

# **Hamburger Beiträge zur Mathematik**

**Nr. 586 , März 2016**

**Über Mathematik und Musik**

**Okkultes und Wahrscheinlichkeit**

**von Ernst Kleinert**

## Über Mathematik und Musik

1

„Mathematik und X“ ist immer ein sinnvolles Thema. Jede Margarite exemplifiziert eine Symmetriegruppe, jede Seifenblase ein Extremalprinzip, jeder soziale Konflikt ein spieltheoretisches Paradigma. Weil Mathematik einfach die Gesetzmäßigkeiten unseres Auffassens und Bedenkens der Dinge entfaltet, findet man sie in allem Bedachten; freilich in verschiedenen Graden der Bedeutsamkeit. Das beantwortet auch die Frage, ob die mathematica den Dingen „an sich“ innewohnen oder ob wir sie in die Dinge hineinlegen. Von der umgekehrten Frage, was an X-haftem sich in der Mathematik finde, schneidet sich diese durch ihre axiomatische Methode sauber ab, genauer: sie reduziert diese Frage auf diejenige, was an X-haftem in die Axiome eingegangen ist, und diese Frage hat die Mathematik immer schon selbst beantwortet, denn der Sinn aller Axiomatik liegt darin, Grundbegriffe und -Eigenschaften des jeweiligen Gegenstandsbereichs zu isolieren, aus denen alle andern abgeleitet werden können.

Die Mathematik ist überall dieselbe, die Musik nicht. Ich beziehe mich im folgenden, wo nichts anderes gesagt ist, auf die entwickelte Musik des Abendlands. Sie hat, nicht anders als die dort entstandene Mathematik, inzwischen Weltgeltung erlangt, wie ein Blick auf die Konzertprogramme lehrt; der Chopin-Wettbewerb oder ein renommiertes Orchester sind international wie eine mathematische Fachtagung. Während freilich die Mathematik weiter wächst und ihre *akme*, die ihr mögliche Höhe wohl noch nicht erreicht hat<sup>1</sup>, ist jene Musik ein abgeschlossenes Kulturphänomen, dessen Blüte vom 16. bis ins 19. Jahrhundert reicht (Vorläufer und Nachzügler nicht eingerechnet)<sup>2</sup>.

2

Es gibt wenig, das mit einem Blatt voll mathematischer Formeln und Rechnungen soviel Ähnlichkeit hat wie eine Partiturseite eines größeren Orchesterwerks: Liniensysteme mit vorangestellten Schlüsseln, dazu nach oben und unten langende Hilfslinien, bewohnt von Noten und mit ihren verschieden geschweiften Hälsen, garniert mit Punkten und Versetzungszeichen, alles überspannt von Bögen, durchzogen von sich öffnenden und schließenden spitzen Winkeln, dazwischen Pausenhäkchen und -Balken, abgekürzte Vortragsanweisungen, ein Konglomerat von graphischen Elementen und Buchstaben, bei dem figurative und symbolische Qualitäten sich vermischen. Ganz ähnlich, doch reicher instrumentiert fällt Thomas Manns Beschreibung einer Seite voll Mathematik aus: „Was er sah, war sinnverwirrend. In einer krausen, kindlich dick aufgetragenen Schrift, die Imma Spoelmanns besondere Federhaltung erkennen ließ, bedeckte ein phantastischer Hokuspokus, ein Hexensabbat verschränkter Runen die Seiten. Griechische Schriftzeichen waren mit lateinischen und mit Ziffern in verschiedener Höhe verkoppelt, mit Kreuzen und Strichen durchsetzt, ober- und unterhalb waagrechtlicher Linien bruchartig

aufgereiht, durch andere Linien zeltartig überdacht, durch Doppelstrichelchen gleichgewertet, durch runde Klammern zusammengefaßt, durch eckige Klammern zu großen Formelmassen vereinigt. Einzelne Buchstaben, wie Schildwachen vorgeschoben, waren rechts oberhalb der umklammerten Gruppen ausgesetzt. Kabbalistische Male, vollständig unverständlich dem Laiensinn, umfaßten mit ihren Armen Buchstaben und Zahlen, während Zahlenbrüche ihnen voranstanden und Zahlen und Buchstaben ihnen zu Häuptionen und Füßen schwebten.“<sup>3</sup>

Die Ähnlichkeit ist nicht zufällig, denn zwei Grundelemente der Musik, Rhythmus und Harmonie, haben mathematischen Charakter, dem unsere musikalische Notation Rechnung trägt. Von dem Faktum ausgehend, daß sich ein Musikstück in der Zeit erstreckt, könnte man den Rhythmus den horizontalen, die Harmonie den vertikalen Aspekt nennen; die beiden bilden in gewissem Sinne die Koordinatenachsen, in deren Ebene die Bewegung des *melos* verläuft. Ausführlicher: ein Musikstück ist eine Funktion auf einem Zeitintervall mit Werten in der Menge möglicher Klänge. Die Argumentstellen, an denen sich der Klang (modulo Lautstärke) ändert, bilden eine diskrete Menge (mit Ausnahme vielleicht von *portamenti* und *glissandi*); sie enthält das rhythmische Schema. Jeder Einzelklang besteht aus einer endlichen Menge von Tönen mit bestimmten Lautstärken. Das harmonische Schema erhält man, indem man, von Lautstärken und Klangfarben abstrahierend, die Frequenzverhältnisse auf die Zeitachse projiziert. Harmonie ist lokal, insofern jedem Einzelklang eine solche zukommt, während Rhythmus und Melodie erst über (zusammenhängenden) Zeitabschnitten positiven Inhalts erkennbar sind. Unsere Notenschrift ist nicht viel mehr als der Graph dieser Funktion (allerdings *heavily decorated*). Wir werden zunächst die genannten Elemente besprechen (das ist alles natürlich wohlbekannt) und uns dann dem zuwenden, was Mathematik und Musik gemeinsam haben.

3

Der Rhythmus ist sicherlich das am meisten fundamentale Element der Musik, das eigentlich „mitnehmende“ und wohl auch das ursprünglichste, vor aller „eigentlichen“ Musik, wenn rhythmische Bewegungen älter sind als ihre Begleitung durch Klänge; er ist auch das am leichtesten zu produzierende und bedarf keiner spezifischen Instrumente. Die *raison d' être* des Rhythmus ist die Antizipation des nächsten Akzents, und dies setzt Regelmäßigkeit voraus, damit Mathematizität *in nuce*; denn das gleichmäßige „eins nach dem andern“ ist die Keimzelle der Axiomatik für die natürlichen Zahlen. Das Mathematische liegt hier also in der Natur der Sache. Wird der Rhythmus zu unregelmäßig, empfinden wir ihn nicht mehr als solchen; „rhythmisch“ ist beinahe synonym mit „regelmäßig“ oder „gleichförmig“ und wird in diesem Sinn auch in der Architekturtheorie gebraucht. Es ist eine simple, aber bedenkenswerte Tatsache, daß die natürliche Umwelt gleichmäßige Einteilungen im Räumlichen kaum kennt, ganz selten in einer Gesteinsformation oder Hügellandschaft, am ehesten im kleinen, wie bei Bienenwaben; vollends echte *indiscernibilia* kommen gar

nicht vor, vielleicht auf der Mikroebene der Elementarteilchen, nur indirekt von uns erfahrbar; aber selbst im ödesten Meer ist keine Welle wie die andere. Die Verteilung der Landmassen auf der Erde erscheint kontingent, Abkömmling eines anfänglichen Chaos. Umso mehr Regelmäßigkeit weisen die natürlichen zeitlichen Abläufe auf, die Folge der Gezeiten, der Tage und Nächte, der Jahreszeiten, die Bewegungen der Himmelskörper, und zwar sogleich mit mathematischer Genauigkeit. Bevor der Mensch weiß oder auch nur fragt, ob sich die Sonne um die Erde dreht oder umgekehrt, weiß er, wie lange ein Tag dauert. Nach wie vor dienen jene Abläufe zur Beschreibung von Dauer, da die Rhythmen des menschlichen Organismus ihnen angepaßt sind; und zur Festlegung von Zeitpunkten hatte man sehr lange nichts anderes.

Zeitliche Einteilung zeigt ein musikalischer Satz, im Groben, auf drei Stufen, und mit abnehmender Strenge. Die elementarste, sozusagen die Zelle des ganzen Ablaufs, ist der Takt. Der einmal angeschlagene Rhythmus gibt das Metrum für den ganzen Satz und klingt auch durch die Pausen hindurch, als virtueller Schlag, sogar durch die kontrollierten Abweichungen in Synkopen, *ritardandi* und *accelerandi* oder im *tempo rubato*, selbst wenn man nicht, wie Mozart einmal vom Klavierspieler fordert, das *rubato* auf die rechte Hand beschränkt. Mehr Freiheit besteht bei der nächstgrößeren Einheit, der Periode. In strikt durchperiodisierten Sätzen wie dem Eingang der Waldstein-Sonate würde sofort auffallen, wenn ein Takt fehlte, selbst wenn dieser (wie T. 5) nur aus Repetitionen desselben Akkords besteht; aber auch in der klassischen Musik sind viertaktige Perioden zwar bevorzugt, wenn auch keineswegs ein Universalgesetz; schon bei Haydn begegnen siebentaktige. Bei ganzen Satzabschnitten schließlich müssen nur noch die Proportionen „stimmen“; für die Länge einer Durchführung oder Coda gibt es keine festen Regeln.

Zuviel Mathematisierung im Großen ist sogar abträglich; die Symmetrie, die bei einem Bauwerk das Auge befriedigt, wirkt auf das Ohr leicht ermüdend. Genaue Wiederholung längerer Abschnitte wird daher gemieden; wo nicht, braucht es einen Schubert, damit die Längen göttlich werden. In einem Sonatenhauptsatz ist die Reprise meist kürzer als die Exposition, der zweite Teil wird fast nie wiederholt, bei der Wiederholung eines Scherzo-Hauptteils werden die internen Wiederholungen weggelassen<sup>4</sup>. Die Erklärung jenes Unterschieds ist leicht: Die Symmetrie des Bauwerks ist analog zur Stimmigkeit eines Akkords (und diese hören wir ebenso gut, wie wir jene sehen), nicht zur zeitlichen Symmetrie einer Komposition; das optische Analogon zu dieser fände etwa statt, wenn man eine Straße mit lauter gleich gebauten Häusern entlanggeht. Die gebaute Symmetrie muß streng sein, weil man die korrespondierenden Teile *gleichzeitig* erblickt und auf der Wahrnehmung von Identität der ganze Effekt beruht. Wenn aber in einem Musikstück ein Thema wiederkehrt, liegt darin auch eine Antwort auf das erste Auftreten; musikalische Wiederkehr, so könnte man zugespitzt sagen, ist die Aufhebung von Identität, im doppelten Hegelschen Sinn. Eins der eindrucksvollsten Beispiele findet sich in Bachs Goldberg-Variationen, wenn am Ende dieser musikalischen Weltreise das Thema in der ersten, unveränderten Form wieder erklingt.

Ausgenommen davon sind natürlich die strophischen Formen der Vokalmusik, Arien und Lieder <sup>5</sup>. Einen auffälligen Grad an Mathematizität weist in dieser Hinsicht die altgriechische Lyrik auf, die ja stets gesungen und von Flöte oder Kithara begleitet wurde. Bei Pindar sind korrespondierende Strophen, die in sich selbst die größte Unregelmäßigkeit zeigen können (bis zu Verzweiflung der Textkritiker), metrisch identisch bis in die letzte Silbe (hingegen kommen Textwiederholungen gar nicht vor); überhaupt findet sich in der gesamten überlieferten Dichtung des Altertums kaum je ein Fehler im einmal gewählten Metrum. Wir wissen nicht, wie oder ob sich die begleitende Musik hinsichtlich Lautstärke, Melos oder Harmonie dem Text anpaßte; man darf wohl annehmen, daß Nuancierungen stattfanden, vielleicht spontane, jedenfalls kaum zu fixierende, nicht anders als im neueren Liedgesang <sup>6</sup>. Niemand wird alle Strophen etwa von Schuberts „Des Baches Wiegenlied“ in der gleichen Weise vortragen, obwohl die Notation keine diesbezüglichen Hinweise enthält.

4

Mathematische Strenge, ja Mathematik selbst finden wir im zweiten Element der Musik, der Harmonie: seit Pythagoras sind Mathematik und Musik Geschwister. Daß die Aufteilung der klingenden Saite nach den einfachsten Längenverhältnissen zugleich die „einfachsten“, als natürlich empfundenen Tonintervalle produziert, mußte den Entdeckern als Mirakel erscheinen; ein bißchen Spekulation, und man ist beim kühnen Gedanken einer Sphärenharmonie. Zwischen die sichtbare und die unsichtbare Harmonie (die bessere, wie Heraklit sagt) tritt die hörbare, subtiler und genauer als jene. Ein C-Dur-Akkord ist unwidersprechlich wie eine mathematische Beweisführung, jeder merkt sofort, wenn etwas nicht „stimmt“; diesen Grad von unbezweifelbarer Richtigkeit kann bildende Kunst nie erreichen, selbst wo sie sich einem polykletischen Kanon verschreibt.

Die Quelle der „Naturtöne“ ist die Obertonreihe, unter denen der erste, die Oktave über dem Grundton, am deutlichsten zu hören ist, was wohl der Grund dafür ist, daß er uns als „derselbe Ton, nur höher“ erscheint; und das muß schon vor Pythagoras so gewesen sein, denn sonst wäre die Mathematizität des einfachsten Intervalls nicht als Entdeckung erschienen. Der zweite Oberton ist die Duodezime, die Quinte über der Oktave, dann folgen die zweite Oktave und die Terz über dieser. In bestimmten Fällen können die Obertöne eines Tons „isoliert“ realisiert werden, so beim Überblasen von Flöten, Flageolettspiel auf Streichinstrumenten oder auch beim „Obertonsingen“. Mathematisch gesehen, entsprechen sie den Summanden der Fourierentwicklung eines Klanges, der die Frequenz des Grundtons als „Grundfrequenz“ hat, wenn man den Klang als periodische Funktion (etwa mit der Saitenlänge als Grundperiode) ansetzt und in eine Fourierreihe entwickelt <sup>7</sup>. Das pythagoreische Mirakel kommt dann einfach dadurch zustande, daß die Frequenz einer Saite (bei gleichbleibender Spannung) umgekehrt proportional zur Saitenlänge ist. Daß es aber überhaupt eine *Folge*, also eine *diskrete* Menge von Obertönen gibt, hat seinen letzten Grund darin,

daß eine periodische Funktion als Funktion auf dem Kreis angesehen werden kann und die Kreisgruppe als kompakte Gruppe ein diskretes Pontrjagin-Dual hat. Spekulativ ausgedrückt: das Endliche hat unendlich viele Antworten, aber sie sind abzählbar, und sie folgen einem Gesetz.

Beschränkt man sich auf die Naturtöne, sind der musikalischen Gestaltung ziemlich enge Grenzen gesetzt, was Tonumfang und Kombinierbarkeit von Stimmen betrifft; das spiegelt sich in den Parts ventilloser Blasinstrumente. Die Musik der Griechen, die sicherlich wie ihre Kunst überhaupt weniger auf Originalität ausging als vielmehr bestrebt war, anerkannte Muster zur Vollendung zu bringen, hat zweifellos in ihrem begrenzten Rahmen Vollendetes geleistet<sup>8</sup>. Aber schon die pythagoreische Spekulation muß versucht haben, über diesen Rahmen hinauszugehen, als sie auf das Hindernis stieß, welches der Vereinigung der einfachsten harmonischen Verhältnisse im Wege steht: daß sich die beiden Grundintervalle, Oktave und Quinte, durch Iteration nicht streng zur Deckung bringen lassen, oder kein gemeinsames „reines“ Vielfaches haben. Oktavieren bedeutet Verdopplung der Grundfrequenz, Quintenbildung Multiplikation mit  $3/2$ , und wegen der Eindeutigkeit der Primzerlegung ist klar, daß keine Potenz von 2 mit einer von  $3/2$  *genau* übereinstimmen kann. Diese arithmetische (multiplikative) „Inkommensurabilität“ muß ebenso als Rückschlag empfunden worden sein wie die bekanntere (additive) geometrische, daß es „irrationale“, sogar äußerst elementare Längenverhältnisse gibt. Die einfachste Lösung versagen uns die Götter; doch auf dem einmal gewiesenen Weg gibt es kein Zurück.

Es ist ein wenig paradox, daß gerade die Entdeckung des „pythagoreischen Kommas“, der Differenz zwischen sieben Oktaven und zwölf (reinen) Quinten, die Möglichkeit nahelegt, sie durch eine Korrektur zu überbrücken und damit zu einem *temperierten* Stimmsystem zu gelangen, also einem solchem, in welchem ein Quintenzirkel möglich ist; denn die Differenz beträgt nur etwa ein Zehntel eines Ganztons, was uns heute klein erscheint<sup>9</sup>. Aber ein Gedanke an eine temperierte Stimmung ist anscheinend nie in einem antiken Kopf vorhanden gewesen; das antike „Musikwollen“ hatte kein Bedürfnis danach, und so hätte es keinen Grund gegeben, die (durchaus hörbare) Fälschung zu akzeptieren<sup>10</sup>. Man kann sich sogar vorstellen, daß dem antiken Empfinden, dem der Aetas-Aurea-Gedanke nie ganz verlorenging, eine solche Übertretung eindeutiger mathematischer Gesetze zum Zweck musikalischer Wirkung als eine Art Frevel erschienen wäre; jedenfalls wäre sie einem Platon so erschienen, der schon die musikalischen Neuerungen des 5. Jahrhunderts in seinem Staat nicht dulden wollte. Wie dem auch sei, der „faustische“ Geist ließ sich auch hier nicht davon abhalten, die Beschränkung zu überwinden. Die entwickelte Musik des Abendlands ist ohne temperierte Stimmung nicht denkbar, weder die Chromatik und Polyphonie Bachs, noch die klassische Sonate, in der die Grundtonart im selben Satz wechselt, nicht zu reden von den Modulationen (oft einfach Sprüngen) in entfernte Tonarten, wie sie schon bei Haydn auftauchen und für Schubert so charakteristisch sind; und wenn in jener ein Frevel gelegen hätte, dann wäre dieser allein durch das „Wohltemperierte Clavier“ mehr als abgebußt<sup>11</sup>.

Rhythmus und Harmonie sind voneinander unabhängige Elemente der Musik; es gibt Rhythmus ohne Harmonie und umgekehrt. Von der Melodie, dem dritten Element, der eigentlichen Seele der Musik, Sitz und Quelle des musikalischen Empfindens, läßt sich nichts derartiges behaupten; jede Melodie weist einen Rhythmus auf, ist aber mehr als dieser, und konstituiert oft schon (so in allem einstimmigen Gesang, im Volks- und Kirchenlied) eine Harmonie durch die in ihr vorkommenden Intervalle und ihre Abfolge; ja manches Thema ist wenig mehr als ein auseinandergelegter und rhythmisierter Akkord. Von einem Rhythmus läßt sich (quasi-)mathematisch feststellen, ob er eingehalten wird oder nicht, ein Akkord läßt sich mathematisch analysieren; die Melodie aber scheint über die ihr inhärierende Rhythmik und Harmonik hinaus kein weiteres mathematisierbares Moment zu enthalten. Abstrahiert man vom Rhythmus, bleibt von einer Melodie ein Schema der Form  $O, +a, -b, +c, -d \dots$ , wobei  $O$  den Ausgangston bezeichne und die andern Symbole auf- oder absteigende Halbtonschritte. Mathematisch ist das ein Element einer direkten Summe von Exemplaren von  $\mathbb{N}_0$ , also einer Struktur mit einigem Potential (isomorph zur multiplikativen Gruppe der natürlichen Zahlen), von der man sich, rein mathematisch denkend, sehr gut vorstellen kann, daß sie sich mit der horizontalen Struktur des Rhythmus und der vertikalen der Harmonien auf das Mannigfachste kombinieren läßt. Dennoch scheint Regelmäßigkeit im Auf und Ab der Linie für die Melodiebildung keine große Rolle zu spielen<sup>12</sup>. Ein Grund liegt vielleicht einfach darin, daß eine faßliche Melodie nicht lang genug sein kann, um solche Regelmäßigkeit zu hörbarer Entfaltung zu bringen. Das allgemeine (und anscheinend einzige) Prinzip der Melodiebildung, daß eine aufsteigende Linie spannungssteigernd, eine absteigende spannungsmindernd wirkt, enthält in sich selbst noch nichts Mathematisierbares, denn die Ökonomie der Spannungen obliegt ja auch dem Komponisten und wird Teil des Werks. Vielleicht liegt auch hierin ein Grund für die Nicht-Mathematisierbarkeit von Melodie: die Gesetze für die Ökonomie von Spannungsverläufen sind entweder zu simpel oder zu komplex.

Grabners „Allgemeine Musiklehre“ bemüht sich um eine Systematik der Melodietypen, mit den Grundtypen „periodisierter“ und „energetischer“ Melodik und den ihnen entsprechenden Dichotomien Dreiklangsmelodik – Skalenmelodik, Gruppenbildung – einheitlicher Bewegungszug, Symmetrie – Asymmetrie und weiteren<sup>13</sup>. Das bleibt Phänomenologie. Schon der Umstand, daß sich die Begriffe von Motiv, Thema und Melodie kaum unterscheiden lassen, jedenfalls beliebig viele Übergangsformen zeigen, weist darauf hin, daß hier ein Bereich ist, in dem der Urheber weitgehend frei gestalten kann. Bei besonders geglückten Beispielen ist man dann geneigt, von einem „inneren“ oder „geheimen“ Gesetz zu reden, was logisch bedenklich ist, denn wie kann es ein Gesetz geben für etwas, das es nur einmal gibt?<sup>14</sup> Man sollte sich mit der Feststellung begnügen, daß in solchen Fällen (und das gilt für jedes Kunstwerk von Rang) eben etwas Neues in die Welt kommt und in ihr seine Wirkung entfaltet (für welche allerdings Gesetzmäßigkeiten bestehen, aber das sind keine

solchen der Kunst).

6

In der Musik, wie in aller Kunst überhaupt, kann das Mathematische nicht mehr sein als ein Ingrediens, ein Moment der äußeren, reproduzierbaren Form, vielleicht eine Art Rahmen oder Schema; es gehört zum Material, mit dem der Künstler gestaltet, und der Grad von „Mathematizität“ hat nichts mit dem Rang des Werks zu tun, es liegt noch kein Vorzug in ihr. Eine Fuge erscheint uns vielleicht als besonders mathematisch, weil das „Passen“ mehrerer gleichzeitig erklingender Stimmen wie ein aufgehendes Rechenexempel oder ein Stück angewandter Kombinatorik wirkt. Aber viele Stimmen übereinander zu setzen, ist eine rein akademische Übung; Komplexität an sich ist weder schon mathematisch (Mathematik hat vielmehr die Aufgabe, in die Komplexität Klarheit einzuführen), noch ist sie im Kunstwerk rangbildend. Es gibt auch so etwas wie die innere Form eines Werks, für die wir keine rechte Begrifflichkeit haben und die eine Frage des Stils ist, des Unwiederholbaren (und gerade deshalb so Kostbaren) in der Geschichte. Zu Mozarts Zeit konnte man dazu noch „Geschmack“ sagen, aber dieser Ausdruck hat sich mittlerweile zu sehr ins Despektierliche verschoben, im Sinne einer Beliebigkeit<sup>15</sup>.

Es ist klar, daß man Tonfolgen (oder Verteilungen von Farben auf einer Fläche oder von Materie in einem Raumstück) mathematisch generieren kann; man braucht nur ein mathematisches Objekt mit genügend vielen numerischen Invarianten (am einfachsten die Ziffernfolge einer Dezimalentwicklung, aber auch topologische und algebraische Kontexte bieten beliebig viele Beispiele), denen man nach irgendeinem Schlüssel Rhythmen, Harmonien und Tonfolgen zuordnet<sup>16</sup>. Ebenso klar ist aber auch, daß ein solcher Erzeugungsprozeß mit dem schöpferischen Prozeß in der klassischen Kunst nichts zu tun hat. Eine ganz andere Frage ist natürlich, ob Hörer oder Betrachter die beiden Arten von Erzeugnissen noch unterscheiden können; das führt über unser Thema hinaus, zum Beispiel auf das Problem des Turing-Tests. Aber zum Begriff des Kunstwerks, ja schon des Werks überhaupt, gehört eine bestimmte Art seiner Hervorbringung, nicht allein das Hervorgebrachte, und es wäre ehrlicher, wenn man die Produkte auch terminologisch unterscheiden würde<sup>17</sup>.

7

Wir sehen nun deutlicher, in welchem Sinne Musik mehr ist als Mathematik; dennoch ist nicht zu verkennen, daß diese in der Musik eine größere Rolle spielt als in den bildenden Künsten. Sie kann das nur deswegen, weil die Musik der Mathematik in einer bestimmten Hinsicht näher steht als die andern Künste, nämlich im immateriellen Charakter, oder der Künstlichkeit des Materials. Die Immaterialität der *mathematica* ist eine absolute: es sind durchweg Fiktionen, deren unterste Schicht, früher Zahlen und Figuren, heute Mengen und Kategorien, durch einen aus Idealisierung, Homogenisierung und Abstraktion zusammengesetzten Prozeß aus den Formen unseres Anschauens und Denkens



gewonnen ist, und zu deren oberen Stockwerken man dann durch rein begriffliche Konstruktionen und Deduktionen gelangt. Die alte Frage, welche Art von Sein man diesen Gebilden zusprechen soll, und ob sie irgendeine Art Sein außerhalb des menschlichen Denkens haben, brauchen wir nicht zu diskutieren. In vergleichbarer Weise – aber nicht so radikal, da sie ja noch irdisch bleiben muß – destilliert die Musik aus den Schällen und Geräuschen der Welt den mehr oder weniger „reinen“ Ton, der ihr Material ist, und formt ihn zu Gebilden, die in der „Welt“ gar nichts Vergleichbares mehr haben.

In der natürlichen Lebenswelt, die uns einmal umgab (und heute nur noch in Reservaten besteht), begegnen völlig gerade Linien ebensowenig wie reine Sinusschwingungen (die ja überhaupt nur auf mathematischen Wege zu definieren sind). Die (traditionellen) Musikinstrumente bieten solche natürlich auch nicht, aber doch eine Approximation, die sich von allem andern Schall deutlich abhebt. Auch der schönste Vogelgesang erreicht nur für Augenblicke die Reinheit eines Flötentons und ist meistens ein Zwitschern, Girren oder Piepen, also Geräusch. Während aber die primitive Lebenswelt für die freie Bildung (oder Nachahmung) von Formen und Gestalten mühelos Handhabe bietet, ist der „gereinigte“ Ton nicht ohne weiteres verfügbar. Die ältesten Musikinstrumente, die sich erhalten haben (Knochenflöten), sind deutlich jünger als die ältesten Zeugnisse bildnerischen Gestaltens durch Färbung oder Ornamentik. Der griechische Mythos spiegelt das, indem er die Instrumente als Göttergeschenke sieht: die Flöte von Athena, die Leier von Apoll. Was die menschliche Stimme betrifft, an die man hier natürlich zuerst denkt, so hat man sie zweifellos immer schon zu mehr gebraucht als zur Kommunikation; aber wer einmal einen Chorus nicht eigens geübter Personen bei einem „happy birthday“ belauscht hat, dem ist klar, daß Intonation eine viel spätere Errungenschaft ist als Rhythmus. Eine Musikkultur, die diesen Namen verdient und in der die *vox humana* wirklich Instrument ist, kann es erst geben, wo man gelernt hat, mehr oder weniger gut definierte Referenzöne unabhängig von ihr zu produzieren.

Ein weiterer Umstand, der auf das (relativ) späte Entstehen von Musik schließen läßt, ist die Armut der Sprache an „musikeigenen“ Vokabeln. Die meisten Ausdrücke, mit denen wir musikalische Klänge und Verläufe beschreiben, sind von anderswoher erborgt, also Metaphern: „hoch“ und „niedrig“, „steigend“ und „fallend“, „Klangfarben“; die Grundintervalle haben keine eigentlichen Namen wie die Farben, sondern werden nach ihrem Platz in einer Skala bezeichnet; die Tempobezeichnungen sind ursprünglich natürlich nicht die von Bewegungen musikalischer Linien, sondern von Körpern im Raum; „Harmonie“ kommt von *harmonoiein*, was einfach „zusammensetzen“ bedeutet; nur „laut“ und „leise“ sind genuin der Kategorie des Schalls zugehörig, aber zuerst und zumeist nicht auf Musik bezogen. Dagegen haben wir für Farben, Formen und Oberflächen ein reiches und kategorienspezifisches Vokabular, ebenso auch für nicht-musikalischen Schall; denn weil das gesprochene Wort selbst Schall ist, können geräuschbezeichnende Wörter mit imitativen Valeurs fast beliebig gebildet werden. Es scheint demnach, daß die Wörter schon verteilt waren, als die Musik entstand; ganz ähnlich, wie es Schiller vom Dichter sagt<sup>18</sup>.

Die Immaterialität des Klangs ist natürlich keine absolute. Im Akkord gewinnt das abstractum „Zahl“ einen „Schallkörper“ und beginnt zu tanzen. „Schallkörper“ ist aber schon eine Metapher, denn Schall ist nichts Bestehendes, sondern reine Bewegung, und das Bewegte, die Luft, ist das am wenigsten „körperliche“ Element. Im Ton nehmen wir nicht das Bewegte wahr, außer in den Grenzfällen, in denen wir den Schalldruck spüren, wir nehmen ihn aber auch nicht als Bewegung wahr, wiederum die Grenzfälle ausgenommen, in denen wir hören können, wie sich ein Ton durch Hebung und Senkung konstituiert, etwa bei tiefen Orgelregistern. Die Physik offeriert uns die Vokabel „Bewegungszustand“, fast eine *contradictio in adiecto*; natürlich mathematisch einwandfrei zu definieren, aber nicht eigentlich erfahrbar. So kommt es, daß der Klang etwas Unwirkliches hat, eine Entität, deren Seinsweise wir nur theoretisch aufklären können: ein Körperloses, uns von fern und ohne Mittler erreichend, oft durch Widerstehendes, dennoch voller Gehalt, ja oft von eigenartig bezwingender Kraft. Hier lassen wir uns zu einer kleinen Spekulation verleiten: gerade ihre schwache Materialität nötigt die Musik, bei der Mathematik Halt zu suchen, oder das, was Platon ihr *metron* hätte nennen können, wenn er sie ernster genommen hätte und nicht bloß als *paedagogicum* <sup>19</sup>.

Die Immaterialität des Tons wird noch überboten von der des Lichts. Warum gibt es für uns kein Lichtspiel wie ein Tonspiel? Der Übergang zwischen den Spektralfarben ist mathematisch ähnlich demjenigen zwischen Tonintervallen (außer daß die Frequenzverhältnisse nicht mehr rational sind); man könnte ein Tonstück einfach durch geeignete Transposition der Frequenzen in ein „Lichtstück“ umsetzen; was steht dem im Weg? Offenbar sind die hörbaren Frequenzen, auch wenn wir sie nicht als solche wahrnehmen, denjenigen unserer Physis mit ihren Rhythmen noch nahe genug, um eine Art Resonanz zu erzeugen (dazu gleich mehr), das eigentümliche Ergriffenwerden durch Klänge, wie es bei Farbeffekten gar nicht vorstellbar ist. Der Klang geht durch das Organ, das auch für unsern Gleichgewichtssinn zuständig ist, er scheint den ganzen Leib „anzugehen“, bis in die Grundsicht unserer Befindlichkeit. Die Lichtwelle dagegen wird von der Netzhaut „abgefangen“ und verwandelt sich in eine Farbwahrnehmung, die uns, für sich genommen, „nichts bedeutet“. Sehend sind wir der Welt gegenüber, hörend sind wir ein Teil von ihr <sup>20</sup>.

Die Materialität des Klangs ist gerade so schwach, daß er uns „ergreifen“ und „mitnehmen“ kann, wir aber die Materie nicht spüren. Wir schweifen ein wenig ab und gehen auf das scheinbare Paradoxon ein, welches darin besteht, daß die Unwirklichste aller Künste uns auf so besondere Weise angehen kann. Denn die Besonderheit der Musikwirkung ist unbestreitbar; es ist kaum vorstellbar, daß uns auch das hinreißendste Gemälde, das vollendetste Gedicht in solche Exstase, einen solchen Zustand physischen Aufgewühltseins versetzen kann, wie ein Musikstück es beim dafür Empfänglichen vermag; die Musikwirkung ist, wie

Schopenhauer treffend feststellt, „stärker, schneller, notwendiger, unfehlbarer“ als die anderer Künste. Nach seiner Lehre beruht alle Kunstwirkung darauf, daß im Kunstwerk der Wille, das Ding oder Sein an sich, zur Darstellung kommt; während aber die bildende Kunst dazu eine Idee brauche, gleichsam als Kristallisationskern, stelle sich der Wille in der Musik unvermittelt dar <sup>21</sup>. Ziehen wir die Willensmetaphysik ab, womit auch die Darstellungsfunktion hinfällig wird, bleibt als wahrer Kern doch die Unvermitteltheit der Musikwirkung. Die auf die Netzhaut treffende Lichtwelle muß erst in Information umgewandelt werden, bevor eine Reaktion erfolgen kann („das ist ja Blut!“); diese kann natürlich durch Gewohnheit reflexhaft werden, doch ein Affekt wird erst durch Erkennen von etwas als etwas ausgelöst, also Kategorisierung. Die Reaktion gilt dem Sachverhalt, nicht seiner optischen Präsentation; dasselbe gilt natürlich auch für die gehörte gesprochene Information. Die Musikwirkung hingegen beruht nicht auf einem Erkennen oder Interpretieren von etwas als etwas, in keiner Form ist Begrifflichkeit beteiligt, auch musikalisches Wissen spielt keine große Rolle; das Wahrgenommene selbst, der Klangverlauf, ruft das Erleben hervor, ohne in Information ungewandelt zu werden; solche ist gar nicht im Spiel oder Nebensache. Auch Erblicktes kann sich unvermittelt einprägen und uns im Innersten berühren, ohne daß wir wissen, warum; davon unterscheidet sich die Musikwirkung darin, daß die Musik, wenn man sie überhaupt rezipieren will, zum „Mitgehen“, zum Sich-Einlassen zwingt, daß wir, um ihrer teilhaftig zu werden, uns für eine Spanne Zeit ihr überlassen, in ihren Rhythmus fallen, uns sozusagen von ihr leben lassen müssen. Die Zeitspanne kann kurz sein, vielleicht nur die Dauer eines Leitmotivs; worauf es ankommt, ist dieses Sich-Einlassen und -Einschwingen <sup>22</sup>.

Das legt nahe, die Musikwirkung als ein Resonanzphänomen anzusehen, und damit verschwindet auch der Anschein von Paradoxie: ganz physikalistisch betrachtet, kann die einwirkende Kraft, auch wenn sie noch so klein ist, zur „Resonanzkatastrophe“ führen, wenn sie nur die richtige Frequenz hat, oder, bildlich gesprochen, den Punkt der größten Ansprechbarkeit trifft und für eine gewisse Zeit anhält. Jene „Grundsicht unserer Befindlichkeit“, die ich oben nannte, wäre demnach, um die traditionellen Termini der Ontologie zu benutzen, nicht als Substanz, sondern als Prozeß zu denken; teils ein organischer Vorgang, teils auch im Un- oder Vorbewußten verlaufend, ansonsten für gewöhnlich ein diffuses Fließen und Wechseln von Launen, Wünschen, Plänen, unterbrochen von Erinnerungen und Einfällen. Ihm kann sich der Prozeß, welcher die Musik ist, gleichsam überlagern und aufprägen, ihn eine Zeit lang übernehmen und führen und dabei tief Verborgenes zur Resonanz wecken. Freilich bleibt das eine Metapher, solange wir über diese Grundsicht nichts Näheres sagen können.

10

Die Immaterialität, oder der Mangel an Erdschwere, ermöglicht besondere Freiheit, eine besondere Art, auf sich selbst gestellt zu sein, wie sie weder in andern Wissenschaften noch in andern Künsten existiert. Dem Naturforscher

werden die Probleme von der Welt gestellt; der Mathematiker muß sich selbst fragen, was er von „Zahlen und Figuren“ eigentlich wissen will. Was an ihnen „wichtig“ ist, erfährt er nicht von ihnen selbst; Fragen aber gibt es, so viele man will, sehr schnell verlassen sie der Bereich des weltlich Erfahrbaren und hängen nuremehr von der Richtung ab, die das theoretische Interesse nimmt<sup>23</sup>. In der Kunst kann ein Dichter oder Maler natürlich seinen Stoff selbst wählen; aber er kann nicht neue Gefühle oder neue Dinge erfinden. Mit einem Stück Musik hingegen kann etwas in die Welt kommen, das in einem stärkerem Sinne etwas Neues ist als eine neue Interpretation oder ein neuer Aspekt von etwas schon Bekanntem; einfach deswegen, weil die Einteilung der Tonskala, anders als die der Farbskala, kaum durch natürliche oder lebensweltliche Vorbilder vorgeformt ist, der Gestaltungswille hier also ein (fast) freies Feld vor sich findet. Töne wohnen leichter beieinander als Sachen oder selbst Gedanken. Eine Anwendung der größeren Freiheit des Komponisten seinem Stoff gegenüber bilden übrigens die Variationswerke, zu denen die bildende Kunst kein Analogon hat (außer im dekorativen Gewerbe)<sup>24</sup>.

Aber natürlich ist kein Schaffender der *dira necessitas* enthoben: im bloßen Hervorbringen liegt noch kein Verdienst, Produktivität ist noch nicht Kreativität. Der moderne Mathematiker kann auf einer Klaviatur von Theorien und Konstruktionen spielen, mitzählen wird nur, wovon sich Substantielles beweisen läßt, möglichst noch in der Nähe des *mainstream*. Der Tonsetzer muß die Freiheit des Erfindens, oder auch das Glück des Einfalls, abgelten durch Arbeit an der Form. Für den Einfall könne er nichts, sagte Brahms. „Aber dann muß ich ihn durch unablässige Arbeit zu meinem wohl erworbenen Eigentum machen“<sup>25</sup>. Ein Ohrwurm gelingt manchem, ist aber noch kein Werk<sup>26</sup>.

Gleichzeitig zeigen Mathematik und Musik die Polarität von Sein und Werden, von Substanz und Prozeß, in der reinsten uns erreichbaren Weise. In der Mathematik ist alles bestehende Ordnung, ist Form, die wir von verschiedenen Inhalten bewohnt denken können<sup>27</sup>; das folgt einfach aus der logischen Struktur einer axiomatischen Theorie, die von ihren Grundbegriffen keine Definitionen gibt, sondern festlegt, was von ihnen auszusagen ist, also ein geregeltes Sprachspiel in die Welt setzt, welches auf Objekte sehr verschiedener Art anwendbar sein kann. Die wechselnden Zeitalter können diese Ordnung in verschiedener Weise darstellen, aber keine einmal erreichte Ordnung umstoßen; es gibt Stile des Mathematisierens, aber nicht der Mathematik (pace Spengler). Und wie Mathematik Zahl ohne Gezähltes denken kann, vernehmen wir Musik als Bewegung ohne Bewegtes, ohne ein „Zugrundeliegendes“ oder „*hypokeimenon*“ oder „*substantia*“ (was alles dasselbe bedeutet), Leben als reine Linie, reiner Verlauf mit seinem Anheben, Blühen und Vergehen.

So vereinigen sich Mathematik und Musik in der Idealität ihrer Seinsweise; auf dieser idealen Ebene aber sind sie zueinander komplementär, als zwei mögliche Ekstasen. In der Mathematik ist der Geist ganz bei sich selbst, nur durch einen dünnen und im Verlauf der Entwicklung immer dünner werdenden, allerdings unzerreißbaren Faden mit der Welt verbunden, nämlich die aus ihr abgeleitete

Axiomatik. Auch in der Musik tritt er aus der Welt hinaus, aber in einer anderen Richtung, auf ein Lebendiges hin, in dem das Leben auf so wenige Elemente reduziert ist, daß es mitunter abstrakt erscheinen kann; dessen er sich dennoch mit seinem stärksten Mittel, dem Mathematischen, zu einem Teil bemächtigen muß, bevor er sich ihm anzuvertrauen wagt.

#### Anmerkungen und Nachweise

1 Das wird, im algebraisch-zahlentheoretischen Fach, frühestens dann der Fall sein, wenn die in den Standard-Vermutungen von Grothendieck und Langlands angesprochenen Probleme bewältigt sind.

2 Hier ist nicht der Ort, Kulturtheorien á la Spengler zu diskutieren. Unabhängig von jeder solchen und auch von Wertfragen scheint mir offensichtlich, daß mit der Preisgabe der Tonalität (wie mit der Preisgabe der Gegenständlichkeit in der Malerei) eine Epoche zu Ende ging (die übrigens sehr viel früher begann als das genannte Musikzeitalter). Daß der Übergang durchaus im mathematischen Sinn stetig genannt werden kann, ist kein stichhaltiger Einwand; erst wenn das letzte Seil fällt, löst sich das Schiff vom Kai. Was sich daran anschloß, hat teilweise den Charakter eines Experimentierens mit jeder Art organisiertem Lärm angenommen; vor etlichen Jahren war ich Zeuge einer Aufführung einer Komposition (?) von Cage, die darin bestand, daß verschiedene Sorten von rohem Gemüse und Salat vor einem Mikrophon zerbrochen wurden. Dabei sind Leistungen im Sinne der Tradition weiterhin möglich. Während der Begriff „Musik“ seine Konturen verliert, hat die Mathematik ihre Strenge zu dem unüberbietbaren Grad gesteigert, der in den heutigen axiomatischen Theorien verwirklicht ist und nirgends bestritten wird. Im übrigen wäre es ohne Beschränkung auf eine bestimmte Epoche kaum möglich, zu allgemeinen Aussagen zu gelangen.

3 Aus dem Roman „Königliche Hoheit“, Ges. Werke II, Frankfurt a.M. 1960, S.242.

4 Zu allem gibt es natürlich Ausnahmen, etwa den Kopfsatz des Klavierquartetts in g von Mozart oder den 3.Satz der Sonate in Es aus Beethovens op. 31. Hier hat der Interpret auch mehr Freiheit als in andern Hinsichten.

5 Strophische Instrumentalmusik gibt es nicht; wenn man den Wechsel im Text in die Musik verlegt, entsteht ein Variationswerk.

6 Anpassung des *melos* an den Text und Aufgabe des strengen Strophenbaus waren Kennzeichen des „Neuen Dithyrambos“, der im 5. Jhdt. v.Chr. aufkam; siehe Th. Georgiades, Musik und Rhythmus bei den Griechen, Hamburg 1958 (rde Bd. 61),

S.85.

7 Die Fourierkoeffizienten bestimmen dann das „Timbre“ des Klangs, so den charakteristischen Klang der einzelnen Instrumente. Für eine ausführliche und elementare Diskussion siehe D.Wright, Mathematics and Music, AMS, 2009.

8 Es erscheint mir dennoch zweifelhaft, daß wir von der griechischen Musik, wenn wir aussagefähige Reste besäßen, ebenso beeindruckt wären wie von ihrer bildenden Kunst und Dichtung. Hätte die Musik denselben Stellenwert gehabt wie der Text, hätte man sie doch wohl aufgezeichnet wie diesen (eine Notenschrift hatte man), und dann wäre nicht zu erklären, warum sich so gut wie nichts von ihr erhalten hat. Die großen Lyriker wurden als Dichter, nicht als Musiker gerühmt, dasselbe gilt für die Tragiker, die ihre Chöre selbst einstudierten. Nur am Anfang stehen halbmythische Gestalten wie Amphion, Orpheus und Arion, die mit Gesang und Saitenspiel Wunder wirken. Hier ist auch anzuführen, daß die griechische Kultur Musik immer nur als Begleitung kannte, zu Dichtung und Geselligkeit, religiösen Zeremonien, Festzügen, auch im Krieg. Die einzige Ausnahme scheinen die Wettbewerbe im Kithara- und Aulosspiel gewesen zu sein, die im Rahmen der Pythischen Spiele abgehalten wurden (der Flötenwettbewerb wurde allerdings bald eingestellt, wie überhaupt die Flöte in minderem Ansehen stand).

9 Im Hinblick auf den heutigen Kenntnisstand in Fragen Diophantischer Approximation muß es sogar als Glücksfall erscheinen, daß es im hörbaren Bereich überhaupt eine solche Annäherung der beiden Potenzfolgen gibt wie die zwischen  $2^7 = 128$  und  $(3/2)^{12} = 129,75...$  (das „pythagoreische Komma“).

10 Die antiken Musiktheoretiker beschäftigten sich offenbar hauptsächlich mit der Einteilung und Systematisierung der Tongeschlechter, aber nicht mit einer Synthetisierung derselben. Eine Nachricht scheint in diese Richtung zu weisen: es gab für die einzelnen Tongeschlechter eigens gestimmte Flöten, bis es dem Auleten Pronomos gelang, eine Flöte zu konstruieren, auf der man dorisch, phrygisch und lydisch spielen konnte (siehe Georgiades (Anm.6), S.129). Aber das ist auch ohne Verfälschung der Stimmung denkbar.

11 Hier muß auf den (immer noch) verbreiteten Irrtum hingewiesen werden, daß „temperierte“ oder „wohltemperierte“ Stimmung gleichbedeutend sei mit „gleichschwebend“, das heißt der Unterteilung der Oktave in zwölf Frequenzen mit gleichen Abständen; das ist nur die einfachste Lösung. In ihr sind alle Intervalle unrein, mit Ausnahme der Oktaven. Es gibt jedoch Möglichkeiten, ein paar weitere reine Intervalle beizubehalten; der Preis dafür ist natürlich umso größere Unreinheit von andern, namentlich in den entfernten Tonarten. Die Theoretiker des 18.Jahrhunderts haben daran sehr viel gearbeitet; Bach, der nach dem Zeugnis seines Sohnes Carl Philipp Emanuel seine Instrumente selbst stimmte, hatte möglicherweise sein eigenes System. Eine Folge ist, daß dann Grundakkorde in verschiedenen Tonarten verschiedene Frequenzverhältnisse aufweisen, und erst darauf beruht die Möglichkeit einer „Tonartencharakteristik“, die bei gleichschwebender Stimmung natürlich illusionär ist.

12 Vielleicht läßt sich zeigen, daß die meisten Melodien mit einer aufsteigenden Linie anheben. Aber es gibt zu viele und zu gewichtige Gegenbeispiele (die Anfänge von Bachs Partita in G, Mozarts Klarinettenquintett, Beethovens Appassionata, Chopins Des-Dur-Prélude...), als daß sich ein Prinzip daraus ableiten ließe.

13 H.Grabner, Allgemeine Musiklehre, Bärenreiter 1994<sup>19</sup>, S. 164.

14 Das Terrain ist logisch vermint. Wittgenstein: es kann nicht einer allein, und nur einmal, einer Regel folgen, weil er nicht unterscheiden könnte, ob er der Regel wirklich folgt oder nur glaubt, ihr zu folgen. Aber eine endliche einfache Gruppe ist doch auch ein Unikat wie eine Mozartsche Melodie, trotzdem folgt sie einer Reihe von Gesetzen. Ein Unterschied in der Einzigkeit liegt darin, daß wir die Gruppe exakt (bis auf Isomorphie) beschreiben können, bevor wir wissen, daß sie existiert; aber eine Melodie exakt zu beschreiben, ist nichts anderes, als sie hinzuschreiben.

15 Berühmt sind Haydns Worte zu Mozarts Vater: „Ich sage Ihnen vor Gott, als ein ehrlicher Mann, Ihr Sohn ist der größte Componist, den ich von Person und dem Namen nach kenne; er hat Geschmack, und überdies die größte Compositionswissenschaft.“ Zitiert aus P.Barbaud, Haydn, Hamburg 1984, S.81. Das hätten schon die Romantiker von sich gewiesen.

16 Für ein sehr elaboriertes Beispiel siehe Mazzola, Gruppen und Kategorien in der Musik, Berlin 1985. Man darf nur nicht das Niveau der herangezogenen Mathematik mit der Qualität des Tonwerks verwechseln. Ein Beispiel aus der bildenden Kunst ist das vor ein paar Jahren erstellte Südfenster im Querschiff des Kölner Doms, ein Gitter von Quadraten in verschiedenen Farben, wobei die Verteilung der Farben (nach Aussage des Urhebers) computergeneriert ist. Es gibt Leute, die das für einen Vorzug halten.

17 In der von A.Leroi-Gourhan, Hand und Wort, Frankfurt a.M. 1980 entwickelten Theorie ist allerdings die „Exteriorisierung“ auch des schöpferischen Prozesses ein logischer nächster Schritt der Entwicklung; siehe besonders S. 332ff. Diese welthistorische Perspektive muß hier liegenbleiben.

18 Das gilt von den (wenigen) europäischen Sprachen, in die ich Einblick habe; vielleicht ist das anderswo anders. Gern stellt man sich eine Kultur vor, die von Musik geleitet und beseelt wird, in der es für *musicalia* reichhaltig echte Namen gibt, wie die Eskimos sie für „Schnee“ haben, *mathematica* hingegen zur Unterhaltung dienen.

19 Platons Auffassungen von Musik werden ausführlich referiert in Georgiades (Anm. 6), S.96ff.

20 Natürlich hat es an einschlägigen Versuchen nicht gefehlt; man lese hierzu H. Plessner, Anthropologie der Sinne, in: H.P., Philosophische Anthropologie, Frankfurt/M 1970, S.222. Für eine „Farbenharmonie“ gibt es keine natürliche mathematische Grundlage, weswegen ihre Gesetze ein wenig diffus und fließend

bleiben. Die Frequenzen des sichtbaren Lichts füllen keine ganze Oktave, so daß man also zu keiner Farbe ihre „Oberfarben“, den Obertönen entsprechend, sehen kann, und man sich in einem kontinuierlichen Spektralbereich von „Grundfarben“ bewegt; die Harmonie der Töne hingegen entsteht aus einem einzigen Grundton mittels der Obertöne, die ein diskretes Spektrum bilden mit einer internen Ordnung.

21 Welt als Wille und Vorstellung, § 52.

22 Das Fehlen des Zeitmoments ist ein Grund dafür, daß es keine Symphonien aus Gerüchen oder Geschmäckern gibt; dabei sind diese Einwirkungen ebenso unvermittelt wie die des Klangs. Fachleute für Weine oder Gewürze können Elogen auf ein Aroma singen; analog dazu ist, wenn ein Musiker einen vielstimmigen Akkord „lesen“ kann. *Ein* Akkord aber macht noch keine Musik; wogegen der Weingenuß nicht in der Abwechslung liegt, sondern im „Auskosten“ *eines* Geschmacks, und für einen kunstfähigen Grad von Abwechslung ist der Sinn nicht beweglich genug. Der Fall des Tastsinns ist ähnlich, aber komplexer.

23 Man vergleiche die griechischen und die modernen Fragestellungen im Bereich der elementaren Zahlentheorie.

24 Am ehesten zu nennen wären hier Serien von Vorstudien; aber diese gehören nicht zum Werk. Manchmal nötigt das Sujet zu Variationen, aber diese dienen dann weniger, wie in der Musik, der Entfaltung des im Motiv angelegten Potentials, sondern vor allem der Vermeidung von Eintönigkeit; zu den herrlichsten Beispielen gehört der Panathenäenfries mit seinem Zug von Menschen und Tieren. Davon zu unterscheiden ist, daß manche Werkgruppen als Variationen über ein einziges Thema angesehen werden können, etwa die griechischen Tempel, die romanischen und die gotischen Kirchen, die Madonnen Raffels ect. Eine Kultur verstehen, heißt dann, das Thema zu den Variationen zu finden.

25 Zitiert nach H. Neunzig, Brahms, Reinbek 1973, S.100.

26 Exemplarisch ist hier ein Vergleich der Nocturnes von Field mit denen von Chopin. Field hat mitunter bezaubernde melodische Einfälle, aber es fällt ihm dann weiter nicht viel ein, als sie zu wiederholen.

27 Die moderne Logik realisiert das, indem sie Theorien und Modelle trennt.



## Okkultes und Wahrscheinlichkeit

1

Als „okkult“ bezeichnen wir Vorgänge oder Sachverhalte <sup>1</sup>, die wir nicht erklären, das heißt in eine gängige wissenschaftliche Theorie einbauen können, ganz spezifisch: als Spezialfall eines allgemeinen Gesetzes begreifen; so bei Fällen von Hellsehen und Telekinese. Oder auch, wie bei den unten zu besprechenden Beispielen: die Koinzidenz von Ereignissen, die für sich genommen nicht besonders auffallen würden, scheint einen Sinn zu haben, eine Art Bedeutungs-Gewicht, das mit der Wahrscheinlichkeit für die Koinzidenz nicht vereinbar scheint; ein Bezug, dessen Ursprung und Natur rätselhaft scheinen.

Zum Begriff des Okkulten gehört aber noch etwas mehr, ein eher atmosphärisches Moment. Man spricht nicht von „okkult“, wenn nur ein ungelöstes Problem vorliegt, selbst dann nicht, wenn man damit rechnet, daß sich die Wissenschaft, um es zu lösen, zu fundamental neuen Ideen und Methoden aufschwingen müßte (wie bei den „großen“ Vermutungen der Mathematik). Okkult im eigentlichen Sinne nennen wir, was in unsere Wissenschaft nicht nur nicht hereinpaßt, sondern ihre Prinzipien überhaupt zu gefährden scheint, als Eingriff oder Wink von „drüben“, von der „anderen Seite“. Eine Einwirkung, von der wir die Prinzipien nicht kennen, erscheint uns bedrohlich, und mit Grund: wir wissen nicht, ob, wann und wie es auch uns trifft.

Ein Gutteil dieses Scheins würde schon verschwinden, wenn die bekannten Prinzipien nicht voreilig über ihren Zuständigkeitsbereich hinaus extrapoliert würden. Das meiste „Okkulte“ widerspricht nicht einmal gängigen Grundgesetzen der Physik, sondern nur dem Anspruch, mit ihrer Hilfe erklärt werden zu können. Was wir wissen, ist ein Tropfen, was wir nicht wissen, der Ozean, sagte Newton. Andererseits wissen wir schon vieles, das gewiß nicht weniger erstaunlich ist als manches von dem, was noch zu entschleiern bleibt; die Schätzung wird durch die Erwartung hochgetrieben. Selbst einem Newton wäre wohl manches, was die Technik heute kann, okkult erschienen <sup>2</sup>.

2

Einen Philosophen, vollends einen Mathematiker, der sich mit dergleichen befaßt, wird man immer verdächtigen: der öde Aufklärer, der uns den Spaß am Okkulten verdirbt <sup>3</sup>, er will alles nur „wegrationalisieren“. Nun ist jede Theorie von irgendetwas qua Theorie eine Rationalisierung. Den λογος einer Sache, oder ihre ratio essendi, zu ergründen, heißt ja nicht, die Sache „weg“ zu machen, sondern im Gegenteil ihr einen Platz in dem Begriffsgerüst anzuweisen, mit dem wir die Welt erfassen und bearbeiten. Dieser Platz kann auch die Rubrik „terra incognita“ sein, wenn eine Erweiterung des Gerüsts nötig wird, zu der wir noch nicht fähig sind.. Das Staunen ist der Ursprung aller Erkenntnis, sagt Aristoteles; aber das Erkenntnis-Verdienst beginnt erst, wo man erkannt hat, daß es etwas zu verstehen gibt.

„Die Ros ist ohn Warum“, aber für uns gilt: nulla res sine ratione. Jede res hat allein dadurch, daß wir einen Begriff von ihr haben, eine Minimal-ratio, einen Minimal-Bezug zu Anderm, einfach weil jeder Begriff einen solchen impliziert. Ein Begriff, der die von ihm bezeichnete Sache ohne jeden Bezug zu andern im leeren Raum ließe, wäre gar kein Begriff, sondern ein bloßer flatus vocis, bestenfalls ein Name. Freilich, die volle ratio im Sinne etwa von Leibniz, der Grund in jedem Sinne des Worts, also auch dafür, daß etwas gerade so beschaffen ist und nicht anders, bleibt immer weit entfernt, ein Grenzbegriff metaphysischer Natur, mit theologischen Implikationen. Töricht ist überall und jederzeit der Glaube, daß das jeweils verfügbare Begriffssystem schon alle rationes enthielte, die nötig sind, um alle Fragen zu beantworten. Nicht einmal die Mathematik könnte das heute von sich sagen. „There are more things in heaven and earth, Horatio, / than are dreamt of in our philosophy“. Schlimm, wenn es anders wäre.

3

Wir befassen uns mit dem zweiten Typ des Okkulten, den merkwürdigen Koinzidenzen. Wir denken spontan: das kann kein Zufall sein, etwas steckt dahinter, eine allgemeine Gesetzmäßigkeit, vielleicht sogar eine Botschaft. Aber was ist das für ein Gesetz, und von wem kommt die Botschaft? Zunächst ein (fingiertes) Alltagsbeispiel, zur Exposition der systematischen Probleme. An meinem Geburtstag verlasse ich das Haus, und das erste Auto, das ich sehe, trägt auf seinem Kennzeichen mein neues Alter. Ich würde das wohl mit einem Lächeln zur Kenntnis nehmen: nette Geste von Hermes (das meine ich nicht wirklich ernst, aber ich kann so tun, es reichert meine Laune an); nicht unwahrscheinlicher als ein paar Richtige im Lotto, kaum der Erwähnung wert; in meiner Stadt leben ein paar Tausend mit demselben Geburtstag, sicherlich erleben viele das Gleiche. Was aber, wenn auch das zweite und dritte Auto dieselbe Zahl trägt? Jetzt würde die Sache anfangen, mir unheimlich vorzukommen, ja brenzlich. Ich könnte mich dem Gefühl nicht entziehen, daß diese Demonstration (oder wie sollte man es nennen?) mir persönlich gilt. Aber was soll sie „bedeuten“, was „hat es auf sich“ damit? Ermunterung, Zuspruch, Warnung, Menetekel? Doch wenn irgendeine „unterirdische“ oder auch „höhere“ Wirkmacht mir etwas zu verstehen geben wollte, warum auf so groteske Weise? Zu vermerken ist allerdings auch: dreimal hintereinander dieselbe Zahl auf einem Autokennzeichen, das ist für sich genommen derart unwahrscheinlich, daß die Koinzidenz mit meinem Alter und Geburtstag in den Hintergrund tritt, jedenfalls die Größenordnung nur unwesentlich verändert. Die Koinzidenz der Autos mit derselben Nummer erschiene, so betrachtet, wieder von mir abgerückt, meiner „Verantwortlichkeit“ oder „Zuständigkeit“ entzogen; ein Problem, das ich mit andern teile <sup>4</sup>.

4

Klären wir zunächst den Grundbegriff dieser Diskussion, nämlich den der Wahrscheinlichkeit. Wir verwenden ihn mathematisch, indem wir uns wundern, wenn etwas eintritt, das wir für wenig wahrscheinlich gehalten haben (oder hätten), oder etwas für Zufall erklären, also das Eingetretene für nicht wahrscheinlicher

gehalten haben (oder hätten) als ein anderes, das uns a priori möglich schien (oder erschienen wäre), aber nicht eintrat. Folglich müssen wir auch den mathematischen Voraussetzungen Genüge tun. Von Wahrscheinlichkeit kann nur gesprochen werden, wo erstens ein *a priori* definierter (wenigstens aber a priori definierbarer) Ereignisraum vorliegt, zweitens eine (natürlich ebenso apriorische) Maßbestimmung auf diesem, also die Angabe der Wahrscheinlichkeit dafür, daß ein „beliebig herausgegriffenes“ Ereignis zu einer speziellen Ereignismenge gehört (eben deren Maß); im einfachsten Fall einer endlichen Ereignismenge ist das, wie jedem geläufig, der Quotient aus der Anzahl der speziellen und der aller möglichen Ereignisse. Wo der mathematische Wahrscheinlichkeitsbegriff überhaupt verwendet werden kann, sind also wesentliche Fragen schon beantwortet bzw. als beantwortet angenommen. Sind Raum und Maß „richtig“ angesetzt, bewährt sich die einschlägige Mathematik mit ihren Erwartungswerten und Grenzwertsätzen sehr zuverlässig; davon leben die Kasinos und Lotterien, aber auch physikalische Theorien. Wie jeder Kenner weiß, hängt von diesem richtigen Ansatz alles ab; es gibt vergleichsweise einfache Beispiele dafür, daß verschiedene, natürlich aussehende Maßbestimmungen widersprechende Resultate liefern (wie beim Bertrandischen Paradox). Auch wo die Maßbestimmung unproblematisch ist, kann es Überraschungen geben (wie beim Geburtstagsparadox) <sup>5</sup>.

5

Dieser richtige Ansatz ist nun in Fällen wie dem oben beschriebenen (wir bleiben bei ihm) das große Problem. Im einfachsten Entwurf besteht der Ereignisraum aus allen möglichen Autonummern, und die Wahrscheinlichkeit für eine von ihnen ist der Kehrwert von deren Anzahl, für die Wiederholung dessen Quadrat usw. Aber ist dieser Ansatz nicht zu eng? Ich habe dergleichen noch nicht erlebt; muß ich nicht die Wahrscheinlichkeit für den eingetretenen Fall mit der Anzahl meiner Jahre multiplizieren? Daß ein Vorfall okkult ist, oder allgemeiner der „Grad seiner Okkultheit“ sollte ja nicht abhängen von dem Zeitraum, in dem wir ihn betrachten. Andere erleben dergleichen nie; das macht einen weiteren Faktor. Sodann muß in Anschlag gebracht werden, daß diese Art „Kommentar“ zu meinem Geburtstag ja auch auf viele andere Arten hätte erfolgen können; die fragliche Zahl hätte auf einem Werbeplakat stehen können, in der Schlagzeile einer Zeitungsauslage oder als Preisschild in einem Schaufenster. Und ist nicht ihr Quadrat ebenso gut? Man sieht: die möglichen Bezüge zum Geburtstag, die möglichen diesbezüglichen Überraschungen, die mir bei meinem Gang durch die Umgebung hätten begegnen können, sind gar nicht erfaßbar, und noch weniger ist es der ganze Ereignisraum, die Gesamtheit dessen, was ich bei diesem Gang hätte wahrnehmen können; nicht einmal a posteriori. Dieser Raum, ein Ausschnitt aus dem Weltprozeß, ist nicht einfach zu groß, sondern er ist prinzipiell offen, er ist sogar in gewisser Weise selbstreferentiell: ich würde ihn verändern, wenn ich unterwegs über ihn nachdenken würde. Er ist auch sicher keine Menge in konstruktivistischen Sinn, denn wir haben kein Verfahren, von einem denkbaren Ereignis zu entscheiden, ob es zu ihm gehört oder nicht. Und schon die Definition von „Ereignis“ würde Probleme machen.

Dieser Raum enthält noch beliebig viele weitere Möglichkeiten des „Okkulten“, die nur keinen so expliziten Bezug zu meiner Person zeigen. Ständig umgeben uns Koinzidenzen von Sachverhalten und Prozessen, deren volle ratio zu ergründen wir nie eine Chance haben, deren einzelne Wahrscheinlichkeiten schon kaum anders als mit Null angegeben werden können, deren Koinzidenz also eine noch viel kleinere aufweist (sozusagen eine Infinitesimalie zweiter oder höherer Ordnung) – die Wolkengestalten, die Muster der abgefallenen Blätter auf den Wiesen, die Laute der Vögel, das Rascheln der Gebüsche im leichten Wind. Sind in alldem nicht Beziehungen zu vermuten, der Dinge untereinander und zu uns, von denen wir wenig oder nichts wissen, deren Verständnis uns aber die Welt aufschließen könnte? Vielleicht würden uns solche allenthalben auffallen, wenn unsere Sinne und unser Denken offener wären; das „Okkulte“ mit seinem Beiklang des Bedrohlichen ginge dann über in das „Wunderbare“, mit dem Beiklang des Paradiesischen. Früher hat man aus derlei geweissagt (und nach wie vor werfen manche die Schafgarbenstengel); es wäre schwer nachzuweisen, daß wir heute weniger Dummheiten begehen. Jede Orientierung ist besser als gar keine; ein Schiff ohne Ruderdruck ist mit Sicherheit verloren. Vom Weltkonzert überschauen wir kaum die Instrumentation, die Einzelstimmen nur bruchstückhaft, die Partitur gar nicht; immer spielen Stimmen mit, die wir nicht hören, nicht verstehen können; sicher nicht immer für uns bedeutsam, aber manchmal vielleicht doch...Statt das Okkulte zu leugnen, kommen wir so, leicht paradox, zu einem entgegengesetzten Befund: wir sind derart dicht umgeben von Okkultem, daß nichts Okkultes darin liegt, wenn uns gelegentlich etwas davon in die Augen springt. Mehr können wir (in unserer derzeitigen kategorialen Verfassung) nicht erwarten, Mephistopheles spricht es aus: „...dieses Ganze / ist nur für einen Gott gemacht“ (Faust 1780) und folglich: „Wenn sie den Stein der Weisen hätten, / der Weise mangelte dem Stein“ (Faust 5063f).

Wenn wir schon den Ereignisraum nicht übersehen, brauchen wir uns über das zweite Erfordernis einer mathematisch ausweisbaren Rede von Wahrscheinlichkeiten, die Maßbestimmung, eigentlich keine Gedanken mehr zu machen; wir tun es trotzdem, weil die Methodik erst hier ihre ganze Eigenart zeigt. Jede Maßbestimmung hängt von der verfügbaren, die fraglichen Ereignisse betreffenden Information ab und ist insofern hypothetisch, und zwar umso mehr, je geringer die Information ist <sup>6</sup>. In unserm Beispiel könnten wir vieles ausschließen, anderes wäre so gut wie sicher, aber dazwischen liegt ein unübersehbarer Bereich, der alles einschließt, was uns hier interessiert. Wahrscheinlichkeitstheorie erscheint so als eine Technik, aus begrenzter Information das Beste zu machen; mit den beiden Extremen der Null-Information, die zur Annahme von Gleichverteilung zwingt, und der vollständigen Kenntnis eines determinierten Prozesses, die weiteres Denken überflüssig macht. Wo der Uninformierte nur Wahrscheinlichkeits-Überlegungen anstellen kann, ist ein Anderer vielleicht schon in voller Gewißheit über den Ausgang. Überflüssig, dafür Beispiele anzuführen, ein Scherz mag

genügen: wer, in gänzlicher Unkenntnis des Weltgetriebes, die Wahrscheinlichkeit dafür, daß die Sonne morgen wieder aufgeht, mit  $1/2$  ansetzte, müßte zu dem Schluß kommen, daß die Menschheit in einer seit unvordenklichen Zeiten nicht abgerissenen Glückssträhne lebt.

Da wir auf Voraussagbares angewiesen sind, trachten wir danach, unsere Information von einem X in Relation zu der Relevanz von X für unser Dasein zu halten; was mich nicht „angeht“, interessiert mich wenig; wenn es auch taktisch klug ist, sich für Unvorhersehbares offen zu halten. Da wir also über das uns nicht Angehende (im Beispiel die Autonummern) meistens die wenigste Information haben, können wir auch über die ihm zukommenden Wahrscheinlichkeiten meistens nichts Verlässliches aussagen. Im Beispiel ging der erste Entwurf von einer Gleichverteilung der möglichen Nummern über die Kennzeichen aus; die Verkehrsbehörde wüßte es wohl besser.

8

Es könnte scheinen, daß unsere Diskussion über ihr Ziel hinausgeschossen ist. Kann man nicht alles Beliebige statistisch „wegrationalisieren“, wenn man nur, nach obigem Muster, den Ereignisraum groß genug ansetzt? Daß bei genügend ausgedehnter Beobachtung auch beliebig Ungewöhnliches anfallen wird, ist ja trivial. Wenn die Chance, daß es einen trifft, Eins zur einer Million ist, dann liegt nichts Okkultes darin, wenn es unter Millionen einen trifft; wir nennen das einfach Pech (oder Glück). Das heißt natürlich nicht, daß es sinnlos ist, darüber nachzudenken, warum es gerade diesen getroffen hat; nur liegt aus statistischer Sicht hier nichts Besonderes vor. Sind wir also beim *nil admirari* der Stoiker angekommen, hat Aristoteles unrecht? Nein, die Diskussion zeigte nur, daß Ereignisse wie das oben fingierte hinsichtlich ihrer Wahrscheinlichkeit kaum schlüssig zu beurteilen sind (außer daß diese sehr klein ist, aber das ist, wie oben dargelegt, nichts Besonderes). Daraus folgt ja nicht, daß es damit „nichts auf sich hat“; Nachdenken ist immer angebracht (auch trivial). Doch wird es einem bei solchen Dingen oft so ergehen wie im Märchen vom vergrabenen Schatz: der Gewinn lag nicht im Schatz, sondern im Umgraben.

9

Aber noch ein drittes Problem stellt sich: selbst wo man den Ereignisraum und die Wahrscheinlichkeitsverteilung überblickt, ist zu fragen, wann ein Ereignis so unwahrscheinlich ist, daß sein Eintreten okkult genannt werden kann<sup>7</sup>. Hebe einen Kiesel vom Strand: er hat eine bestimmte Form, es gibt unendlich viele mögliche Formen, aber nur endlich viele Kiesel, wie paßt das zusammen? Hier beruhigt uns die Mathematik: es ist leicht möglich, daß eine Menge vom Maß Null nicht leer ist, sogar unendlich viele Elemente hat (zum Beispiel die rationalen Zahlen im Einheitsintervall). Aber wie oft hintereinander muß jemand 6 Richtige im Lotto haben, bevor man nicht mehr an Zufall glauben, sondern den Betreffenden verdächtigen würde, die Ziehungen zu manipulieren, vielleicht auf „okkultem“ Wege, oder sie einfach vorauszusehen (auch „okkult“)? Es ist klar, daß hier keine

scharfe Grenze gezogen werden kann, einfach weil die Begriffe „Zufall“ und „okkult“ selbst nicht scharf definiert werden können; der erste hängt ab von unserer Information über den Weltzustand, der zweite von unserm Einblick in das „Triebwerk der Welt“. Hier tritt auch das Problem der Induktion auf den Plan unserer Erörterung: wann ist man berechtigt, aus Einzelfällen auf eine Regel zu schließen? Die Wissenschaftstheorie allein kann das nicht beantworten; hier spielt noch Anderes mit; die Bereitschaft, einen bestimmten Weg einzuschlagen, hängt nicht allein vom Weg ab.

10

Betrachten wir nun zwei prominente Fälle aus der psychoanalytischen Praxis <sup>8</sup>. Freud <sup>9</sup> berichtet: „An einem Herbsttag des Jahres 1919...gibt der eben aus London eingetroffene Dr.David Forsyth eine Karte für mich ab, während ich mit einem Patienten arbeite.. Ich habe nur Zeit, ihn zu begrüßen und für später zu bestellen... Bald nachher kommt einer meiner Patienten, Herr P., ein geistreicher und liebenswürdiger Mann, im Alter zwischen 40 und 50, der mich seinerzeit wegen Schwierigkeiten beim Weibe aufgesucht hatte. Sein Fall versprach keinen therapeutischen Erfolg; ich hatte ihm längst vorgeschlagen, die Behandlung einzustellen, aber er hatte deren Fortsetzung gewünscht, offenbar weil er sich in einer wohltemperierten Vater-Übertragung auf mich behaglich fühlte. Geld spielte um diese Zeit keine Rolle, da zu wenig davon vorhanden war; die Stunden, die ich mit ihm verbrachte, waren auch für mich Anregung und Erholung, und so wurde, mit Hinwegsetzung über die strengen Regeln des ärztlichen Betriebes, die analytische Bemühung bis zu einem in Aussicht genommenen Termin weitergeführt. An diesem Tag kam P. auf seine Versuche zurück, die Liebesbeziehungen zu Frauen aufzunehmen, und erwähnte wieder einmal das schöne, pikante, arme Mädchen, bei dem er Erfolg haben könnte, wenn nicht schon die Tatsache ihrer Virginität ihn von jeder ernsthaften Unternehmung abschrecken würde. Er hatte schon oft von ihr gesprochen, heute erzählte er zum ersten Mal, daß sie, die natürlich von den wirklichen Gründen seiner Verhinderung, keine Ahnung hat, ihn den Herrn von V o r s i c h t zu nennen pflegt. Diese Mitteilung frappiert mich, die Karte des Dr. F o r s y t h ist mir zur Hand, ich zeige sie ihm.“

Der zweite Fall stammt von Jung <sup>10</sup>: „Mein Beispiel betrifft eine junge Patientin, die sich trotz beiderseitiger Bemühung als psychologisch unzugänglich erwies. Die Schwierigkeit bestand darin, daß sie alles besser wußte. Ihre treffliche Erziehung hatte ihr zu diesem Zweck eine geeignete Waffe in die Hand gegeben, nämlich einen scharfgeschliffenen cartesianischen Rationalismus mit einem geometrisch einwandfreien Wirklichkeitsbegriff. Nach einigen fruchtlosen Versuchen, ihren Rationalismus durch eine etwas humanere Vernunft zu mildern, mußte ich mich auf die Hoffnung beschränken, daß ihr etwas Unerwartetes und Irrationales zustoßen möge, etwas, das die intellektuelle Retorte, in die sie sich eingesperrt hatte, zu zerbrechen vermöchte. So saß ich ihr eines Tages gegenüber, den Rücken zum Fenster gekehrt, um ihrer Beredsamkeit zu lauschen. Sie hatte die Nacht vorher einen eindrucksvollen Traum gehabt, *in welchem ihr jemand einen goldenen Skarabäus (ein kostbares Schmuckstück) schenkte*. Während sie

mir noch diesen Traum erzählte, hörte ich, wie etwas leise hinter mir ans Fenster klopfte. Ich drehte mich um und sah, daß es ein ziemlich großes fliegendes Insekt war, das von außen an die Scheiben stieß mit dem offenkundigen Bemühen, in den dunklen Raum zu gelangen. Das erschien mir sonderbar. Ich öffnete sogleich das Fenster und fing das hereinfliegende Insekt in der Luft. Es war ein *Scarabaeide*, *Cetonia aurata*, der gemeine Rosenkäfer, dessen gründgoldene Farbe ihn an einen Skarabäus am ehesten annähert. Ich überreichte den Käfer meiner Patientin mit den Worten: „Hier ist Ihr Skarabäus.“ Dieses Ereignis schlug das gewünschte Loch in ihren Rationalismus, und damit war das Eis ihres intellektuellen Widerstandes gebrochen. Die Behandlung konnte nun mit Erfolg weitergeführt werden.“

11

Die „auffällige Koinzidenz“ steht in den beiden Fällen in ganz verschiedener Beziehung zur therapeutischen Situation. Für Jung scheint der Käfer sehr gelegen zu kommen, geradezu *ex machina*: Sehen Sie, was hinter den Träumen steht, sind keine Hirngespinnste. Offenbar hat das Käferereignis auf die Patientin in diesem von Jung geradezu erhofften Sinne gewirkt: daß sie nämlich den Widerstand gegen die Behandlung aufgab. Mit ihrem „Rationalismus“ scheint es nicht weit her gewesen zu sein, wenn er sich durch einen zwar verblüffenden, aber doch banalen, vor allem vereinzelt Vorfall aus den Angeln heben ließ.

Bei Freuds Beispiel ist die Lage ganz anders; eine eigentliche Therapie scheint nicht mehr stattzufinden, die Gespräche werden offenbar mehr zur Unterhaltung fortgesetzt; der Eingetroffene steht in keinem Bezug dazu. Immerhin hätte sein Name der Lage irgendwie „sinnvoll“ entsprechen können. Doch dieses dem „Herrn von Vorsicht“ nachäffend hinterhergerufene „Forsyth“, der von seiner enttäuschten Partnerin ihm angehängte Spottname noch einmal auf Englisch, erscheint mir nur als ein dummer Witz. Ich bin geneigt zu sagen: Wenn dem etwa doch dahinter stehenden Okkulten nichts Besseres einfällt, dann braucht man es nicht ernst zu nehmen.

In beiden Fällen sind auch oben angestellte Überlegungen einschlägig. Einen „Treffer“ wie den Skarabäus-Fall erlebte sicher auch Jung nur einmal, andere nie; sicherlich war zuvor schon von vielem Andern die Rede, das sich nicht materialisiert hat. In einer längeren Unterhaltung findet sich für viele Namen irgendein Anknüpfungspunkt, und „Forsyth“ ist nicht allzu ungewöhnlich. In dem Jungschen Fall freilich ist die Manifestation so „sachdienlich“ und zugleich handgreiflich, daß man schlecht an ihr vorbeikommt; beinahe zu billig, zu überrumpelnd, wie ein Zauberstückchen eines Illusionisten. Aber gerade in dieser Sachdienlichkeit scheint mir ein Argument gegen eine „okkulte“ Einwirkung zu liegen: denn eine solche steht sicher nicht im Spezialdienst einer therapeutischen Absicht.

Freud, der zu seinem Fall noch allerhand subtile Details beibringt, konnte sich nicht entschließen, darin ein Beispiel von Gedankenübertragung zu sehen; es ging ihm

offenbar weniger um Erklärung als vielmehr darum, die psychische Konstellation zu verstehen, in der sich solche Vorgänge abspielen. Für Jung dagegen war der Käfervorfall (auf den er nicht weiter eingeht) nur eins von mehreren Beispielen für seine (in diesem Text allerdings nicht weiter ausgeführte) Theorie der „Synchronizität“.

12

Alle drei Beispiele haben ein formales Moment gemeinsam: eine Sache, die gerade im Skopus steht, in besonderer Weise Gegenstand der Konzentration ist (mein Alter, der geträumte Skarabäus, die „Vorsicht“), tritt in unvorhersehbarer, gewissermaßen pointierter Weise noch einmal in Erscheinung (als Autonummer, als realer Skarabäus, als Name), wie ein Echo, und diese Wiederholung verleiht der Sache eine Art Nachdruck, wirkt wie ein Ausrufungszeichen; wie wenn ein sonst unsichtbarer Akteur im Weltprozeß einen besonderen Anteil an ihr nähme und mit dem Finger auf sie zeigte. Es ist dieser Umstand, dieser Appell-Charakter, der uns spontan das Gefühl gibt: das kann kein Zufall sein, da mischt sich jemand oder etwas ein (und dieses Gefühl wäre noch viel stärker, wenn wir Teilnehmer und nicht nur Betrachter eines solchen Vorgangs wären). Es muß nicht ein aktives oder gar personales Gegenüber sein, man könnte auch an eine Art Resonanz denken: was da im Skopus stand, genauer: das Im-Skopus-Stehen dieser Sache, oder vielleicht noch genauer: die Art und Weise ihres Im-Skopus-Stehens traf eine „Eigenfrequenz“ des umgebenden Weltprozesses, brachte eine verborgene (okkulte) Saite zum Klingen. Freilich sind das alles Metaphern.

13

Strikte Determination und „reiner Zufall“ sind Grenzbegriffe, sind Fiktionen, zu denen uns unsere kategoriale Organisation führt (oder verführt). Zwischen beiden liegt ein weites Feld für verschiedene Möglichkeiten der Einwirkung. Wenn uns die üblichen Erklärungen und Kasuistiken mit ihren Wahrscheinlichkeiten nicht weiter bringen, ist es vollkommen legitim, einmal (wie es Freud in seiner Trieblehre tat) nach dem Sinn zu fragen, also statt nach Kausalität nach Finalität zu fragen; wo wir nicht erklären können, ist legitim, wenigstens nach einem Verstehen zu trachten, nach intelligiblen Strukturen<sup>11</sup>. Vonnöten ist die „richtige“ Abstimmung zwischen Offenheit und Skepsis. Sicher ist falsch, alles Seltene und Unverständene im statistischen Rauschen der Welt verschwinden zu lassen; aber auch, aus jedem vermeintlichen Sinn eine Lehre zu machen. Ein alerter Intellektueller, auf einer Klaviatur von Theorien spielend, hat wenig Mühe, in jedes Phänomen einen Sinn zu legen; Wissenschaft hat zu fragen, ob sich die Sinnstiftung an künftigen Phänomenen bewährt. Tut sie das (und bis dahin ist es immer ein langer Weg), hat sie die Würde der Wissenschaft erreicht, ganz unabhängig von ihrem Verhältnis zu der schon bestehenden. Anything goes, if it goes. Wenn man genügend viele Einzelfälle unter einen Hut gebracht hat, darf man die Hypothese aufstellen, daß dieser Hut eine brauchbare Kopfbedeckung ist. Undichte Ränder wird er immer haben, und immer muß man damit rechnen, einen neuen aufsetzen zu müssen.



Was die beiden letzten Beispiele betrifft, so scheint es möglich, im Rahmen einer Theorie der therapeutischen Konstellationen solchen Phänomenen einen Sinn, ja eine Funktion zuzuschreiben<sup>12</sup>. Die Frage ist, was eine solcherart begründete Funktion leisten kann. Es wäre zuviel verlangt, daß sie das Eintreten des Phänomens im physikalischen Sinne, also kausal erklärt. Andererseits genügt nicht, wenn das Phänomen zur Konstellation nur in irgendeinem Sinne „paßt“; das könnte ja bloße Schöngestei sein; es muß sich ein Anspruch auf Allgemeinheit begründen lassen. Dazwischen liegen Modi und Grade des Verstehens; wir wären bei solchen Dingen ja schon zufrieden, ihnen ein wenig näher zu kommen. Die Begründung eines Anspruchs auf allgemeine Geltung wird aber schwerfallen, denn derartige Phänomene sind zu selten, um so etwas wie Induktion zu gestatten. Man könnte an eine Wirkung denken, die zwar vorhanden ist, aber so schwach, daß sie in den meisten Fällen von anderen Wirkungen überlagert wird (vielleicht ist das der Fall der Astrologie). Oder die hypothetischen Wirkungs-Zusammenhänge reichen hin zur Erklärung der Phänomene, doch ist diese so komplex, daß wir nichts damit anfangen können, oder die Erklärung hängt chaotisch von Ausgangsbedingungen ab, mit derselben Folge. Doch worin unterscheidet sich eine Wirkung, die nicht nachweisbar ist, von einer, die es nicht gibt?

Wenn aber eine kausal unverständliche und offenbar sehr unwahrscheinliche Koinzidenz nicht einen haltbaren, wenigstens dann und wann feststellbaren Sinn aufweist, einen intelligiblen Zusammenhang des Koinzidierenden, besteht kein Anlaß, ihr nachzugehen. Was ich weder erklären noch verstehen kann, unterscheidet sich eben nicht mehr vom Zufälligen, wenn es auch auffällt, so wie sich im Felsgestein manchmal ein menschliches Gesicht zeigt. Freilich: was einen „haltbaren Sinn“ ausmacht, ist auch nicht rein begrifflich zu klären, ebenso wie oben der Unterschied zwischen „Zufall“ und „okkult“.

Die Wissenschaft hatte lange damit zu tun, die gewöhnlichen Phänomene aufzuklären (warum zum Beispiel die Sonne jeden Morgen aufgeht), irgendwann muß sie sich auch den weniger gewöhnlichen stellen. Das Problem ist natürlich, daß diese sich nicht kommandieren lassen; sie verweigern sich dem Gegenüber in der künstlichen Isolation des Experiments, verlangen vielleicht ein persönliches Sich-Einlassen, ein Absehen von jedem Interesse, versprechen keine beliebige Verfügbarkeit und damit keine Industrie. Auch könnte dabei eine Transformation der Grundanschauungen erforderlich werden, die unsere Wissenschaft tragen; möglicherweise (wahrscheinlich!) von der Größenordnung dessen, was Heidegger „Seinsgeschick“ nannte. Doch während Okkultes massenhaft und in ebenso infantilen wie monströsen Gestalten zur Unterhaltung dient, arbeiten Wissenschaft und Technik mit immer zunehmender Rasanz daran, den Menschen auf eine lückenlos herstellbare und kontrollierbare Welt zu programmieren, oder, mit Leroi-Gourhan zu sprechen, die Exteriorisierung zu perfektionieren. Was Heidegger in seinem Technik-Aufsatz vorwegnahm, ist jedenfalls schon vielfach überboten.

## Anmerkungen

1 Ich vermeide den Ausdruck „okkulte Phänomene“, da er eine allzu grobe *contradictio in adiecto* ist.

2 Was alles möglich wird, wenn es einmal gelingen sollte, Relativitätstheorie und Quantenmechanik theoretisch zu synthetisieren und diese Synthese technisch anzuwenden, das würde auch heute noch als SF erscheinen. Wenn man die derzeit viel untersuchte Quantenkopplung mit Allgemeiner Relativität kombiniert, scheint sogar der Gedanke von Zeitreisen in Reichweite zu gelangen.

3 In der Neigung zum Okkulten scheint bei manchen eine Art Trotzreaktion beteiligt; doch muß dem „*credo quia absurdum*“ eine gewisse Berechtigung zugestanden werden. Aber der Herr und Meister alles Okkulten, Mephistopheles, kennt die wahren Verhältnisse: „Verachte nur Vernunft und Wissenschaft, / des Menschen allerhöchste Kraft, / ... / so hab ich dich schon unbedingt.“ (Faust 1851 ff).

4 Hier ein ähnlicher, aber realer Fall, wie ihn jeder gelegentlich erlebt. Wir waren, in einem Frühjahrsurlaub auf Mallorca, unterwegs von Soller zum Cubersee, als sich eine schwarze Limousine mit Wolfsburger Kennzeichen vor uns setzte. Noch nichts Ungewöhnliches, denn viele deutsche Mallorcisten kommen mit eigenem Fahrzeug dorthin; zunehmend befremdlich aber erschien, daß sich das noch ein paar Mal wiederholte, immer mit demselben Typ schwarzer Fahrzeuge aus Wolfsburg. Als wir schließlich einem ganzen Rudel davon begegnet waren, war klar, daß es sich um eine Werbeaktion des Volkswagenkonzerns handeln mußte. Ich erinnere mich noch an die leichte und angenehme Erregung bei dem Gedanken, daß hier etwas „außer der Reihe“ vor sich ging; mir kamen Reminiszenzen an die SF-Lektüre meiner Jugend, von getarnten Invasionen durch Außerirdische.

Noch ein Fall, ohne Auflösung: ich war auf das Buch „Hand und Wort“ von Leroi-Gourhan aufmerksam geworden und beschloß, mir das anzusehen. Nachdem ich diesen Vorsatz eine Weile mit mir herumgetragen hatte, besorgte ich mir ein Exemplar aus einer Bibliothek, und nachdem ich ein paar Seiten gelesen hatte, war mir klar, daß ich das Buch besitzen mußte. Das war an einem Freitag; als ich am Tag darauf routinemäßig den Flohmarkt aufsuchte, sah ich auf einem Büchertisch ein schönes Exemplar, zu sehr niedrigem Preis (ohne danach gesucht zu haben, das ist in aller Regel aussichtslos). Ich nahm diese Fügung als ermunterndes Prodigium und las die 500 Seiten ohne Verzug; war sie nun Zufall, oder bestand ein Zusammenhang mit meinem aufgeflamnten Enthusiasmus? Ich habe Wichtiges gelernt, aber ich könnte nicht sagen, daß mein Denken seither eine Wendung genommen habe. Auch dergleichen erlebt jeder, aber nicht allzu oft; ich könnte mich an zwei oder drei ähnliche Vorfälle aus meinem Leben erinnern. Das bleibt im „statistischen Rahmen“.

5 Zum Betrandschen Paradox: man denke sich in einen Kreis ein gleichseitiges Dreieck einbeschrieben; gefragt ist die Wahrscheinlichkeit  $W$  dafür, daß eine

zufällig in den Kreis gelegte Sehne länger ist als die Dreiecksseite. Es gibt plausible Begründungen für  $W = 1/2$ ,  $1/3$  und  $1/4$ . Der Widerspruch löst sich durch die Einsicht, daß „zufällig in den Kreis gelegte Sehne“ keine zureichende Definition ist, und daß verschiedene Präzisierungen verschiedene Wahlen des Wahrscheinlichkeitsmaßes auf dem Raum der Sehnen implizieren. Im Geburtstagsparadox wird gefragt, wieviele Personen versammelt sein müssen, damit die Wahrscheinlichkeit dafür, daß (mindestens) zwei von ihnen am selben Tag Geburtstag haben, größer als  $1/2$  ist. Die überraschende Antwort: es brauchen nicht mehr als 23 zu sein.

6 Paradoxerweise beruhen die besten Bestätigungen der Wahrscheinlichkeitsrechnung, nämlich die schon erwähnten Glücksspiele und physikalischen Theorien, gerade auf einem Mangel an Information. Weil wir den Fall der Kugel oder die Bewegungsrichtung eines Gasmoleküls nicht voraussagen, nicht einmal einen Einfluß nennen können, der größer ist als ein anderer, nehmen wir Gleichverteilung an, und die daraus entspringenden Erwartungen bewähren sich nicht weniger als die kausalen Determinationen der klassischen Mechanik. Es ist gerade der vollkommene Mangel an Information über den Einzelfall, der das Verhalten der (genügend großen) Gesamtheit voraussagbar macht. Das legt übrigens den Verdacht nahe, daß solche Information aus prinzipiellen Gründen nicht verfügbar sein kann (das Problem der „hidden variables“ in der Quantenmechanik).

7 Das Anstaunen des bloß Unwahrscheinlichen ist nicht, was Aristoteles meinte. Die großen Kunstwerke, von denen wir leben, sind des Staunens viel mehr wert als die längste Serie im Lotto; denn bei dieser überschauen wir die Möglichkeiten a priori, aber von einem möglichen Werk haben wir gar keinen Begriff, bevor es wirklich geworden ist.

8 Der vorliegende Text entstand als Beitrag zu einer Arbeitsgemeinschaft über psychoanalytische Kulturtheorie.

9 S.Freud, Neue Folge der Vorlesungen zur Einführung in die Psychoanalyse, Werke Bd.15, S.51 f. Die Auslassungen betreffen für uns Unwesentliches; die Sperrungen sind original.

10 C.G.Jung, Über Synchronizität, in: Grundwerk C.G.Jung, Walter-Verlag, 1984. Bd. 2, S.284. Kursivierung original.

11 Ausführliche und maßgebliche Erörterung dieses Themenkomplexes bei G.H.v.Wright, Erklären und Verstehen, Athenäum-Verlag/Königstein 1974.

12 Ich verweise auf einen im Entstehen begriffenen Aufsatz von Dietmut Niedecken.