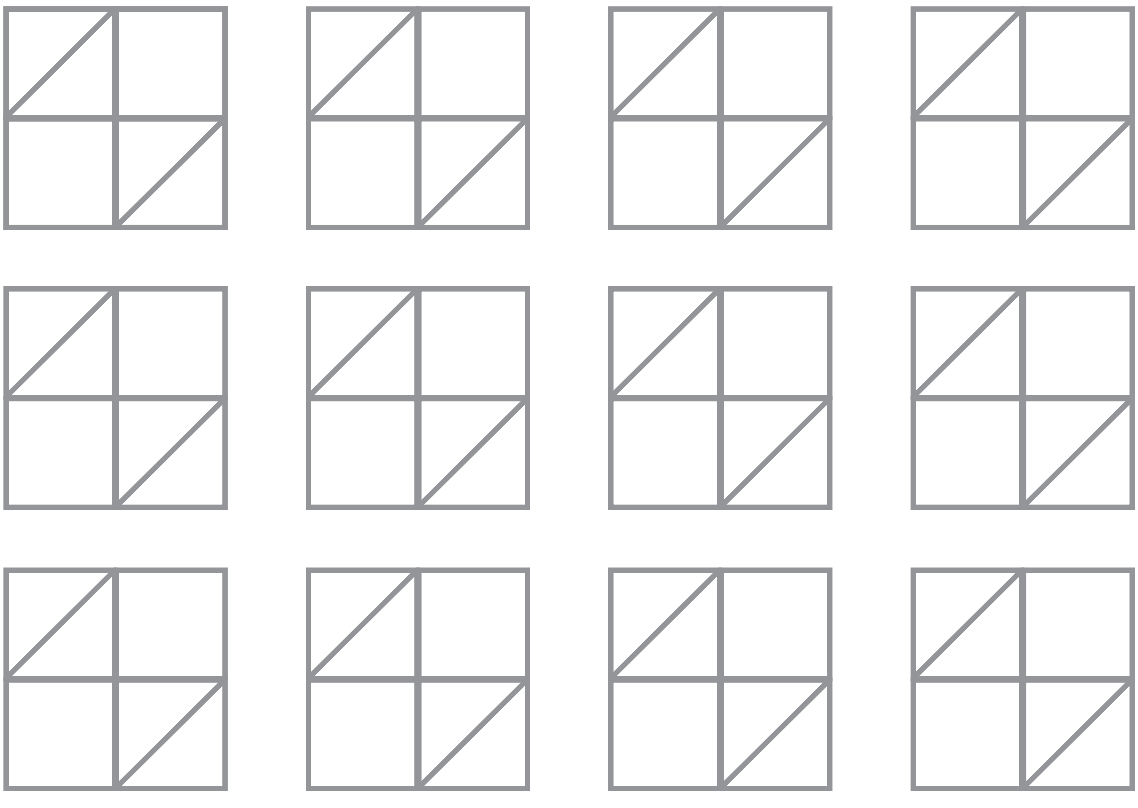


K 14 Zeichne in einem Zug

Figur C

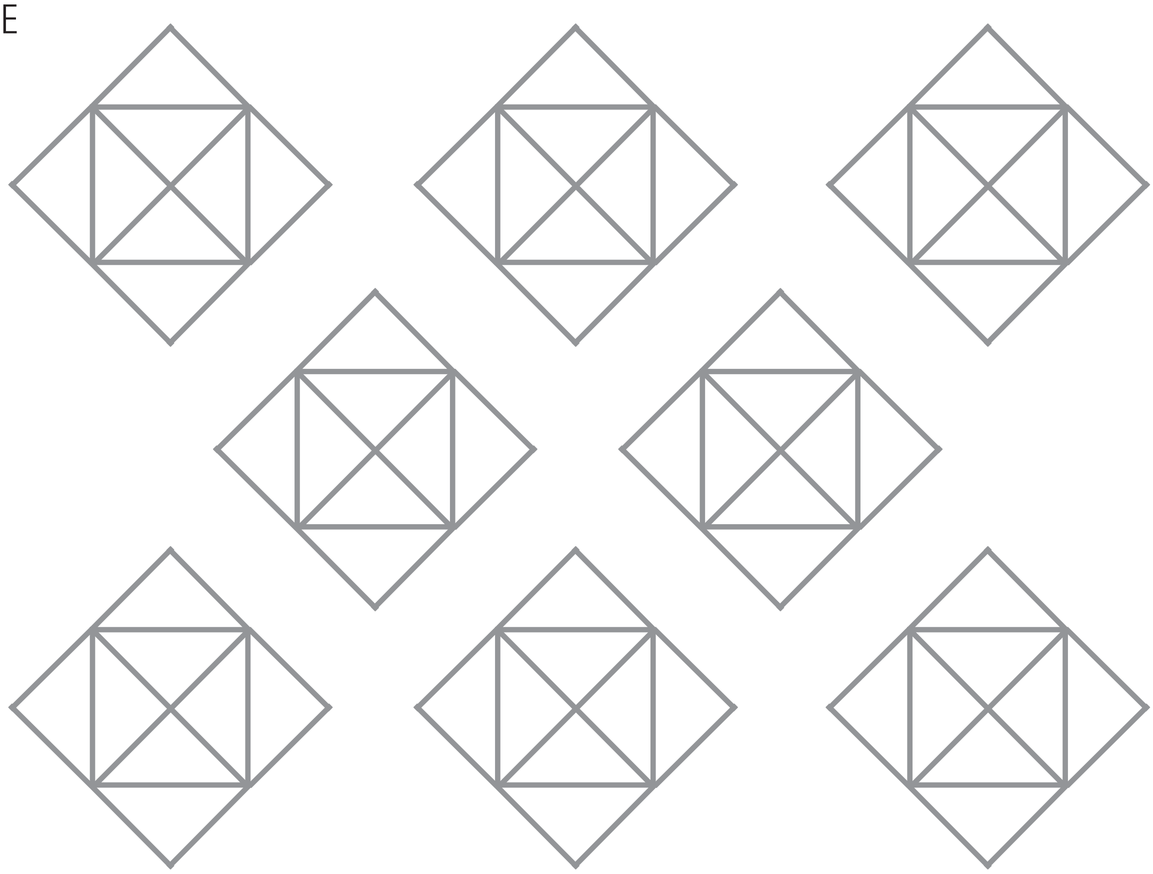


Figur D

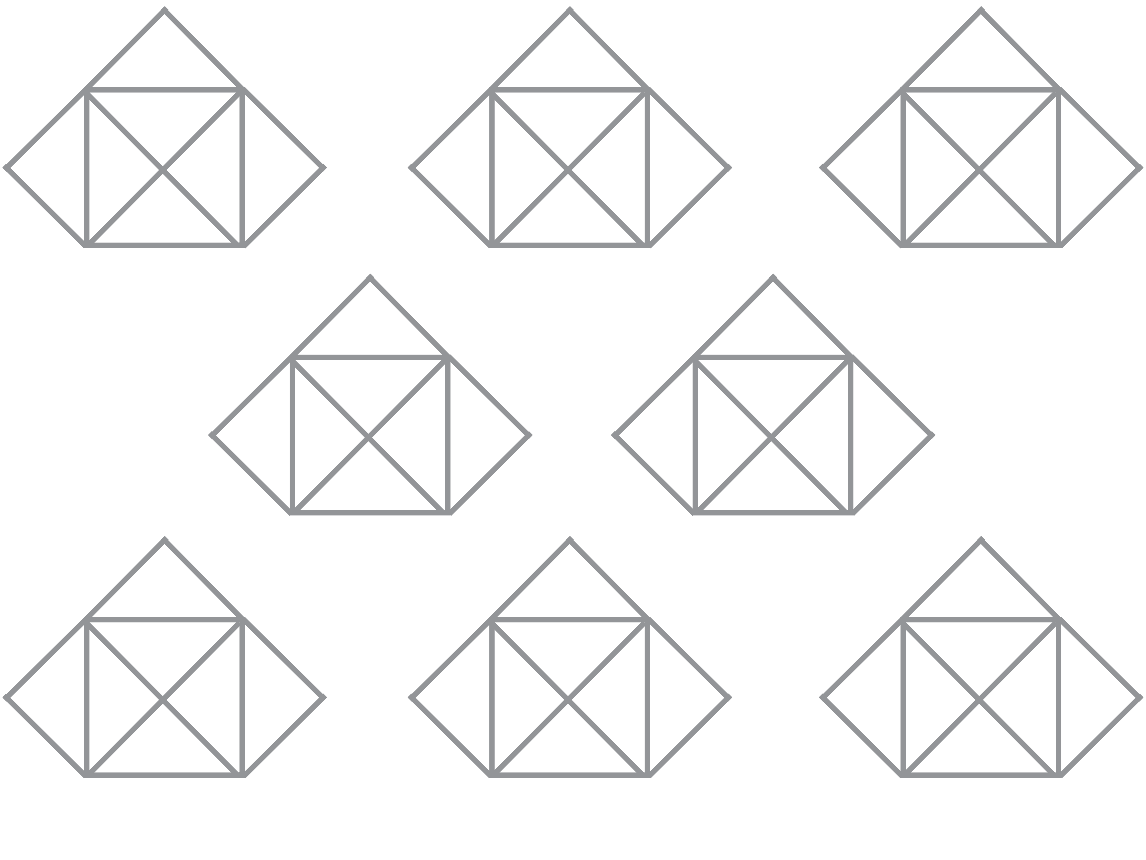


K 15 Zeichne in einem Zug

Figur E

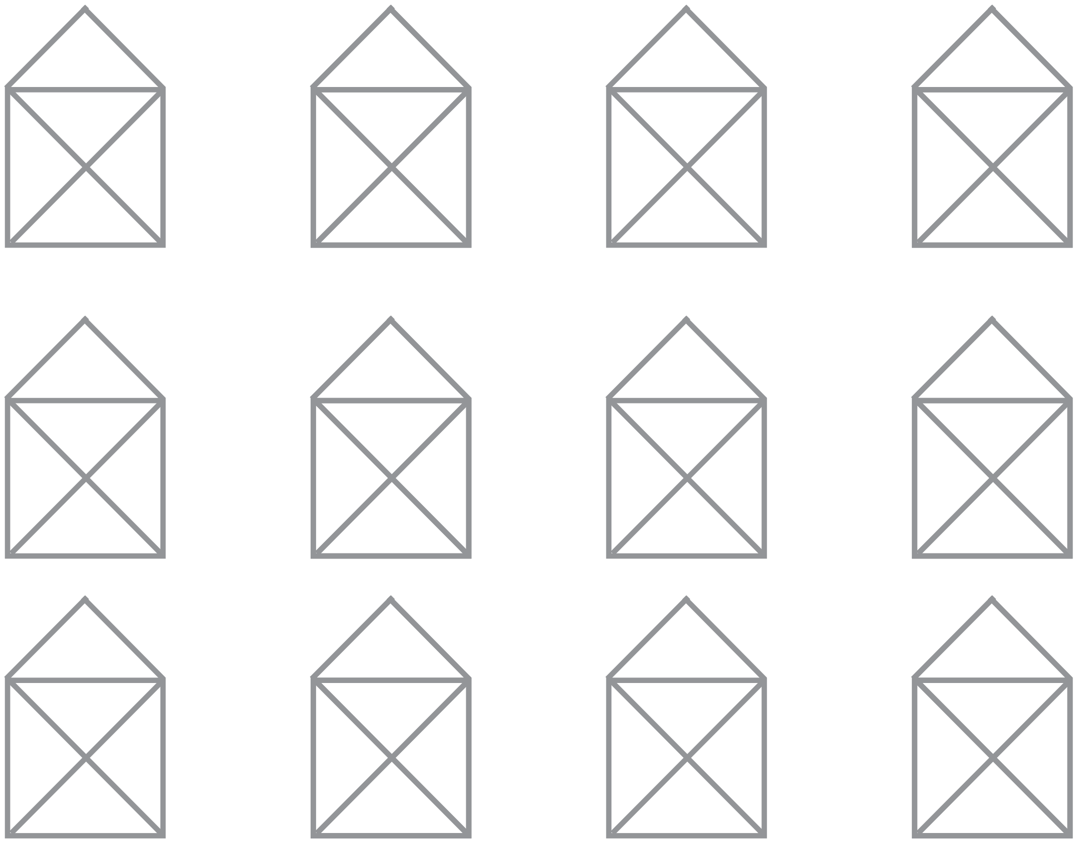


Figur F

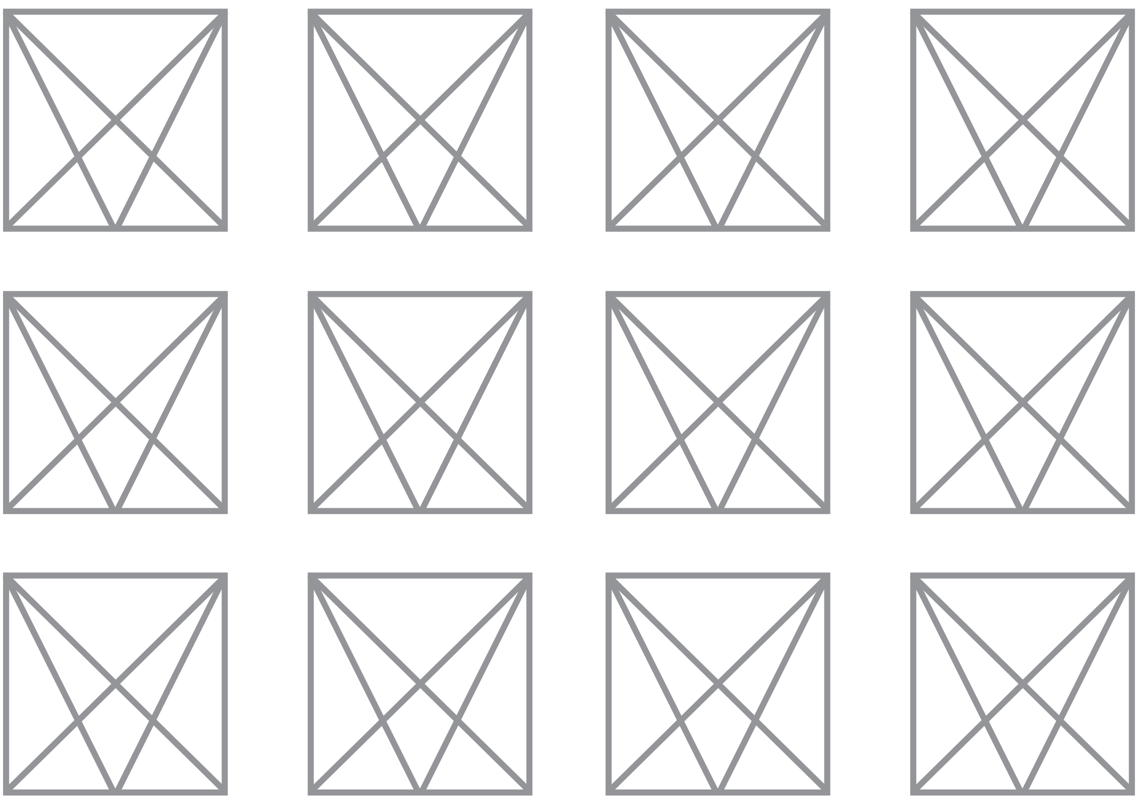


K 16 Zeichne in einem Zug

Figur G

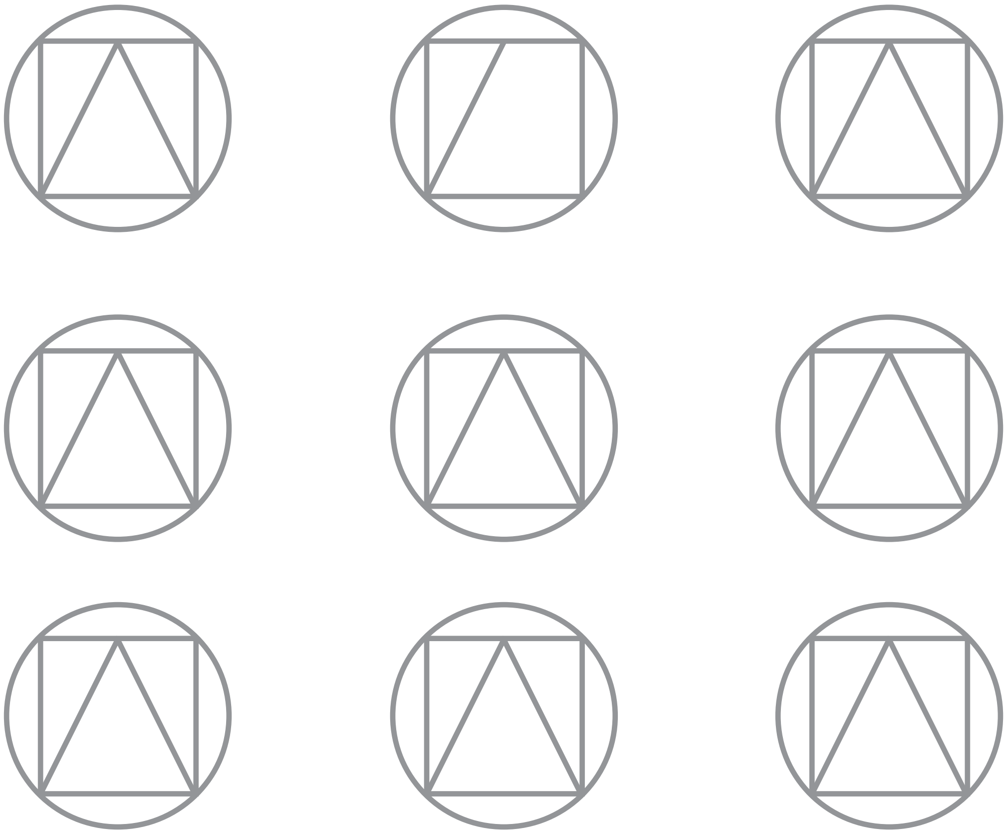


Figur H

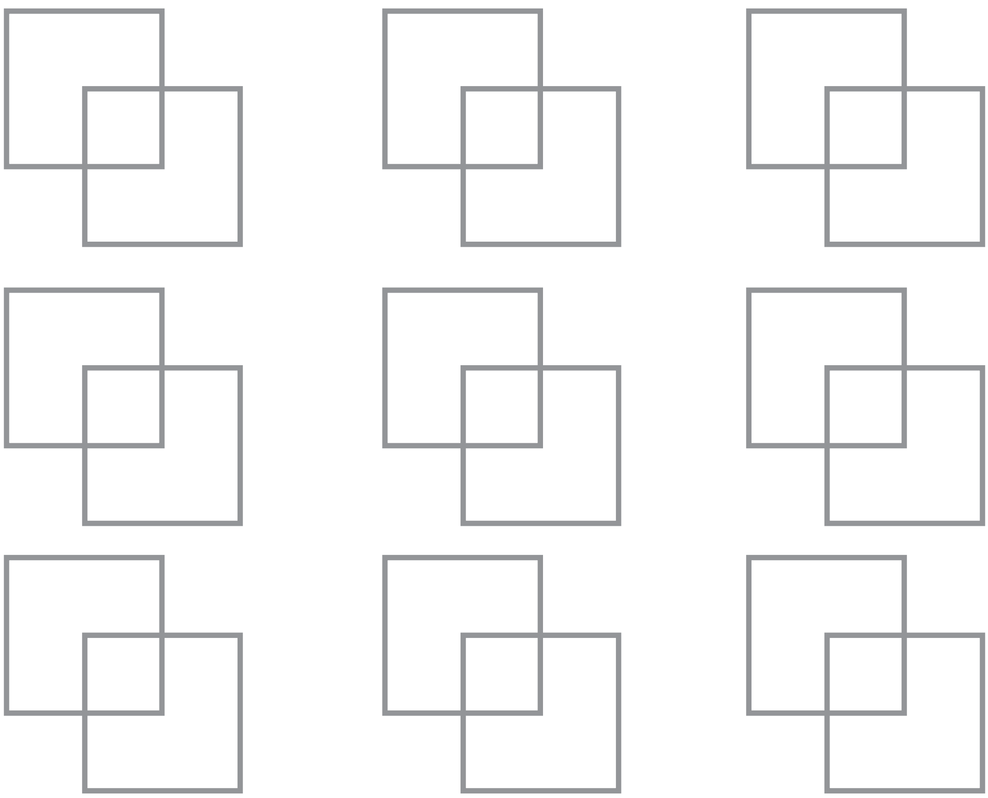


K 17   Zeichne in einem Zug

Figur I

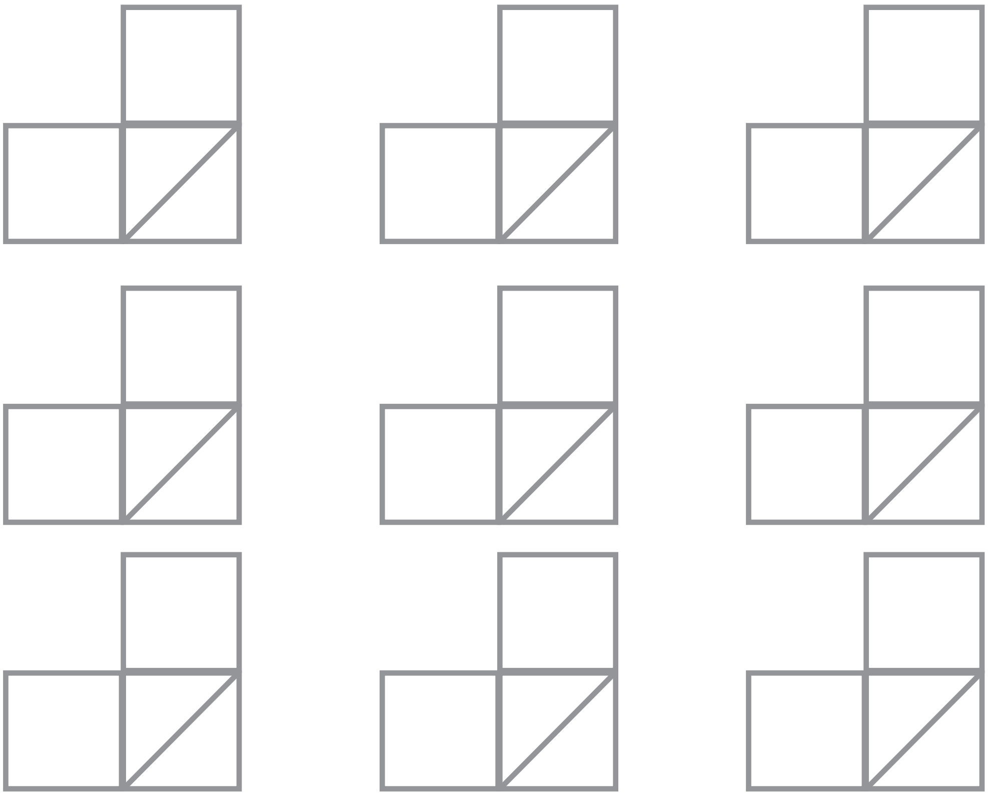


Figur J

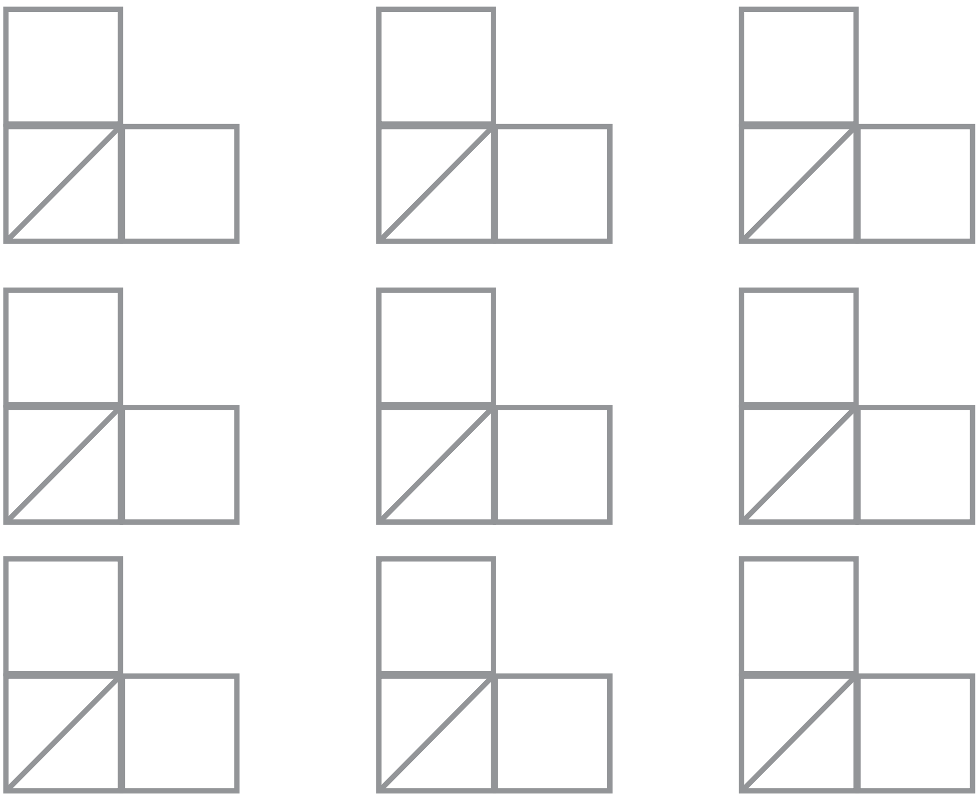


K 18 Zeichne in einem Zug

Figur K

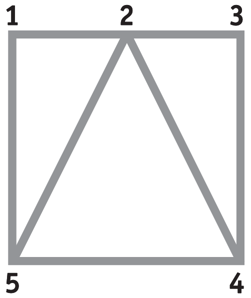


Figur L

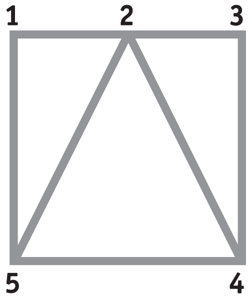


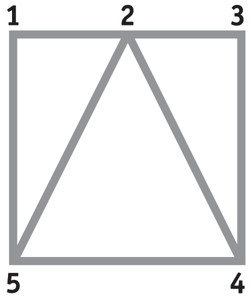
K 19 Zeichne in einem Zug

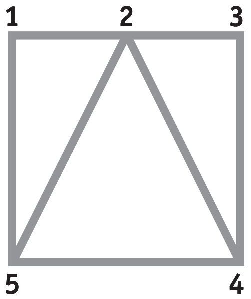
Zusatzaufgabe

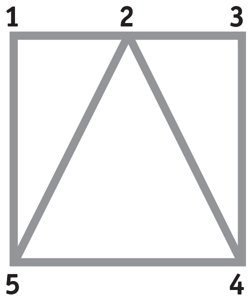


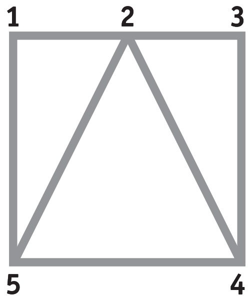
4, 3, 2, 4, 5, 2, 1, 6

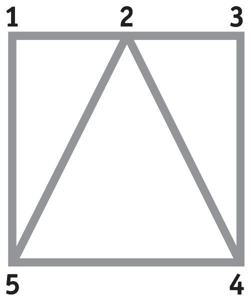


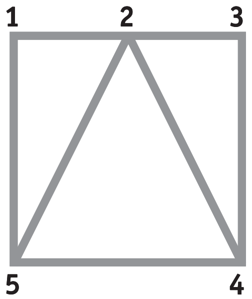


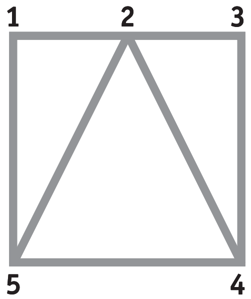


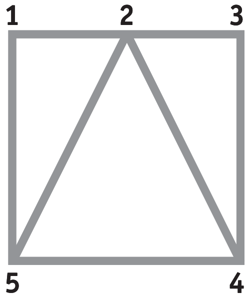


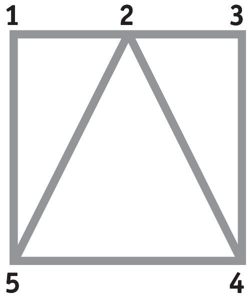


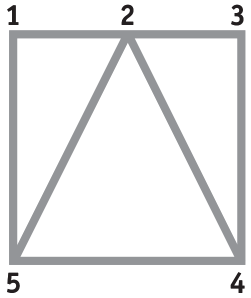






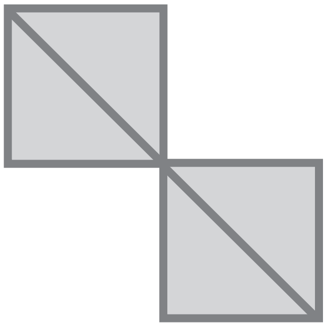




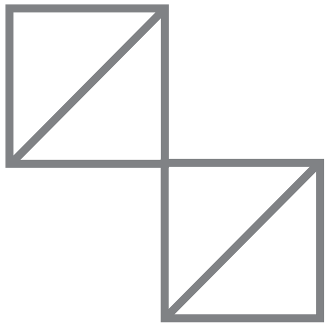


Lösungsblatt - Aufgabe 1

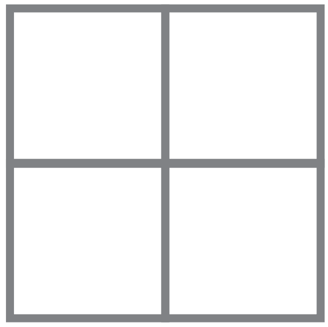
A



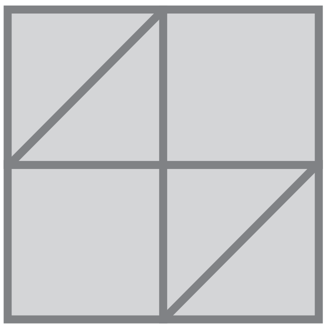
B



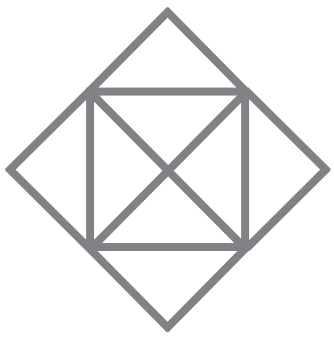
C



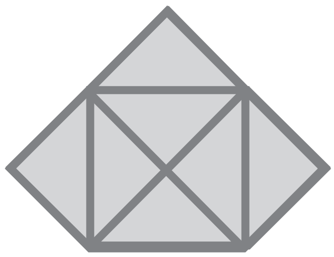
D



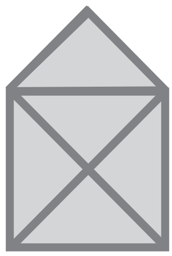
E



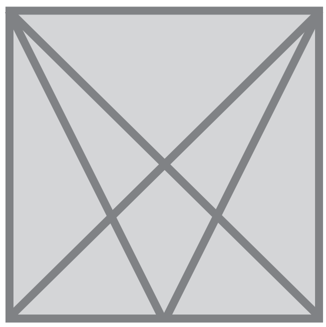
F



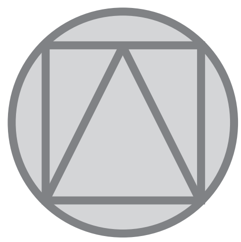
G



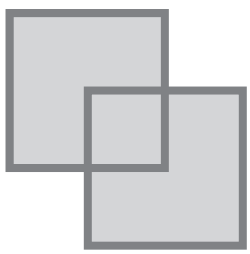
H



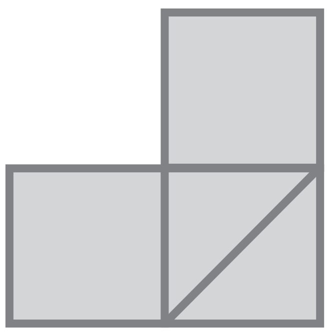
I



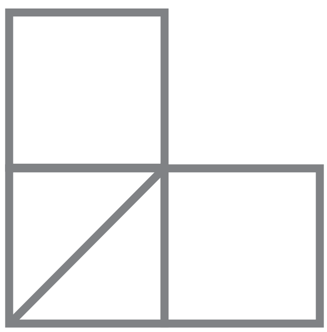
J



K



L



2.8 Problem des Monats – Die neue Terrasse

J. Marasas,
Schule Curslack-
Neuengamme

Die neue Terrasse

Endlich ist das neue Traumhaus fertig. Nun fehlt nur noch die Terrasse. In der Familie einigt ihr euch, nur quadratische Platten zu verwenden. Es soll in jedem Fall eine rechteckige Terrasse werden. Du kommst ins Grübeln. Kannst du eigentlich mit jeder Anzahl von Quadraten ein Rechteck legen?

Probiere es aus!

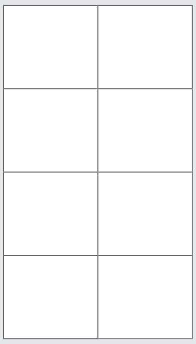
1. Mit welchen Anzahlen kannst du ein Rechteck legen?
2. Mit welchen Anzahlen geht es nicht?
3. Zu welcher Anzahl findest du besonders viele Möglichkeiten?
   Beginne mit 1 Quadrat, 2, 3, 4 Quadraten und so weiter.

Verwende höchstens 40 Quadrate.

Schreibe deine Ergebnisse übersichtlich auf.

2 x 4 = 8

4 x 2 = 8



Diese beiden Möglichkeiten gelten als gleich!

Die Quadrate dürfen nicht alle in einer Reihe liegen.

Idee nach: Dahl, Kristin / Nordquist, Sven (1996): Zahlen, Spiralen und magische Quadrate - Mathe für jeden. Verlag Friedrich Oetinger.

2.8.1 Worum geht es?

Bei diesem PdM können die Kinder ihr Vorwissen zum Einmaleins anwenden und vertiefen. Sie sollen herausfinden, mit wie vielen quadratischen Platten eine rechteckige Terrasse ausgelegt werden kann. Alle möglichen Anzahlen von quadratischen Platten, mit denen ein Rechteck gelegt werden kann, sind Ergebnisse von Einmaleins-Aufgaben. Die Kinder suchen möglichst viele verschiedene Zerlegungen.

Beispiel: 36 = 2 x 18 = 3 x 12 = 4 x 9 = 6 x 6

Ausgeschlossen sind Rechtecke, die nur aus einer Reihe von Quadraten bestehen. Die Kinder können leicht auch die Ergebnisse des großen Einmaleins finden, weil sie die Anzahlen als Rechtecke legen und die einzelnen Reihen geschickt addieren können. Daher ist als Zusatzaufgabe eine Erweiterung der Anzahl der zu verwendenden Quadrate gut möglich.
Bei dieser Aufgabe sollte darauf geachtet werden, dass die Kinder ihre Ergebnisse übersichtlich aufschreiben, damit sie auf einen Blick begründen können, dass sie alle Möglichkeiten gefunden haben.

2.8.2 Wie kann man vorgehen?

Die Kinder legen die Rechtecke mit Papierquadraten (K 20). Auf Pappe kopiert sind sie leichter zu handhaben. Alternativ gibt es im Baumarkt kleine Mosaik-Fliesen (ca. 1 cm x 1 cm), mit denen gelegt werden kann.

Ein quadratischer Notizblock ist ein anderes Material.

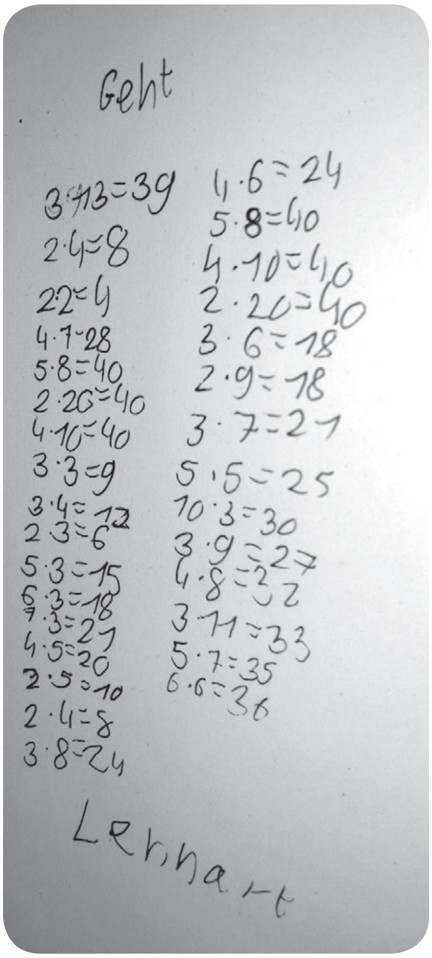
Das übersichtliche Aufschreiben der Ergebnisse kann zu Beginn schwierig werden, weil sich die Kinder hauptsächlich mit dem Puzzeln der Rechtecke beschäftigen. Anzahlen schreiben sie häufig unsortiert auf (Beispiel Lennart, Schülerzirkel Curslack Neuengamme). Systematisches Probieren und Aufschreiben hilft, alle Ergebnisse zu finden und Besonderheiten zu erkennen (Schülerbeispiele von Felina, Michel, Schülerzirkel Curslack Neuengamme). Beachten Sie die Wortspeicher in dieser Handreichung ab Seite 90.
Auch mit Hilfe einer Tabelle können die Kinder darin unterstützt werden, ihre Ergebnisse systematisch aufzuschreiben. In einem Reflexionsgespräch kann geklärt werden, für welche Anzahlen die meisten Möglichkeiten gefunden wurden und dass es nicht mit allen Anzahlen geht. Dies ist der Fall, wenn die Anzahl eine Primzahl ist.

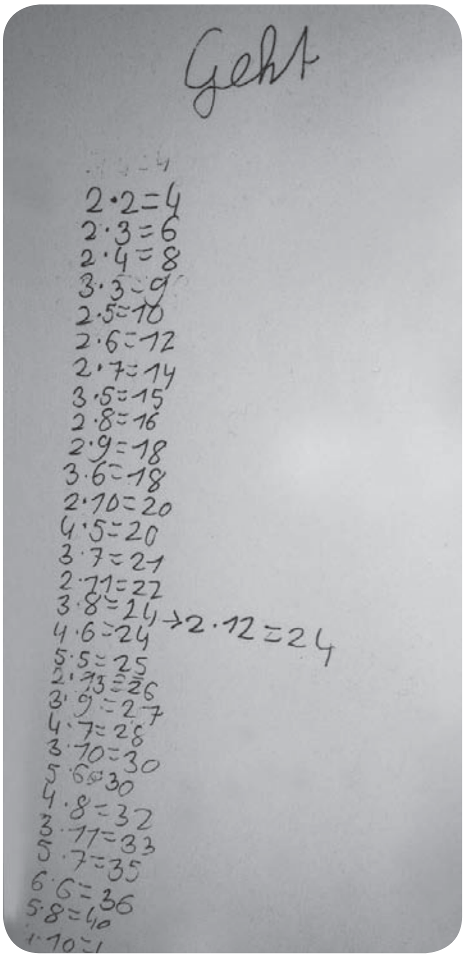
2.8.3 Zusatzaufgabe

Nutze beliebig viele Quadrate.

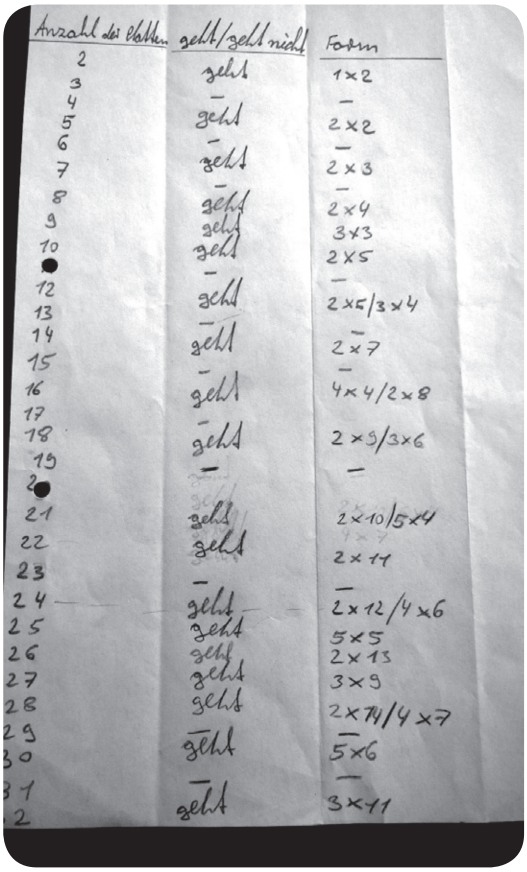
Findest du eine Anzahl, die mehr Legemöglichkeiten bietet als die 36?

Schülerbeispiele





Michel, 9 Jahre



Felina, 9 Jahre

K 20 Die neue Terrasse

Lösungsblatt - Aufgabe 1

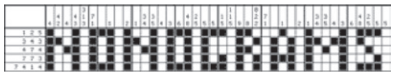
Keine Lösung	mindestens eine Lösung				
Anzahl Quadrate	Anzahl Quadrate				
1	4	2 x 2			
2	6	2 x 3			
3	8	2 x 4			
5	9	3 x 3			
7	10	2 x 5			
11	12	2 x 6	3 x 4		
13	14	2 x 7			
17	15	3 x 5			
19	16	2 x 8	4 x 4		
23	18	2 x 9	3 x 6		
29	20	2 x 10	4 x 5		
31	21	3 x 7			
37	22	2 x 11			
	24	2 x 12	3 x 8	4 x 6	
	25	5 x 5			
	26	2 x 13			
	27	3 x 9			
	28	2 x 14	4 x 7		
	30	2 x 15	3 x 10	5 x 6	
	32	2 x 16	4 x 8		
	33	3 x 11			
	34	2 x 17			
	35	5 x 7			
	36	2 x 18	3 x 12	4 x 9	6 x 6
	38	2 x 19			
	39	3 x 13			
	40	2 x 20	4 x 10	5 x 8	

Besonders viele Lösungen gibt es bei 36 Quadraten.

Keine Lösungen gibt es bei den Primzahlen.

2.9 Problem des Monats – Nonogramme

Nonograms (Japanisches Logikrätsel)



Ein Nonogramm ist ein logisches Puzzle, das aus einem Gitter mit beliebig vielen Kästchen besteht **(z.B. 5 x 5, 10 x 10, 15 x 15)**. In diesem Gitter werden die Kästchen nach bestimmten Regeln ausgemalt.

Die Regeln sind einfach:

- Die Zahlen vor den Zeilen und über den Spalten geben an, wie viele Kästchen ausgemalt werden müssen.
- Jede Zahl steht für die Länge eines Blockes mit ausgemalten Kästchen.
- Bei mehreren Zahlen werden die Blöcke entsprechend der Reihenfolge der Zahlen angeordnet.
- Zwischen den Blöcken muss sich mindestens ein leeres Kästchen befinden.

Beispiel:

	1	1 1	3 1	3	3
2					
2					
4					
1					
3 1					

	1	1 1	3 1	3	3
2	x	x	■	■	x
2	x	x	■	■	x
4	x	■	■	■	■
1	x	x	x	x	■
3 1	■	■	■	x	■

Stehen vor einer Zeile die Zahlen 3 und 1, dann sind innerhalb dieser Zeile zuerst ein Block mit 3 ausgemalten Kästchen und dann ein Block mit einem ausgemalten Kästchen zu finden.

Die restlichen Kästchen werden nicht ausgemalt, sondern angekreuzt.

Aufgaben:

1. Löse das 5x5 Nonogramm auf K 21. Beschreibe, wie du vorgegangen bist.
2. Trage die passenden Zahlen in das Nonogramm auf K 22 ein.
3. Erfinde auf K 23 ein eigenes 5x5 Nonogramm und gib es einem anderen Kind zum Lösen.
4. Kannst du auch ein 10x10 oder 15x15 Nonogramm lösen?

Quellen: http://de.puzzle-nonograms.com, http://de.wikipedia.org/wiki/Nonogramm

2.9.1 Worum geht es?

Nonogramme sind japanische Logikrätsel, die von der Designerin Non Ishida erfunden wurden. 1986 gewann sie den Window Art Wettbewerb. Hierbei ging es darum, in Wolkenkratzern nur in bestimmten Zimmern das Licht anzuschalten, damit von außen ein Bild auf dem Hochhaus sichtbar wurde. Dieser Wettbewerb inspirierte sie und brachte sie auf die Idee, eine Art Puzzle zu erfinden. Die ersten Nonogramme entstanden 1989.
Nonogramme sind logische Puzzle, die aus einem Gitter mit beliebig vielen Kästchen bestehen. Es geht darum, die Kästchen nach bestimmten Regeln (siehe Aufgabenblatt) auszumalen.
Die logische Vorgehensweise ergibt sich aus der Eindeutigkeit der vorgegebenen Zahlen in den Zeilen und Spalten. Nach und nach werden die entsprechenden Kästchen gefärbt und das Nonogramm gelöst. Um das Bearbeiten der Nonogramme zu erleichtern, können die Kästchen, in denen sich kein Block befinden kann, angekreuzt werden.

Es gibt Nonogramme in verschiedenen Schwierigkeitsstufen. In diesem Problem des Monats beschäftigen sich die Kinder mit Nonogrammen der Größe 5x5, 10x10 und 15x15.

2.9.2 Wie kann man vorgehen?

Zunächst erhalten die Kinder Informationen über die Entstehung der Nonogramme. Gemeinsam wird das Problem des Monats besprochen und die Spielregeln erläutert. An dieser Stelle ist es wichtig, mit den Kindern die Begriffe Zeile und Spalte zu klären. Anschließend sollen die Kinder ein Nonogramm selbstständig lösen und ihren Lösungsweg beschreiben (K 21). Beachten Sie die Wortspeicher in dieser Handreichung ab Seite 90.
Gerade in der Anfangsphase des Lösens dieser Rätsel bietet es sich an, die entsprechenden Blöcke mit Muggelsteinen auszulegen. Die Steinchen üben einen großen haptischen Reiz auf die Kinder aus und haben den Vorteil, dass sie sich bequem innerhalb des Gitternetzes verschieben lassen. Kästchen, die laut der Regeln nicht belegt werden können, werden mit einem Stift abgekreuzt.
Um sicherzustellen, dass die Kinder das Prinzip der Nonogramme verstanden haben, erhalten sie im nächsten Schritt den Auftrag, in das Nonogramm die passenden Zahlen einzutragen (K 22).

Danach bekommen die Kinder die Aufgabe, ein eigenes Nonogramm zu entwerfen und es einem anderen Kind zum Lösen vorzulegen (K 23).
Bei dieser Aufgabe ist es von Vorteil, wenn die Kinder von ihrem Nonogramm eine Kopie anfertigen, bevor sie es einem anderen Kind zum Lösen geben. Die Lösungen lassen sich so besser mit den entworfenen Nonogrammen vergleichen.

Im weiteren Verlauf werden den Kindern Nonogramme in unterschiedlichen Größen zum Lösen angeboten (siehe K 26 - K 31).
Der unterschiedliche Schwierigkeitsgrad der Nonogramme ermöglicht ein differenziertes Arbeiten. Jedes Kind bearbeitet die Nonogramme auf seinem individuellen Niveau.

Die Tippkarten 1 und 2 (K 24-K 25) beschreiben das schrittweise Vorgehen beim Lösen der Nonogramme und unterstützen die Kinder bei der Suche nach Lösungsstrategien.

Es bietet sich an, die Vorlagen für die Nonogramme zu vergrößern und diese anschließend zu laminieren. Dieses hat den Vorteil, dass die Kinder die Nonogramme mit Muggelsteinen auslegen und die nicht zu besetzenden Kästchen mit Folienstiften markieren können. Auch können die laminierten Nonogramme wieder verwendet werden.

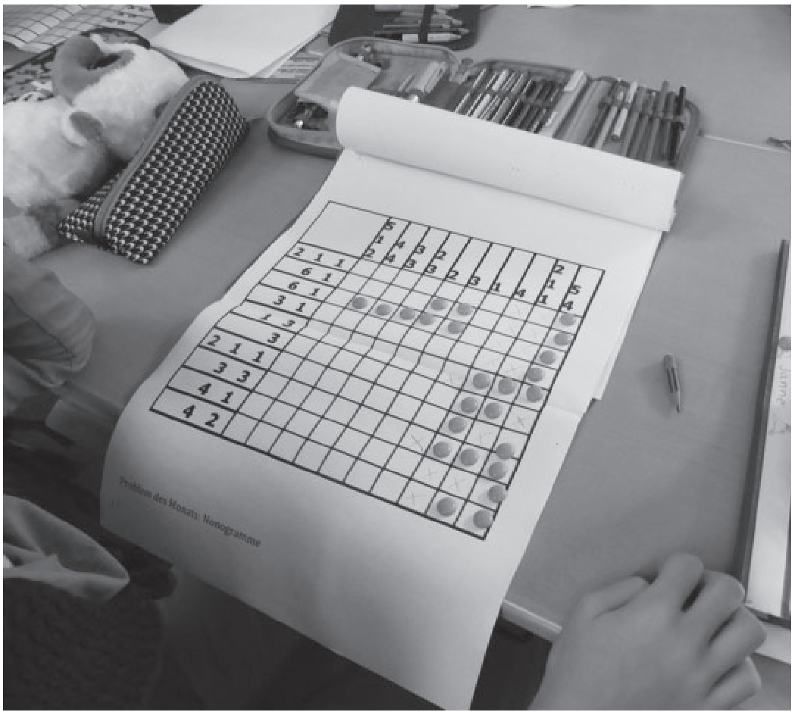


Foto: Susanne Meyer-Berg

K 21 Nonogramme

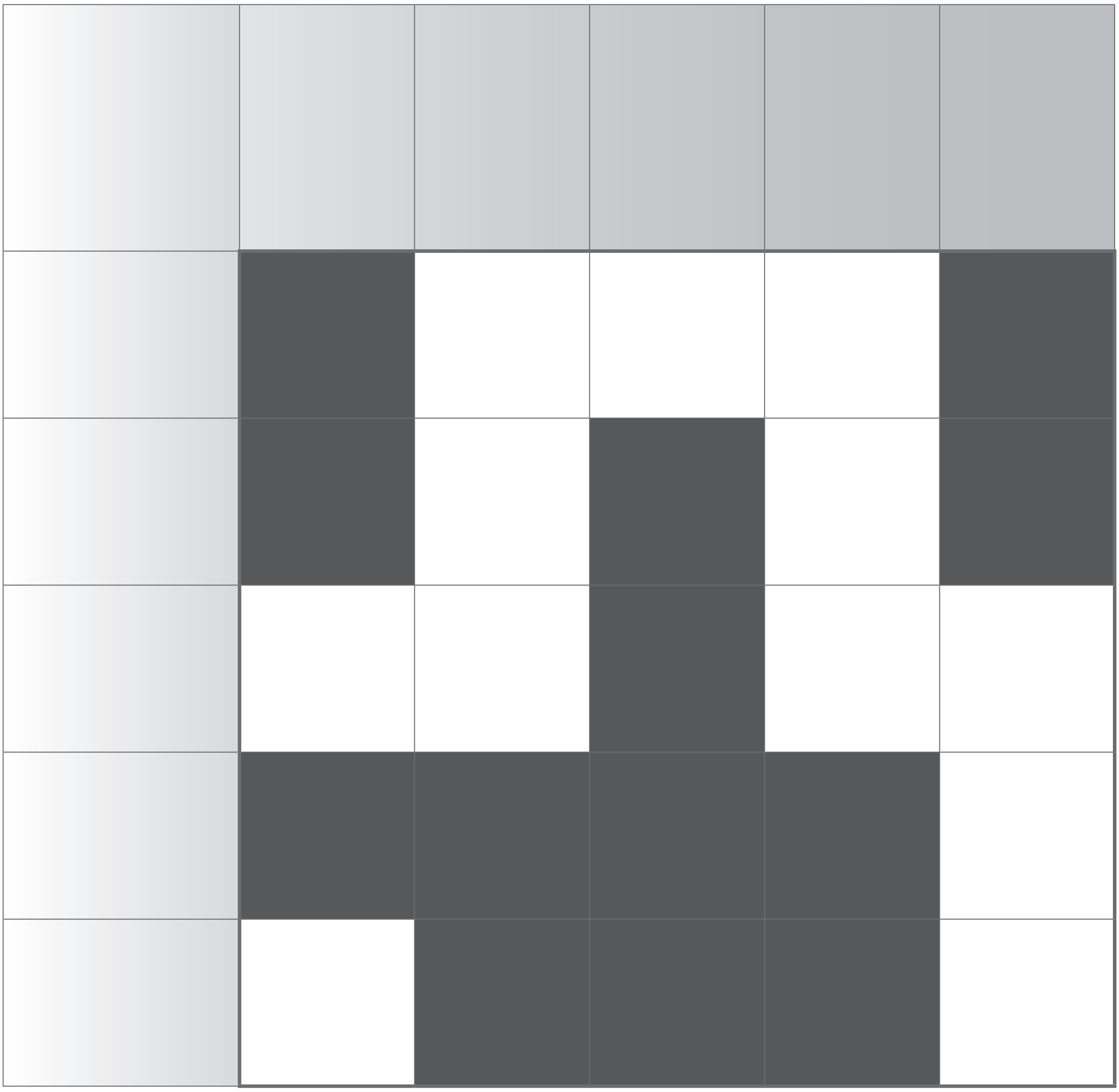
1. Löse das 5x5-Nonogramm.
(Tipp: Du kannst es auch mit Plättchen legen.)

	3 1	2 1	3	1	2
2					
2					
1 1					
3					
3 1					

2. Beschreibe, wie du vorgegangen bist.

K 22 Nonogramme

Trage die Zahlen in das Nonogramm ein.



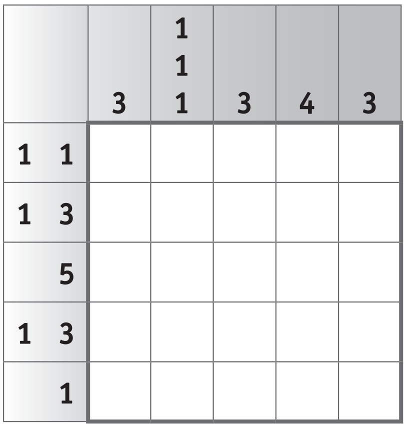
K 23 Nonogramme

Erfinde ein eigenes 5 x 5 - Nonogramm und
gibt es einem anderen Kind zum Lösen.

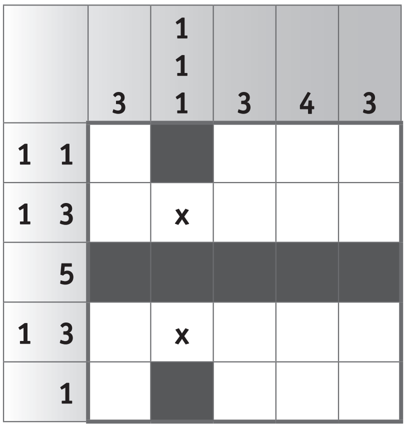
K 24 Nonogramme

Tippkarte 1

Beispiel mit ausführlicher Lösung:

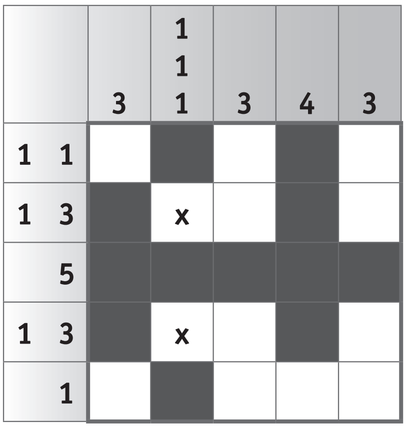


Ein 5 x 5 - Nonogramm soll gelöst werden.

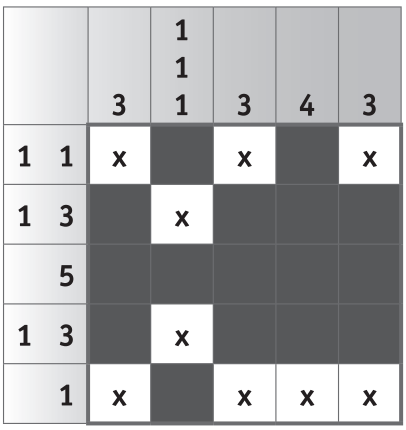


Die dritte Zeile ist eindeutig:
Alle Felder müssen ausgemalt werden.

Da zwischen den Blöcken immer ein Kästchen frei sein muss, ist die zweite Spalte eindeutig.



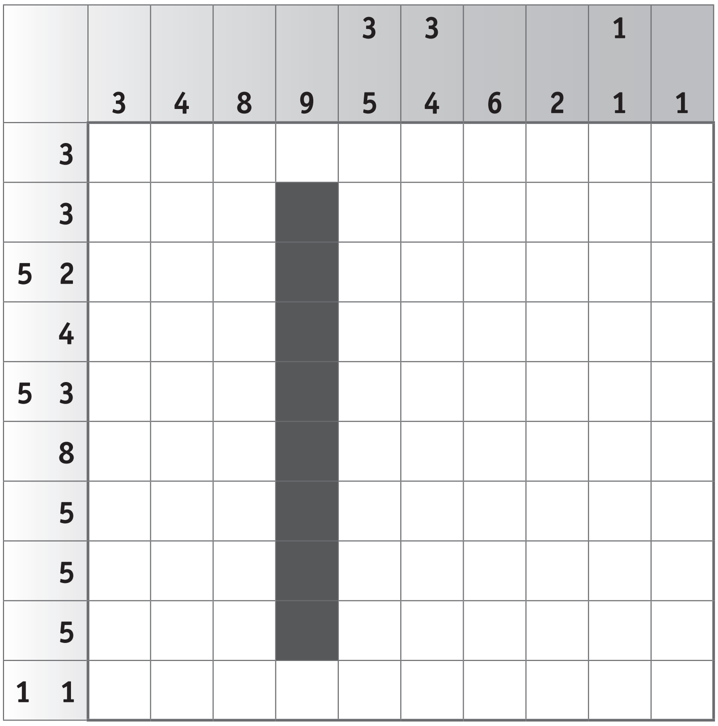
Der 3er in der ersten Spalte kann nicht in der ersten Zeile beginnen und nicht in der 5. Zeile enden. Deshalb muss er die Zeilen 2, 3, und 4 überdecken.
Der 4er in der 4. Spalte kann nicht in der 5. Zeile enden, überdeckt also die Zeilen 1 bis 4.



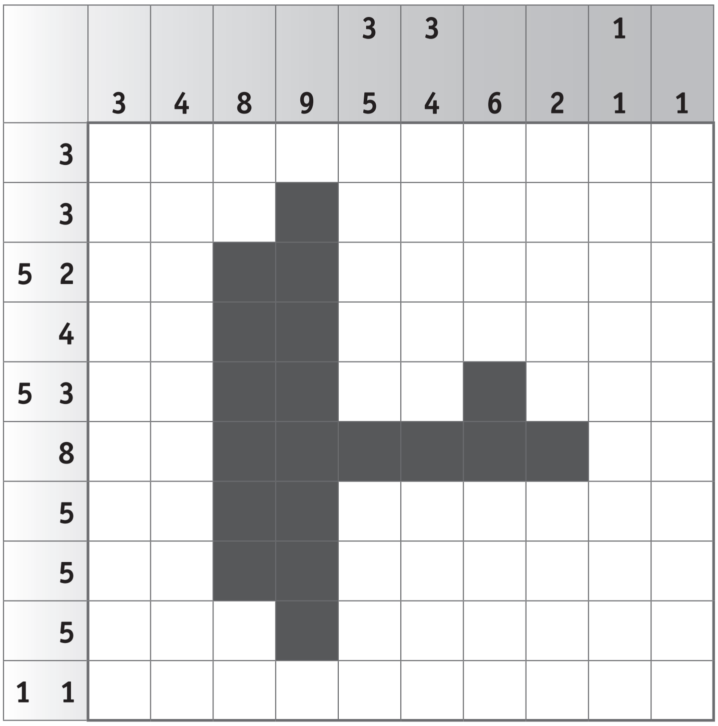
Die übrigen Felder kannst du nun sicher allein bestimmen.

K 25 Nonogramme

Tippkarte 2



Beginne mit dem größten Block (4. Spalte): Zähle 9 Felder von oben und 9 Felder von unten ab. Dabei überlappen sich 8 Felder, die du ausmalen kannst.



Suche weitere Überlappungen.

K 26 Nonogramme

	4	3	1 2	1	2
1 1					
1 1					
2					
3					
4					

	2	2	1 2	1 1	3 1
3					
1 1					
1 1					
2					
4					

K 27 Nonogramme

	2	2	2	3	2 2
1 1 1					
3 1					
1 1					
2					
2					

	3	4	3	1	2
1					
3					
4					
3 1					
1					

K 28 Nonogramme

	5 1 2	4 4	3 3	2 3	2	3	1	4	2 1 1	5 4
2 1 1										
6 1										
6 1										
3 1										
1 3										
3										
2 1 1										
3 3										
4 1										
4 2										

	1 1 3	3 3	1	3 1	4 1	3 1	2 2	1 4	8	8
4										
2 3										
1 7										
3 2										
1 2										
2										
2 3										
2 3										
2 4										
7										

K 29 Nonogramme

	3	3 1	1 1 1	1 2	3 4	5 4	5 3	3 3	3	4
7										
2 3										
3 4										
3										
3										
2										
6										
6										
5 1										
5										

	1 4	1 2	3 2	6 2	1 1 6	5	4	1 3	2 1	1 4
5										
2										
3										
1 3										
4 1										
4										
1 3 1										
1 4 1										
6 3										
5 1 1										

K 30 Nonogramme

	3 2	1 2 4	3	3	2 4	8	2 2 2	1 1 2	2	2 1 3
4										
2 1 1 2										
1 2										
2 1 1										
1 2										
3 1										
2 2 1										
6 1										
7										
7										

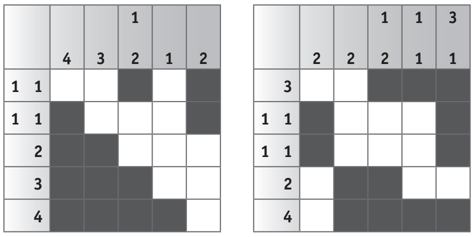
	1 4	2 3	1 3	7	9	7	6 2	2	2	1
5										
1 4										
6										
6										
4										
1 4										
7										
3 2										
3 1 1										
1 1										

K 31 Nonogramme

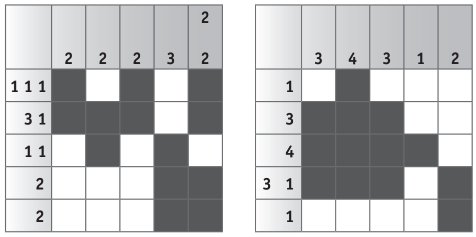
	3 1	3 5	2 4	1 9	7	9	5 3 3 1	5 4	4 3	2 2 2	4 2	4 2	4 2	4 3 4	3 3
2 1 1															
5 2															
4 5															
1 9															
2 8															
6 3															
7 1															
4 1															
4															
3															
8															
4 3 1															
3 3 2															
3 8															
1 1 6															

Lösungsblatt - Nonogramme

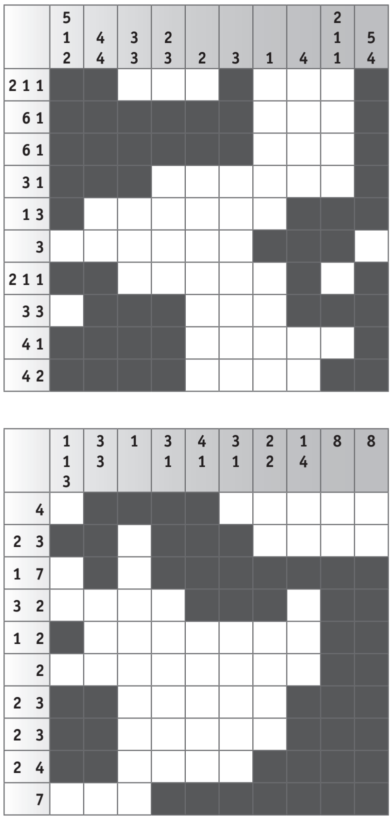
K 26



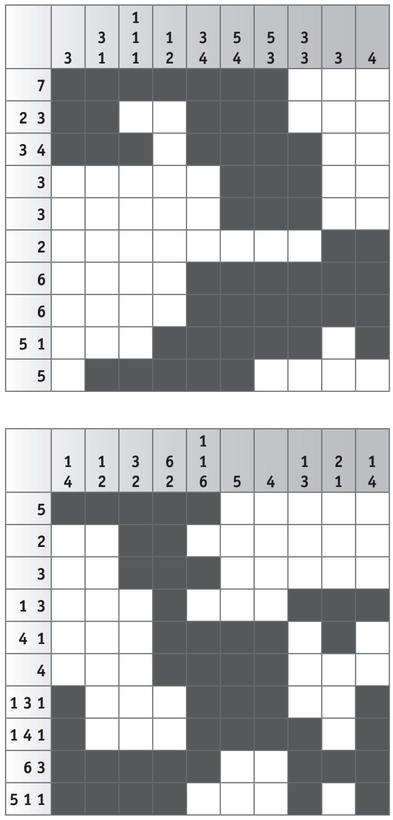
K 27



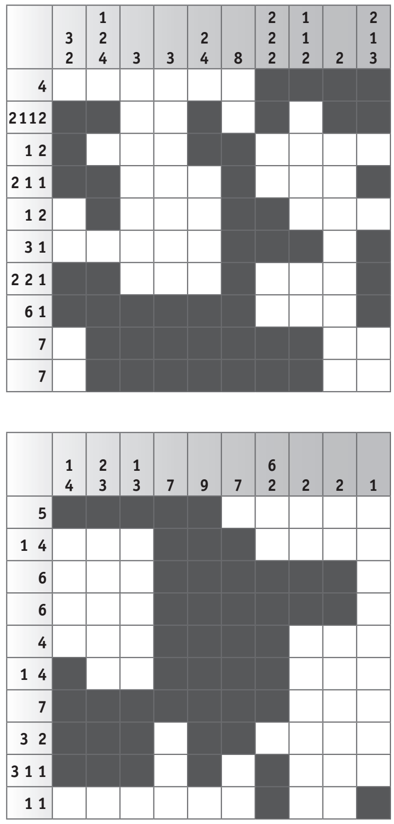
K 28



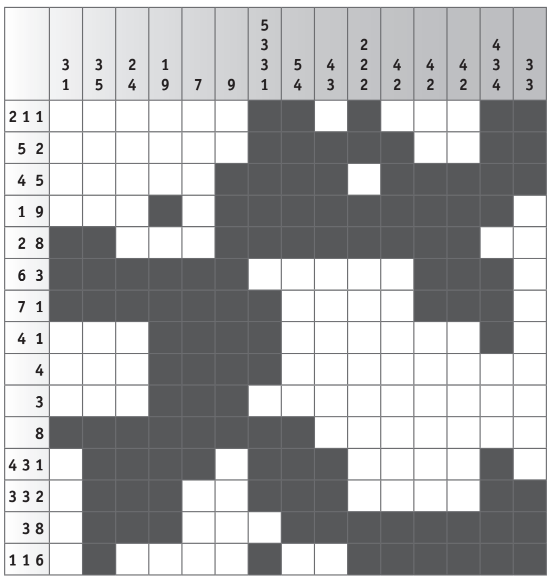
K 29



K 30



K 31



2.10 Problem des Monats – Der Weihnachtscode

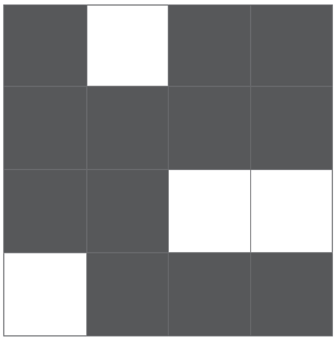
Der Weihnachtscode

Ein Code ist eine Geheimschrift. Er wird dazu benutzt, eine Nachricht zu verstecken. Man kann einander etwas mitteilen, ohne dass andere es lesen können.

Seit es Schriften gibt, gibt es auch unterschiedliche Geheimschriften. Nun ist mit der Post folgender Brief gekommen. Es soll eine geheime Botschaft für uns sein. Kannst du sie entschlüsseln?

E	K	L	N
I	K	A	V
U	O	E	K
S	M	O	S

Buchstabenfeld zum Probieren



Schablone zum Auflegen

Aufgaben:

1. Falte zwei quadratische Papiere so, dass sie nach dem Auffalten in 4 x 4 Felder eingeteilt sind. Übertrage das Buchstabenfeld auf das eine Papier. Jeder Buchstabe bekommt ein eigenes Quadrat. Schneide bei dem zweiten Papier, der Schablone, die weißen Felder heraus.

2. Überlege! Wie kannst du, mit Hilfe der Schablone, den Text entziffern? Viel Spaß beim Forschen.

3. Hast du den Geheimtext entziffert? Schreibe ihn auf. (Benutze das beiliegende Blatt, K 34). Falls nicht: Nutze die Tipps 1-5. Geht es nun?

4. Erkläre und notiere, wie du vorgegangen bist.

Idee nach: Beutelspacher, Albert/ Wagner, Marcus (2008): Wie man durch eine Postkarte steigt. Herder Verlag

2.10.1 Worum geht es?

Bei dem Problem „Der Weihnachtscode“ sollen die Kinder eine geheime Botschaft entschlüsseln. Dafür müssen sie eine Strategie entwickeln. Es gibt eine vorgegebene Schablone, mit deren Hilfe in einem Buchstabenquadrat eine Botschaft entdeckt werden soll. Die Kinder müssen auf die Idee kommen, die Schablone auf eine bestimmte Art zu drehen oder zu wenden.
Außerdem müssen sie die Startposition festlegen. Die entdeckten Strategien werden an zwei anderen Buchstabenquadraten überprüft und weitere Botschaften (K 35) werden entschlüsselt.

Das gesammte Buchstabenfeld besteht aus 16 kleinen Quadraten, in denen Buchstaben stehen. Alle Buchstaben – jeweils von oben nach unten und von links nach rechts gelesen – bilden die Botschaft. Von den 16 kleinen Quadraten werden vier Quadrate als Löcher aus der **Schablone** herausgeschnitten. Durch Auflegen und dreimaliges Drehen der Schablone werden nacheinander alle 16 Felder sichtbar (4x4 = 16).

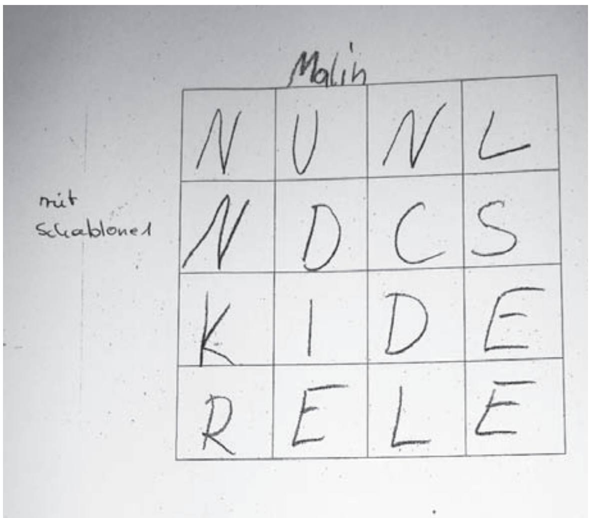
Die Startposition muss durch Ausprobieren gefunden werden. Man legt die Schablone auf das Buchstabenfeld und prüft, ob die Buchstaben in den Löchern (diese können auch am Rand liegen) einen sinnvollen Wortanfang bilden.

2.10.2 Wie kann man vorgehen?

Man benötigt helles Faltpapier für das Buchstabenfeld und dunkles Faltpapier für die Schablone. Die Lösung des Weihnachtscodes verspricht Kekse im Schrank, daher sollten dann dort auch Kekse zu finden sein. Die Lösung des ersten Codes lautet: **Kekse vom Nikolaus**. Dies sollen die Kinder aufschreiben und ihre Vorgehensweise begründen (K 34). Die Startposition zeigt das Wort Keks. Durch das Drehen im Uhrzeigersinn wird der Rest des Codes entschlüsselt.

Mit Hilfe des zweiten Codes (K 35) und der eben erlernten Strategie finden die Kinder den Hinweis, wo die Kekse versteckt sind: hier **in diesem Raum.** Mit Hilfe des dritten Codes (K 35) entschlüsseln die Kinder: **Such in dem Schrank.** Dafür müssen die Kinder die Schablone gegen den Uhrzeigersinn drehen. Die Kopiervorlage K 37 soll als Folie genutzt werden, um mit den Kindern die Vorgehensweise zu besprechen.

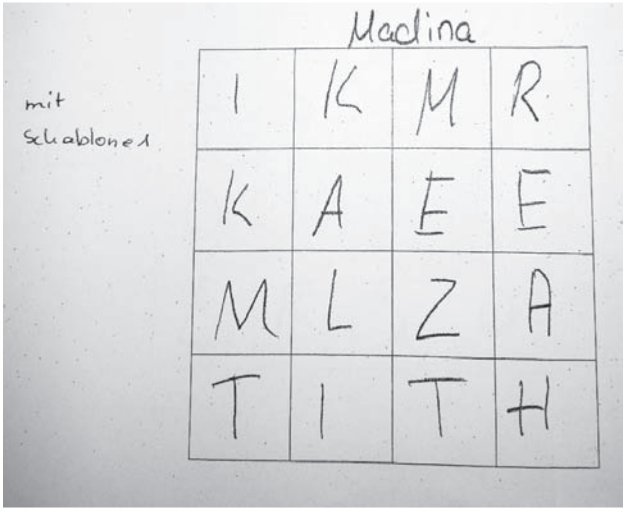
Mit Hilfe der Tipps (Kopiervorlage K 32-K 33) können die Kinder die Aufgaben selbstständig lösen. So kommen sie schnell dazu, eigene Botschaften zu schreiben (siehe Schülerbeispiel von Malin, Grundschule Tonndorf: **Nudeln sind lecker.**
Kurz vor Weihnachten können die Kinder ein Weihnachtsgeschenk für ihre Eltern verstecken. Eine verschlüsselte Botschaft und eine selbst hergestellte Schablone werden den Eltern überreicht, damit sie ihre Überraschung finden können. Wird die Botschaft abgewandelt, können die verschlüsselten Nachrichten das ganze Jahr über genutzt werden. Beachten Sie die Wortspeicher in dieser Handreichung ab Seite 90.



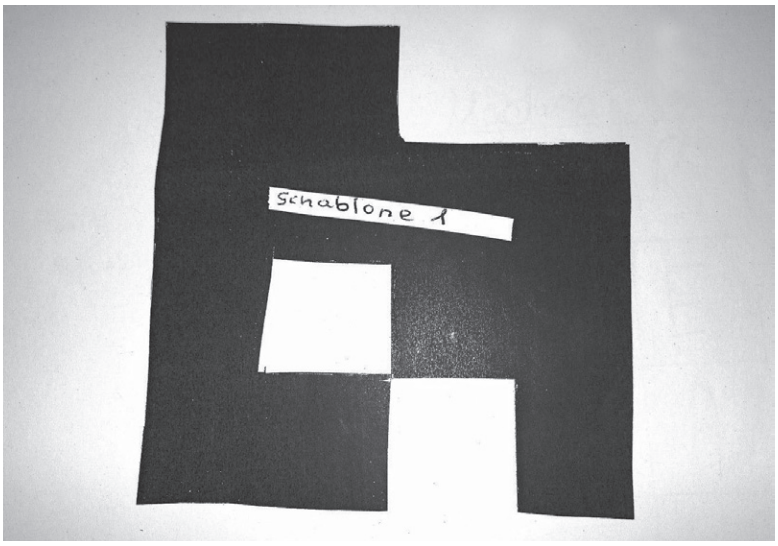
Schülerbeispiel von Malin, Grundschule Tonndorf

2.10.3 Zusatzaufgabe

Die Kinder entwerfen eigene Codes und Schablonen, um Botschaften für andere zu verschlüsseln. (K 36 und das Beispiel von Madina, Lösung: Mathematikzirkel, Strategie: Wende die Schablone 1, Grundschule Tonndorf)



Schülerbeispiel von Madina, Grundschule Tonndorf



K 32 Der Weihnachtscode

Tipp 1

Die Schablone wird vollständig auf das Buchstabenfeld gelegt.

Tipp 2

Die Buchstaben werden von links nach rechts und von oben nach unten gelesen.
Genauso wie in einem Buch.

Tipp 3

Die Schablone wird nach dem Auflegen insgesamt dreimal im Uhrzeigersinn gedreht.

Tipp 4

Wende die Schablone und probiere so beide Seiten der Schablone aus.

Tipp 5

Das Startfeld der Schablone befindet sich in der 1. Reihe, im 2. Quadrat von links.

Tipp 6 Zusatzaufgabe 1

Das Startfeld der Schablone befindet sich in der 1. Reihe,
im 3. Quadrat von links.
ACHTUNG:
Es gibt zwei Möglichkeiten.

Tipp 7

Die Schablone wird gegen den Uhrzeigersinn gedreht!

K 33 Der Weihnachtscode

Tipp 8 Zusatzaufgabe 2

Das Startfeld der Schablone befindet sich in der 1. Reihe, im 2. Quadrat von links.

Tipp 9 Zusatzaufgabe 3

Bestimme das erste Feld deiner Schablone und schneide es aus. Drehe deine Schablone dann im Uhrzeigersinn auf einem 4x4-Feld und streiche die entsprechenden Felder aus.

Tipp 10 Zusatzaufgabe 3

Verfahre auch mit den anderen drei Feldern so.

a) aussuchen
b) ausschneiden
c) drehen
d) wegstreichen

Tipp 11 Zusatzaufgabe 3

Dein Code besteht aus 16 Buchstaben. Entscheide dich für den Inhalt deiner Nachricht, bevor du sie in das 4x4-Feld einträgst.

Tipp 12

Lege deine Schablone auf das 4x4-Feld und trage die ersten vier Buchstaben ein. Drehe die Schablone und trage die jeweils folgenden die Buchstaben ein.

Tipp 13 Zusatzaufgabe 3

Achte dabei auf die Schreibrichtung: von oben nach unten von links nach rechts

K 34 Der Weihnachtscode

Hast du den Geheimtext entziffert? Schreibe ihn auf.

Hast du den Geheimtext entziffert? Schreibe ihn auf.

K 35 Der Weihnachtscode

Zusatzaufgabe 1
Nimm wieder deine Schablone und entziffere den Text dieses Buchstabenquadrates: (Beachte: Tipp 1, 2, 3, 4, 6)

Schreibe den Text hier auf:

E	I	H	R
A	U	I	S
E	E	N	D
I	M	M	R

Zusatzaufgabe 1
Nimm noch einmal deine Schablone und entziffere auch diesen Text. (Beachte: Tipp 1, 2, 4, 7, 8)

Schreibe den Text hier auf:

R	S	I	M
S	C	N	A
D	N	U	C
H	K	H	E

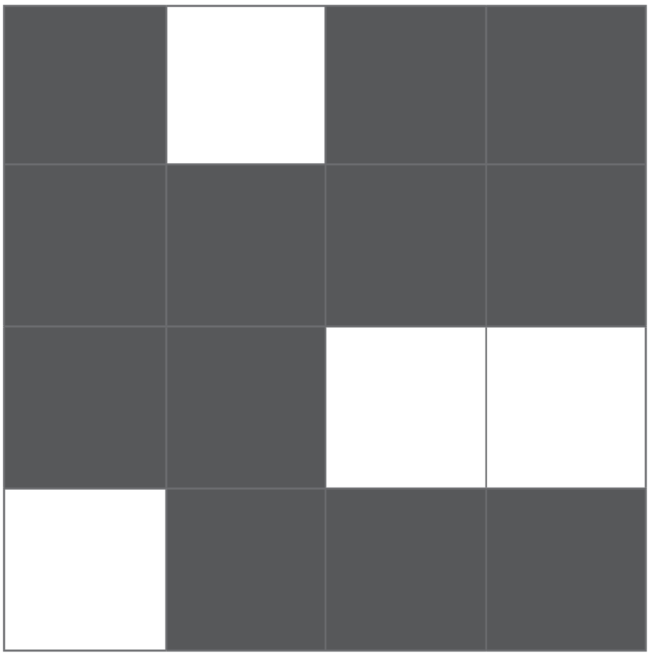
K 36 Der Weihnachtscode

Zusatzaufgabe E
Entwickle eine eigene Geheimschrift mit eigener Schablone.

Wie bist du vorgegangen?
(Falls du Hilfe benötigst, beachte Tipp 9 bis 13.)

K 37 Der Weihnachtscode

E	K	L	N
I	K	A	V
U	O	E	K
S	M	O	S



3 Sprachsensibler Mathematikunterricht

Auszug aus der Selbstlernplattform PrimaKom - Primarstufe Mathematik kompakt
© PriMakom Dezember/2015

In der aktuellen Unterrichtsforschung herrscht Konsens darüber, dass sprachliche Kompetenzen auf Seiten der Schülerinnen und Schüler von großer Bedeutung für den Lernerfolg in allen Fächern sind:

- Sprachlich schwache Kinder gehören in der Regel auch zu den mathematisch schwachen Kinder, d.h. gewisse Sprachkompetenzen scheinen grundlegend zur Ausbildung mathematischer Kompetenzen zu sein (vgl. Heinze et al. 2007).
- Es gibt einen positiven Zusammenhang zwischen fachintegrierter Sprachförderung und der Entwicklung sprachlicher und fachlicher Kompetenzen der Schülerinnen und Schüler (vgl. Rösch & Stanat 2011).
- Anspruchsvolle Fachleistungen können nur zum Ausdruck erbracht werden, wenn die Kinder über die entsprechenden bildungssprachlichen Kompetenzen verfügen (vgl. Cummins 2000).
- Das mündliche wie auch schriftliche Versprachlichen kann dazu dienen, die Gedanken zu strukturieren sowie Fehler im Lösungsprozess zu identifizieren (vgl. Götze 2010).

Ein Zugang zur Bildungs- und Fachsprache gilt nachweislich als Schlüsselkompetenz um höhere Lernziele und Schulerfolge zu erreichen. Allen Kindern sollte daher die Möglichkeit gegeben werden, diese Bildungs- und Fachsprache zu erlernen. So werden die Kinder während der Grundschulzeit im Mathematikunterricht mit etwa 500 fachspezifischen Begrifflichkeiten und Formulierungen konfrontiert (vgl. Krauthausen 2007). Dabei geht es nicht allein um Fachbegriffe wie Ergebnis, Addition, Subtraktion, Multiplikation, Division. Auch mit ganz besonderen mathematischen Sprech- und Ausdrucksweisen umzugehen, müssen die Kinder lernen. Satzgefüge wie z. B. „wird immer um x größer/kleiner“ oder „Wenn die Summanden um je 1 erhöht werden, dann ...“ werden typischerweise nur im Kontext Mathematik verwendet.
Das Erlernen dieser spezifischen Ausdrucksweisen ist zentral, um dem Mathematikunterricht besser folgen zu können und damit Mathematik überhaupt zu verstehen. Zeitgleich wird durch die Förderung der mathematikspezifischen Sprech- und Ausdrucksweisen eine geteilte Sprachbasis geschaffen, die die Kommunikation über Mathematik erleichtert (vgl. Götze 2015).

Unterscheidung von Alltags-, Fach-und Bildungssprache

Ziel der gemeinsamen Arbeit in den Mathe-Zirkeln ist es, ausgehend von den individuellen Kompetenzen der Kinder, die Beschreibungs- und Begründungskompetenz gezielt zu fördern. Die am Ende der Handreichung angefügten exemplarischen Wortspeicher zeigen jeweils eine den Problemen des Monats begleitete Zusammenstellung von Wörtern, welche die Verwendung von Alltagssprache zur Entwicklung der Bildungssprache bis zur gezielten Nutzung der Fachsprache unterstützen kann. Die Speicher sind Ansatzpunkte zur sprachsensiblen Durchdringung der mathematischen Problemstellungen und sollen den Kindern helfen, über Entdeckungen zu kommunizieren und zu argumentieren – mündlich wie auch schriftlich.

Die **Alltagssprache** ist die Sprache, die die Kinder aus ihrem Alltag kennen und in den Unterricht mitbringen. Sie ist häufig sehr kontextgebunden und vollzieht sich im Alltag der Kinder in der Regel mündlich. Sie richtet sich daher an eine konkrete Person und ist gekennzeichnet durch unvollständige Sätze sowie sogenannte deiktische Mittel. Darunter versteht man Gesten, unterstützt durch Adverbien wie z. B. hier, da, dort.

Die **Fachsprache** ist linguistisch keine völlig neue Sprache. Sie wird vielmehr als ein neues sprachliches Register angesehen, welches aus bereits bestehenden sprachlichen Fähigkeiten in der Alltagssprache entwickelt werden kann (Meyer & Prediger 2012). Sie umfasst spezifische Fachbegriffe, Satzstrukturen und Textsorten (Definitionen, Merksätzen, Textaufgaben, ...), die auf diese Art und Weise nur in diesem speziellen Fach benutzt werden.

Die Bildungssprache ist eng mit der Fachsprache verknüpft aber eher fächerübergreifend zu sehen und taucht vornehmlich in Schulbüchern oder auch in der Sprache der Lehrkraft auf.

Alltagssprache	Bildungssprache	Fachsprache
Gestern war ich auf' m Flohmarkt. Da hab ich ein Legoauto gekauft. Das war voll billig. Hat nur 8 Euro gekostet. Und ich hab 12 Euro gehabt. Hab ich also noch was. 4 Euro, nämlich, ne?	Wenn du dir auf dem Flohmarkt ein Legoauto für 8 Euro kaufst, du aber 12 Euro gespart hast, verbleiben dir noch 4 Euro in deinem Portmonee.	Subtrahiert man vom Minuenden 12 Euro den Subtrahenden 8 Euro, so erhält man die Differenz von 4 Euro.

Quelle: Infopapier „Unterscheidung von Alltags-, Fach- und Bildungssprache“
© PriMakom Dezember/2015_Sprachförderung_primakom.dzlm.de

Die große Frage, die sich hier nun stellt ist, wie ausgehend von den Alltagssprachlichen Kompetenzen der Kinder, die Sprache des Mathematikunterrichts im täglichen Unterrichtsgeschehen mitgefördert werden kann. Zur Förderung eines sprachsensiblen Mathematikunterrichts kann ebenfalls der aus dem Deutschbereich bekannte sogenannte Scaffolding Ansatz dienen.

Der Scaffolding Ansatz

Der englischsprachige Begriff „Scaffolding“ (vgl. Gibbons 2006) bedeutet übersetzt „Gerüstbau“. Diese Metapher verdeutlicht den Grundgedanken eines sprachsensiblen Fachunterrichts: Ausgehend von den individuellen sprachlichen Kompetenzen der Kinder, werden den Kindern sprachliche „Gerüste“ angeboten, an denen sie sich orientieren können, an denen sie sich anlehnen können. Diese sprachlichen Gerüste werden im Lernprozess zunehmend individuell wieder abgebaut, sodass die Kinder nun in der Lage sind, ohne diese Stütze zu arbeiten. In der Regel werden zwei verschiedene Ansatzpunkte des Scaffolding unterschieden: das Makro- und das Mikro-Scaffolding:

Unter **Makro-Scaffolding** werden alle von der Lehrperson vorab geplanten Unterstützungs- und Förderangebote verstanden. Hierzu zählen z. B. Wortspeicher bzw. Wörterlisten, Satzanfänge, sprachliche Angebote auf Arbeitsblättern, Lückentexte...

Das **Mikro-Scaffolding** stellt einen sehr zentralen Unterstützungsansatz dar: nämlich den auf der spontanen Interaktionsebenen. Demnach versteht man unter Mikro-Scaffolding all die Unterstützungsmaßnahmen, die ungeplant und in der spontanen Interaktion zwischen den Kindern oder zwischen den Kindern und Ihnen entstehen.

Dabei ist zentral, dass Sie Ihre Kinder immer wieder zur Benutzung der fachspezifischen Sprache direkt auffordern. Zeitgleich sollten Sie aber auch ein sprachliches Vorbild für die Kinder und somit in Ihren sprachlichen Formulierungen nicht sprunghaft, alltagssprachlich oder ungenau sein. Nur dann wird die Förderung Effekte zeigen.

Eine sprachsensible Gesprächsführung kann durch veränderte Gesprächstechniken geschaffen werden (vgl. Gibbons 2006).

Gesprächstechniken

- Sprechen über das Sprechen (z.B. Wie musst du als Mathematiker sprechen?)
- Ermutigung zu längeren und/oder fachlichen Äußerungen
- indirekte Bereitstellung von Fachsprache durch Nachfragen
- Umformulierungen durch die Lehrkraft
- direkte Unterstützung durch Fachbegriffe/Fachformulierungen

Wort- und Satzspeicher

Ein Wortspeicher stellt eine Sammlung von wichtigen Wörtern, Satzphrasen und auch ganzen Sätzen z.B. auf einem Plakat oder an der Tafel dar (Verboom 2008). Dabei dürfen durchaus alternative Formulierungen oder synonyme Begriffe zeitgleich aufgeführt werden.

Wie sollte ein Wortspeicher gestaltet sein?
Ein Wortspeicher muss so geordnet sein, dass die Kinder auf den ersten Blick einen Begriff finden, den sie gerade für ihre Beschreibungen brauchen.
Beispiele: http://primakom.dzlm.de/%C3%BCbergreifendes/sprachf%C3%B6rderung/mathematikunterricht-sprachsensibel-gestalten

Vor der Erarbeitung eines Wortspeichers
Lassen Sie die Kinder zunächst mit ihren eigenen sprachlichen Mitteln z. B. eine Entdeckung zu einem Aufgabenformat beschreiben. Greifen Sie damit also die Alltagssprache der Kinder bewusst auf.

Erarbeitungsphase
Lassen Sie in der Reflexionsphase einige Kinder ihre Beschreibungen vorlesen und verdeutlichen Sie, dass das Beschreiben keine einfache Angelegenheit darstellt, und die Kinder dringend wichtige Wörter sammeln müssen. Darunter zählen auch die Wörter der Mathematiker wie z. B. Summe, Differenz, addieren, subtrahieren ...

Dann entwickeln Sie gemeinsam den Wortspeicher, indem Sie mathematisch relevante Begriffe und Satzphrasen einbringen (z. B. auf Zetteln vorbereitet), aber insbesondere auch die Begriffe der Kinder aufgreifen. Diese Phase des Sammelns müssen Sie bewusst moderieren, denn Fachbegriffe oder bildungssprachliche Formulierungen können nicht selbst entdeckt werden.

Den Kindern ist natürlich nicht bewusst, was ein „wichtiges“ Wort oder ein „wichtiger“ Satz ist. Von daher dürfen Sie kein sinnloses Ratespiel entstehen lassen. Achten Sie vielmehr darauf, welche Begrifflichkeiten Sie in der 1. Phase bei den Kindern bereits gesehen haben. Rufen Sie die Kinder dann gezielt auf: „Bei ... habe ich ein wichtiges Wort/ einen guten Satz gesehen.
Dieses muss noch unbedingt in den Wortspeicher. Liest du bitte mal vor, was du geschrieben hast?“ So lassen Sie den Wortspeicher zu einem gemeinsamen Produkt werden.

Aufnahme von Fachbegriffen und Formulierungen
Nehmen Sie in den Wortspeicher somit gezielt fachsprachliche Begriffe wie z. B. „Summe“ oder auch „addieren“ mit auf, um die fachsprachlichen Kompetenzen der Kinder gezielt anzuregen. Ebenso gehören fachsprachliche Satzphrasen wie z. B. „wird immer um … größer/kleiner“ in den Wortspeicher. Dies sind die Fachbegriffe und Satzphrasen, die die Kinder in späteren Schuljahren und bei späteren Aufgaben immer wieder brauchen – machen Sie das den Kindern bewusst. Die Kinder sind in der Regel sehr stolz, ihre Entdeckungen wie ein Mathematiker aufschreiben zu können. Erweitern Sie den Wortspeicher, sobald Sie merken, dass neue Begriffe notwendig bzw. die Kinder für neue Fachbegriffe offen sind. Favorisieren Sie daher die mathematische Fachsprache oder fragen Sie die Kinder immer wieder, ob sie ihre Entdeckungen auch noch anders beschreiben können: Mit den Wörtern der Mathematiker.

Wertschätzung
Verweisen Sie die Kinder stets bei weiteren Beschreibungsversuchen auf den Wortspeicher. Wenn Sie den Wortspeicher nicht wertschätzen, dann werden die Kinder dies auch nicht tun. Bewahren Sie die Wortspeicherplakate auf und holen Sie sie wieder hervor, wenn das entsprechende Aufgabenformat erneut thematisiert wird. Damit aktivieren Sie zum einen die vergangenen und schaffen sehr gute Anknüpfungspunkte für zukünftige Lerninhalte. Gleichzeitig wird den Kindern bewusst, dass das Beschreiben und Begründen ein sich immer wiederholender Baustein im Mathematikunterricht ist.

Wortspeicherfilm des Projektes PIKAS
Es ist dort zu sehen, wie eine Lehrerin gemeinsam mit ihrer jahrgangsgemischten Klasse 1/2 einen Wortspeicher erarbeitet.
http://primakom.dzlm.de/%C3%BCbergreifendes/sprachf%C3%B6rderung/konzepte-eines-sprachsensiblen-mathematikunterrichts

Zu 2.1 Wortspeicher Sterne und Schneekristalle

falten	mehrfach	**Dreieck**	offene Seite
herausschneiden	mehrere	**Quadrat**	Stern
beim Aufklappen	spitz	**Möglichkeiten**	ein Stück
mustern	**lang**	**Kante**	Zacken
	kurz	**Fläche**	Faltkante
	gleich lang	**Ecke**	Faltung
	verschieden lang	**Ecke auf Ecke**	1. Ausschnitt
	wahrscheinlich	**Außenkanten**	Vorlagen
noch einmal	8-zackig	**Halbierung**	Ränder
gleich	**gemustert**	**Teile**	Schnitt
tief	**gleichschenklig**		Knick
	flach		ein zweites Mal

Zu 2.2 Wortspeicher Die Super 4

sortieren	festgelegt	**Summanden**	Ausschnitt
schätzen	unterschiedlich	**Hunderterfeld**	Außenfelder
verändern	**gegensinnig**	**Summe**	Innenfelder
	identisch	**Möglichkeit**	**Einer**
		Additionsaufgabe	**Zehner**
		Möglichkeiten	**Spiegelungen**
		Lösung	**Beziehungen**

Zu 2.3 Wortspeicher Schiffssuche

genau ein Feld	**senkrecht**	**Diagramm**	Segment
am Rand	**waagerecht**	**Zeile Spalte**	Rand
jede Aufgabe	**diagonal**	**Regeln**	Rätsel
erproben	**eindeutig**	**Kreuz**	Randzahlen
markieren	**maximal**	**Maximale Anzahl**	Nullreihen
streichen	von oben nach unten	bei jeder Aufgabe	Reihe
ausfüllen			wenn…, dann
überprüfen			

Zu 2.4 Wortspeicher Schatzwürfel

ausprobieren	maximal	**Strategie**	Ereignisfelder
austauschen	gleiche	**Würfelpunkte**	Spielanleitung
erreichen	nur einmal	Augenzahl	Weise
ergänzen	immer wieder	Summe	Anfang
kippen		Kippbewegung	Ende
multiplizieren	gerade	Produkt	Spielzüge
weiterkippen	obere	Augenzahl	in einem Zug
entwickeln			punktereich
ausprobieren			Zielfeld
			Grundidee

Zu 2.5 Wortspeicher Geschickt würfeln

begründen	reihum	**Augenzahl**	Wurf / Würfe
zutreffen	kleiner	**Spielwürfel**	Pasch
einkreisen	größer gleich	**Bedingung**	**Gewinnchance**
	strategisch	**minus**	**Ereignis**
	reihum	**(Augen-) Summe**	**Wahrscheinlichkeit**
	geschickt	**ungerade Zahl**	**Baumdiagramm**
	kleinste	**mindestens**	**(Wurf-) Möglichkeit**
	größte	**Produkt**	
	beide	**gerades Produkt**	**(Würfel-) Kombinationen**
		ungerade	
	wahrscheinlich	**ungerade Summe**	

Zu 2.6 Wortspeicher Regionalmeisterschaft

pro	unentschieden	**Möglichkeiten**	Teams
teilweise	entschieden	Tabelle	Sieg
bestreiten	Punkteregel	Tabellenstand	Niederlage
	Saison		Meisterschaften

Zu 2.7 Wortspeicher Zeichnen in einem Zug

zeichnen	doppelt	**in einem Zug**	**Weg**
anfangen		**Figur**	**Knoten**
abbilden		**Möglichkeiten**	Anfangsknoten
nummerieren		**Wegenetze**	Endknoten
		Durchlaufbarkeit	Abfolge
		Ordnung des Knotens	Folge

Zu 2.8 Wortspeicher Die neue Terrasse

beginnen	quadratisch	**Quadrat**	Platte
	rechteckig	**Rechteck**	Steine
	höchstens	**Möglichkeit**	in einer Reihe
systematisches Probieren		**Primzahlen**	Anzahlen
			Tabelle

Zu 2.9 Wortspeicher Nonogramme

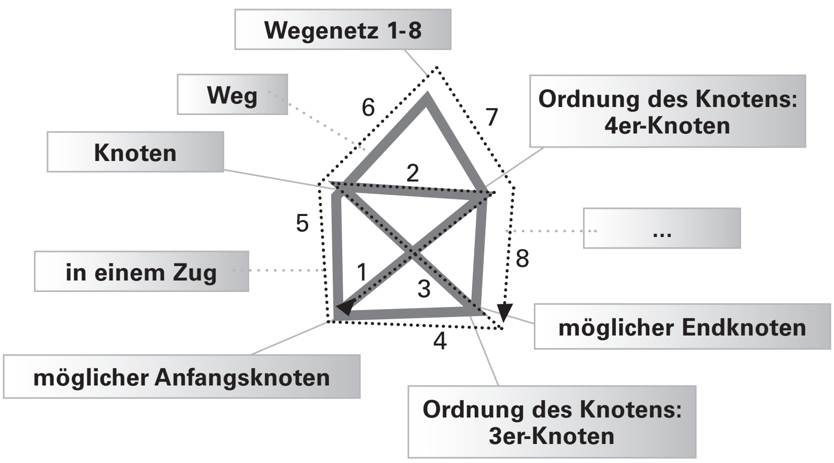
passende Zahlen	logisch	**Regel**	Puzzle
entdecken	mindestens	**Zeile**	Kästchen
überdecken	leer	**Spalte**	Gitter
überlappen	eindeutig	**Länge**	Block
		Reihenfolge	Prinzip
			Überlappung

Zu 2.10 Wortspeicher Der Weihnachtscode

probieren	gedreht	**quadratisch**	Code
auflegen	gegen	**4x4-Feld**	Schablone
entziffern	jeweils	**Strategie**	Startposition
forschen		**Möglichkeiten**	Uhrzeigersinn
erklären			
drehen			
wenden			
ausprobieren			
verfahren			
drehen			
wegstreichen			

Empfehlung zur Verwendung der Wortkarten zur Gestaltung der Wortspeicher
Die hier exemplarisch zusammengestellten Wortkarten mit exemplarischen Wörtern als auch Fachbegriffen stellt eine Zusammenstellung dar, die im Einsatz der Probleme des Monats von den Zirkel-Leitungen als auch den Kindern gemeinsam genutzt wurden.
Es ist für die Kinder keine Hilfe, diese Wortlisten einfach aufzuhängen oder zur Verfügung zu stellen (s. Seite 93 in dieser Handreichung). Man könnte diese Karten entweder vergrößern und ausschneiden und in der einführenden Phase „aufhängen oder auch in das Aufgabenformat im Tafelbild einfügen“ oder die Listen dienen nur der Lehrkraft zur Orientierung, über welche Wörter gemeinsam mit den Kindern im gemeinsamen Reflexions- und Auswertungsgesprächen (Mathe-Konferenzen) die inhaltliche Auseinandersetzung stattfinden sollte. Leere Felder in den Listen sollen dazu ermuntern, bewusst die Formulierungen und Begriffe als auch die notwendigen weiteren Fachbegriffe der Kinder aufzunehmen und zu würdigen. Die fett gekennzeichneten Wörter sind die notwendigen Fachbegriffe des jeweiligen Problem des Monats. Diese dienen der Optimierung Entdeckungen zu beschreiben und Behauptungen zu begründen. Ein dann für die Klasse individuell zusammengestellter Wortspeicher für das jeweilige Problem des Monats kann auf einer Art Lernplakat visualisiert werden.
Dieses Plakat sollte in Reflexionsphasen für die Kinder stets sichtbar sein, um die Entwicklung der Wortschatzarbeit für das Fach Mathematik zu unterstützen.

Lernplakat:
Zeichnen in einem Zug



Weitere Beispiele finden Sie unter:
http://primakom.dzlm.de/%C3%BCbergreifendes/sprachf%C3%B6rderung/konzepte-eines-sprachsensiblen-mathematikunterrichts

4. Zusätzliche Literatur – Eine Auswahl

Bardy, Peter (2013): Mathematisch begabte Grundschulkinder (Mathematik Primarstufe und Sekundarstufe I + II), Springer Spectrum.

Baulig, Andrea (2006): Clever würfeln. In: Grundschule Mathematik, Heft Nr. 9, Friedrich Verlag, (S. 26-28).

Beutelspacher, Albert/ Wagner, Marcus (2008): Wie man durch eine Postkarte steigt. Herder Verlag.

Dahl, Kristin/ Nordquist, Sven (1996): Zahlen, Spiralen und magische Quadrate-Mathe für jeden. Verlag Friedrich Oetinger.

Eichler, Klaus-Peter/ J. H. Lorenz/ H. Jansen/ S. Kaufmann/ A. Röttger (2008): Mathematikus (neue Ausgabe): Schulbuch für die Klasse 3. Westermann Verlag.

Fritzlar, Torsten/ Heinrich, Frank (2010): Kompetenzen mathematisch begabter Grundschulkinder erkunden und fördern. Mildenberger Verlag.

Ganser, Bernd/ Schlamp, Katharina/ Tiefenthaler, Helmut (2010): Begabte Kinder individuell fördern, Mathe Band 2: Schwerpunkt Arithmetik (1. bis 4. Klasse). Auer Verlag.

Hengartner, Elmar/ Hirt, Ueli/ Wälti, Beat (2010): Lernumgebungen für Rechenschwache bis Hochbegabte. Natürliche Differenzierung im Mathematikunterricht. 2. Auflage, Klett und Kallmeyer Verlag.

Kopf, Yvonne (2010): Mathematik für hochbegabte Kinder: Vertiefende Aufgaben für die 4. Klasse: Kopiervorlagen mit Lösungen, BRIGG Verlag.

Lees, Kevin (2001): Mathe für ganz Schnelle - Ergänzungs- und Zusatzaufgaben für die Orientierungsstufe. Mühlheim an der Ruhr: Verlag an der Ruhr.

Mix-Logik (2015): Rätsel fürs Auge. Heft Nr. 43, Küng Verlag.

Nolte, Marianne (2004): Der Mathe-Treff für Mathe-Fans: Fragen zur Talentsuche im Rahmen eines Forschungs- und Förderprojekts zu besonderen mathematischen Begabungen im Grundschulalter. Franzbecker Verlag.

Spiegel, Hartmut (2008): Schatzwürfel. In: Grundschule Mathematik, Heft Nr. 18. Friedrich Verlag, (S. 26-39).

Ulm, Volker (Hrsg.) (2010): Mathematische Begabung fördern. Verlag Cornelsen Scriptor.

HAMBURG

Landesinstitut für Lehrerbildung und Schulentwicklung ▪ www.li.hamburg.de