DEUTSCHES ELEKTRONEN-SYNCHROTRON DESY

DESY 75/54
Dezember 1975

受入
76-1-12
高工研図書室

Eine dispersionstheoretische Berechnung inelastischer Beiträge zu dem Nukleon-Isovektor-Formfaktoren

von

Jürgen Willrodt
II. Institut für Theoretische Physik der Universität Hamburg

2 HAMBURG 52 · NOTKESTIEG 1

To be sure that your preprints are promptly included in the
HIGH ENERGY PHYSICS INDEX ,
send them to the following address (if possible by air mail) :

DESY
Bibliothek
2 Hamburg 52
Notkestieg 1
Germany

Eine dispersionstheoretische Berechnung inelastischer Beiträge zu den Nukleon - Isovektor - Formfaktoren

Dissertation
zur Erlangung des Doktorgrades
des Fachbereichs Physik der Universität Hamburg

vorgelegt von

Jürgen Willrodt

aus

Hamburg

Hamburg

1976

Genehmigt vom Fachbereich Physik der Universität Hamburg

Referent : Prof.Dr.G.Kramer
Koreferent : Prof.Dr.F.Steiner

mündliche Prüfung : 21.1. 1976

Prof.Dr.G.Kramer
Sprecher des Fachbereichs Physik

Abstract

The dispersiontheoretical method was first applied to the problem of describing the electromagnetic structure of the nucleon in 1958 by Chew.He and in the following time different authors tried to calculate the two pion contribution to the isovector parts of the nucleon form factors and showed that this contribution alone is not satisfactory to explain the q^2-behavior of F_i^V and the anomalous magnetic moment $F_2^V(0)$.In this paper we consider therefor the three intermediate states $\pi\pi, \pi^0\omega$, $\rho\varepsilon$ and calculate their contribution with the dispersiontheoretical method.The general outline of the method is as follows: We first investigate the t-channel helicity amplitudes of the three scattereing processes $\pi\pi, \pi\omega, \rho\varepsilon \to N\bar{N}$,i.e. we give the connection to the invariant amplitudes and determine the analyticity structure of the J=1 partialwave projection. As a next step we write down a dispersion relation for the t-channel helicity amplitudes which we can evaluate using experimental data on the left hand cut and unitarity together with an N/D method on the right hand cut.These amplitudes are related via unitarity to the imaginary parts of the nucleon form factors.
As a result we found for F_1^V that the $\pi\pi$ channel which can be determined very well from $\pi\pi$ and πN scattering data gives the dominant contribution and describes $F_1^V(0)_{\pi\pi}$ =0.513 compared to the experimental value 0.5 as well as the q^2-behavior in the spacelike region where the data indicate a $1/q^2$ fall off of $F_1^V(q^2)$. For $F_2^V(q^2)$ we found that the $\pi\pi$ contribution is not satisfactory to explain the shape of the form factor and the value at $q^2=0$ where the $\pi\pi$ - channel gives $F_2^V(0)=2.53$ instead of the experimental value 1.853 . Here we found an important influence of the $\pi^0\omega$ channel which reduces the anomalous magnetic moment to 1.97 and also gives a better q^2-behavior which agrees with the data up to $q^2=-3$ GeV ^{2} . The data for F_2^V show the usual dipole behavior,i.e. $1/q^4$. The $\pi\omega$ contribution to F_1^V and the $\rho\varepsilon$ contibution to $F_{1,2}^V$ are small and of the order of a few percent compared to the $\pi\pi$ fraction. In the timelike region our method is not very reliable, first because the high mass states $\pi\omega$ and $\rho\varepsilon$ are not as well determined as the $\pi\pi$-contribution and the second reason is that we have neglected the $N\bar{N}$ intermediate state which may play an important role at the $N\bar{N}$ threshold so that we are not able to give a reliable prediction for the cross section $e^+e^- \to n\bar{n}$, $p\bar{p}$.

Inhalt

1. Einleitung

2. Nukleonformfaktoren

3. Allgemeine Methode
   3.1 Helizitäts- und Invariante Amplituden
   3.2 fixed - t - Dispersionsrelationen
   3.3 Partialwellenprojektionen
   3.4 Analytische Eigenschaften der Amplituden
   3.5 N/D - Verfahren

4. Numerische Auswertung

5. Formfaktoren F_{π} , $F_{\pi\omega\gamma}$, $F^{1,2}_{\gamma\rho\varepsilon}$

6. Diskussion der Ergebnisse

7. Zusammenfassung und Schlußbemerkungen

8. Literaturhinweise

9. Anhang

10. Abbildungen

1. Einleitung

Die dispersionstheoretische Methode der Berechnung der Nukleonformfaktoren ist ein relativ altes Verfahren,das zum ersten Mal von Chew et al.(1) und Federbush et al.(2) angewandt wurde.Diese Arbeiten begannen mit der Berechnung des 2π-Zwischenzustands und zeigten,daß die Struktur des Mesons selbst,d.h. der Pionformfaktor eine wichtige Rolle spielt.1960 konnten dann Frazer und Fulco(3) durch eine dispersionstheoretische Berechnung der πN-Streuamplituden im t-Kanal die Nukleonformfaktoren abschätzen und durch Vergleich mit experimentellen Ergebnissen Aussagen über die Struktur des Pions machen,d.h. die Rho-Resonanz qualitativ vorhersagen, wenn auch quantitativ nicht befriedigend.1968 erweiterten dann Höhler et al.(4) diese Methode und konnten durch die Berücksichtigung von πN-Streuphasen und experimentellen Werten des Pionformfaktors den Verlauf der Sachs-Formfaktoren G_E^V , G_M^V angeben.1973 erschien eine weitere Arbeit(5),die den Beitrag des 2π-Zwischenzustands berechnete und versuchte,diese Methode auf das Gebiet zeitartiger Impulsüberträge anzuwenden.Als Resultat ergab sich, daß der 2π-Beitrag nicht ausreicht,den Verlauf der Formfaktoren zu erklären.Dies wurde in einer neueren Arbeit von Höhler und Pietarinen (6) ,die die Rechnung von 1968 aus (4) mit einer verbesserten Phasenanalyse der πN-Streuung wiederholt, bestätigt.

Obwohl es viele neue Ansätze zum Verständnis der starken Wechselwirkung seit 1958 gegeben hat,war keines dieser neuen Modelle in der Lage,die Nukleonformfaktoren und damit die Struktur des Nukleons gut zu beschreiben.Erfolgreiche Anpassungen an die verbesserten und über einen grossen t-Bereich gemessenen Daten für $G_{E,M}^p$ und $G_{E,M}^n$ enthalten in der Regel zu viele Parameter,so daß sie keine große Erklärungskraft haben.Auf der anderen Seite wurde die Dispersionstheorie ständig weiterentwickelt: Es wurden neue Methoden der analytischen Fortsetzung gefunden und neue Verfahren zur Auswertung von Dispersionsintegralen entwickelt.Ausserdem gibt es inzwischen mehr und zuverlässigere Daten , gerade in der πN- und $\pi\pi$ - Streuung,sowie Messungen und Berechnungen anderer Parameter der starken Wechselwirkung,z.B. der verschiedenen Kopplungskonstanten , so daß die Anwendung der Dispersionstheorie zur Berechnung der Nukleonformfaktoren auch heute noch gerechtfertigt erscheint.

Diese Arbeit ist eine Erweiterung der Arbeiten (1) - (6) in zwei Richtungen : Da durch die Inbetriebnahme von Speicherringen wie DORIS und SPEAR auch der zeitartige Bereich dem Experiment erschlossen wird (bei DORIS ist ein Experiment zur Bestimmung der Neutronformfaktoren im zeitartigen Bereich im Aufbau (7)) , haben wir in dieser Arbeit zum einen versucht,die dispersionstheoretische Methode auf dieses Gebiet auszudehnen.Zum anderen zeigen die Ergebnisse der zitierten Arbeiten,daß der 2π-Zustand allein nicht der Verlauf der Formfaktoren und die Größe des magnetischen Momentes μ^V erklären kann.Deshalb werden die Beiträge der Zwischenzustände $\pi^0\omega$ und $\rho\varepsilon$ mit derselben Methode berechnet.
Die allgemeine Methode unserer Berechnungen ist dieselbe wie in den Arbeiten (5),(6).Wir untersuchen zunächst die t-Kanal-Helizitätsamplituden $\pi\pi, \pi^0\omega, \rho\varepsilon \to N\bar{N}$, d.h. wir geben die Verbindung mit den invarianten Amplituden der drei Prozesse an , bestimmen die Analytizitätseigenschaften der Partialwellenprojektionen und stellen eine Dispersionsrelation für die J=1 Helizitätspartialwellen auf. Diese werten wir aus,indem wir auf dem linken Schnitt alle verfügbaren experimentellen Daten aus dem entsprechenden s-Kanal verwenden, d.h. Phasenanalysen und Hochenergie - Reggeverhalten.Der rechte Schnitt wird mit Hilfe des N/D - Verfahrens beseitigt,indem wir elastische Unitarität annehmen.Für die $\pi^0\omega$ und $\rho\varepsilon$ Kanäle machen wir zusätzlich noch eine andere Auswertung,indem wir annehmen,daß die D-Funktion dieser Kanäle durch den 2π-Beitrag dominiert wird.Die t-Kanal-Helizitätsamplituden sind durch die Unitaritätsrelation mit den Imaginärteilen der Nukleonformfaktoren verknüpft. Der letzte Schritt ist dann die Auswertung der Dispersionsrelation für die Formfaktoren F_i^V .
Die Gliederung der Arbeit ist folgendermaßen : Im ersten Abschnitt ist die allgemeine Methode beschrieben,die zum Aufstellen einer Dispersionsrelation für die Helizitätsamplituden führt.Im zweiten Abschnitt werden die Einzelheiten der numerischen Auswertung erläutert,insbesondere die experimentellen Daten beschrieben und die angewandten Modelle angegeben.In Abschnitt 3 behandeln wir die Formfaktoren der berücksichtigten Zwischenzustände und geben die Verbindung mit der Phasenfunktion an und vergleichen mit den Experimenten.Im vierten Abschnitt diskutieren wir dann die Ergebnisse unserer Rechnung für die Nukleonformfaktoren und den Wirkungsquerschnitt $e^+e^- \to N\bar{N}$.

2. Nukleonformfaktoren

Wir gehen aus von der üblichen Definition der Formfaktoren $F_i^{p,n}$, die sich aus Lorentzinvarianz und Eichinvarianz des Strommatrixelements ergibt :

$$\langle p_f | j_\mu(0) | p_i \rangle = e\, \bar{u}(p_f) \left\{ F_1(t)\, \gamma_\mu + i\, \sigma_{\mu\nu} q^\nu \frac{F_2(t)}{2M} \right\} u(p_i)$$

Die Zerlegung nach isoskalaren und isovektoriellen Formfaktoren ist :

$$F_i^s = \frac{1}{2} (F_i^p + F_i^n) \qquad F_i^v = \frac{1}{2} (F_i^p - F_i^n)$$

Wir gehen von der üblichen Annahme aus, daß die Formfaktoren eine Dispersionsrelation erfüllen :

$$F_1^v(t) = \frac{e}{2} + \frac{t}{\pi} \int_{4m_\pi^2}^{\infty} \frac{\mathrm{Im}\, F_1^v(t')}{(t'-t)\, t'}\, dt'$$

$$F_2^v(t) = \frac{1}{\pi} \int_{4m_\pi^2}^{\infty} \frac{\mathrm{Im}\, F_2^v(t)}{t'-t}\, dt'$$

Daß F_1^v nur eine subtrahierte Dispersionsrelation erfüllt , ist eine Vermutung aus der Störungsrechnung, ebenso, daß F_2^v hinreichend gut konvergiert, um die unsubtrahierte Form zu erfüllen.
Im F_i^v ist über die Unitaritätsrelation mit den Streuprozessen der starken Wechselwirkung verbunden. Diese lautet allgemein im Helizitätsformalismus nach (8) für einen Zweiteilchenzwischenzustand :

$$\mathrm{Im}\, \Gamma^{\lambda_c, \lambda_d} = |\vec{q}| \sum_{\lambda_a, \lambda_b} \Gamma^{\lambda_a, \lambda_b *} \langle \lambda_c \lambda_d | T^{J=1} | \lambda_a \lambda_b \rangle$$

a,b bezeichnet dabei irgendeinen Zweiteilchenzustand, $\Gamma^{\lambda_a, \lambda_b}$ die Helizitätsformfaktoren dieses Zustands und das Matrixelement ist die J=1 Partialwelle des Streuprozesses ab $\to N\bar{N}$.
Die Verbindung der Helizitätsformfaktoren mit den invarianten Formfaktoren ist ein einer Arbeit von Kramer und Walsh (9) gegeben. Für die Nukleonformfaktoren gilt :

$$\Gamma^{1/2\, 1/2} = -2M \left(F_1^v + \frac{t}{4M^2} F_2^v \right) = -2M\, G_E^v$$

und für $\Gamma^{1/2,-1/2}$ ergibt sich :

$$\Gamma^{1/2,-1/2} = \sqrt{2t}\,(F_1^V + F_2^V) = \sqrt{2t}\;G_M^V$$

Die Berechnung der $F_i^V(t)$ hat den Vorteil, daß die 'constraints' für die Sachs - Formfaktoren G_E und G_M an der Nukleonenpaarerzeugungsschwelle automatisch erfüllt sind , d.h. :

$$G_E(4M^2) = G_M(4M^2)$$

Hinzu kommt,daß die Experimente andeuten,daß F_1^V und F_2^V ein verschiedenes Verhalten in t zeigen (siehe z.B. (5)),während G_E^V und G_M^V einen gleichen Verlauf haben,so daß die dispersionstheoretische Berechnung der F_i^V den Vorteil hat, die physikalischen Gründe dieses Unterschiedes offenzulegen.

Aus G- Paritätsgründen tragen zu den Isovektoranteilen der Nukleonformfaktoren nur Zwischenzustände mit einer geraden Anzahl von Pionen bei.Der Zustand mit der niedrigsten Masse , der beitragen kann, ist daher der 2π - Beitrag mit den Quantenzahlen des Photons , d.h. der P-Zustand , der stark von der Rho- Resonanz dominiert wird.Die nächsten Zustände mit niedriger Masse, die berücksichtigt werden müssen,sind die 4π-Zustände mit J=1 , die wir als Quasizweiteilchenzustände behandeln.Dies vereinfacht zum Teil die Rechnungen ganz erheblich und wird auch durch das Auftreten starker 2π und 3π Resonanzen wie ρ (I=J=1),ω(I=0,J=1) und ε (I=J=0) gerechtfertigt.Daher betrachten wir als weitere Zwischenzustände neben dem $\pi\pi$-Zustand den $\pi^0\omega$ und den $\rho\varepsilon$ Zustand. Diese sollten den gesamten Beitrag der 4π Zwischenzustände gut wiedergeben.Der nächste wichtige Beitrag käme bereits von den Nukleon-Nukleon Zwischenzuständen $^3S_1$ und $^3D_1$, der Einschluß dieses Beitrags führt zu einem komplizierten gekoppelten System von Integralgleichungen für F_i^V ,deren Auswertung den Rahmen dieser Arbeit überschreiten würde. Wir beschränken uns daher auf die Berechnung der Beiträge $\pi\pi$, $\pi^0\omega$ und $\rho\varepsilon$.

3. Allgemeine Methode

Wir gehen bei der Berechnung der Helizitätspartialwellen in allen drei Kanälen gleich vor. Nachdem wir die volle Amplitude nach Invarianten zerlegt haben, geben wir die Verbindung mit den Helizitätsamplituden an. Wir machen eine Partialwellenentwicklung und nehmen eine fixed - t - Dispersionsrelation für die invarianten Amplituden an.Dies erlaubt eine Darstellung der gesuchten Amplituden mit Hilfe der Legendre - Funktionen 2.Art . Wir bestimmen daraus die analytischen Eigenschaften der Helizitätspartialwellen und geben eine Dispersionsrelation für sie an, deren Auswertung dann Gegenstand des Abschnitts 4 ist.

3.1 Helizität - und invariante Amplituden

Kinematik,Bezeichnungen und Normierung sind in Anhang 9.1 und in Abb. 1 angegeben.Wir gehen aus von dem Wirkungsquerschnitt für den Zweiteilchenstreuprozeß :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{(2s_A+1)(2s_B+1)} \sum_{\lambda_a,\dots,\lambda_d} \frac{p}{q} \left| F_{\lambda_a \dots \lambda_d} \right|^2 = \frac{1}{(2s_A+1)(2s_B+1)} \sum_{\lambda_a \dots \lambda_d} \frac{p}{q} \left| \frac{M_{fi}}{8\pi\sqrt{E}} \right|^2$$

Die Zerlegung von M_{fi} nach invarianten Amplituden ist im $\pi\pi$-Fall bekannt und gegeben durch :

$$M_{fi} = \bar{u}(p_2,m') \Big\{ \delta_{\beta\alpha} \Big[-A^{(+)} + \tfrac{1}{2}\gamma(q_1-q_2) B^{(+)} \Big] + \tfrac{1}{2}[\tau_\beta,\tau_\alpha] \Big[-A^{(-)} + \tfrac{1}{2}\gamma(q_1-q_2) B^{(-)} \Big] \Big\} v(p_1,m')$$

Wir werten dies im t-Kanal explizit für bestimmte Helizitäten aus und erhalten (vgl. Anhang 9.2) :

$$F_{++}^{(\pm)} = F_{--}^{(\pm)} = \frac{1}{8\pi E} \left\{ -A^{(\pm)} p + B^{(\pm)} q M \cos\Theta_t \right\}$$

$$F_{+-}^{(\pm)} = -F_{-+}^{(\pm)} = \frac{1}{8\pi E} B^{(\pm)} q E \sin\Theta_t$$

Für den $\pi^0\omega$ und den $\rho\varepsilon$ Kanal , die durch den Spin 1 des beteiligten Vektormesons komplizierter sind, gehen wir von der Zerlegung nach Invarianten aus der Photo - und Elektroproduktion (1o) aus, die in unserer t-Kanal-Kinematik lautet :

$$M_{fi} = \bar{u}(\vec{p}, m) \sum_{i=1}^{6} A_i \, M_i \, v(-\vec{p}, m')$$

Dabei benutzen wir folgende Invarianten im $\pi^0\omega$ Kanal :

$$M_1 = \tfrac{1}{2} \gamma^5 F^{\mu\nu} \gamma_\mu \gamma_\nu$$

$$M_2 = \gamma^5 F^{\mu\nu} (-q_2 - \tfrac{1}{2} q_1)_\mu (p_2 - p_1)_\nu$$

$$M_3 = \gamma^5 F^{\mu\nu} \gamma_\mu (-q_2)_\nu$$

$$M_4 = \gamma^5 F^{\mu\nu} \gamma_\mu (p_2 - p_1)_\nu - 2M M_1$$

$$M_5 = \gamma^5 F^{\mu\nu} (-q_2)_\mu q_{1\nu}$$

$$M_6 = \gamma^5 F^{\mu\nu} q_{1\mu} \gamma_\nu$$

Der Faktor $F^{\mu\nu} = \varepsilon^\mu(\lambda_\omega) q_1^\nu - q_1^\mu \varepsilon^\nu(\lambda_\omega)$ macht diese Zerlegung explizit eichinvariant bezüglich des einlaufenden Vektormesons. Im $\rho\varepsilon$ -Kanal verwenden wir bis auf den Faktor γ^5 dieselben Invarianten M_1 - M_6 , lediglich M_4 ist etwas anders definiert :

$$M_4' = F^{\mu\nu} \gamma_\mu (p_2 - p_1)_\nu$$

Wie sich bei der Berechnung der crossing-Eigenschaften zeigt, ist dies notwendig, damit alle Amplituden A_i eine definierte crossing - Symmetrie besitzen.
Für die Helizitätsamplituden erhalten wir aus der Paritätserhaltung folgende Beziehung, die die Anzahl der unabhängigen Amplituden auf sechs reduziert:

$$f_{-\lambda_a, -\lambda_b, -\lambda_c, -\lambda_d} = \eta g \, (-1)^{\lambda - \mu} \, f_{\lambda_a, \lambda_b, \lambda_c, \lambda_d}$$

$$\lambda = \lambda_a - \lambda_b \, , \; \mu = \lambda_c - \lambda_d$$

Werten wir analog zum $\pi\pi$ Fall wieder im t-Kanal-Schwerpunktsystem aus, erhalten wir für $\pi^0\omega$:

$$f^t_{++,\lambda_\omega=\pm1,0} = \frac{1}{8\pi\sqrt{t}}\left\{(-2Eq+2pE_\omega\lambda_\omega)A_1 + 2E\lambda_\omega p(t-m_\pi^2)A_2 + 4MEq\,A_4\right\}\frac{\sin\theta_t}{\sqrt{2}}$$

$$f^t_{++,00} = \frac{1}{8\pi\sqrt{t}}\left\{pm\cos\theta_t A_1 + 4Epm\cos\theta_t(E_\pi+\tfrac{1}{2}E_\omega)A_2 + 2Eqm\sqrt{t}\,A_5 + 2Mmq(A_3-A_6)\right\}$$

$$f^t_{+-,\lambda_\omega=\pm10} = \frac{1}{8\pi\sqrt{t}}\left\{-2Mq\lambda_\omega A_1 + 2p(E_\pi E_\omega+q^2)A_3 + tq\lambda_\omega A_4 + 2pm^2A_6\right\}\frac{1+\lambda_\omega\cos\theta_t}{\sqrt{2}}$$

$$f^t_{+-,00} = \frac{1}{8\pi\sqrt{t}}\left\{-2pE_\pi m\,A_3 - 2pE_\omega m\,A_6\right\}\sin\theta_t$$

Im $\rho\epsilon$ - Fall gehen wir gleich vor und bekommen die Verbindung der Helizitätsamplituden mit den invarianten Amplituden A_i :

$$f^t_{++,\lambda_\rho=\pm1,0} = \frac{1}{8\pi\sqrt{t}}\left\{(-E^2\lambda_\rho+pq)A_1 - p^2\lambda_\rho(t-m^2)A_2 - M\lambda_\rho(E^2+q^2)A^3 - Mm^2\lambda_\rho A_6\right\}\frac{2\sin\theta_t}{\sqrt{2}}$$

$$f^t_{++,00} = \frac{1}{8\pi\sqrt{t}}\left\{\left[-2Em\,A_1 - 6p^2mE\,A_2 - 2mE(A_3+A_6)\right]\cos\theta_t - pqm\sqrt{t}\,A_5\right\}$$

$$f^t_{+-,\lambda_\rho=\pm1,0} = \frac{1}{8\pi\sqrt{t}}\left\{2MEA_1 - 2E(E^2+q^2)A_3 - 2E\lambda_\rho pq\,A_4 - 2Em^2A_6\right\}\frac{1+\lambda_\rho\cos\theta_t}{\sqrt{2}}$$

$$f^t_{+-,00} = \frac{1}{8\pi\sqrt{t}}\left\{-2Mm\,A_1 + 2E^2m\,A_3 + 2E^2m\,A_6\right\}\sin\theta_t$$

θ_t ist der t-Kanal Streuwinkel. Die Bezeichnungen sind in Anhang 9.1 angegeben .

3.2 Dispersionsrelation für die invarianten Amplituden

Wir nehmen an, daß für alle invarianten Amplituden eine Dispersionsrelation zu festem t der Form

$$A_i(s,t,u) = \mathrm{Res}\, A_i \left[\frac{1}{m^2-s} \pm \frac{1}{m^2-u}\right] + \frac{1}{\pi}\int_{(m+m_\pi)^2}^{\infty} ds'\, \mathrm{Im}\, A_i(s',t) \left[\frac{1}{s'-s} \pm \frac{1}{s'-u}\right]$$

gilt. Das Vorzeichen ($\pm$) bestimmt sich dabei aus dem crossing - Verhalten ($s \leftrightarrow u$) der Amplituden, das wir explizit aus der Zerlegung nach Invarianten M_i bestimmen. Für die Prozesse $\pi\pi \to N\bar{N}$ und $\pi^0\omega \to N\bar{N}$ sind sowohl crossing-Verhalten als auch die Residuen in der Literatur angegeben (3,1o) :

Im $\pi\pi$ - Kanal gilt :

$\mathrm{Res}\, A^{(\pm)} = 0$ crossing gerade : $A^{(+)}$, $B^{(-)}$

$\mathrm{Res}\, B^{(\pm)} = g^2$ crossing ungerade : $A^{(-)}$, $B^{(+)}$

Im $\pi^0\omega \to NN$ Prozess erhalten wir die zur Elektroproduktion analogen Formeln zum Isospin des Photons I=0 . Definieren wir die Vektormeson - Kopplungskonstanten an das Nukleon in der üblichen Weise (11), so ergibt sich aus der eichinvarianten Zerlegung für die Residuen und das crossing Verhalten folgendes :

$\mathrm{Res}\, A_1 = -g\, g^V_{\omega NN}$

$\mathrm{Res}\, A_2 = \frac{2}{t-m_\pi^2}\, g\, g^V_{\omega NN}$ crossing gerade : A_1, A_2, A_4

$\mathrm{Res}\, A_3 = \mathrm{Res}\, A_4 = -g\, \frac{g^T_{\omega NN}}{2M}$ crossing ungerade : A_3, A_5, A_6

$\mathrm{Res}\, A_5 = \frac{1}{t-m_\pi^2}\, g\, g^V_{\omega NN}$

$\mathrm{Res}\, A_6 = 0$

Im $\rho\varepsilon$ - Kanal definieren wir die Vektormeson - Kopplungskonstanten wieder wie üblich. Da wir unsere Invarianten anders gewählt haben als im $\pi^0\omega$ Fall , erhalten wir auch andere Residuen. Die Berücksichtigung der Eichinvarianz bezüglich des ρ's führt zu den zusätzlichen Termen in $\mathrm{Res}\, A_{2,5}$, die hier die Form $1/(t-m^2)$ annehmen, da wir das Pion durch das Epsilon-Meson ersetzt haben. Wir erhalten :

$\mathrm{Res}\, A_1 = -g_{\varepsilon NN}\,(g^V_{\rho NN} - g^T_{\rho NN})$ crossing gerade : A_1, A_2, A_3, A_6

$\mathrm{Res}\, A_2 = 2\, \mathrm{Res}\, A_5 = \frac{2\, g_{\varepsilon NN}\, g^V_{\rho NN}}{t-m_\varepsilon^2}$ crossing ungerade : A_4, A_5

$\mathrm{Res}\, A_3 = \mathrm{Res}\, A_4 = -g_{\varepsilon NN}\, \frac{g^T_{\rho NN}}{2M}$

$\mathrm{Res}\, A_6 = 0$

3.3 Partialwellenprojektion

Da wir für unsere Rechnungen nicht die vollen Amplituden, sondern nur die J=1 Partialwellen brauchen, müssen wir diese herausprojizieren. Die Partialwellenentwicklung für unsere t-Kanal-Helizitätsamplituden lautet :

$$f^{t}_{\lambda_c \lambda_d \lambda_a \lambda_b}(s,t) = \sum_J (2J+1)\, d^J_{\lambda\mu}(\cos\theta)\, f^{tJ}_{\lambda_c \lambda_d \lambda_a \lambda_b}(t)$$

$$f^{tJ}_{\lambda_c \lambda_d \lambda_a \lambda_b}(t) = \frac{1}{2}\int_{-1}^{+1} d\cos\theta\, f^{t}_{\lambda_c \lambda_d \lambda_a \lambda_b}(s,t)\, d^J_{\lambda\mu}(\cos\theta)$$

Wir drücken die Helizitätsamplituden durch die invarianten Amplituden aus und setzen die fixed-t-Darstellung dieser Amplituden in die obige Projektionsformel ein. Unter Ausnutzung der crossing - Relationen und der Definition der Legendre - Funktionen 2. Art :

$$Q_J(t) = \frac{1}{2}\int_{-1}^{+1} \frac{P_J(z')}{z'-z}\, dz'$$

erhalten wir folgende Darstellung der Helizitätspartialwellen, die für den ππ-Kanal zuerst in (3) angegeben wurden :

$$f^{tJ(\pm)}_{++}(t) = \frac{qM}{4\pi p E}\, g^2 z_0\, Q_J(z_0) - \frac{1}{4\pi E}\int_{(M+m_\pi)^2}^{\infty} ds' \left(\mathrm{Im}\, A^{(\pm)} - \frac{z' q M}{p}\, \mathrm{Im}\, B^{(\pm)}\right) Q_J(z)$$

$$f^{tJ(\pm)}_{+-}(t) = \frac{q^2\sqrt{J(J+1)}}{8\pi(2J+1)}\left[\frac{g^2}{pq}\left(Q_{J-1}(z_0) - Q_{J+1}(z_0)\right) + \frac{2}{\pi p q}\int_{(M+m_\pi)^2}^{\infty} ds'\, \mathrm{Im}\, B^{(\pm)}\left(Q_{J-1}(z') - Q_{J+1}(z')\right)\right]$$

Eine Ableitung dafür ist in Anhang 9.3 gegeben, ebenso die Definition der Größen z_0 , z' . Für die später benötigten Partialwellen zu J=1 brauchen wir nur die Isospin (-) Amplituden, wir lassen daher in Zukunft diesen Index weg.

In den beiden anderen Kanälen führen wir das oben beschriebene Verfahren völlig analog durch und erhalten eine Darstellung der J=1 Helizitätspartialwellen. Wir geben das Ergebnis für bestimmte Linearkombinatinen an,die wir später in der Unitaritätsrelation benötigen. Im $\pi^0\omega$ - Fall erhalten wir :

$$f^{t^1}_{++,10} - f^{t^1}_{++,-10} = \frac{1}{8\pi\sqrt{t}}\left\{\left[-4Eq\,\mathrm{Res}\,A_1 + 8ME\,\mathrm{Res}\,A_4\right]\frac{1}{3pq}\left(q_2(z_0) - q_0(z_0)\right)\right.$$
$$\left. + \frac{4Eq}{\pi}\int_{(M+m_\pi)^2}^{\infty} \mathrm{Im}\left(-A_1 + 2MA_4\right)\frac{1}{3pq}\left(q_2(z') - q_0(z')\right)ds'\right\}$$

$$f^{t^1}_{+-,10} - f^{t^1}_{+-,-10} = \frac{1}{8\pi\sqrt{t}}\left\{\left(-4Mq\,\mathrm{Res}\,A_1 + 2tq\,\mathrm{Res}\,A_4\right)\frac{1}{3pq\sqrt{2}}\left(2q_0(z_0) + q_2(z_0)\right)\right.$$
$$+ \frac{1}{\pi}\int_{(M+m_\pi)^2}^{\infty}\left(-4Mq\,\mathrm{Im}\,A_1 + 2tq\,\mathrm{Im}\,A_4\right)\frac{1}{3pq\sqrt{2}}\left(2q_0(z') + q_2(z')\right)ds'$$
$$\left. + 4p\left(E_\pi E_\omega + q^2\right)\mathrm{Res}\,A_3\,\frac{q_1(z_0)}{\sqrt{2}\,pq} + \frac{1}{\pi}\int_{(M+m_\pi)^2}^{\infty} 4p\left(E_\pi E_\omega + q^2\right)\mathrm{Im}\,A_3\,\frac{q_1(z')}{\sqrt{2}\,pq}\,ds'\right\}$$

Die Verbindung unserer kinematischen Größen p, q, E, E_π, E_ω mit den Mandelstam-Variablen s,t,u ist in Anhang 9.1 gegeben,die Definition der z_0 und z' in Anhang 9.3 .
Für den $\rho\varepsilon$ -Kanal erhalten wir folgende vier Linearkombinationen von Helizitätsamplituden :

$$f^{t^1}_{+-,00} = \frac{1}{8\pi\sqrt{t}}\left\{\sum_{i=1,2,3,6} k_i\,\mathrm{Res}\,A_i\,\frac{(-\sqrt{2})}{3pq}\left(q_2(z_0) - q_0(z_0)\right)\right.$$
$$\left. + \frac{1}{\pi}\int_{(M+m)}^{\infty} ds'\,\mathrm{Im}\,A_i\,k_i\,\frac{(-\sqrt{2})}{3pq}\left(q_2(z') - q_0(z')\right)\right\}$$

$$k_1 = -2Mm$$
$$k_2 = 0$$
$$k_3 = k_6 = 2E^2 m$$

Die K_i sind kinematische Faktoren, die für die verschiedenen Linearkombinationen verschieden sind und die wir direkt angeben :

$$f^{t'}_{++,00} = \frac{1}{8\pi\sqrt{t}} \Bigg\{ \Bigg[\sum_{\substack{i=1,2\\3,6}} k_i \, \mathrm{Res}\, A_i \, \frac{1}{3pq} \left(2\mathcal{P}_2(z_0) + \mathcal{P}_0(z_0) \right) \Bigg] + k_5 \, \mathrm{Res}\, A_5 \, \frac{\mathcal{P}_1(z_0)}{pq}$$

$$+ \sum_{\substack{i=1,2\\3,6}} \frac{1}{\pi} \int_{(M+m_\pi)^2}^{\infty} ds' \, \mathrm{Im}\, A_i \, k_i \, \frac{1}{3pq} \left(2\mathcal{P}_2(z) + \mathcal{P}_0(z) \right) + \frac{1}{\pi} \int_{(M+m)^2}^{\infty} ds' \, \mathrm{Im}\, A_5 \, k_5 \, \frac{\mathcal{P}_1(z)}{pq} \Bigg\}$$

$$k_1 = -2Em \qquad k_3 = k_6 = -2MmE$$

$$k_2 = -6p^2 mE \qquad k_5 = pq\, m\sqrt{t}$$

$$f^{t'}_{+-,10} + f^{t}_{++,-10} = \frac{1}{8\pi\sqrt{t}} \Bigg\{ \sum_{\substack{i=1,2\\3,6}} k_i \, \mathrm{Res}\, A_i \, \frac{1}{3pq} \left(\mathcal{P}_2(z_0) - \mathcal{P}_0(z_0) \right)$$

$$+ \frac{1}{\pi} \int_{(M+m)^2}^{\infty} ds' \, \mathrm{Im}\, A_i \, k_i \, \frac{1}{3pq} \left(\mathcal{P}_2(z) - \mathcal{P}_0(z) \right) \Bigg\}$$

$$k_1 = -t \qquad k_3 = -4M(E^2+q^2)$$

$$k_2 = -4p^2(t-m^2) \qquad k_6 = -4M\, m^2$$

$$f^{t'}_{+-,10} + f^{t'}_{+-,-10} = \frac{1}{8\pi\sqrt{t}} \Bigg\{ \sum_{\substack{i=1,2\\3,6}} k_i \, \mathrm{Res}\, A_i \, \frac{1}{3pq} \left(2\mathcal{P}_0(z_0) + \mathcal{P}_2(z_0) \right) + k_4 \, \mathrm{Res}\, A_4 \, \frac{\mathcal{P}_1(z_0)}{\sqrt{2}\, pq}$$

$$+ \sum_{\substack{i=1,2\\3,6}} \frac{1}{\pi} \int_{(M+m)^2}^{\infty} ds' \, k_i \, \mathrm{Im}\, A_i \, \frac{1}{3pq} \left(2\mathcal{P}_0(z) + \mathcal{P}_2(z) \right) + \frac{1}{\pi} \int_{(M+m)^2}^{\infty} ds' \, k_4 \, \mathrm{Im}\, A_4 \, \frac{\mathcal{P}_1(z)}{\sqrt{2}\, pq} \Bigg\}$$

$$k_1 = 4ME \qquad k_3 = -4E(E^2+q^2) \qquad k_4 = 8Epq$$

$$k_2 = 0 \qquad k_6 = -4Em^2$$

3.4 Analytische Eigenschaften der Helizitätsamplituden

Die analytischen Eigenschaften der Helizitätspartialwellen ergeben sich unmittelbar aus ihrer Darstellung mit Hilfe der Legendre-Funktionen 2. Art, deren Analytizitätsgebiete, Verzweigungspunkte und Schnitte gut bekannt sind (12).
In der t-Ebene ergibt sich neben dem Unitaritätsschnitt ein linker Schnitt, dessen Verlauf von den Massen der am Streuprozeß beteiligten Teilchen abhängt. Für die πN-Streuung erhalten wir einfach einen Schnitt von t=0 bis $t=-\infty$, der von den Zwischenzuständen mit $s \geq (m+m_\pi)^2$ herrührt, und einen Schnitt vom Bornterm, der bei $t = 4\, m_\pi^2 (1 - m_\pi^2/4M^2) = 3.98\, m_\pi^2$ beginnt und bis $t=-\infty$ verläuft. Die Schnittstruktur der Amplituden der anderen Kanäle bestimmen wir nach (13).
Für $\pi^0\omega$ ergibt sich zusätzlich ein komplexer Schnitt, der für $\rho\varepsilon$ wieder verschwindet, wenn man $m_\rho = m_\varepsilon$ wählt. Nachdem wir die Amplituden von kinematischen Singularitäten befreit haben, weisen diese nur noch die von den gekreuzten Kanälen stammenden dynamischen Singularitäten auf, die wir oben bestimmt haben. In Abb. 3 ist die Schnittstruktur der Amplituden der drei Kanäle angegeben. Wir können für diese dann eine Dispersionsrelation hinschreiben, die allgemein lautet :

$$\mathrm{Re}\, f^{t^1}_{\lambda_1 \ldots \lambda_4} = \frac{1}{\pi} \int_{\substack{\text{linker}\\ \text{Schnitt}}} \frac{\mathrm{Im}\, f^{t^1}_{\lambda_1 \ldots \lambda_4}}{t'-t}\, dt' + \int_{(m_1+m_2)^2}^{\infty} \frac{\mathrm{Im}\, f^{t^1}_{\lambda_1 \ldots \lambda_4}}{t'-t}\, dt'$$

Der rechte Schnitt ist dabei der Unitaritätsschnitt. Die zu beseitigenden kinematischen Faktoren sind für den $\pi\pi$-Kanal in (3) angegeben :

$$f_+^{t^1} = \frac{E}{q^2}\, f_{++}^{t^{J=1}} \qquad f_-^{t^1} = \frac{1}{q^2}\, f_{+-}^{t^{J=1}}$$

Für diese Amplituden, die in der Unitaritätsrelation für Im $G_{E,M}^V$ auftreten, gilt obige Dispersionsrelation. Die gleiche Relation gilt für die Linearkombinationen Γ_i, die bei der Berechnung von Im F_i^V benötigt werden :

$$\Gamma_1^{(\pi\pi)} = \frac{M}{p^2}\left[f_+^{t^1} - \frac{E^2}{\sqrt{2}M} f_-^{t^1} \right] \qquad \Gamma_2^{(\pi\pi)} = -\frac{1}{2p^2}\left[f_+^{t^1} - \frac{M}{\sqrt{2}} f_-^{t^1} \right]$$

Im $\pi^0\omega$-Kanal treten ebenfalls nur zwei Linearkombinationen von Amplituden in der Unitaritätsrelation auf,da es nur einen Formfaktor $F_{\pi\omega\gamma}$ gibt.

$$\Gamma_1^{(\bar{\pi}^0\omega)} = \frac{ME}{p^2 q}\left[\left(f^{t^1}_{++,10} - f^{t^1}_{++,-10}\right) - \frac{E}{M\sqrt{2}}\left(f^{t^1}_{+-,10} - f^{t^1}_{+-,-10}\right)\right]$$

$$\Gamma_2^{(\pi^0\omega)} = -\frac{ME}{p^2 q}\left[\left(f^{t^1}_{++,10} - f^{t^1}_{++,-10}\right) - \frac{4ME}{t\sqrt{2}}\left(f^{t^1}_{+-,10} - f^{t^1}_{+-,-10}\right)\right]$$

Im $\rho\varepsilon$ - Kanal haben wir vier Linearkombinationen von Helizitätsamplituden zu berücksichtigen,da zu jedem Nukleonformfaktor zwei Formfaktoren $\gamma \to \rho\varepsilon$ beitragen.Die Amplituden sind :

$$\Gamma_1^{(\rho\varepsilon)} = \frac{M}{2p^2}\left[\left(f^{t^1}_{++,00} - \frac{\sqrt{t}}{2M\sqrt{2}} f^{t^1}_{+-,00}\right)\right]$$

$$\Gamma_2^{(\rho\varepsilon)} = \frac{M}{2p^2}\left[\left(f^{t^1}_{++,10} + f^{t^1}_{++,-10}\right) - \frac{\sqrt{t}}{2M\sqrt{2}}\left(f^{t^1}_{+-,10} + f^{t^1}_{+-,-10}\right)\right]$$

$$\Gamma_3^{(\rho\varepsilon)} = -\frac{M}{2p^2}\left[f^{t^1}_{++,00} - \frac{2M}{\sqrt{2}\sqrt{t}} f^{t^1}_{+-,00}\right]$$

$$\Gamma_4^{(\rho\varepsilon)} = -\frac{M}{2p^2}\left[\left(f^{t^1}_{++,10} + f^{t^1}_{++,-10}\right) - \frac{2M}{\sqrt{2}\sqrt{t}}\left(f^{t^1}_{+-,10} + f^{t^1}_{+-,-10}\right)\right]$$

Die Unitaritätsrelation mit diesen Amplituden lautet :

$$\mathrm{Im}\, F_1^{v}(t) = \rho_1(t)\left[\Gamma^{0,0\,*} \cdot \Gamma_1^{(\rho\varepsilon)} + \Gamma^{0,1\,*}\, \Gamma_2^{(\rho\varepsilon)}\right]$$

$$\mathrm{Im}\, F_2^{v}(t) = \rho_2(t)\left[\Gamma^{0,0\,*} \cdot \Gamma_3^{(\rho\varepsilon)} + \Gamma^{0,1\,*}\, \Gamma_4^{(\rho\varepsilon)}\right]$$

Dabei bezeichnen die $\Gamma^{\lambda_\varepsilon,\lambda_\rho}$ die $\rho\varepsilon$ -Helizitätsformfaktoren, während die $\Gamma_i^{(\rho\varepsilon)}$ die Helizitätsamplituden des Streuprozesses $\rho\varepsilon \to N\bar{N}$ angeben .

3.5 N/D -Verfahren

Der Ausgangspunkt unserer Berechnung der Nukleonformfaktoren war die Unitaritätsrelation für den γNN - Vertex, die mit unseren Zwischenzuständen im Helizitätsformalismus lautet :

$$\begin{aligned} \mathrm{Im}\ \Gamma^{\lambda_N,\lambda_{\bar N}} = {} & |q_1|\ \Gamma^{0,0\,*}_{\pi\pi}\ f^{t^1}_{\lambda_N\lambda_{\bar N}} \\ & + |q_2|\ \Gamma^{0,1\,*}_{\pi^0\omega}\left(f^{t^1}_{\lambda_N\lambda_{\bar N},10} - f^{t^1}_{\lambda_N\lambda_{\bar N},-10}\right) \\ & + |q_3|\left[\Gamma^{0,0\,*}_{\rho\varepsilon}\ f^{t^1}_{\lambda_N\lambda_{\bar N},00} + \Gamma^{0,1\,*}_{\rho\varepsilon}\left(f^{t^1}_{\lambda_N\lambda_{\bar N},10} + f^{t^1}_{\lambda_N\lambda_{\bar N},-10}\right)\right] \end{aligned}$$

Dabei sind die $\Gamma^{00}_{\pi\pi}$, $\Gamma^{0,\lambda_\omega}_{\pi^0\omega}$, $\Gamma^{0\lambda_\rho}_{\rho\varepsilon}$, $\Gamma^{\lambda_N\lambda_{\bar N}}$ Helizitätsformfaktoren der entsprechenden Vertizes.Für die Formfaktoren F_i^V gilt eine ähnliche Unitaritätsrelation mit anderen kinematischen Faktoren und den oben definierten Amplituden $\Gamma_i^{(\pi\pi)}$, $\Gamma_i^{(\pi^0\omega)}$, $\Gamma_i^{(\rho\varepsilon)}$,die nicht mit den Helizitätsformfaktoren $\Gamma^{\lambda_N,\lambda_{\bar N}}$ zu verwechseln sind.

Zur Auswertung brauchen wir den Zusammenhang der $\Gamma^{\lambda_N,\lambda_{\bar N}}$ mit den invarianten Formfaktoren und Modelle für diese.Dies ist in Abschnitt 5 angegeben.Als zweites benötigen wir die Imaginärteile der Helizitätsamplituden auf dem rechten Schnitt.Direkt aus den gekreuzten Kanälen können wir die t-Kanal-Amplituden nur auf einem Teil des linken Schnitts berechnen,so daß wir für die anderen Gebiete auf eine analytische Fortsetzung mit Hilfe der oben angegebenen Dispersionsrelation angewiesen sind.Nur der Bornterm ist für alle t exakt angebbar,so daß die erste Näherung,die wir machen können,die Borntermapproximation wäre.Wie wir oben zeigen werden, ist dies jedoch eine sehr schlechte Näherung.

Eine zweite Möglichkeit ist die Auswertung der Dispersionsrelation für die Helizitätsamplituden,indem wir nur den linken Schnitt berücksichtigen und den rechten Schnitt von der Unitarität vernachlässigen.Die Ergebnisse und der physikalische Gehalt dieses Verfahrens werden später beschrieben.

Die beste Methode ist die Berechnung der Amplituden mit Hilfe eines Mehrkanal - N/D - Verfahrens.Hierbei werden die Analytizitätseigenschaften mit Hilfe der Dispersionsrelation berücksichtigt , und zusätzlich wird die Unitaritätsrelation mit in die Rechnung einbezogen.Dieses Verfahren ist für den Isoskalar-Anteil

der Nukleonformfaktoren in (14) beschrieben.Wir beschreiben zunächst das N/D-Verfahren für den Fall eines einzigen Zwischenzustands,dann die Erweiterung auf den Fall mehrerer Zwischenzustände und die notwendigen Vereinfachungen .
Berechnet man nur den Beitrag des $\pi\pi$-Zustands,so ist das N/D - Verfahren das geeignetste,da es über alle benötigten Teile der Dispersionsrelation gute experimentelle Daten gibt : Auf dem linken Schnitt haben wir die Informationen aus der πN-Streuung, auf dem Unitaritätsschnitt liegen zuverlässige Daten über die Phasenfunktion vor.Wir machen für die Helizitätsamplituden einen N/D - Ansatz :

$$\Gamma_i^{(\pi\pi)} = \frac{N(t)}{D(t)}$$

N(t) hat nur den linken Schnitt,D(t) nur den rechten.Aus der Unitaritätsrelation kann man schließen,daß im Bereich der elastischen Unitarität $4\,m_\pi^2 \leq t \leq 16\,m_\pi^2$ die Phase der Amplituden gleich der $\pi\pi$-Streuphase δ_1^1 ist.Nehmen wir an,daß dies auf dem ganzen rechten Schnitt gilt,d.h. vernachlässigen wir die inelastischen Kanäle,können wir D(t) explizit aus der Phase konstruieren :

$$D(t) = \frac{1}{F_\pi(t)} = \exp\left\{-\frac{1}{\pi}\int_{4m_\pi^2}^{\infty}\frac{\delta_1^1(t')}{t'-t-i\varepsilon}\,dt'\right\} = |D(t)|\,e^{-i\delta_1^1(t)}$$

Mit dieser Annahme haben dann die Amplituden $J_i = \Gamma_i^{(\pi\pi)} D(t)$ keinen rechten Schnitt mehr und die Dispersionsrelation für J_i lautet dann :

$$\mathrm{Re}\,J_i(t) = \frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{0}\frac{\mathrm{Im}\,\Gamma_i(t')\,\mathrm{Re}\,D(t')}{t'-t}\,dt'$$

Die Unitaritätsrelation wird dann :

$$\mathrm{Im}\,F_i^V(t) = -\frac{e\,q^3}{2E}\,|F_\pi(t)|^2\,J_i(t)$$

Dieses Verfahren setzt also eine gute experimentelle Kenntnis der Funktion D(t) voraus,auch um abschätzen zu können,ob die Vernachlässigung inelastischer Kanäle gerechtfertigt ist.

Im aalgemeinen Mehrkanal - N/D - Verfahren werden in der Unitaritätsrelation die inelastischen Zwischenzustände mitberücksichtigt.Für die Amplituden wird folgender Matrix-Ansatz gemacht:

$$T_{ij} = \sum_k N_{ik} D^{-1}_{kj}$$

i,j,k bezeichnen dabei die berücksichtigten Kanäle, T_{ij} die dazu gehörigen Helizitätsamplituden $i \to j$. N_{ik} hat den linken Schnitt, D_{kj} den rechten und die Matrixelemente T_{ij} haben sowohl linke als auch rechte Schnitte.In unserem Fall hat T_{ij} die Gestalt :

$$T_{ij} = \begin{array}{c} \\ \gamma \\ N\bar{N} \\ \rho\varepsilon \\ \pi\pi \\ \pi^0\omega \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} \gamma & N\bar{N} & \rho\varepsilon & \pi\pi & \pi^0\omega \end{array} \\ \begin{bmatrix} T_{11} & \cdots & \cdots & \cdots & T_{15} \\ \vdots & \ddots & & & \vdots \\ \vdots & & T_{ij} & & \vdots \\ \vdots & & & \ddots & \vdots \\ T_{51} & \cdots & \cdots & \cdots & T_{55} \end{bmatrix} \end{array}$$

Benutzt man Analytizität und Unitarität, um die N_{ij},D_{ij} zu konstruieren, so erhält man ein kompliziertes System von gekoppelten Integralgleichungen,das ohne Vereinfachungen nicht zu lösen ist und in voller Allgemeinheit im Anhang von (14) gegeben ist.Machen wir die Näherung, alle Kanäle in der N/D Gleichung zu vernachlässigen ausser $\pi\pi$, $\pi^0\omega$, $\rho\varepsilon \to N\bar{N}$ und den elastischen Prozessen $\pi\pi \to \pi\pi$,$\pi^0\omega \to \pi^0\omega$ und $\rho\varepsilon \to \rho\varepsilon$,so erhalten wir für die Nukleonformfaktoren die Unitaritätsrelation :

$$\mathrm{Im}\ F_i^V = \rho_3(t)\, N_{23} \frac{1}{|D_{\rho\varepsilon}|^2} + \rho_4(t)\, N_{24} \frac{1}{|D_{\pi\pi}|^2} + \rho_5(t)\, N_{25} \frac{1}{|D_{\pi^0\omega}|^2}$$

Dabei steht N_{2k} für den linken Schnittteil der Helizitätspartialwellen T_{2k} , die wir oben angegeben haben.Wir erhalten in dieser Näherung also einfach eine Gleichung,die die Summe von drei Einzelbeiträgen ist,wie man beim Vergleich mit dem $\pi\pi$-Kanal sieht,d.h. wir haben in allen Kanälen nur die elastische Unitarität berücksichtigt.

Jede Erweiterung durch den Einschluß anderer Kanäle wie

$\pi\pi \to \pi^0\omega$, $\pi\pi \to \rho\varepsilon$, $\pi^0\omega \to \rho\varepsilon$

führt zu einer komplizierten gekoppelten Integralgleichung für die N_{ij} , so daß wir die numerischen Rechnungen mit dieser Approximation durchgeführt haben, was auch experimentell ganz gut gerechtfertigt werden kann.

4. Numerische Auswertung

In diesem Abschnitt beschreiben wir, welche experimentellen Informationen, mathematischen Näherungen etc. in die Berechnung der Helizitätsamplituden eingegangen sind. Die allgemeine Methode der numerischen Auswertung ist in allen drei Kanälen identisch. Ausgangspunkt ist die Dispersionsrelation für die J_i :

$$J_i = \Gamma_i \cdot D(t) - \frac{1}{\pi}\int_{LHC} \frac{\mathrm{Re}\, D(t')\ \mathrm{Im}\, \Gamma_i}{t'-t}\, dt'$$

Von den Amplituden Γ_i ist der Bornterm exakt bekannt, wenn man die Kenntnis der Kopplungskonstanten voraussetzt. Wir schreiben für den unbekannten Teil $\tilde{\Gamma}_i$ eine Dispersionsrelation, die bei Vernachlässigung der inelastischen Kanäle folgende Form hat :

$$J_i = J_{iBorn} + \tilde{J}_i = (\Gamma_{iBorn} + \tilde{\Gamma}_i)\cdot D(t)$$

$$\mathrm{Im}\, J_i = 0 \quad \text{auf dem rechten Schnitt} \Leftrightarrow \mathrm{Im}\, \tilde{J}_i = -\mathrm{Im}\, D(t)\mathrm{Re}\,\Gamma_{iBorn}$$

$$J_i = J_{iBORN} + \frac{1}{\pi}\int_{LHC} \frac{\mathrm{Im}\, \tilde{\Gamma}_i(t')\cdot \mathrm{Re}\, D(t')}{t'-t}\, dt' + \frac{1}{\pi}\int_{(m_a+m_b)^2}^{\infty} \frac{-\mathrm{Im}\, D(t')\ \mathrm{Re}\, \Gamma_{iBORN}(t')}{t'-t}\, dt'$$

Bei der numerischen Auswertung haben wir eine einmal subtrahierte Form dieser Dispersionsrelation verwandt.
Die obige Gleichung läßt sich nicht exakt auswerten, da die Integranden nicht auf dem ganzen Integrationsintervall bekannt sind. Um den Teil des Integrals abzuschätzen, dessen Integrand unbekannt ist, haben wir die Diskrepanzmethode verwandt :
Auf einem später anzugebenden Teil des linken Schnitts sind sowohl Real- als auch Imaginärteil der Amplituden J_i bekannt. Dann kann man durch Vergleich mit dem aus der Dispersionsrelation erhaltenen Wert für J_i auf diesem Abschnitt sehen, was für einen Einfluß die nicht berücksichtigten Schnitteile haben und durch Differenzbildung eine Diskrepanzfunktion bestimmen, die dann auf das interessierende Gebiet positiver t - Werte extrapoliert, bzw. analytisch fortgesetzt werden muß.
Im Folgenden beschreiben wir für jeden Kanal getrennt, wie die Dispersionsrelation ausgewertet wurde.

4.1 $\pi\pi$-$N\bar{N}$ Kanal

Wir haben in Abschnitt 3.3 eine explizite Formel für die Helizitätspartialwellen angegeben. An unbekannten Größen enthielt sie die πN-Kopplungskonstante g , die in der Literatur angegeben wird und für die wir aus (15) den Wert 0.0816 entnommen haben :

$$f^2 = \frac{g^2}{4\pi}\frac{(m_\pi)^2}{(2M)^2}$$

Weiterhin traten unter dem Integral die Imaginärteile der invarianten Amplituden auf, die wir aber aus den experimentellen Messungen der gekreuzten Kanäle, d.h. der πN-Streuung , für einen bestimmten kinematischen Bereich in t berechnen können. Der Zusammenhang ist :

$$\mathrm{Im}\, A^{(-)}(s,t) = 4\pi\left(\frac{W+M}{E+M}\,\mathrm{Im}\, f_1^{(-)} - \frac{W-M}{E-M}\,\mathrm{Im}\, f_2^{(-)}\right)$$

$$\mathrm{Im}\, B^{(-)}(s,t) = 4\pi\left(\frac{1}{E+M}\,\mathrm{Im}\, f_1^{(-)} - \frac{1}{E-M}\,\mathrm{Im}\, f_2^{(-)}\right)$$

Die $f_i^{(-)}$ sind die skalaren Spinamplituden der πN-Streuung, wobei das Minuszeichen folgende Isospinkombination bezeichnet :

$$f_i^{(-)} = \frac{1}{3}\left(f_i^{I=1/2} - f_i^{I=3/2}\right)$$

Diese Amplituden zu festem Isospin I entwickeln wir nach Legendre-Polynomen :

$$f_1^I = \sum_{l=0}^{\infty} f_{l+}^I(s)\, P'_{l+1}(z) - f_{l-}^I\, P'_{l-1}(z)$$

$$f_2^I = \sum_{l=0}^{\infty} \left(f_{l-}^I(s) - f_{l+}^I(s)\right) P'_l(z)$$

Die Amplituden f_{1+}^I , f_{1-}^I hängen mit den gemessenen Phasen und Elastizitäten folgendermaßen zusammen :

$$f_{l\pm}^I = \frac{1}{2iq}\left(\eta_{l\pm}^I(s)\, e^{2i\delta_{l\pm}^I(s)} - 1\right)$$

Die Legendre-Polynom-Entwicklung konvergiert für $-26m_\pi^2 \leq t \leq 4m_\pi^2$, numerisch ist die bei l=7 abgebrochene Entwicklung allerdings bis etwa $t = -75\ m_\pi^2$ gut (16).

Wir haben eine einmal subtrahierte Form der Dispersionsrelation zur numerischen Auswertung verwandt und als Subtraktionspunkt $t = 2\, m_\pi^2$ gewählt. Die Subtraktionskonstanten haben wir aus der direkten Berechnung der Amplituden J_i mit Hilfe der Phasenanalysen entnommen und den linken Schnitt haben wir durch den Teil $-75\, m_\pi^2 \leq t \leq 0$ approximiert.
Als Information über die πN-Streuung haben wir die Phasenanalysen (17) verwandt und die Rechnung mit allen Phasensätzen durchgeführt, welchen Einfluß dies auf die Ergebnisse hat, ist im nächsten Abschnitt diskutiert. Nach Abschluß der Rechnungen erschien eine Amplitudenanalyse(18), die durch Einschluß von fixed-t-Analytizität und s-u Crossing - Symmetrie eine Verbesserung gegenüber den Phasenanalysen darstellt. Wir haben unsere Rechnungen dennoch nicht wiederholt, da der Schwerpunkt der Arbeit auf den inelastischen Zuständen $\pi^0\omega$ und $\rho\varepsilon$ liegt und der Einfluß der unterschiedlichen πN-Analysen nicht so groß ist , wie später gezeigt wird.
Um die Diskrepanzfunktion zu berechnen, benötigen wir sowohl $\mathrm{Im}\,\Gamma_i$ als auch $\mathrm{Re}\,\Gamma_i$ im Bereich $-75 m_\pi^2 \leq t \leq 0$. Die Imaginärteile lassen sich aus den Daten, die bis etwa $s = 4.8\ \mathrm{GeV}^2$ verfügbar sind, berechnen, denn aus der Bedingung

$$\mathrm{Im}\ \eta_J(z) = 0 \qquad \text{wenn} \quad |z| > 1$$

ergibt sich eine obere t - abhängige Integrationsgrenze für die Integration über s : $s_{max} = L(t) = m_\pi^2 + M^2 + 2p_-q_- - t/2$. Für den Realteil ist dagegen die Integration bis $s = \infty$ zu erstrecken. Für das Hochenergieverhalten machen wir daher einen Regge-Ansatz und entnehmen die Parameter einer Arbeit von Barger und Phillips(19) :

$$A' = A + \frac{M(s-u)}{4M^2-t} B \qquad \nu = \frac{s-u}{4M} \qquad \nu_0 = m_\pi + \frac{t}{4M}$$

$$A'^{(-)} = \sum_{i=\rho,\rho'} (-\gamma_i)\, \nu \left[\nu_0^2 - \nu^2\right]^{(\alpha_i - 1)/2}$$

$$B^{(-)} = \sum_{i=\rho,\rho'} (-\beta_i) \left[\nu_0^2 - \nu^2\right]^{(\alpha_i - 1)/2}$$

Der beste Fit an die Daten wurde mit folgenden Parametern erreicht :
Für die Trajektorien $\alpha_\rho = 0.55 + t \qquad \alpha_{\rho'} = t$
und für die Residuen der Amplituden A'(s), B(s) erhielten die Autoren folgende Parametrisierung, die den Signaturfaktor einschließt :

$$\beta_\rho(t) = (-24.6+58.7\ e^{1.29\ t})\ \Gamma(1-\alpha_\rho)\ \sin(0.5\pi\ \alpha_\rho)$$
$$\beta_{\rho'}(t) = -\ 293.8\ t\ e^{5t}$$
$$\gamma_\rho(t) = 3.94(1+6t)\ e^{2.55t}\ \Gamma(-\alpha_\rho)\ \sin\ (0.5\pi\ \alpha_\rho)$$
$$\gamma_{\rho'}(t) = -74.8t(1+2.45t)\ e^{4.78t}$$

Mit diesen experimentellen Informationen haben wir die t-Kanal-Helizitätsamplituden berechnet,in die Dispersionsrelation eingesetzt und diese numerisch wie oben beschrieben mit Hilfe der DESY - Rechenanlage ausgerechnet.Die Resultate sind in Abschnitt 6 angegeben.

4.2 $\pi^0\omega$ - $N\bar{N}$ Kanal

In diesem Kanal gibt es keine ,oder nur sehr dürftige Informationen über die Prozesse in den gekreuzten Kanälen s,u.Deshalb haben wir bei der Auswertung die Näherung gemacht, daß die invarianten Amplituden in ihrem gesamten kinematischen s-Bereich durch den ρ -Regge-Austausch im t-Kanal dominiert werden.Als zweite Näherung vernachlässigen wir den komplexen Schnitt und berücksichtigen ihn nur später über die Diskrepanzfunktion.
Um das Reggeverhalten der invarianten Amplituden zu bestimmen, folgen wir dem üblichen Weg , Amplituden zu reggesieren, genauer gesagt, der Reggesierung der Elektroproduktionsamplituden(2o) .
Wir definieren regularisierte,paritätserhaltende t-Kanal-Helizitätsamplituden, die wir dann nach Partialwellen entwickeln.Durch Betrachtung des asymptotischen Verhaltens der Drehfunktionen finden wir dann die asymptotisch dominanten Beiträge,d.h. wir können bestimmen, zu welchen Helizitätsamplituden der ρ -Regge-Austausch beiträgt.Die in Abschnitt 3.1 gegebene Verbindung mit den invarianten Amplituden erlaubt es dann, den Beitrag zu den A_i anzugeben und das Resultat ist :

$$A_1 = J\omega_\rho\pi\ g^V_{\rho NN}\ \frac{\xi^J(\alpha)\ \alpha}{\Gamma(\alpha+1)}\ \left(\frac{s-u}{2s_0}\right)^{\alpha-1}$$

$$A_4 = -\ g\omega_\rho\pi\ \frac{g^T_{\rho NN}}{2M}\cdot t\ \xi^J(\alpha)\alpha\ \left(\frac{s-u}{2s_0}\right)^{\alpha-1}$$

$$A_2 = -\ \frac{t-m_\pi^2+m_\omega^2}{t(t-m_\pi^2)}\ A_1 \qquad A_5 = \frac{s-u}{2t(t-m_\pi^2)}\ A_1$$

$$A_3 = A_6 = 0$$

Diesen Regge-Ansatz setzen wir in die Darstellung der t-Kanal-Helizitätsamplituden für alle s ein und berechnen diese für $-1\ \mathrm{GeV}^2 \leq t \leq 0$ .Damit werten wir dann die Dispersionsrelation aus, wobei wir den unbekannten Schnitteil, d.h. $t < -1\ \mathrm{GeV}^2$ und den komplexenAnteil , durch die Diskrepanzfunktion berücksichtigen.
Für die Kopplungskonstanten,die als Parameter in unsere Rechnung eingehen, haben wir versucht, Werte aus der Literatur zu entnehmen, die aus anderen Rechnungen und aus Experimenten bestimmt wurden.Zur Berechnung des Bornterms benötigen wir zunächst die πN-Kopplungskonstante g und die Kopplungskonstanten $g^{V,T}_{\omega NN}$ die wir aus (11) entnehmen :

$$\frac{(g^V_{\omega NN})^2}{4\pi} = 11.0 \qquad g^T_{\omega NN} = 0.1\ g^V_{\omega NN}$$

In die Berechnung des Regge-Beitrags gehen $g_{\omega\pi\rho}$,$g^{V,T}_{\rho NN}$ ein. Die Kopplungskonstante $g_{\omega\pi\rho}$ ist nicht genau bekannt und modellabhängig aus $\Gamma_{\omega\to 3\pi}$ und $\Gamma_{\omega\to\pi\gamma}$ zu bestimmen, was in verschiedenen Arbeiten gemacht wurde (21).Wir entnehmen den Wert aus einer Arbeit von Köpp (21), die aus $\Gamma_{\omega\to 3\pi}$ =8.77 MeV $g_{\omega\pi\rho}$ = 13.42 für die dimensionslose Kopplungskonstante erhält,was

$$\frac{(g_{\pi\omega\rho})^2}{4\pi} = 23.3\ \mathrm{GeV}^{-2}$$

entspricht.Die Rho-Nukleon-Kopplungen nehmen wir aus einer Arbeit von Höhler und Pietarinen (22) :

$$\frac{(g^V_{\rho NN})^2}{4\pi} = 2.2 \qquad g^T_{\rho NN} = 6.6\ g^V_{\rho NN}$$

Mit all diesen experimentellen Unbestimmtheiten und den Näherungen ist die dispersionstheoretische Berechnung der Amplituden natürlich nicht genau durchzuführen,aber wir hoffen, daß in etwa die richtigen Beiträge zu den Formfaktoren herauskommen.
Wir haben die Amplituden, wie schon erwähnt, auf zwei Arten berechnet, zum einen mit der elastischen Phasenfunktion der $\pi^0\omega$ - Streuung, zum anderen mit D(t) = 1 ,was physikalisch dem Fall entspricht, daß die elastische Streuung keine Rolle spielt.Die Ergebnisse sind in Abschnitt 6 angegeben und diskutiert.

4.3 $\rho\varepsilon$ - $N\bar{N}$ Kanal

Hier gibt es vier t-Kanal-Helizitätsamplituden, die wir mit einer Dispersionsrelation berechnen müssen.Der linke Schnitt enthält keinen komplexen Anteil,wenn wir $m_\rho = m_\varepsilon$ setzen.Der Schnitt von $-\infty$ bis t=0 wird verursacht von den Zwischenzuständen im s-Kanal mit $s \geq (M + m_\rho)^2$. Für diese t approximieren wir wieder $A_i(s,t)$ durch einen Regge-Ansatz mit ρ -Austausch im t-Kanal.Der Schnitteil von t=0 bis etwa t=1.7 GeV^2 stammt von den unphysikalischen s-Kanal-Zwischenzuständen mit $(M+m_\pi)^2 \leq s \leq (M+m_\rho)^2$ Für diesen Teil benutzen wir experimentelle Informationen aus dem Prozeß $\pi N \to \pi\pi N$.
In Anhang 9.4 ist kurz beschrieben, wie wir die Beiträge vom ρ -Austausch zu den invarianten Amplituden berechnen.Wir gehen dabei wie im vorigen Falle vor.Das Resultat ist :

$$A_1 = -\frac{g_\rho^T}{2M}\frac{1}{t-m^2}\left[g^{(1)}_{\varepsilon\rho\rho}\, m^2 + g^{(2)}_{\varepsilon\rho\rho}\,\frac{1}{2}(t-2m^2)\right]\frac{\xi^T(\alpha_\rho)\,\alpha_\rho}{\Gamma(\alpha_\rho+1)}\left(\frac{s-u}{2s_0}\right)^{\alpha_\rho-1}$$

$$A_2 = 2A_6 = g^{(2)}_{\varepsilon\rho\rho}\left(g^V_{\rho NN} - g^T_{\rho NN}\right)\frac{\xi^T(\alpha_\rho)\,\alpha_\rho}{\Gamma(\alpha_\rho+1)}\left(\frac{s-u}{2s_0}\right)^{\alpha_\rho-1}$$

$$A_3 = A_4 = A_5 = 0$$

Dieser Regge-Ansatz gestattet uns die Berechnung der t-Kanal-Helizitätsamplituden auf dem Schnitteil $-1\ GeV^2 \leq t \leq 0$ .Die Kopplungskonstanten $g^{V,T}_{\rho NN}$ sind im vorigen Abschnitt angegeben worden, die Kopplungen des Epsilon-Mesons an das Rho $g^{1,2}_{\varepsilon\rho\rho}$ diskutieren wir im nächsten Abschnitt im Zusammenhang mit den Formfaktoren. Den Teil des Schnittes, der von den Zwischenzuständen $(M+m_\pi)^2 \leq s$ $s \leq (M+m_\rho)^2$ herrührt, können wir anders behandeln, da es experimentelle Ergebnisse über $\pi N \to \pi\pi N$ gibt (23) , die leicht auf die uns interessierende Reaktion $\varepsilon N \to \rho N$ zu extrapolieren sind, was wir im folgenden beschreiben.In der Analyse dieses Prozesses wurde auch das Auftreten von Resonanzen N* und der Zerfall in die Endzustände $\varepsilon N, \rho N, \pi\Delta$ betrachtet und die Kopplungen der Endzustände an die N*-Resonanzen berechnet(24).

Die Partialwellen der Reaktion $\pi N \to \rho N$, εN werden dabei durch Breit-Wigner-Ansätze parametrisiert :

$$T^{J}_{L_i S_i, L_f S_f} = \frac{\pm \sqrt{x_i x_f}\ \frac{\Gamma_R}{2}}{E_R - E - i\,\frac{\Gamma_R}{2}}$$

Um daraus Informationen über den s-Kanal der Reaktion $\rho\varepsilon \to N\bar{N}$ zu gewinnen , d.h. $\varepsilon N \to \rho N$ zu beschreiben ,machen wir für die Partialwellen dieser Reaktion den gleichen Breit-Wigner-Ansatz und entnehmen die Kopplungen aus (24), ebenso die anderen Resonanzparameter E_R und Γ_R .Die Verbindung zu den s-Kanal-Helizitätsamplituden ist dann gegeben durch :

$$f^{s}_{\lambda_1 \dots \lambda_4} = \frac{1}{\sqrt{p_f p_i}} \sum_{J} \sum_{\substack{L_i S_i \\ L_f S_f}} \left[(2L_i+1)(2L_f+1)\right] C.G.\ D^{J}_{\lambda_3-\lambda_4, \lambda_1-\lambda_2}(\Omega)\ T^{J}_{L_i S_i L_f S_f}(s)$$

C.G. steht für Clebsch-Gordan Koeffizient . Sie sind explizit gegeben in (25).Die t-Kanal-Helizitätsamplituden erhalten wir dann mit Hilfe der crossing-Matrix (26) :

$$\bar{f}^{t}_{\lambda_2 \bar{\lambda}_1, \lambda_\rho 0} = \sum_{\lambda_\rho' \lambda_2' \lambda_1'} \mathcal{M}_{\lambda_2' 0, \lambda_\rho' \lambda_1'}^{\lambda_2 \bar{\lambda}_1, \lambda_\rho 0}\ \bar{f}^{s}_{\lambda_2' 0, \lambda_\rho' \lambda_1'}$$

Die reduzierten Helizitätsamplituden $\bar{f}^{t}_{\lambda_2 \bar{\lambda}_1 \lambda_\rho 0}$, $\bar{f}^{s}_{\lambda_2' 0, \lambda_\rho' \lambda_1'}$ sind dabei von kinematischen Singularitäten befreit,die in den crossing Matrix-Elementen wieder auftauchen :

$$\mathcal{M}_{\lambda_2' 0, \lambda_\rho' \lambda_1'}^{\lambda_2 \bar{\lambda}_1, \lambda_\rho 0} = \left[\sin\frac{\theta_t}{2}\right]^{-|\lambda_\rho - \lambda_2 + \bar{\lambda}_1|} \left[\cos\frac{\theta_t}{2}\right]^{-|\lambda_\rho + \lambda_2 - \bar{\lambda}_1|} \cdot$$

$$\cdot \left\{ d^{1}_{\lambda_\rho' \lambda_\rho}(\chi_\rho)\ d^{1/2}_{\lambda_2' \lambda_2}(\chi_c)\ d^{1/2}_{\lambda_1' \bar{\lambda}_1}(\chi_d) \right\} \cdot$$

$$\cdot \left[\sin\frac{\theta_s}{2}\right]^{|\lambda_\rho' - \lambda_1' - \lambda_2'|} \left[\cos\frac{\theta_s}{2}\right]^{|\lambda_\rho' - \lambda_1' + \lambda_2'|}$$

Die auftretenden Winkel der crossing-Matrix sind dabei explizit in (26) angegeben.

Mit Hilfe dieses Formalismus haben wir explizit die t-Kanal-Helizitätsamplituden $f^{t}_{\lambda_2 \bar{\lambda}_4, \lambda_\rho 0}$ für $0 \leq t \leq 1.7\ \mathrm{GeV}^2$ berechnet. Die gesuchte Partialwelle zu J=1 erhalten wir dann aus der Projektionsformel :

$$f^{t\,J=1}_{\lambda_2 \bar{\lambda}_4, \lambda_\rho 0}(t) = \frac{1}{2}\int_{-1}^{+1} f^{t}_{\lambda_2 \bar{\lambda}_4, \lambda_\rho 0}(s,t)\; d^{1}_{\lambda\mu}(\theta_t)\, d\cos\theta_t$$

Setzen wir all dies in die Dispersionsrelation ein, können wir diese auswerten und durch Vergleich mit den direkt berechneten Amplituden wieder die Diskrepanzfunktion bilden.
Wir haben dieses Verfahren wieder mit zwei verschiedenen D-Funktionen durchgeführt, zum einen mit der D-Funktion der elastischen $\rho\varepsilon$ -Streuung und zum anderen mit D(t)=1, was wiederum der Annahme entspricht,daß die $\rho\varepsilon$-Streuung im wesentlichen inelastisch über den $\pi\pi$-Kanal verläuft.Die Ergebnisse sind diskutiert in dem folgenden Abschnitt 6 .

5. Formfaktoren und D-Funktionen

Im vorhergehenden Abschnitt haben wir drei Methoden der Auswertung erwähnt.Die erste war die Borntermapproximation,bei der wir nur die Formfaktoren benötigen, eine D-Funktion tritt nicht auf. Die dritte, detailliert beschriebene Methode war das N/D-Verfahren. Hier sind die D-Funktionen mit den Formfaktoren über D(t)=1/F(t) verknüpft,wie im $\pi\pi$-Fall explizit gezeigt wurde.Die Annahme,die hier eingeht, ist, daß der Formfaktor in jedem Kanal durch die elastische Streuung in diesem Kanal dominiert wird.Dies ist im $\pi\pi$-Fall experimentell gut bestätigt, dem tragen wir durch einen Rho-Dominanz-Ansatz Rechnung.In den anderen Kanälen machen wir entsprechend einen ρ' (125o) Ansatz für $F_{\pi\omega\gamma}$, bzw. ρ'' (16oo) für die Formfaktoren im $\rho\varepsilon$ -Kanal.
Da dies aber umstritten ist und experimentell diese Annahmen nicht sehr gut gerechtfertigt sind, werten wir diese Kanäle noch auf eine andere Weise aus, wir haben dies Methode 2 genannt.Wir vernachlässigen den rechten Schnitt in der Dispersionsrelation der Helizitätsamplituden,d.h. wir machen die Annahme, daß die elastische Streuung in den Kanälen $\pi^0\omega$ und $\rho\varepsilon$ keine Rolle spielt. Numerisch ist dies sehr einfach durchzuführen, indem wir D(t)=1 setzen.Für die Formfaktoren nehmen wir konsequenterweise an, daß sie durch den $\pi\pi$-Beitrag dominiert sind und keinen ρ' bzw. ρ'' Beitrag enthalten.

In Abbildung 3 sind alle Methoden noch einmal graphisch wiedergegeben. Im folgenden geben wir für jeden Kanal die Verbindung der Helizitätsformfaktoren mit den invarianten Formfaktoren an, beschreiben die verschiedenen Ansätze und vergleichen sie mit den experimentellen Daten .

5.1 ππ-Kanal

Es gibt sehr viele experimentelle Informationen über den Pionformfaktor aus :

Elektroproduktionsexperimenten	$e^- p \to e^- n \pi^+$	(27)
dem gekreuzten Prozess	$\pi^- p \to e^+ e^- n$	(28)
Speicherringexperimenten	$e^+ e^- \to \pi^+ \pi^-$	(29)

Im elastischen Bereich muß zusätzlich gelten, daß die Phase des Pionformfaktors gleich der ππ-Streuphase δ_1^1 ist ($4m_\pi^2 \leq t \leq 16m_\pi^2$). Dies erlaubt die Konstruktion des Formfaktors mit Hilfe von :

$$F_\pi(t) = \frac{1}{D(t)} = \exp\left[\frac{t}{\pi}\int_{4m_\pi^2}^{\infty} \frac{\delta_1^1(t')}{t'(t'-t)}\,dt'\right]$$

Für die Streuphase haben wir eine Parametrisierung nach Pisut und Roos (3o) gewählt :

$$\cot \delta_1^1(t) = \frac{m_\rho^2 - t}{m_\rho \Gamma_\rho} \qquad m_\rho = 0.7668$$

$$\Gamma_\rho = \Gamma_0 \frac{q^3(t)}{q^3(m_\rho^2)} \frac{m_\rho}{\sqrt{t}} \frac{1 + R\, q^2(m_\rho^2)}{1 + R\, q^2(t)} \qquad \Gamma_\rho = 0.148 \qquad R^2 = 2.8$$

Dieser Ansatz stimmt im wesentlichen mit einem ρ -Dominanz-Ansatz nach (31) überein und beschreibt die Daten im Bereich der ρ -Resonanz gut, wie man in Abbildung 4 sehen kann. Die Werte direkt auf der Resonanz enthalten noch Anteile vom ω, so daß hier der Formfaktor etwas zu klein ist (vgl. 32) .
Für $t > 1$ GeV^2 ist allerdings der ρ -Dominanz - Ansatz nicht mehr ausreichend, wie die Daten deutlich zeigen (33). Die experimentellen Ergebnisse lassen sich zwar nicht eindeutig analysieren, da inelastische Kanäle offen sind, aber es gibt Anzeichen für Resonanzstrukturen in der Gegend $\sqrt{t}$ = 1.5 - 1.6 GeV und $\sqrt{t}$ =1.25 (vgl. 35) ,die aber noch nicht sicher als neue Vektormesonen bestätigt sind (34), dennoch von verschiedenen Autoren als solche interpretiert werden.

Als Beispiel für mögliche Abweichungen des Formfaktors von dem ρ-Dominanz-Modell haben wir einen Fit von Bramon (36) aufgetragen, der die Daten mit einen ρ und einem ρ' mit $m_{\rho'}=1.25$ und $\Gamma_{\rho'}=0.12$ wiedergibt. Da wir in der N/D-Rechnung jedoch aus Konsistenzgründen nur an dem elastischen Anteil des Pionformfaktors interessiert waren, haben wir mit obigem Ansatz unsere Rechnungen durchgeführt.

5.2 $\pi^0\omega$ - Kanal

In diesem Fall gibt es wesentlich weniger experimentelle Informationen. Für die elastische $\pi^0\omega$ - $\pi^0\omega$ Streuung haben wir daher einen ρ' (1250) -Ansatz gemacht, was zum Teil auch durch die Meßergebnisse für $e^+e^- \to \pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$ gerechtfertigt wird, die im Bereich $\sqrt{t}=1.25$ GeV deutlich eine Resonanz sehen (33) :

$$F_{\pi\omega\gamma}(t) = \frac{g_{\rho'\omega\pi}}{g_{\rho'}} \frac{m_{\rho'}^2}{m_{\rho'}^2 - t - i m_{\rho'}\Gamma_{\rho'}}$$

$$g_{\omega\rho'\pi}^2/4\pi = 7.87\ \mathrm{GeV}^{-2} \qquad m_{\rho'} = 1.25\ \mathrm{GeV} \qquad \Gamma_{\rho'} = 0.12\ \mathrm{GeV}$$

und den Parameter $g_{\rho'}$ haben wir dazu verwandt, den beobachteten Wirkungsquerschnitt anzupassen. Die Verbindung mit den Helizitätsformfaktoren ist :

$$\Gamma^{0,\lambda_\omega=\pm 1} = \lambda_\omega q \sqrt{t}\, F_{\pi\omega\gamma}(t)$$

$$\Gamma^{0,0} = 0$$

In Abbildung 5 haben wir die experimentellen Daten aufgetragen und den mit dem ρ'-Ansatz erhaltenen Wirkungsquerschnitt. Es ist zu sehen, daß dieser Formfaktor wegen der geringen Breite des ρ' zu schnell abfällt. Hier spielen sicherlich Beiträge vom 2π-Zustand eine große Rolle. Da wir aber nur an der elastischen Phasenfunktion interessiert sind, haben wir zum einen mit diesem Ansatz gerechnet. Bei der zweiten Auswertungsmethode mit $D(t)=1$ haben wir für den Formfaktor einen Rho-Dominanz-Ansatz gemacht, analog zu dem obigen, mit den schon im vorigen Abschnitt angegebenen Parametern. Es ist deutlich zu sehen , daß mit diesem Ansatz der große Wirkungsquerschnitt im Bereich $t=1.25^2$ GeV^2 nicht wiederzugeben ist, so daß diese Methode ein entgegengesetztes Extrem zu

der elastischen N/D - Methode ist.Die numerischen Ergebnisse beider Rechnungen sind im nächsten Abschnitt diskutiert.In Abbildung 5 sind zum Vergleich noch die Ergebnisse zweier Modelle für den γ-$\pi\omega$ Formfaktor angegeben, die den Verlauf des Wirkungsquerschnitts jedoch auch nicht sehr gut wiedergeben (21),(37) .

5.3 $\rho\varepsilon$ -Kanal

Hier haben wir dieselbe Situation wie im vorigen Fall.Die einzigen Ergebnisse,die vorliegen, sind die Messungen $e^+e^- \to 2\pi^+2\pi^-$ von Frascati(33), die einen deutlichen 'Peak' im Wirkungsquerschnitt bei $\sqrt{t} = 1.6$ GeV zeigen, der auch in der Photoproduktion $\gamma P - \pi^+\pi^-\pi^+\pi^- P$ beobachtet wurde und einem neuen Vektormeson $\rho''(1600)$ zugeordnet wird.Wir machen daher die Annahme, daß der elastische Formfaktor durch dieses Vektormeson dominiert wird.Die Formfaktoren sind definiert durch :

$$\langle \rho(\lambda_b, p_b), \varepsilon(p_a) | J_\mu(0) | 0 \rangle = F^1_{\gamma\rho\varepsilon} \left[\varepsilon_\mu^{\lambda_b *} q^2 - \varepsilon^{\lambda_b *} q \, q_\mu \right] + F^2_{\gamma\rho\varepsilon} \left[\varepsilon_\mu^{\lambda_b *} p_a q - \varepsilon^{\lambda_b *} q \, p_{a\mu} \right]$$

Die Verbindung mit den Helizitätsformfaktoren ist :

$$\Gamma^{0,0} = \frac{\sqrt{q^2}}{2 m_\rho} \left[F^1_{\varepsilon\rho\gamma} (t + m_\rho^2 - m_\varepsilon^2) + F^2_{\varepsilon\rho\gamma} (t - m_\rho^2 - m_\varepsilon^2) \right]$$

$$\Gamma^{0,\lambda_\rho = \pm 1} = F^1_{\varepsilon\rho\gamma} \cdot t + F^2_{\varepsilon\rho\gamma} \, \tfrac{1}{2} (t - m_\rho^2 + m_\varepsilon^2)$$

Unser Ansatz für die invarianten Formfaktoren wird dann :

$$F^{1,2}_{\varepsilon\rho\gamma} = f^{1,2}_{\varepsilon\rho\rho''} \frac{m_{\rho''}^2}{g_{\rho''} (m_{\rho''}^2 - t - i m_{\rho''} \Gamma_{\rho''})}$$

Für die Parameter entnehmen wir dem Experiment(33) folgende Parameter : $m_{\rho''} = 1.56$ GeV , $\Gamma_{\rho''} = 0.35$ GeV $g_{\rho''} = g_\rho \, m_{\rho''} / m_\rho$. Eine Kopplungskonstante können wir noch aus der Breite bestimmen :

$$\Gamma_{\rho'' \to \rho\varepsilon} = \frac{p_\rho}{24\pi \, m_{\rho''}^2} \left(|\Gamma^{0,0}|^2 + 2 |\Gamma^{0,1}|^2 \right)$$

Wenn wir annehmen, daß die Reaktion $e^+e^- \to 2\pi^+2\pi^-$ hauptsächlich über den Kanal $\rho\varepsilon$ verläuft, können wir eine Kopplungskonstante berechnen und die andere durch $f^1_{\varepsilon\rho\rho''} = x\, f^2_{\varepsilon\rho\rho''}$ parametrisieren. Es zeigt sich, daß die Ergebnisse sehr stark von diesem Parameter x abhängen. In Abbildung 1o ist der Borntermbeitrag zu Im $F_i^V(t)$ in Abhängigkeit von x aufgetragen und es ist zu sehen, daß bei Änderung des Parameters x die Beiträge sogar das Vorzeichen wechseln. Daher haben wir noch einen zweiten Ansatz nach (38) versucht, der eichinvariant bezüglich des ρ und des Photons ist:

$$\langle \rho(p_b,\mu), \varepsilon(p_a) | j_\nu(0) | 0 \rangle = G^1_{\varepsilon\rho\gamma} \left[p\cdot q\, g_{\mu\nu} - q_\mu p_\nu \right]$$

$$+ G^2_{\varepsilon\rho\gamma} \left[\left((pq)^2 - p^2 q^2 \right) g_{\mu\nu} + p^2 q_\mu q_\nu + q^2 p_\mu p_\nu - pq \left[p_\mu q_\nu + q_\mu p_\nu \right] \right]$$

$$\Gamma^{0,0} = \sqrt{q^2 p^2}\; G^1_{\varepsilon\rho\gamma}$$

$$\Gamma^{0,\lambda_\rho = \pm 1} = G^1_{\varepsilon\rho\gamma}\; p\cdot q + G^2_{\varepsilon\rho\gamma} \left[(p_b\cdot q)^2 - p_b^2 q^2 \right]$$

Wir haben dann wieder den Vektormeson-Dominanz-Ansatz für $G^{1,2}_{\varepsilon\rho\gamma}$ gemacht und eine Kopplungskonstante bestimmt und die andere parametrisiert, aber es zeigte sich dieselbe Abhängigkeit von x. Deshalb haben wir mit unserem alten Ansatz gerechnet und versucht, aus der Spektralfunktion der Nukleonformfaktoren einen Wert für x zu bestimmen. Die Ergebnisse sind in Abschnitt 6 diskutiert.
Da die experimentellen Ergebnisse zur Bestätigung der ρ''(16oo) - Resonanz nicht sehr stark sind (vgl.34), haben wir auch in diesem Fall einmal mit der Annahme gerechnet, daß die elastische Streuung $\rho\varepsilon \to \rho\varepsilon$ keine Rolle spielt, d.h. D(t)=1 gesetzt und für die Formfaktoren einen ρ-Dominanz-Ansatz gemacht mit folgenden Parametern :

$$F^{1,2}_{\varepsilon\rho\gamma} = g^{1,2}_{\varepsilon\rho\rho} \frac{m_\rho^2}{g_\rho (m_\rho^2 - t - i m_\rho \Gamma_\rho)} \qquad m_\rho = 0.77 \quad \Gamma_\rho = 0.15 \qquad \frac{g_\rho^2}{4\pi} = 2.56$$

$$g^{(2)}_{\varepsilon\rho\rho} = 35\ \mathrm{GeV}^{-1} \qquad g^{(1)}_{\varepsilon\rho\rho} = x\, g^{(2)}_{\varepsilon\rho\rho}$$

Es zeigt sich auch in diesem Fall wieder die starke Abhängigkeit von dem Parameter x .

6. Ergebnisse

Wir diskutieren zunächst die Auswertung für jeden Kanal getrennt und beginnen dabei mit den Helizitätsamplituden des betreffenden Kanals.Wir beschreiben den Einfluß der verschiedenen Anteile wie Bornterm, Reggeansatz und geben danach die Resultate für die Spektralfunktionen der Formfaktoren an und diskutieren die Abhängigkeit von den Kopplungskonstanten und den anderen experimentellen Daten, die wir in der Rechnung verwandt haben.

6.1 $\pi\pi$ - $N\bar{N}$ Kanal

Der erste Auswertungsschritt ist die Berechnung der Helizitätsamplituden Γ_i aus den experimentellen Ergebnissen der πN-Streuung und dem Regge-Ansatz.In Abbildung 6 a,b sind die Amplituden aufgetragen.Es ist deutlich zu sehen, daß der linke Schnitt zu Γ_1 einen großen Beitrag liefert, während er für Γ_2 im Vergleich zum Bornterm unbedeutender ist.Der Einfluß der verschiedenen Phasenanalysen ist gering und in der Abbildung nicht sichtbar.
In Abbildung 7 a,b werden die Resultate aus der Dispersionsrelation für J_i gezeigt, sowohl im raum- als auch im zeitartigen Bereich. Zum Vergleich ist der Anteil des Bornterms eingezeichnet,der eine Nullstelle bei $t=m_\rho^2$ hat.Die Beiträge vom linken Schnitt bewirken eine Verschiebung dieser Nullstelle zu etwa $t=1$ GeV^2.Der Borntermanteil weicht für J_1 relativ stark von der vollen Amplitude ab, was auch aus Abbildung 6a zu schließen ist, da hier ein großer Beitrag des linken Schnitts vorkommt.Für J_2 ist die Abweichung geringer.Um weiteren Aufschluß zu erhalten haben wir einmal nur den Bornterm und die P_{33}-Phase der $\Delta(1236)$-Resonanz berücksichtigt. J_1 wird hierdurch sehr gut approximiert, während J_2 nicht gut wiedergegeben wird, hier tragen also andere Partialwellen noch wesentlich bei.
Die hohe Genauigkeit der πN-Streuphasen und die gute Kenntnis der δ_1^1-Phase der $\pi\pi$-Streuung erlauben eine sehr exakte Berechnung von Im,Re J_i auf dem linken Schnitt,wie ein Vergleich mit (39) zeigt.Die analytische Fortsetzung auf das Gebiet positiver t mit Hilfe der Dispersionsrelation führt zu einer guten Kenntnis dieser Amplituden auch auf dem rechten Schnitt.In (22) wurde der Fehler der Amplituden J_i bei $t=m_\rho^2$ auf höchstens 15 %geschätzt,d.h. die Abweichung unserer Amplituden von den exakten sollte bis etwa $t=1$ GeV^2 nicht mehr als 2o % ausmachen.Sie resultieren zum einen

aus den experimentellen Unsicherheiten und zum anderen aus der Unbestimmtheit der mathematischen Extrapolationsmethode.Da bei $t=0.85\ GeV^2$ auch die Schwelle ist, bei der inelastische Kanäle ($\pi\omega$) offen sind, können wir also den elastischen Anteil vom mit guter Genauigkeit bis etwa $1\ GeV^2$ angeben.Für $t > 1\ GeV^2$ zeigen wir später, daß der elastische Anteil vom ρ im $\pi\pi$-Kanal gegenüber den inelastischen Kanälen eine geringe Rolle spielt, so daß die wachsende Unbestimmtheit der Amplituden nicht sehr ins Gewicht fällt, besonders im raumartigen Gebiet nicht, während bei der Berechnung von Im F_i^V für zeitartige t sich diese Unbestimmtheit stärker bemerkbar macht.
Mit Hilfe der Unitaritätsrelation erhalten wir aus den Amplituden J_i die Spektralfunktionen Im F_i^V .Die Verschiebung der Nullstelle von $t=m_\rho^2$ zu größeren t-Werten führt zu einer starken Erhöhung des Rho-Beitrags gegenüber der Borntermnäherung und zu einer Deformation des Rho-Peaks durch die Multiplikation mit den Amplituden J_i , d.h. zu einer Verstärkung der linken Seite.Der 2π-Beitrag zu Re und Im F_i^V im zeitartigen ist in Abbildung 8 a,b aufgetragen.Abgesehen von der Rho-Resonanz zeigen diese Ergebnisse unserer N/D-Rechnung keine weitere Struktur, was aus der Vernachlässigung der inelastischen Effekte resultiert.
Im raumartigen vergleichen wir unsere Ergebnisse mit den Daten, die wir aus (4o) entnehmen.Sie sind aufgetragen in Abbildung 8 c,d. Wir haben nur die Punkte berücksichtigt,für die Meßergebnisse für $G_E^{p,n}$ und $G_M^{p,n}$ gleichzeitig vorliegen.Um unsere Formfaktoren mit den bis zu $t= -35\ GeV^2$ vorliegenden Daten für $G_E^{p,n}$ zu vergleichen, müßten wir die Neutron-Daten (G_M^n ist bis $-6.8\ GeV^2$ gemessen, G_E^n nur bis $-1.53\ GeV^2$) extrapolieren.Wir haben uns aber auf das Gebiet kleiner negativer t beschränkt und geben später die Reichweite der Dispersionsrelation an und diskutieren die erkennbaren Abweichungen von den Daten.
Als erstes diskutieren wir den Einfluß der verschiedenen Phasenanalysen auf die Beiträge zu den Spektralfunktionen.Wir haben oben erwähnt, daß bei der Berechnung der Γ_i kaum ein Unterschied zu sehen ist, wenn wir verschiedene Phasen verwenden.Die Phasen gehen aber auch in die Berechnung der Subtraktionskonstanten Re $\Gamma_i(2m_\pi^2)$ ein.Hier machen sich kleine Differenzen, die in der Abbildung nicht sichtbar sind, bemerkbar , da diese zu einer Verschiebung der Nullstelle von J_i führen, was wiederum wegen der großen Verstärkung durch den Rho-Peak einen merklichen Einfluß

auf Im F_i^V hat.Die alten Phasen (Donnachie 68) weichen für $F_i^V(0)$ um etwa 5 - 1o % von den neueren Analysen (CERN 72,Saclay 73) ab, die selber in unserer Rechnung gut übereinstimmen,d.h. nicht mehr als 2 % differieren in ihren Ergebnissen für $F_i^V(0)$.Wir haben daher in allen Rechnungen die CERN-Phasenanalyse benutzt, und auch nicht auf die Amplitudenanalyse von Pietarinen(16) zurückgegriffen, da die zu erwartende Verbesserung gering ist im Vergleich zu den Unbestimmtheiten aus der Extrapolation und wir den Schwerpunkt unserer Rechnungen auf die inelastischen Kanäle gelegt haben.
Aus Abbildung 8 c,d ist ersichtlich,daß der 2π-Beitrag zu $F_1^V(t)$ relativ gut mit den experimentellen Daten übereinstimmt, d.h. hier scheint der $\pi\pi$-Anteil die dominante Rolle zu spielen. Aus der unsubtrahierten Dispersionsrelation erhalten wir $F_1^V(0)=0.512$. Die Daten zeigen einen polartigen Abfall, der durch den Rho-Pol offenbar gut beschrieben wird.Dies zeigt auch ein Vergleich der unsubtrahierten mit der subtrahierten Dispersionsrelation, die Diskrepanz der Ergebnisse ist relativ gering,so daß höhere Zwischenzustände keine wesentlichen Beiträge liefern sollten.Dies ist für F_2^V nicht der Fall. Subtrahierte und unsubtrahierte Dispersionsrelation ergeben sehr verschieden abfallende Ergebnisse und aus der unsubtrahierten Dispersionsrelation erhalten wir $F_2^V(0)=2.53$ statt des experimentellen Werts 1.853.Dies läßt darauf schließen, daß zu F_2^V noch andere Zustände als 2π wesentlich beitragen, was im folgenden untersucht wird.

6.2 $\pi^0\omega$ - $N\bar{N}$ Kanal

Zur Berechnung der t-Kanal Helizitätsamplituden benötigen wir die Kenntnis der Kopplungskonstanten $g_{\pi NN}$ und $g_{\omega NN}^{V,T}$ für den Bornterm, für den Regge-Ansatz $g_{\omega\pi\rho}$ und $g_{\rho NN}^{V,T}$ sowie die Massen und Breiten von ω und ρ .Die gut bekannten Größen m_ω ,m_ρ und Γ_ρ haben wir aus (41) entnommen, die anderen Konstanten wurden bereits in den Abschnitten 4.2 und 5.2 angegeben.Ihren Einfluß auf die Ergebnisse für Im F_i^V beschreiben wir später.
Mit diesen Kopplungskonstanten haben wir dann zunächst die Amplituden nach den beiden oben erwähnten Methoden berechnet.Die Dispersionsrelation wurde wieder in der subtrahierten Form verwandt, einmal mit der D-Funktion der elastischen $\pi^0\omega$ Streuung, zum anderen mit $D(t) = 1$ .Den linken Schnitt haben wir durch das Intervall

($-1\ GeV^2$, 0) repräsentiert.Die anderen Schnitteile haben wir zunächst weggelassen und später durch die Diskrepanzfunktion zu berücksichtigen versucht.Durch diese Vernachlässigungen, die stärker als im 2π-Fall sind, ist die Diskrepanzfunktion größer und die Extrapolation auf das Gebiet zeitartiger t mit einer größeren Unsicherheit behaftet.Dies spielt allerdings bei der Auswertung nach der zweiten Methode, bei der die elastische Streuung vernachlässigt wird, keine große Rolle, da die D-Funktion keine Nullstelle hat und die Amplituden daher nicht so empfindlich auf kleine Veränderungen reagieren.Im Falle der Auswertung mit der N/D-Methode ist die Unbestimmtheit der Amplituden, die von der Extrapolation herrührt, wesentlich gravierender, da es hier analog zum $\pi\pi$ - Fall auf die Nullstellenverschiebung (von $t=m_{\rho'}^2$) ankommt, so daß dieser Beitrag mit einer größeren Unsicherheit behaftet ist, als der nach Methode 2 berechnete 'inelastische' Beitrag.Wir glauben aber, daß die Bestimmung der Amplituden hinreichend genau ist, um die Größenordnung und das Vorzeichen des $\pi^0\omega$ Beitrags zu F_i^V anzugeben und damit zu entscheiden, ob dieser Zwischenzustand für die Nukleonformfaktoren eine wichtige Rolle spielt.
In Abbildung 9 sind die Resultate beider Methoden für Im F_i^V aufgetragen.Es ergibt sich in beiden Fällen ein großer negativer Beitrag zu Im F_2^V , während er für Im F_1^V um Größenordnungen kleiner ist.Die N/D-Methode zeigt ähnliche Strukturen wie im $\pi\pi$ - Kanal : Berücksichtigen wir nur den Bornterm, so hat die Funktion $J_i(t)$ eine Nullstelle an der Resonanzmasse $t=m_{\rho'}^2$, d.h. der Peak vom $\pi\omega\gamma$ Formfaktor, der ebenfalls bei $t=m_{\rho'}^2$ sein Maximum hat, wird stark unterdrückt.Die Berücksichtigung des linken Schnitts führt zu einer Verschiebung der Nullstelle von J_i und dadurch zu einem wesentlich größeren Resonanz-Beitrag als im Borntermfall.Im Gegensatz zum $\pi\pi$-Kanal ist hier für J_2 die Nullstelle zu kleineren t-Werten verschoben.Bei Methode 2 ist die Abweichung vom Bornterm geringer und die Veränderungen der Amplitude führen wegen der fehlenden Nullstelle nicht zu so drastischen Auswirkungen wie bei dem N/D-Verfahren.Insbesondere in Im F_2^V sieht man allerdings, daß für große t Im F_i^V zu schlecht abfällt.Dies kann mehrere Ursachen haben : 1. Die Amplituden fallen zu schlecht ab, sie sind für große t nicht gut genug bestimmt , 2. der Formfaktor $F_{\pi\omega\gamma}$ fällt stärker als in unserem Modell, d.h. stärker als 1/t ab, z.B. durch

destruktive Interferenzen von ρ und ρ' Beiträgen , und 3. könnte dieser große Imaginärteil bereits an der nächsten Schwelle durch andere Beiträge aufgehoben werden.Denn daß durch diese Größe Im F_i^V nicht richtig beschrieben ist, sieht man sofort, wenn man versucht, den Wirkungsquerschnitt $e^+e^- \to N\bar{N}$ zu berechnen , er kommt um Größenordnungen zu groß heraus.
Wir diskutieren noch die Abhängigkeiten von den Kopplungskonstanten.Veränderungen von $g_{\rho NN}^{V,T}$ im Bereich der in (11) angegebenen Werte haben nur einen relativ geringen Einfluß, sie verändern Im F_i^V (t) höchstens um 5 % , die Abhängigkeit von $g_{\omega NN}^{V,T}$ ist wesentlich gravierender.In (11) sind für $g_\omega^{V\,2}/4\pi$ Werte zwischen 4.2 und 2o.4 angegeben, für g_ω^T/g_ω^V Werte von +o.64 bis -o.1 .Variieren wir diese Kopplungskonstanten zwischen den angegebenen Werten, so erhalten wir : Der Verlauf von Im F_2^V ist unabhängig von $g_\omega^{V,T}$, nur die absolute Größe ändert sich etwa um 4o % ,bezogen auf die oben angegebenen Werte,mit denen wir gerechnet haben, während für Im F_1^V auch der Verlauf vom Verhältnis der Kopplungskonstanten abhängig ist.Die Größe ändert sich wie bei F_2^V .Für unsere endgültige Rechnung haben wir $g_\omega^{V2}/4\pi$ = 11.o und g_ω^{T2}/g_ω^V =0.1 gesetzt.Diese Werte liegen etwa in der Mitte der meisten theoretischen Rechnungen und so dürfte die Unbestimmtheit von den Kopplungskonstanten nicht mehr als 5-1o % ausmachen.Für den $\pi^o\omega$ Beitrag zu $F_i^V(0)$ erhalten wir mit den so fixierten Parametern :

	N/D	Methode 2
$F_1^V(0)$	+o.o114	-o.o23
$F_2^V(0)$	-o.3494	-o.5588

6.3 $\rho\varepsilon$ - $N\bar{N}$ Kanal

Unsere Informationen für die Berechnung der ρN - εN Helizitätsamplituden bestehen wie in den anderen Kanälen aus drei Teilen : Für den Bornterm benötigen wir $g_{\rho NN}^{V,T}$, $g_{\varepsilon NN}$, für den Regge-Ansatz zusätzlich $g_{\varepsilon\pi\rho}^{1,2}$ und drittens haben wir die experimentellen Kopplungen πN-N^* -ρN, εN benutzt.
Für $g_{\rho NN}^{V,T}$ arbeiten wir mit den obigen Werten aus (22), $g_{NN\varepsilon}$ entnehmen wir aus (11), für $g_{\varepsilon\pi\rho}^{1,2}$ liegen keine Daten vor,nur eine theo-

retische Abschätzung von $g^{(2)}_{\varepsilon\rho\rho} = 35\ \mathrm{GeV}^{-1}$ (9).Bei der Auswertung mit Hilfe der N/D-Methode benötigen wir auch $g^{1,2}_{\varepsilon\rho\rho''}$,hier läßt sich ebenfalls nur eine Konstante aus der Zerfallsbreite $\rho''\to\rho\varepsilon$ festlegen (s.Abschnitt 5.3).Die Amplituden sind mit derselben Unsicherheit wie im $\pi^0\omega$ Fall aus der Dispersionsrelation berechenbar, die Ungenauigkeiten stammen hierbei wesentlich aus der Extrapolation der Diskrepanzfunktion.Hier ist die Situation insofern noch besser, als wir keinen komplexen Schnitt haben, d.h. unsere Vernachlässigungen kleiner sind und wir die Diskrepanzfunktion auf dem Gebiet $t < 1.7\ \mathrm{GeV}^2$ berechnen können,so daß die Extrapolation nicht über eine sehr große Distanz erfolgt.Dies wird allerdings durch die Unkenntnis des Parameters x unbedeutend, denn die Abhängigkeit von x ist so stark, daß sich über den $\rho\varepsilon$ -Beitrag zu F_i^V nur sehr grobe Aussagen machen lassen.
Zunächst haben wir die t-Kanal Helizitätsamplituden mit der Dispersionsrelation berechnet, einmal wieder mit der elastischen $\rho\varepsilon$ -Streuung, zum anderen mit $D(t)=1$. Die Beiträge zu Im $F_i^V(t)$ erhalten wir dann aus der Unitaritätsrelation.Die Abhängigkeit von dem Parameter x ist in Abbildung 1o a,b zu sehen, die die Resultate für den Borntermanteil zu Im F_i^V zeigt.Da diese Ergebnisse sehr stark variieren, haben wir versucht, x so festzulegen, daß die Ergebnisse für die Spektralfunktionen für $t > 4\ M^2$ einen sinnvollen Verlauf haben und auch einen geeigneten Beitrag im raumartigen Bereich liefern.Dies ergibt für x den Wert -0.35, was in etwa auch zu einer Übereinstimmung des Wirkungsquerschnitts $e^+e^- - \pi^+\pi^+\pi^-\pi^-$ mit den experimentellen Daten führt(vgl. 9). Dennoch zeigt das ungenügende Verhalten für große t, daß diese Methode nicht gut genug ist, den Verlauf des $\rho\varepsilon$ -Beitrags für Im F_i^V wiederzugeben.
Die Abhängigkeit von den anderen Parametern ist wesentlich geringer. $g^{V,T}_{\rho NN}$, die relativ gut bestimmt sind, haben nur einen kleinen Einfluß,von der Größenordnung 2 % .Für $g_{\varepsilon NN}$ haben wir mit $g^2_{\varepsilon NN}/4\pi = 12$ gearbeitet, was auch in etwa den Mittelwert der theoretischen Werte in (11) darstellt, die von 2.5 bis 21.2 reichen.Verwenden wir diese Extremwerte, ändert sich Im F_i^V um $\pm$ 5o % ,wir glauben aber, daß unser Wert dem richtigen eher nahekommt, so daß wir hier keinen sehr großen Fehler gemacht haben.
Nachdem wir so die freien Parameter festgelegt haben, sind die $\rho\varepsilon$ Anteile zu Im F_i^V bestimmt und sind in Abbildung 1o c,d wiedergegeben,sowohl die mit der elastischen Phase berechneten,als auch die mit Methode 2, d.h. nur dem 2π-Beitrag, ausgewerteten.

Sehr verläßlich, besonders wegen der schon diskutierten Abhängigkeit von x, ist diese Methode jedoch nicht. Im ersten Fall (Auswertung nach Methode 2) erhalten wir eine Abschätzung des Untergrunds, d.h. der 2π-Beiträge zu $F^{1,2}_{\varepsilon\varrho\gamma}$, die für große t zu schlecht abfällt, im zweiten Fall den elastischen Beitrag, der für große t ebenfalls nicht sehr gut bestimmt ist, aber die Resonanz bei $t = 1.6^2$ GeV^2 einschließt. Zusammen, d.h. im Rahmen eines Mehrkanal-N/D-Verfahrens, würden wir wahrscheinlich eine gute Abschätzung des $\varrho\varepsilon$-Beitrags erhalten, vorausgesetzt, der Parameter x wäre besser bekannt. So erhalten wir folgende Beiträge zu $F_i^V(0)$:

	N/D	Methode 2
$F_1^V(0)$	+ 0.022	-0.027
$F_2^V(0)$	+ 0.134	-0.024

In (38) wurde der Vertex $\gamma - \rho^0\pi^+\pi^-$ mit Hilfe der Dispersionstheorie untersucht, und die Autoren kommen zu dem Schluß, daß anomale Schwellen in der Leptoproduktion von Hadronen eine dominante Rolle bei zeitartigem t spielen, was jede Vektordominanz-Extrapolation in dieses Gebiet sehr zweifelhaft macht. Trotzdem liefert das naive Vektordominanzmodell die richtige Größe für den Wirkungsquerschnitt $e^+e^- \to \varrho\varepsilon$, so daß wir für unsere Berechnungen mit diesen Vektordominanz Formfaktoren gerechtfertigterweise rechnen können, zumal das Verhalten für große t auch der auf dispersionstheoretischem Wege berechneten Formfaktoren in (38) unbefriedigend ist und weiterer Studien bedarf.

6.4 $N\bar{N}$ - Zwischenzustand

Wie wir gesehen haben, wird die Genauigkeit der Berechnung aller Amplituden mit größer werdendem t schlechter, was eine Angabe der Formfaktoren für $t > 4\ M^2$ schwierig macht. Um zu entscheiden, ob allein eine Verbesserung der mathematischen Methoden die Berechnung der Formfaktoren im zeitartigen Gebiet ermöglicht, müssen wir abschätzen, ob der $N\bar{N}$ - Zustand wesentliche Beiträge liefern kann oder durch Unitaritätsargumente so begrenzt ist, daß er zu vernachlässigen ist. Eine ähnliche Abschätzung für $F_i^S(0)$ wurde in (2) durchgeführt, die wir allerdings nicht vergleichen können, da wir die Größe des $N\bar{N}$-Beitrags an der Schwelle abschätzen wollen.

Wir versuchen, diese Abschätzung aus der entkoppelten Unitaritätsrelation zu gewinnen :

$$\mathrm{Im}\ \Gamma^{\lambda_c \lambda_d} = |\vec{q}| \sum_{\lambda_a \lambda_b} \langle \lambda_c \lambda_d | T^{J=1} | \lambda_a \lambda_b \rangle^* \ \Gamma^{\lambda_a, \lambda_b}$$

$\langle \lambda_c \lambda_d | T^{J=1} | \lambda_a \lambda_b \rangle$ sind dabei die $N\bar{N}$ - $N\bar{N}$ Helizitätsamplituden. Unter Ausnützung der Symmetriebeziehungen, die aus P und T Invarianz, sowie aus G Paritätsinvarianz (42) folgen, ergibt sich :

$$\mathrm{Im}\ G_E \sim \mathrm{Im}\ \Gamma^{1/2, 1/2} = |q| \left\{ \langle ++ | T^1 | ++ \rangle + \langle ++ | T^1 | -- \rangle \right\}^* \ \Gamma^{1/2, 1/2}$$

$$\mathrm{Im}\ G_M \sim \mathrm{Im}\ \Gamma^{1/2, -1/2} = |q| \left\{ \langle +- | T^1 | +- \rangle + \langle +- | T^1 | -+ \rangle \right\}^* \ \Gamma^{1/2, -1/2}$$

Gleichung 29 aus (8) gibt die Beziehung zu den Zuständen $|L,S,J,M\rangle$ und den Matrixelementen β_S, β_D und β_{SD} :

$$| L = J-1, S=1, J=1, M \rangle = | {}^3S_1 \rangle$$

$$| L = J+1, S=1, J=1, M \rangle = | {}^3D_1 \rangle$$

$$\beta_S = \langle L=0, S=1 | T^{J=1} | L=0, S=1 \rangle$$

$$\beta_D = \langle L=2, S=1 | T^{J=1} | L=2, S=1 \rangle$$

$$\beta_{SD} = \langle L=0, S=1 | T^{J=1} | L=2, S=1 \rangle$$

$$\langle ++ | T^1 | ++ \rangle + \langle ++ | T^1 | -- \rangle = \frac{1}{3} \beta_S + \frac{2}{3} \beta_D - \frac{2\sqrt{2}}{3} \beta_{SD}$$

$$\langle +- | T^1 | +- \rangle + \langle +- | T^1 | -+ \rangle = \frac{2}{3} \beta_S + \frac{1}{3} \beta_D + \frac{2\sqrt{2}}{3} \beta_{SD}$$

Die Amplituden $\beta_S, \beta_D, \beta_{SD}$ sind durch die Unitarität begrenzt, wie in (2) angegeben wurde :

$$\beta_S = \frac{e^{i\delta_S} \sin\delta_S}{q} \qquad \beta_D = \frac{e^{i\delta_D} \sin\delta_D}{q}$$

Wir erhalten als obere Grenze also : $|\beta_S| \leq \frac{1}{q}$ $|\beta_D| \leq \frac{1}{q}$ $|\beta_{SD}| \leq \frac{1}{2q}$ .Die Amplituden selbst werden wahrscheinlich kleiner sein, da es eine endliche Vernichtungswahrscheinlichkeit gibt.

Setzen wir dies in die Unitaritätsrelation in der Weise ein, daß wir auf der rechten Seite die Beiträge der anderen Kanäle berücksichtigen, erhalten wir abgerundet die Abschätzung :

$$\left| \mathrm{Im}\, T^{\lambda_a,\lambda_b}_{(N\bar{N})} \right| \leq 1.5 \left| T^{\lambda_a \lambda_b}_{(\pi\bar{\pi}+\pi^0\omega+\rho\varepsilon)} \right|$$

Dies zeigt, daß man aus der Unitarität nicht von vornherein schließen kann, daß der NN-Zustand zu vernachlässigen ist, er kann an der Schwelle und darüber hinaus die Größe der übrigen Beiträge erreichen. Obwohl dies aus einer ungekoppelten Unitaritätsrelation geschlossen wurde, zeigt es doch, daß der Einschluß des NN-Zustands die Formfaktoren im zeitartigen Bereich drastisch verändern kann und man für eine zuverlässige Berechnung hier ein gekoppeltes System von Integralgleichungen betrachten muß, das man durch Einschluß des NN-Zustands erhält.

6.5 Zusammenfassung der Ergebnisse im Raumartigen

Fassen wir die drei Beiträge mit den in den vorigen Abschnitten festgelegten Parametern zusammen, so erhalten wir die Spektralfunktionen der Nukleonformfaktoren, die in Abbildung 11 a,b aufgetragen sind. In den Abbildungen sind jeweils die Resultate der N/D-Rechnung und der Auswertung nach der Methode 2 angegeben. Der Vergleich zeigt, daß die Beiträge der inelastischen Zustände $\pi^0\omega$ und $\rho\varepsilon$ zu Im F_2^V in Relation zum $\pi\pi$-Beitrag wesentlich bedeutender sind als zu Im F_1^V. Es ist ebenfalls deutlich zu sehen, daß die Form des $\rho\varepsilon$-Beitrags nicht sehr gut bestimmt ist; wie in (38) gezeigt wurde, sind für den $\rho\varepsilon\gamma$-Formfaktor sehr detaillierte dispersionstheoretische Untersuchungen notwendig, die auch klären würden, ob der Einschluß des ρ'' Mesons in unsere Rechnungen notwendig ist.
Als Folge dieser Unbestimmtheit ist auch der Verlauf des Formfaktors jenseits der $N\bar{N}$-Schwelle sehr schlecht anzugeben, keiner der nach den verschiedenen Methoden berechneten Beiträge zu den Imaginärteilen der Nukleonformfaktoren ist zu vernachlässigen. In der folgenden Tabelle geben wir die Anteile der verschiedenen Zwischenzustände zur elektrischen Ladung $F_1^V(0)$ und zum anomalen magnetischen Moment $F_2^V(0)$ an :

	$F_1^V(0)$		$F_2^V(0)$	
	N/D	Methode 2	N/D	Methode 2
$\pi\pi$	+o.5123		+2.53	
$\pi^o\omega$	+o.o114	-o.o23	-o.349	-o.559
	+o.o22	-o.o27	+o.134	-o.o24
$\pi\pi+$ $\pi\omega+\rho\varepsilon$	+o.546	+o.462	+2.3o4	+1.985

Auch hier sehen wir, daß der nichtresonante Anteil vom $\pi^o\omega$ den größten negativen Beitrag zum anomalen magnetischen Moment liefert, danach der resonante Anteil desselben Kanals und dann erst die verschiedenen $\rho\varepsilon$-Beiträge. Für $F_1^V(0)$ liegen alle Anteile der inelastischen Kanäle in der Größenordnung 2 - 5 %, also kleine Korrekturen zum dominanten 2π-Anteil.
Unsere Ergebnisse im raumartigen Bereich sind in Abbildung 8 c,d mit eingezeichnet. $F_2^V(t)$ ist deutlich verbessert gegenüber der Rechnung nur mit dem 2π-Anteil, für $F_1^V(t)$ ergibt sich in Bezug auf diese Daten bei kleinen t kein entscheidender Unterschied.
Wie oben erwähnt, haben wir unsere Ergebnisse für $t < 0$ nur für das Gebiet mit den Daten verglichen, wo die Meßergebnisse aller vier Formfaktoren vorliegen, d.h. bis $t \geq -1.53$ GeV^2. Für größere negative t ist eine stärkere Diskrepanz mit den Daten zu erwarten, während in dem Bereich bis etwa $t > -3$ GeV^2 unsere Formfaktoren noch gut mit den Daten übereinstimmen und wir können schließen, daß für den raumartigen Bereich ausser den betrachteten keine weiteren Zwischenzustände eine Rolle spielen. Wenn wir durch eine genauere Rechnung und mehr experimentelle Daten erreichen könnten, daß unsere unsubtrahierten Dispersionsrelationen genau die Werte $F_1^V(0) = 0.5$ und $F_2^V(0) = 1.853$ liefern, sollten die dispersionstheoretisch gewonnenen Formfaktoren die Daten auch bis zu den größten gemessenen t Werten beschreiben.
In einer bisher unveröffentlichten Arbeit von Höhler (43) wurde versucht, aus den Daten im raumartigen Bereich und dem gut bestimmbaren 2π-Anteil der Spektralfunktionen Informationen über Im F_i^V für $t > 1$ GeV^2 zu gewinnen. Dabei wurden durch analytische Fortsetzung Informationen über die Lage weiterer Pole im Gebiet positiver t gefunden und anschließend versucht, die experimentellen daten mit diesen Polen optimal wiederzugeben. Als Ergebnis kam

qualitativ dasselbe heraus wie bei unserer völlig verschiedenen Methode, nämlich ein großer negativer Beitrag bei $\sqrt{t}$ =1.2-1.3 GeV und ein positiver kleinerer Beitrag bei $\sqrt{t}$ =1.5-1.6 GeV zu Im F_2^V , während für Im F_1^V an denselben Stellen ein gleichgroßer Beitrag zu berücksichtigen ist, bei 1.2 GeV mit positivem und bei 1.5 GeV mit negativem Vorzeichen, was qualitativ genau mit unseren Ergebnissen übereinstimmt.
Quantitativ ist der Beitrag bei (43) zu Im F_2^V bei $\sqrt{t}$= 1.2-1.3 genauso groß wie der 2π-Beitrag, so daß das Dipolverhalten des Formfaktors im raumartigen durch diese beiden Pole erklärt werden kann.Im Gegensatz dazu ist bei uns der $\pi^0\omega$ Beitrag etwas kleiner. Diese Situation kann allerdings durch neuere Daten geändert werden, z.B. ist die Breite des ρ' mit entscheidend.Nach Abschluß unserer Rechnungen erhielten wir Kenntnis von einer Schätzung $\Gamma_{\rho'}$ =0.2 GeV, was sicherlich einen größeren Beitrag zu Im F_i^V liefern würde, als der bei uns verwandte Wert 0.12 GeV (44) .

6.6 Ergebnisse im Zeitartigen und der Wirkungsquerschnitt e^+e^-- $N\bar{N}$

Wie wir in Abschnitt 6.4 gesehen haben, läßt sich der Einfluß des $N\bar{N}$ - Zustandes nicht durch Unitaritätsargumente begrenzen, so daß wir damit rechnen müssen, durch Einschluß dieses Zustands unsere Ergebnisse drastisch zu ändern.Baker und Zachariasen(45) haben 196o versucht, den Effekt von Zwischenzuständen mit höherer Masse am Beispiel des Pion- und Nukleonformfaktors mit einer gekoppelten Gleichung zu berechnen,in der Spin 0 Approximation für alle Teilchen, und fanden keinen wesentlichen Einfluß auf die ungekoppelte Lösung.Andererseits fand Sundermeyer(46) bei der Untersuchung der Reaktion $\gamma\gamma$- $\pi\pi$,$k\bar{k}$ einen sehr starken Einfluß der Kanäle aufeinander durch das gekoppelte Integralgleichungssystem.Wir nehmen daher an, daß für unseren Fall der Zwischenzustände $\pi\pi$,$\pi\omega$,$\rho\sigma$ und $N\bar{N}$ die volle Berücksichtigung der inelastischen Anteile zu den Formfaktoren wir einen ebenso starken Einfluß an den Schwellen,d.h. auch an der uns interessierenden $N\bar{N}$ - Schwelle finden würden.Allerdings überschreitet die Auswertung dieses 4-Kanal N/D-Verfahrens die Möglichkeiten dieser Arbeit.
Um unsere Resultate für F_i^V im zeitartigen Bereich zu diskutieren, berechnen wir zunächst den Wirkungsquerschnitt e^+e^-- $n\bar{n}$, $p\bar{p}$, der in der Literatur angegeben ist (9) :

$$\sigma_{tot}^{p,n} = \frac{4}{3}\pi\alpha^2 \frac{4M\,\rho}{t^2\sqrt{t}} \left\{ |G_E^{p,n}(t)|^2 + \frac{2t}{4M^2} |G_M^{p,n}(t)|^2 \right\}$$

Zur Auswertung dieser Formel benötigen wir die Isoskalaren Formfaktoren $F_i^s(t)$ für $t > 4\ M^2$, für die keine Daten vorliegen und auch keine theoretischen Modelle existieren, abgesehen von ein paar Vektordominanz-Anpassungen an die Daten im raumartigen Bereich, die meist mit den Mesonen ω, ϕ, ω' gemacht wurden (4o,43). Sie geben für den zeitartigen Bereich sehr verschiedene Ergebnisse, zum Teil sogar unterschiedliche Vorzeichen für Re, Im F_i^s, was dadurch verursacht wird, daß meist direkt der Wirkungsquerschnitt angepaßt wird und nicht die Formfaktoren selber. Wir haben deshalb diese Modelle nicht verwandt. Dazu kommt, daß unsere Imaginärteile in diesem Bereich sehr schlecht bestimmt sind, und die Berechnung des Wirkungsquerschnitts zeigt, daß dieser im Vergleich zum bisher einzigen Meßpunkt von Frascati(47) viel zu groß und zu schwach abfallend herauskommt. Daher haben wir in Abbildung 12 nur den Beitrag der Realteile zum Isovektoranteil des Wirkungsquerschnitts aufgetragen, der für $e^+e^- \to n\bar{n}$ und $e^+e^- \to p\bar{p}$ gleich ist, aber schon hier zeigt sich, daß unsere beiden Methoden sehr verschiedene und nicht sehr überzeugende Ergebnisse liefern.
Daß der nach der N/D-Methode berechnete Wirkungsquerschnitt so schlecht abfällt, liegt daran, daß wegen des großen $\pi^0\omega$ Beitrags zu Im F_2^V wir einen großen Realteil an der Schwelle $t=4M^2$ haben, so daß wir erneut schließen können, daß die Form der Spektralfunktionen durch beide Methoden bestimmt werden muß, natürlich am besten durch das volle N/D-Mehrkanal-Verfahren.
Als Beispiel, daß man nicht einfach vom raumartigen auf das zeitartige Gebiet extrapolieren darf, haben wir noch die Ergebnisse des Dipolfits : $G_E^{p,} = G_M^{p,n}/\mu^{p,n} = \frac{1}{(1-t/0.71)^2}$

in Abbildung 12 mit angegeben. Der Dipolfit beschreibt die Daten im raumartigen gut, im zeitartigen Bereich liefert er hingegen viel zu kleine Werte.
Obwohl unsere Zwischenzustände $\pi\omega$ und $\rho\epsilon$ näher als der $\pi\pi$-Zustand an der $N\bar{N}$ Schwelle liegen, sehen wir, daß die Resultate im raumartigen Bereich verbessert werden, aber für das zeitatige Gebiet zu ungenau bestimmt sind, um Aussagen über $e^+e^- \to N\bar{N}$ zu machen.

7. Zusammenfassung und Schlußbemerkung

Wir haben versucht, mit Hilfe der Dispersionstheorie Helizitätsamplituden für $\pi\pi \to N\bar{N}$, $\pi^0\omega \to N\bar{N}$ und $\rho\varepsilon \to N\bar{N}$ im zeitartigen Bereich aus experimentellen Daten der gekreuzten Kanäle zu berechnen und mit Hilfe der Unitaritätsrelation die entsprechenden Beiträge zu den Spektralfunktionen der Nukleonformfaktoren zu erhalten. Zuverlässig bestimmt sind die Amplituden nur im $\pi\pi$-Kanal, in den anderen Kanälen gibt es zu wenig experimentelle Informationen, um mit einer Anwendung der dispersionstheoretischen Verfahren die Amplituden genau zu bestimmen, deshalb haben wir versucht, diese Amplituden mit Hilfe von Näherungen und Modellen zu berechnen. Ein wichtiger Punkt ist dabei die Fortsetzung vom raumartigen auf das zeitartige Gebiet, die wir mit Hilfe der Dispersionsrelation und der Diskrepanzfunktion durchgeführt haben. Für eine genauere Bestimmung insbesondere bei großen t sollten andere mathematische Methoden verwandt werden(48). Ebenso unbefriedigend ist die Auswertung mit Hilfe der vereinfachten Methode 2 und der N/D-Methode, bei der weitere inelastische Effekte vernachlässigt werden, obwohl diese eine große Rolle spielen. Für eine genaue Rechnung sollte daher folgendes berücksichtigt werden :

1. Mehr experimentelle Daten in den $\pi^0\omega$ und $\rho\varepsilon$ Kanälen und eine genauere Festlegung der Parameter, insbesondere von $x = g^1_{\varepsilon\varepsilon\rho}/g^2_{\varepsilon\varepsilon\rho}$
2. Bessere mathematische Fortsetzungsmethoden
3. Rechnung mit Hilfe des vollen Mehrkanal-N/D-Verfahrens und Einschluß des $N\bar{N}$ - Zwischenzustands

Es ist allerdings leicht zu sehen, daß dies eine aufwendige und rechenzeitintensive Methode ist, da das Mehrkanal-Verfahren nur iterativ zu lösen ist.

Als Resultat unserer vereinfachten Rechnung können wir festhalten, daß der 2π-Beitrag dominant ist für F_1^V und sowohl für den Wert $F_1^V(0)$ bis auf 5% den richtigen Beitrag liefert, als auch die Daten im raumartigen Bereich gut beschreibt. $\rho\varepsilon$ und $\pi^0\omega$ liefern lediglich kleine Korrekturen der Größe 2-5 % . Für $F_2^V(t)$ und das anomale magnetische Moment haben wir das Ergebnis, daß der 2π-Beitrag zu groß ist und nicht mit den Daten übereinstimmt. Hier haben wir eine große Korrektur vom $\pi^0\omega$ erhalten, während $\rho\varepsilon$ wieder nur kleine

Korrekturen liefert.Es ist schwer zu entscheiden, ob nur der nichtresonante Beitrag vom $\pi^0\omega$ beiträgt, oder ob die ρ'(1250) Resonanz ebenfalls einen Anteil liefert.Verschiedene Autoren haben diese Frage untersucht(49,50).Von unserer Auswertung können wir schließen,daß das ρ' mit zu den Isovektorformfaktoren beiträgt.Im zeitartigen Bereich ist unsere Methode zu ungenau, hier müssen wir die oben aufgeführten Punkte 1 - 3 mit berücksichtigen, wenn wir sinnvolle Ergebnisse erhalten wollen.

Herrn Prof.G.Kramer danke ich für die ständige aufmerksame Betreuung dieser Arbeit und zahlreiche wertvolle Diskussionen.

8. Literaturangaben

1. G.F.Chew et al. Phys.Rev. 11o (1958) 265
2. P.Federbush et al. Phys.Rev. 112 (1958) 642
3. W.R.Frazer und J.R.Fulco Phys.Rev. 117 (196o) 16o3,16o9
   Phys.Rev.Letters 2 (1959) 365
4. G.Höhler,R.Strauss und H.Wunder Karlsruhe Preprint 1968
5. J.Willrodt Diplomarbeit Hamburg 1973 unveröffentlicht
6. G.Höhler und E.Pietarinen Karlsruhe Preprint 1974 TKP 2o/74
7. DESY - Proposal Nr. 119 1973
8. M.Jacob und G.C.Wick Annals of Physics 7 (1959) 4o4
9. G.Kramer und T.F.Walsh Z. Physik 263 (1973) 361
10. P. Dennery Phys.Rev. 124 (1961) 2ooo
    J.S. Ball Phys.Rev 124 (1961) 2o14
    N.Levy,W.Majerotto und G.Read DESY 72/57
11. Compilation of Coupling Constants Nucl.Phys. B 65 (1973) 46o
12. A.Erdely (Editor) Higher transz. Functions Vol.1 New York
13. J.Kennedy und T.D.Spearman Phys.Rev 126 (1962) 1596
14. U.Campbell Phys.Rev. 14o (1965) B 473
    J.D.Bjorken Phys.Rev.Letters 4 (196o) 47o
15. N.Sznajder Hald Nucl.Physics B 48 (1972) 549
16. E.Pietarinen Karlsruhe Preprint 1975 TKP 15/75
17. A.Donnachie et al. Phys. Letters 26 B (1968) 161
    S.Almehed und C.Lovelace Nuclear Physics B 4o (1971) 157
    R.Ayed et al. CEN Saclay Preprint 1972
18. G.Höhler et al. Karlsruhe Preprint 1975 TKP 16/75
19. V.Barger und R.Phillips Phys. Letters 25 B (1967) 351
20. G.Kramer unveröffentlicht
21. G.Köpp Phys.Rev. D 3 (1974) 932
    R.Tegen Diplomarbeit Hamburg 1973 unveröffentlicht
    H.Goldberg und Y.N.Srivastava Phys.Rev.Letters 22(1969) 749
22. G.Höhler und E.Pietarinen Karlsruhe Preprint 1975 TKP 9/75
23. D.J.Herndon et al. Phys.Rev. D 11 (1975) 3183
24. R.S.Longrace Berkeley Preprint LBL 948
    R.J.Cashmore et al. Stanford Preprint Slac Pub.139o und LBL2637
25. R.J.Cashmore,D.J.Herndon und P.Söding Phys.Rev D 11 (1975) 3165
26. L.L.Wang Phys.Rev. 142 (1966) 1187
27. A.Del Guerra et al. Physics Letters 5o B (1974) 587
28. S.F.Bereznev Soviet Journal of Nucl.Phys. 18 (1974) 53

29. D.Benaksas et al. Physics Letters 39 B (1972) 289
3o. J.Pisut und M.Roos Nuclear Physics B 6 (1968) 325
31. G.J.Gounaris und J.Sakurai Phys.Rev. 181 (1969) 2o66
32. J.Lefrancois Proceedings of the 1971 international Symposium on Electron and Photon Interactions at High Energys Cornell University , Ithaca
33. M.Grilli et al. Phys.Letters 52 B (1974) 493
34. M.Grilli et al. Phys.Letters 53 B (1974) 384
35. C.B.Lang , I. Sabba - Stefanescu Karlsruhe Preprint TKP 14/75
V.Alles-Borelli et al. European Organization for Nuclear Research Preprint Aug. 1975 submitted to Nuovo Cimento
36. A.Bramon Frascati Preprint 1973 LNF 73/4o
37. M.Böhm und M.Krammer DESY 1974/51
38. G.Kramer,G.Schierholz und K.Sundermeyer DESY 75/3o
39. H.Nielsen Nuclear Physics B 33 (1971) 152
4o. R.Felst DESY 73/56
S.Blatnik und N.Zovko Acta Physica Austriaca 39 (1974) 62
F.Borkowski et al. Nuclear Physics A 222 (1974) 269
F.Borkowski et al. Nuclear Physics B 93 (1975) 461
41. Particle Data Group Physics Letters 5o B (1974)
42. M.Goldberger et al. Phys.Rev. 12o (196o) 225o
43. G.Höhler Lectures at the Summer Institute on Current Induced Reactions Hamburg 1975
44. G.Wolf Talk at the 1975 International Symposium on Electron and Photon Interactions at High Energys Stanford 1975
45. M.Baker und F.Zachariasen Phys. Rev. 119 (196o) 438
46. K.Sundermeyer DESY 74/17 to be published in Nuovo Cim.
47. M.Castellano et al. Nuovo Cimento 14 A (1973) 1
48. S.Ciulli , C.Pomponiu und I.Sabba-Stefanescu to appear in Phys.Reports
49. J.Bellandi-Filho und R.F.Meyer DESY 73/8
5o. F.M.Renard Contribution to the International Symposium on Electron and Photon Interactions at High Energys Bonn 1973 und Montpellier Preprint PM /73/5

9. Anhang

9.1 Normierung , Kinematik und Wirkungsquerschnitt

Metrik : + - - -

Spinornormierung : $u(p,s)\bar{u}(p,s) = 2M$

Phasenraum : $\prod_j \frac{d^3p_j}{(2\pi)^3 2p_{jo}}$

Kinematik für den Prozess ab → $N\bar{N}$ im t-Kanal (s. Abb. 1) :

$$t = (q_1 + q_2)^2$$
$$s = (p_1 - q_1)^2$$
$$u = (p_1 - q_2)^2$$

$$s + t + u = 2M^2 + m_a^2 + m_b^2$$

$\pi\pi \to N\bar{N}$:

$$t = 4E^2 \qquad s = -\vec{p}^2 - \vec{q}^2 + 2pq\cos\theta_t$$
$$q^2 = t/4 - m_\pi^2 \qquad u = -\vec{p}^2 - \vec{q}^2 - 2pq\cos\theta_t$$
$$p^2 = t/4 - M^2$$

$\pi^o\omega \to N\bar{N}$:

$$t = 4E^2 = (E_\pi + E_\omega)^2 \qquad E_\omega = \frac{1}{2\sqrt{t}}\left(t + m_\omega^2 - m_\pi^2\right)$$
$$s = M^2 + m_\omega^2 - 2EE_\omega + 2pq\cos\theta \qquad E_\pi = \frac{1}{2\sqrt{t}}\left(t - m_\omega^2 + m_\pi^2\right)$$
$$u = M^2 + m_\omega^2 - 2EE_\omega - 2pq\cos\theta$$
$$q = \frac{1}{2\sqrt{t}}\sqrt{(t-(m_\omega-m_\pi)^2)(t-(m_\omega+m_\pi)^2)}$$
$$p = \sqrt{t/4 - M^2}$$

$\rho\varepsilon \to N\bar{N}$: Wie im Fall $\pi^o\omega \to N\bar{N}$, mit $m_\rho \leftrightarrow m_\omega$ und $m_\varepsilon \leftrightarrow m_\pi$
Im Spezialfall $m_\rho = m_\varepsilon$ erhalten wir die einfachen Formeln wie im Kanal $\pi\pi \to N\bar{N}$, mit $m_\pi \leftrightarrow m_\varepsilon$.

S-Matrix :

$$S_{fi} = 1 + i(2\pi)^4\,\delta^4(P_f - P_i)\;M_{fi}$$

Wirkungsquerschnitt :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{(2s_A+1)(2s_B+1)}\sum_{\lambda_a\ldots\lambda_d}\frac{p}{q}\left|F_{\lambda_a\lambda_b\lambda_c\lambda_d}\right|^2$$

$$M_{fi}(s,t;\lambda_a,\ldots,\lambda_b) = 8\pi\sqrt{t}\;F_{\lambda_a\lambda_b\lambda_c\lambda_d}(s,t)$$

9.2 Helizitätsamplituden

Wir wollen M_{fi} in der Helizitätsbasis darstellen. Dazu schreiben wir es statt zwischen Dirac-Spinoren zwischen die Pauli-Spinoren der auslaufenden Nukleonen.

$$u(\vec{p},m) = \frac{1}{\sqrt{p_0+m}} \begin{pmatrix} (p_0+m)\chi_m \\ \vec{\sigma}\vec{p}\ \chi_m \end{pmatrix}$$

Zur Auswertung wählen wir ein spezielles System, indem $\vec{p}_2 \parallel$ z-Achse ist und $\vec{p}_1$ antiparallel, d.h. wir sind im t-Kanal-Schwerpunktsystem. m,m' bezeichnen den Spin, λ,λ' die Helizitäten der Nukleonen. Für den Spinor des Antiteilchens $\bar{N}$ erhalten wir:

$$v(\vec{p}_1,m') = v(-\vec{p}_2,m') = i\gamma^2\gamma^0(\bar{u}(-\vec{p}_2,m'))^t = i\gamma^2 u^*(-\vec{p}_2,m')$$

Um daraus auf $u(\vec{p}_2,m)$ zu kommen, müssen wir $\vec{p}_2$ um die y-Achse um den Winkel π drehen. Die Darstellung dieser Drehung um π im Spinorraum ist durch $D(R) = \gamma^3\gamma^1$ gegeben, so daß wir erhalten :

$$v(-\vec{p}_2,m') = i\ \gamma^2\gamma^3\gamma^1 u^*(\vec{p}_2,\lambda')$$

Damit erhalten wir für die Amplitude M_{fi} zu betimmten Helizitäten für den Kanal $\pi\pi\to N\bar{N}$:

$$M^{(\pm)}_{\lambda\lambda'} = \bar{u}(\vec{p},\lambda)(\ -A^{(\pm)} + \vec{\gamma}\vec{q}\ B^{(\pm)})\ i\ \gamma^2\gamma^3\gamma^1 u^*(\vec{p},\lambda')$$

Es gibt acht verschiedene Helizitätsamplituden, die den verschiedenen Spin und Isospin-Einstellungen entsprechen. Diese lassen sich mit Hilfe der Symmetriebeziehungen aus (8), Gl.31 und 44, auf 4 Amplituden reduzieren. Diese können wir mit einiger Spinoralgebra ausrechnen und erhalten :

$$M^{(\pm)}_{++} = M^{(\pm)}_{--} = -2p\ A^{(\pm)} + 2\ B^{(\pm)} q m_N \cos\Theta$$

$$M^{(\pm)}_{+-} = -M^{(\pm)}_{-+} = 2\ B^{(\pm)} q\ E \sin\Theta$$

Nach dem gleichen Verfahren erhalten wir den Zusammenhang der $\pi^0\omega$ und $\rho\varepsilon$ Helizitätsamplituden mit den im Text definierten invarianten Amplituden $A_1,\ldots,A_6$.

9.3 Partialwellenprojektionen der Helizitätsamplituden

Wir führen das Verfahren wieder am Beispiel des Kanals $\pi\pi \to N\bar{N}$ vor, die anderen Kanäle werden genauso berechnet, da es dort aber jeweils sechs Helizitätsamplituden und sechs invariante Amplituden gibt, sind diese Kanäle etwas unübersichtlich aufzuschreiben.

Wir gehen von der fixed - t - Darstellung aus und machen dafür, d.h. für die invarianten Amplituden, eine Partialwellenprojektion:

$$A_J(t) = \int_{-1}^{+1} A(s,t)\, P_J(\cos\theta)\, d\cos\theta = \frac{1}{\pi}\int_{(M+m_\pi)^2}^{\infty} ds'\, a_1(s',t) \int_{-1}^{+1} d\cos\theta\, P_J(\cos\theta)\left(\frac{1}{s'-s} + \frac{(-1)^J}{s'-u}\right)$$

$$B_J(t) = \int_{-1}^{+1} B(s,t)\, P_J(\cos\theta)\, d\cos\theta$$

$$= \int_{-1}^{+1} g^2\, P_J(\cos\theta)\left[\frac{1}{(M^2-s)} + \frac{(-1)^J}{M^2-u}\right] d\cos\theta + \frac{1}{\pi}\int_{(M+m_\pi)^2}^{\infty} ds'\, b_1(s',t) \int_{-1}^{+1} d\cos\theta\, P_J(\cos\theta)\left(\frac{1}{s'-s} + \frac{(-1)^J}{s'-u}\right)$$

Dabei haben wir die crossing - Eigenschaften von A,B ausgenutzt :

$$A^{(\pm)}(s,u,t) = \pm A^{(\pm)}(u,s,t) \qquad A_J^{(-)} = 0 \quad J \text{ Gerade}$$

$$B^{(\pm)}(s,u,t) = \mp B^{(\pm)}(u,s,t) \qquad A_J^{(+)} = 0 \quad J \text{ ungerade}$$

Wir rechnen mit diesen Hilfsgrößen A_J , B_J weiter. Drücken wir die Mandelstamvariablen s,u in den Impulsen p,q aus und führen die Legendre-Funktionen 2.Art ein :

$$Q_J(z) = \frac{1}{2}\int_{-1}^{+1} \frac{P_J(z')}{z - z'}\, dz'$$

so können wir unter Ausnützung der Symmetrieeigenschaften der

$$Q_J(z) \quad : \qquad Q_J(-z) = (-1)^{J+1}\, Q_J(z)$$

die Amplituden A_J und B_J folgendermaßen schreiben :

$$A_J(t) = \frac{2}{\pi}\int_{(M+m_\pi)^2}^{\infty} ds'\, a_1(s',t)\, \frac{1}{pq}\, Q_J(z)$$

Für B_J ergibt sich analog :

$$B_J(t) = \frac{2}{pq} g^2 \, Q_J(z_0) + \frac{2}{\pi} \int_{(M+m_\pi)^2}^{\infty} ds' \, b_1(s',t) \, \frac{1}{pq} \, Q_J(z)$$

$$z = \frac{s' + p^2 + q^2}{2pq} \qquad z_0 = \frac{M^2 + p^2 + q^2}{2pq}$$

Zur Berechnung der Helizitätspartialwellen $f^{tJ}_{\lambda\lambda'}$, benötigen wir noch den Ausdruck :

$$\int_{-1}^{+1} B(s,t) \cos\theta \, P_J(\cos\theta) \, d\cos\theta$$

Mit der Beziehung : $\cos\theta \, P_J(\cos\theta) = \frac{1}{2J+1} \left[(J+1) P_{J+1}(\cos\theta) + J P_{J-1}(\cos\theta) \right]$

läßt sich das Produkt $\cos\theta \, P_J(\cos\theta)$ auflösen und in reine Projektionsamplituden B_{J-1} und B_{J+1} überführen. Mit diesen Formeln erhalten wir die im Text angegebenen Partialwellenprojektionen in den drei Kanälen .

9.4 Reggesierung der $pN \to \varepsilon N$ Amplituden

Wir definieren zunächst paritätserhaltende t-Kanal-Helizitätsamplituden :

$$f^{t(\pm)}_{\lambda_2 \bar{\lambda}_1, \lambda_p 0}(t) = f^{t}_{\lambda_2 \bar{\lambda}_1, \lambda_p 0} \pm f^{t}_{-\lambda_2 -\bar{\lambda}_1, \lambda_p 0}$$

Diese entwickeln wir nach Partialwellen :

$$f^{t(\pm)}_{\lambda_2 \bar{\lambda}_1, \lambda_p 0} = \sum_J (2J+1) \left\{ f^{t(+)J}_{\lambda_2 \bar{\lambda}_1, \lambda_p 0} \cdot \frac{1}{2} \left[d^J_{\lambda\mu} \pm d^J_{\lambda -\mu} \right] + f^{t(-)J}_{\lambda_2 \bar{\lambda}_1, \lambda_p 0} \cdot \frac{1}{2} \left[d^J_{\lambda\mu} \mp d^J_{\lambda -\mu} \right] \right\}$$

Wir benutzen das asymptotische Verhalten der Drehfunktionen $d^J_{\lambda\mu}$ um die dominanten Beiträge zu bestimmen. Das Resultat ist in folgender Tabelle wiedergegeben :

	S	J^P	$(-)^I J^G$
$f^{(+)}_{++,10}$	1	+	+
$f^{(-)}_{++,10}$	0	−	+
$f^{(+)}_{+-,10}$	1	−	−

	S	J^P	$(-)^I J^G$
$f^{(-)}_{+-,10}$	1	+	+
$f^{(+)}_{++,00}$	0	+	+
$f^{(-)}_{+-,00}$	1	+	+

Die asymptotische Form dieser t-Kanal-Helizitätsamplituden erhalten wir durch eine Sommerfeld - Watson - Transformation der Partialwellenentwicklung.Die Beiträge zu den invarianten Amplituden erhalten wir dann aus ihrer Verknüpfung mit den Helizitätsamplituden,die in Abschnitt 3.1 gegeben ist.
Wir haben,wie aus der Tabelle ersichtlich ist,vom ρ -Austausch dominante Beiträge zu folgenden Amplituden :

$$f^{(+)}_{++,1o} \quad , \quad f^{(-)}_{+-,1o} \quad , \quad f^{(-)}_{+-,oo} \qquad \rho : 1,(+),(+)$$

während die anderen Amplituden keine Beiträge vom ρ erhalten.
Für die invarianten Amplituden ergibt sich dann :

$$A_1 = A_4 = A_5 = 0$$

$$A_i = \beta_i \frac{\xi^J(\alpha)\,\alpha}{\Gamma(\alpha+1)} \left(\frac{s-u}{2s_0}\right)^{\alpha-1} \qquad i = 2,3,6$$

Die Residuen β_i bestimmen wir aus dem Feynmanndiagramm des ρ -Austauschs im t-Kanal.Die Amplitude zu diesem Diagramm mit den im Text definierten Kopplungen ist :

$$T = \frac{1}{m_\rho^2 - t}\, \bar{u}(p_2) \Big\{ \Big[\gamma_\mu g_\rho^V - i\sigma_{\mu\nu} q^\nu \frac{g_\rho^T}{2M} \Big] \cdot \Big(- g^{\mu J} + \frac{q^\mu q^J}{q^2} \Big) \times$$
$$\times \Big[f^1_{\varepsilon\rho\rho} \big(\epsilon_J(\lambda_\rho)\, q_1^2 - (\epsilon q_1)\, q_{1J} \big) + f^2_{\varepsilon\rho\rho} \big(\epsilon_J(\lambda_\rho)\, q_2 q_1 - (\epsilon q_2)\, q_{1J} \big) \Big] \Big\} v(p_1)$$

Wir multiplizieren direkt aus und vergleichen dies mit der Zerlegung der Amplitude nach Invarianten aus Abschnitt 3.1 .Die Koeffizienten der Invarianten sind dann gerade die Residuen am Rho - Pol : Wir erhalten folgendes Resultat :

$$\text{Res } A_1 = \text{Res } A_4 = \text{Res } A_5 = 0$$

$$\text{Res } A_2 = - \frac{2 g_\rho^T}{2M(t-m^2)} \Big[f^1_{\varepsilon\rho\rho} + f^2_{\varepsilon\rho\rho} \cdot \frac{1}{2} \big(t - m_\rho^2 - m_\varepsilon^2 \big) \Big]$$

$$\text{Res } A_3 = 2 \text{ Res } A_6 = f^2_{\varepsilon\rho\rho} \big[g_\rho^V - g_\rho^T \big]$$

1o. ABBILDUNGEN

1. Kinematik der Prozesse $\pi\pi$, $\pi^o\omega$, $\rho\varepsilon \to N\bar{N}$

2. Analytizitätsstruktur der Helizitätspartialwellen

3. a) Unitaritätsrelation
   b) Borntermapproximation
   c) N/D - Verfahren mit elastischer Korrektur

4. Pionformfaktor

5. Wirkungsquerschnitt $e^+e^- \to \pi^o\omega$

6. a,b) Helizitätsamplituden Re,Im Γ_i ($\pi\pi \to N\bar{N}$)

7. a,b) Helizitätsamplituden J_i , J_{iBorn} , $J_{iBorn} + \Delta(1236)$

8. $\pi\pi$-Beitrag zu den Nukleonformfaktoren
   a,b) Re,Im F_i^V im zeitartigen Bereich $t > 0$
   c,d) F_i^V im raumartigen Gebiet $t < 0$

9. $\pi^o\omega$ - Beitrag zu Im F_i^V

1o. $\rho\varepsilon$ - Beitrag zu Im F_i^V
   a,b) Borntermbeitrag in Abhängigkeit von $x = g'_{\varepsilon\rho\rho}/g^2_{\varepsilon\rho\rho}$
   c,d) gesamter Beitrag mit x=-o.35

11. a,b) Spektralfunktionen der Nukleonformfaktoren mit Beiträgen aus allen drei Kanälen .

12. Wirkungsquerschnitt $e^+e^- \to N\bar{N}$

LEBENSLAUF

Jürgen Willrodt

1.1.195o	geboren als Sohn des Ingenieurs Günther Willrodt und seiner Ehefrau Ina, geb. Stowe, in Hamburg
1956-6o	Besuch der Volksschule in Hamburg
196o-69	Besuch des mathematisch-naturwissenschaftlichen Zweiges des Heinrich-Hertz-Gymnasiums in Hamburg
28.1.1969	Reifeprüfung
SS 1969	Beginn des Studiums der Physik an der Universität Hamburg
SS 1971	Diplomvorprüfung
WS 1971/72 - SS 1972	Studium der Physik an der Universität Freiburg
7.9.1972	Heirat mit Dörte von Westernhagen
WS 1972/73	Beginn der Diplomarbeit bei Herrn Prof.Dr.G.Kramer am II.Institut für theoretische Physik der Universität Hamburg : Thema : Eine dispersionstheoretische Berechnung der Isovektoranteile der Nukleonformfaktoren im raum- und zeitartigen Bereich.
Jan.1974	Diplomhauptprüfung
1.2.1974	Beginn der Doktorarbeit bei Herrn Prof.Dr.G.Kramer und Anstellung als wissenschaftliche Hilfskraft am II.Institut für theoretische Physik der Universität Hamburg

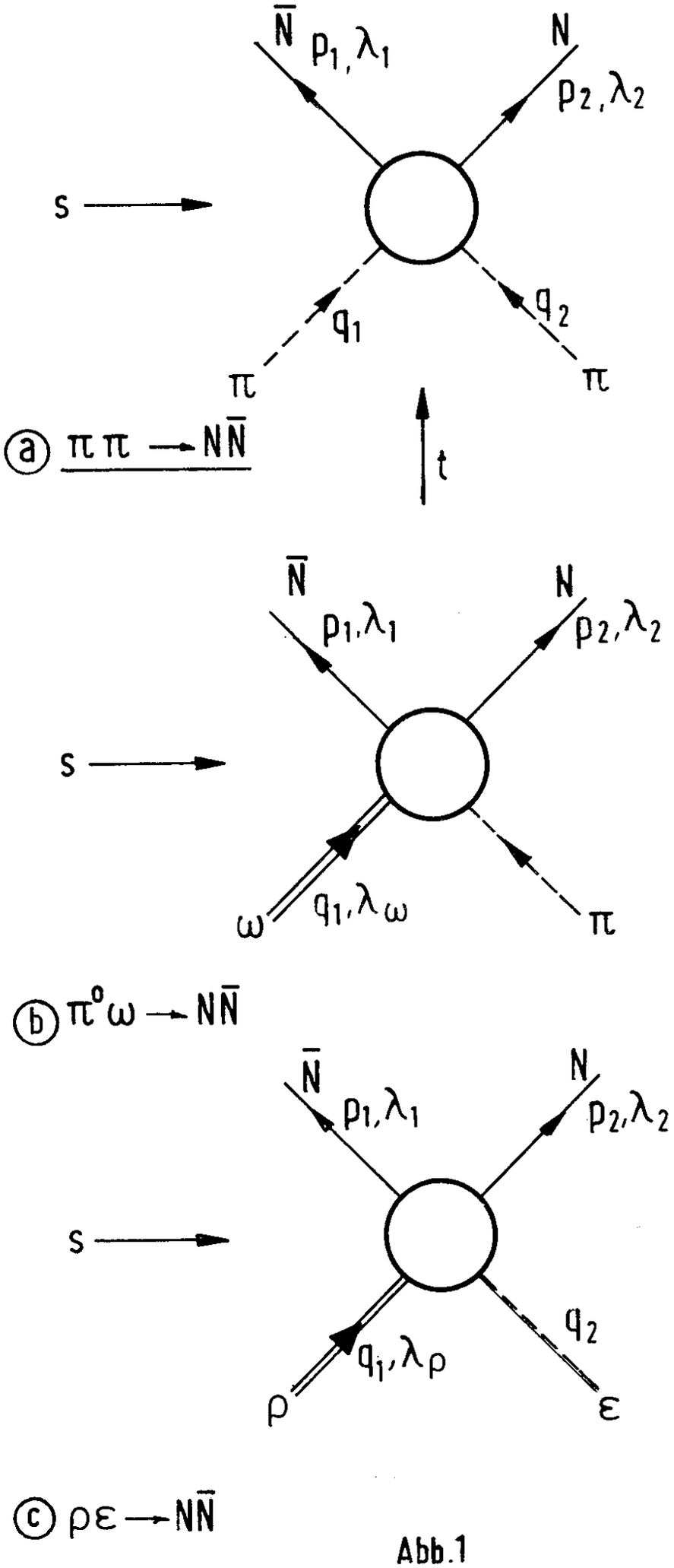
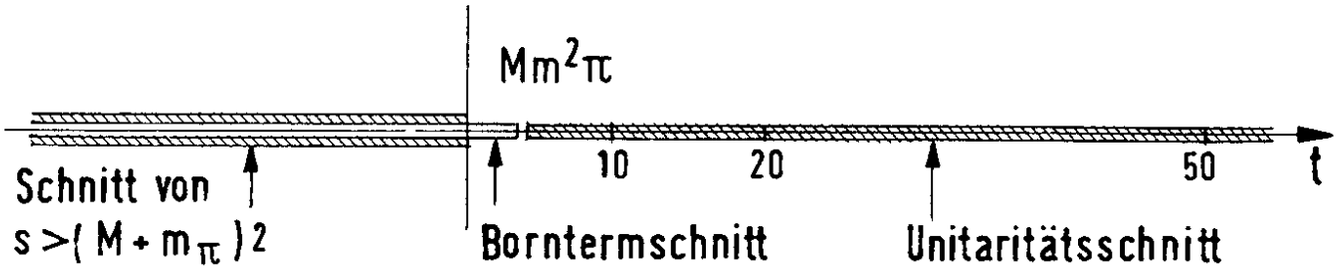
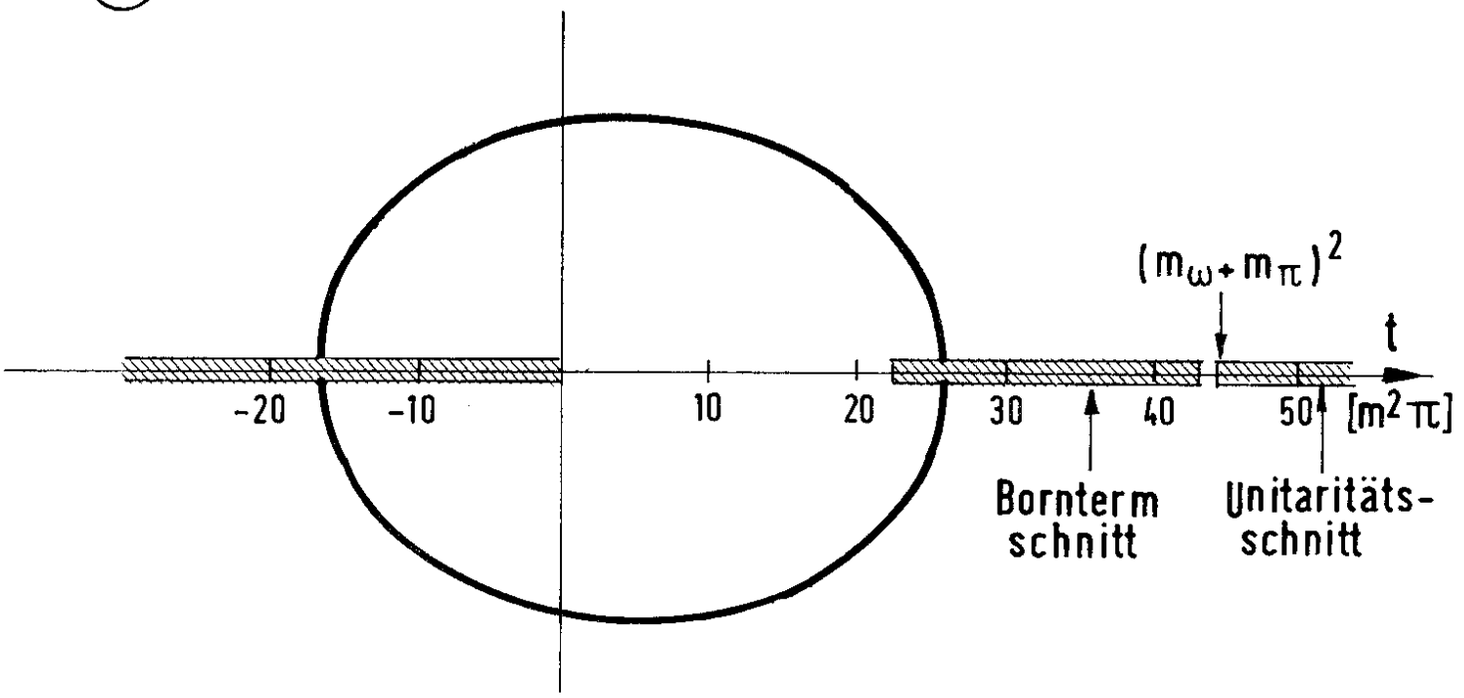

N̄ p1, λ1
N p2, λ2
s
q1
q2
π
π
t
ⓐ ππ → NN̄
N̄ p1, λ1
N p2, λ2
s
ω
q1, λω
π
ⓑ π⁰ω → NN̄
N̄ p1, λ1
N p2, λ2
s
q2
q1, λρ
ρ
ε
ⓒ ρε → NN̄

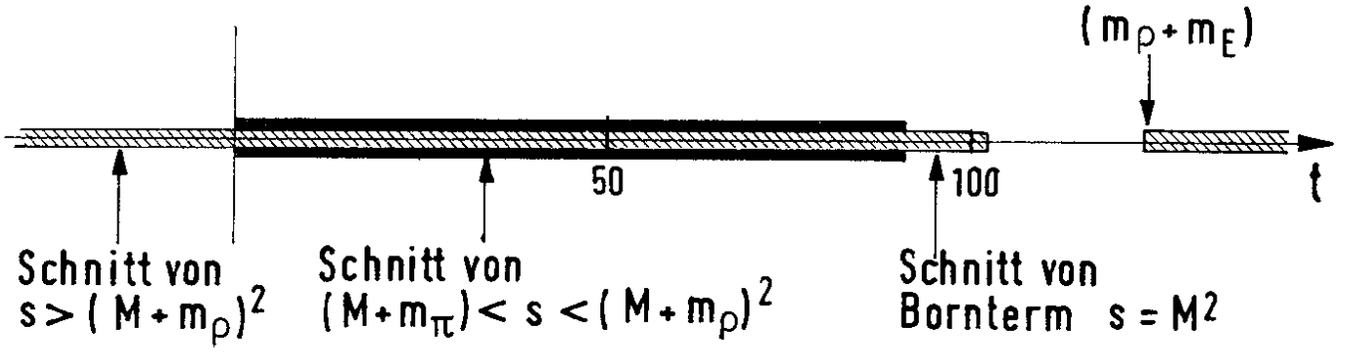
Abb.1



(a) $\pi\pi \rightarrow N\bar{N}$



(b) $\pi^0\ \omega \rightarrow N\bar{N}$



(c) $\rho\varepsilon \rightarrow N\bar{N}$

Abb. 2

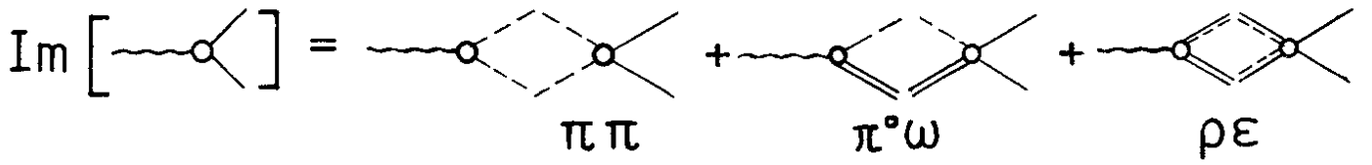


Abb.3a Unitaritätsrelation

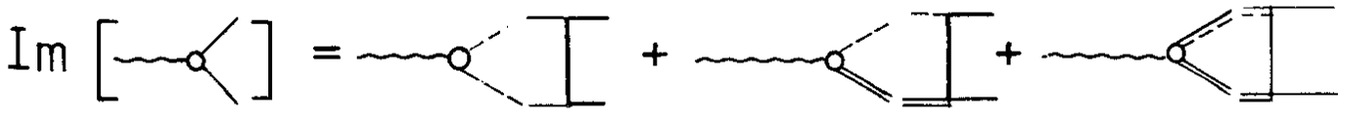


Abb.3b Bornterm approximation

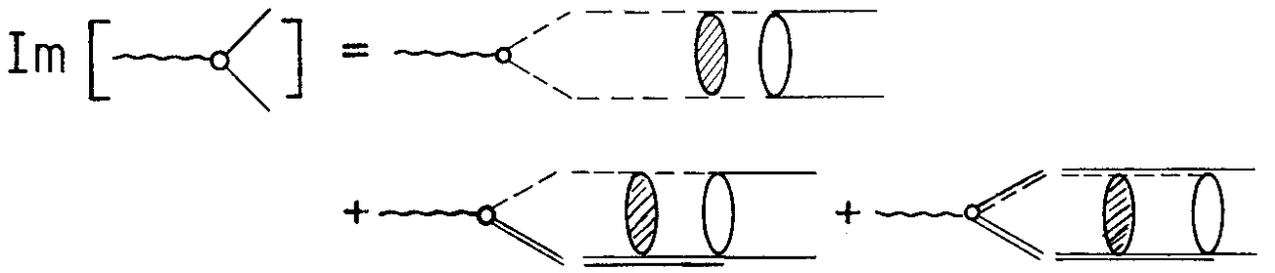


Abb.3c $^{N}/_{D}$ -Verfahren mit elastischer Korrektur

Abb. 3

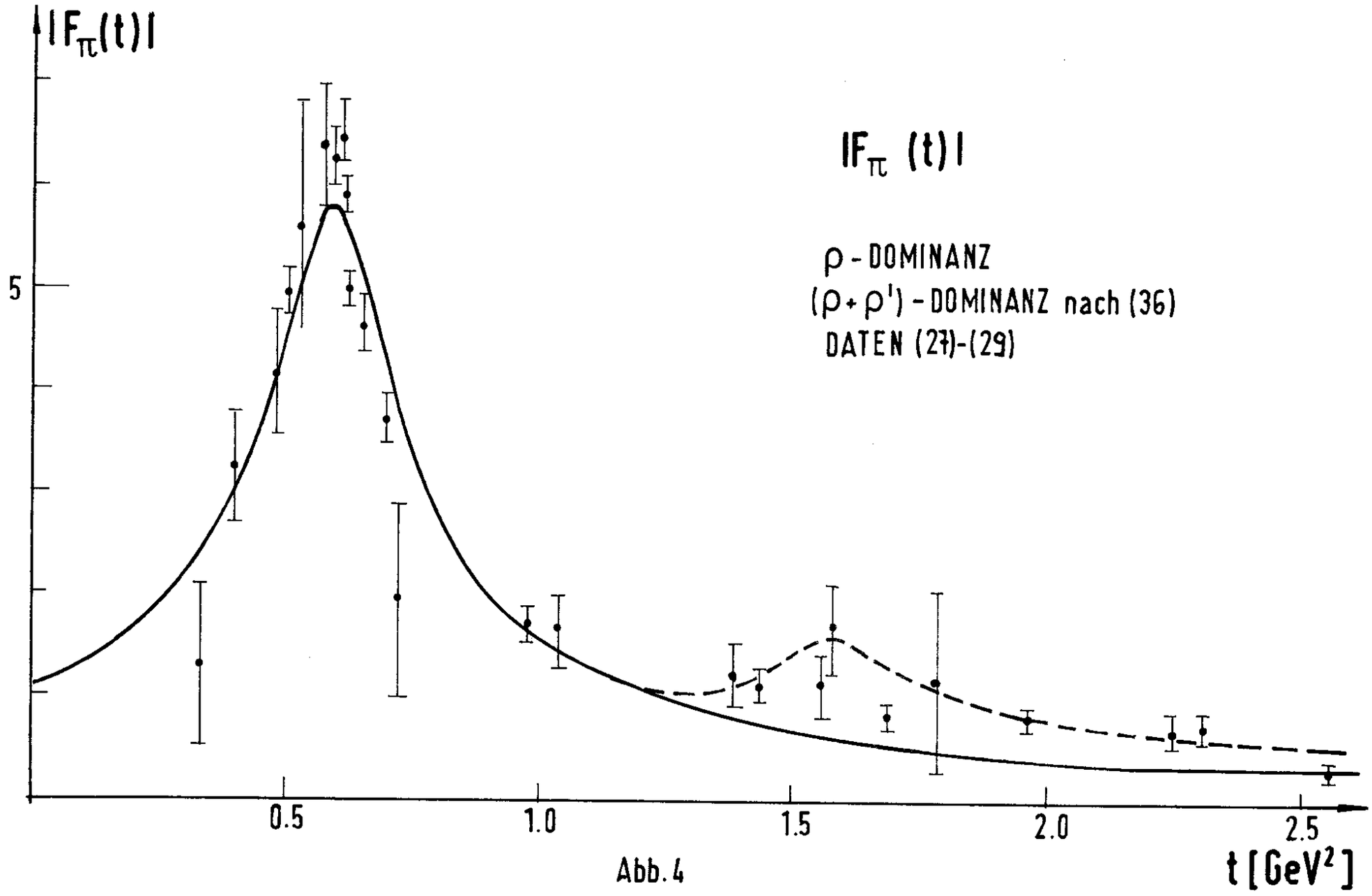
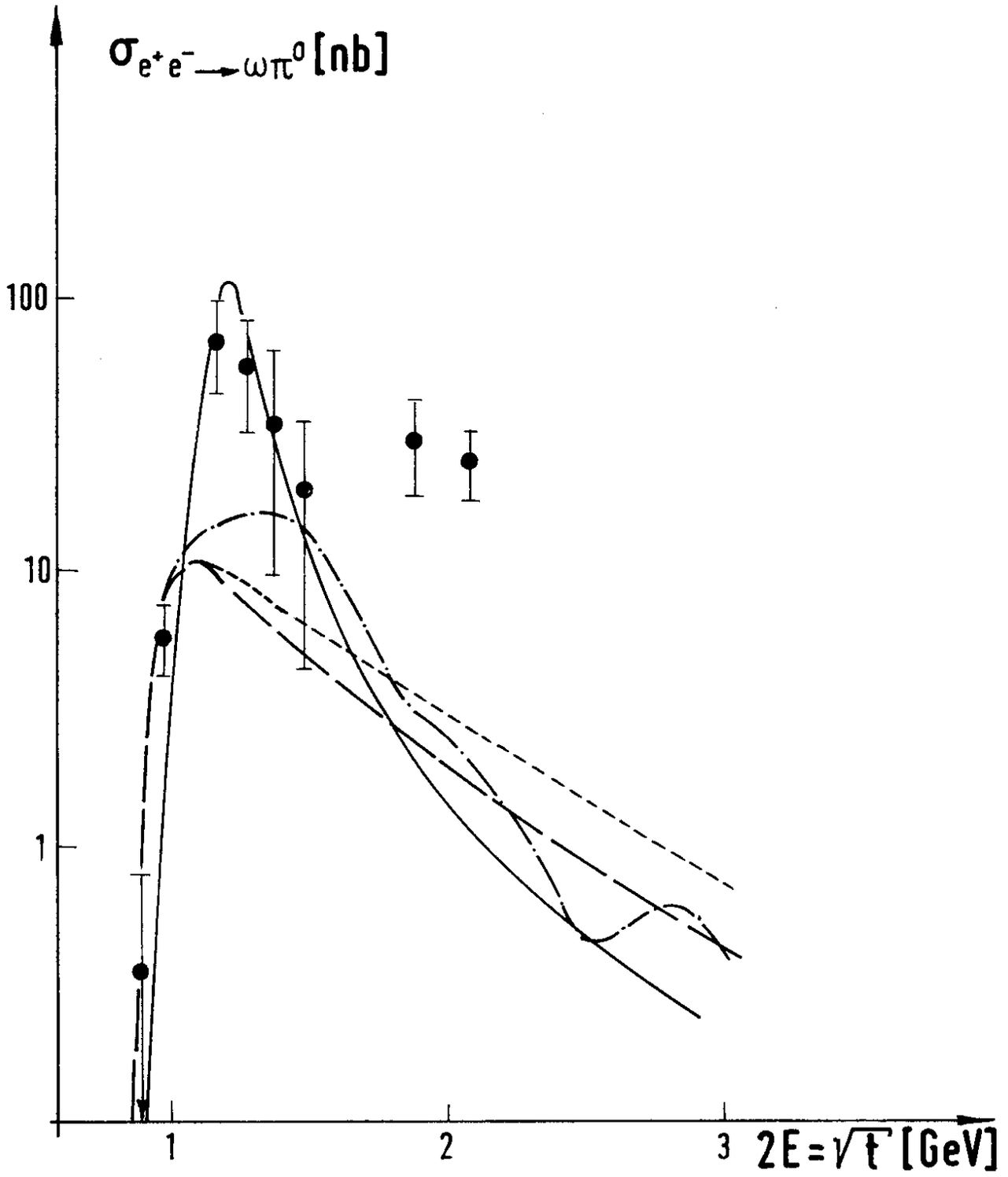

|F_π(t)|
|F_π (t)|
ρ - DOMINANZ
(ρ + ρ') - DOMINANZ nach (36)
DATEN (27)-(29)
5
0.5
1.0
1.5
2.0
2.5
t [GeV²]

Abb. 4



$\sigma_{e^+e^- \to \pi^0\omega}$

MODELLE:

ρ'(1250)-DOMINANZ, $\Gamma_{\rho'}$ = 0.12 GeV

ρ (770)-DOMINANZ

QUARK-MODELL

DISPERSIONS-RELATION

DATEN: M. GRILLI et AL. (33)

Abb.5

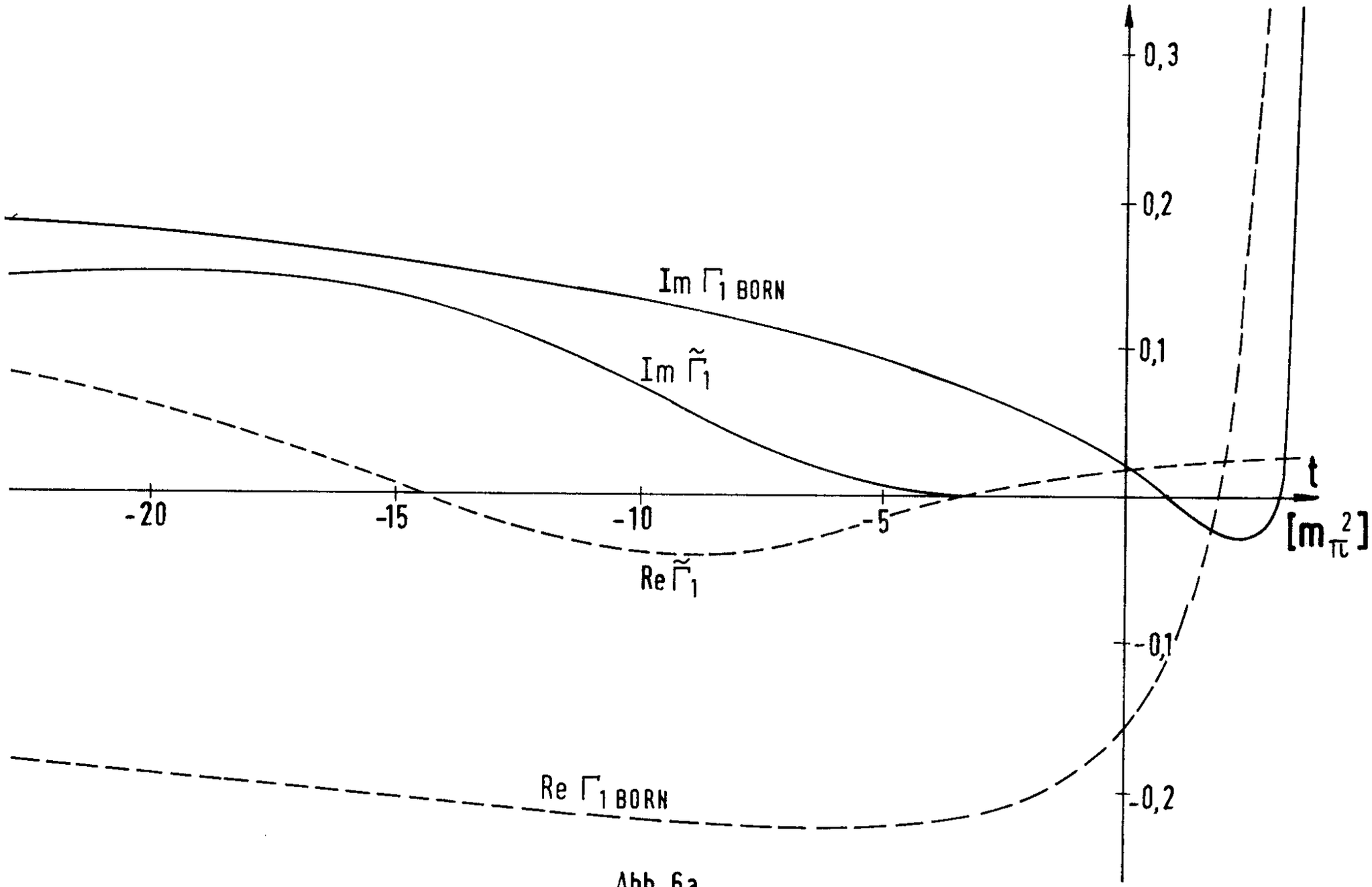


Abb. 6a

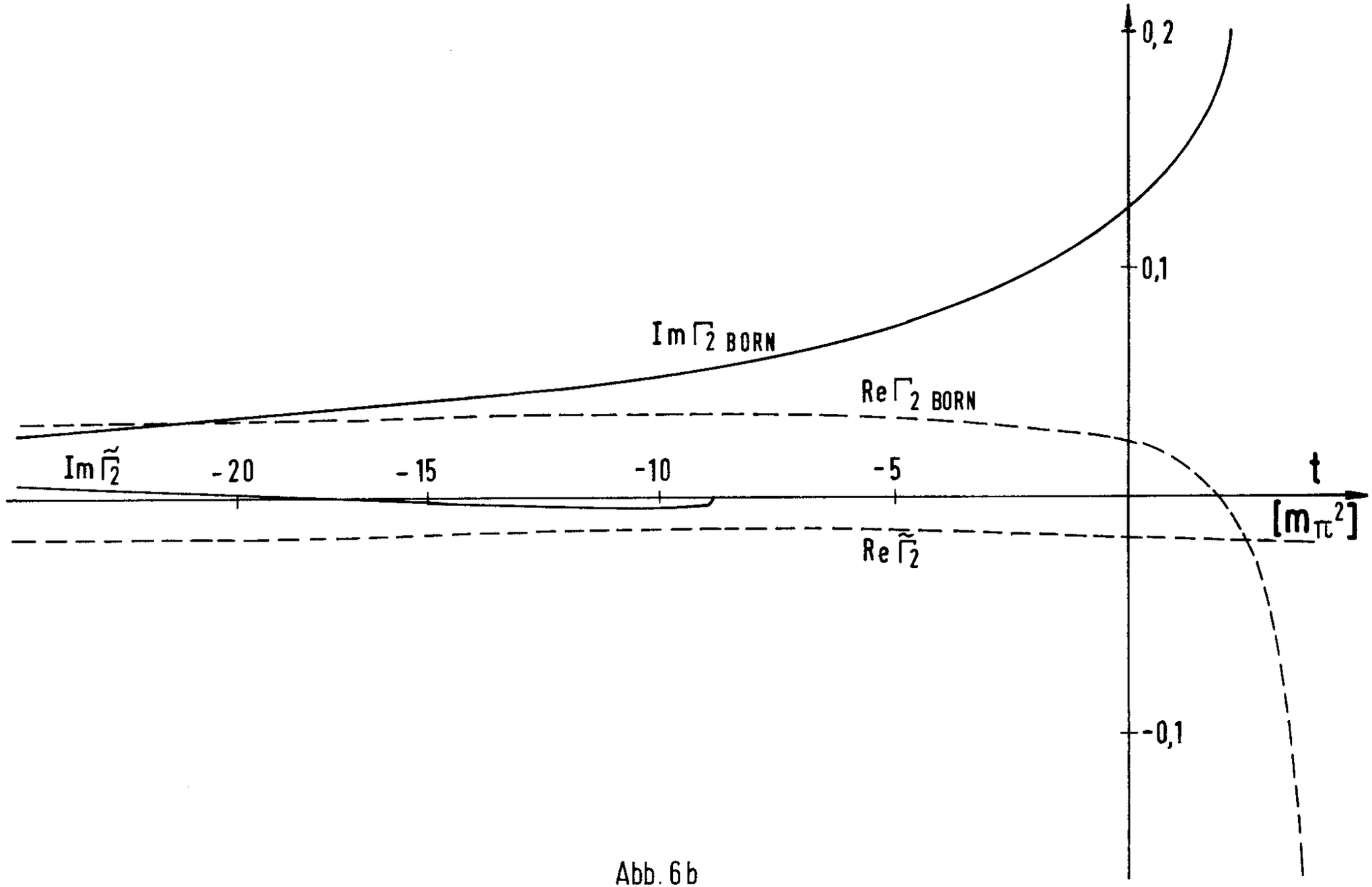


Abb. 6b

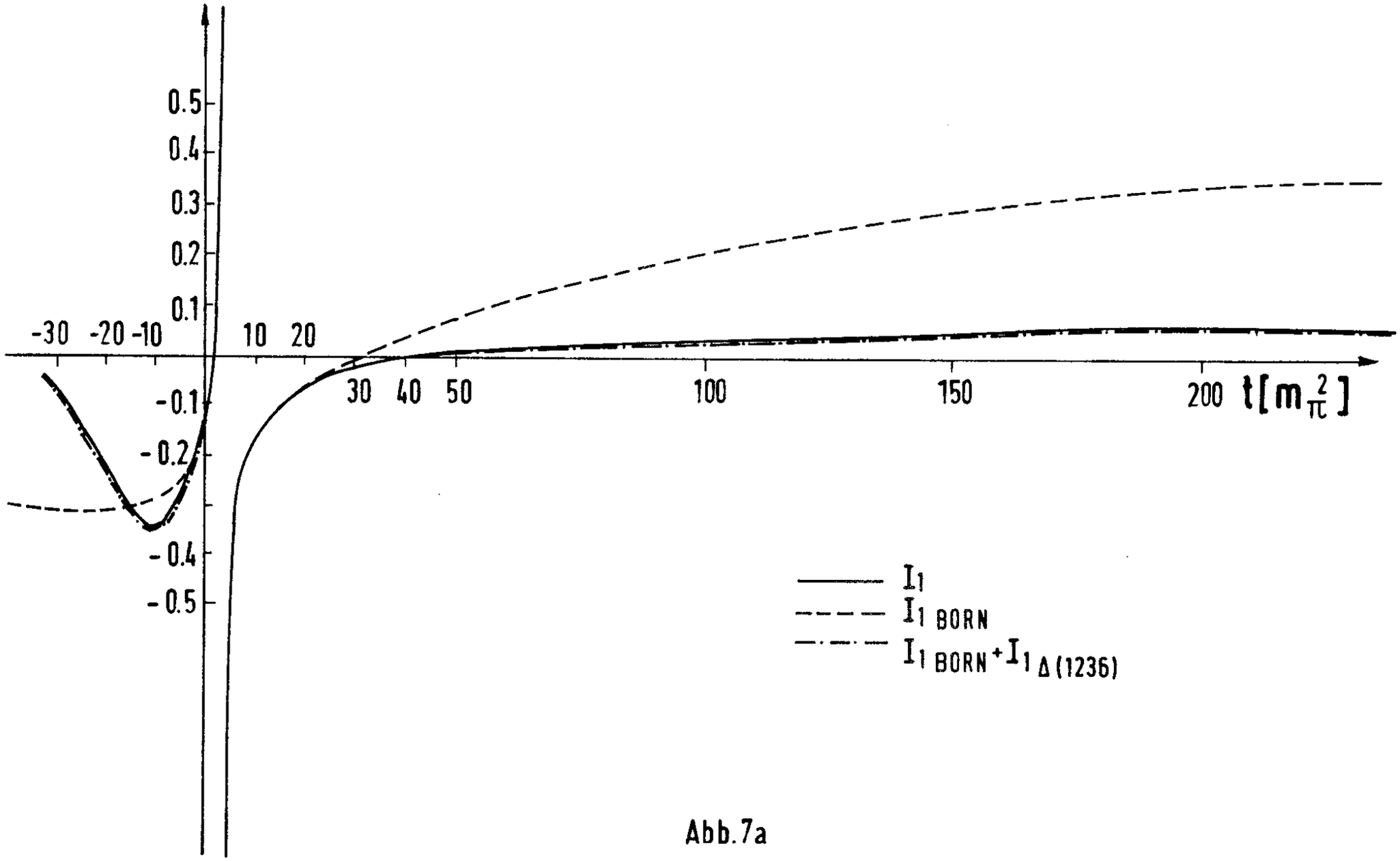

0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
-0.1
-0.2
-0.4
-0.5
-30
-20
-10
10
20
30
40
50
100
150
200
t [m_π^2]
I_1
I_1 BORN
I_1 BORN + I_1 Δ(1236)

Abb.7a

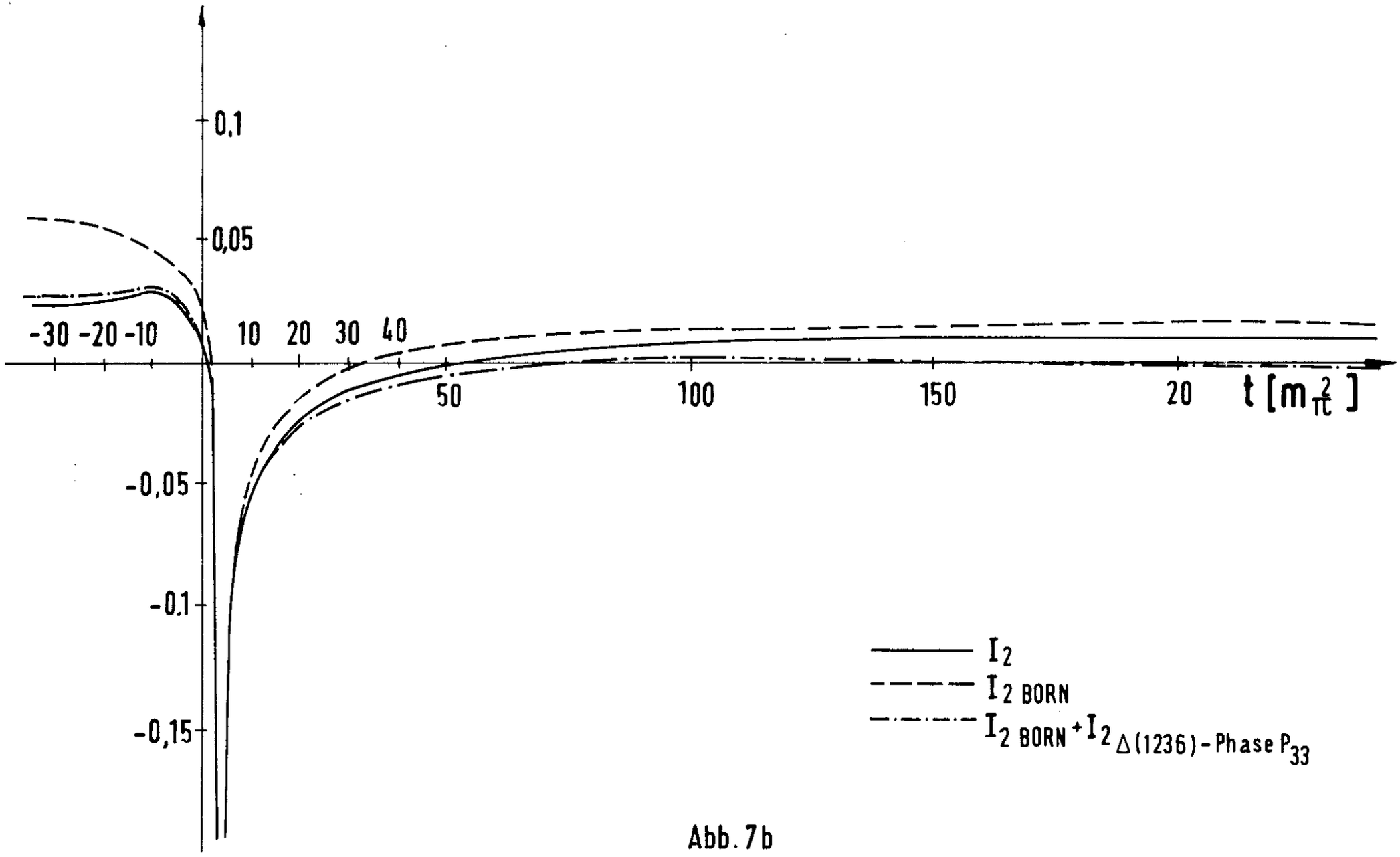
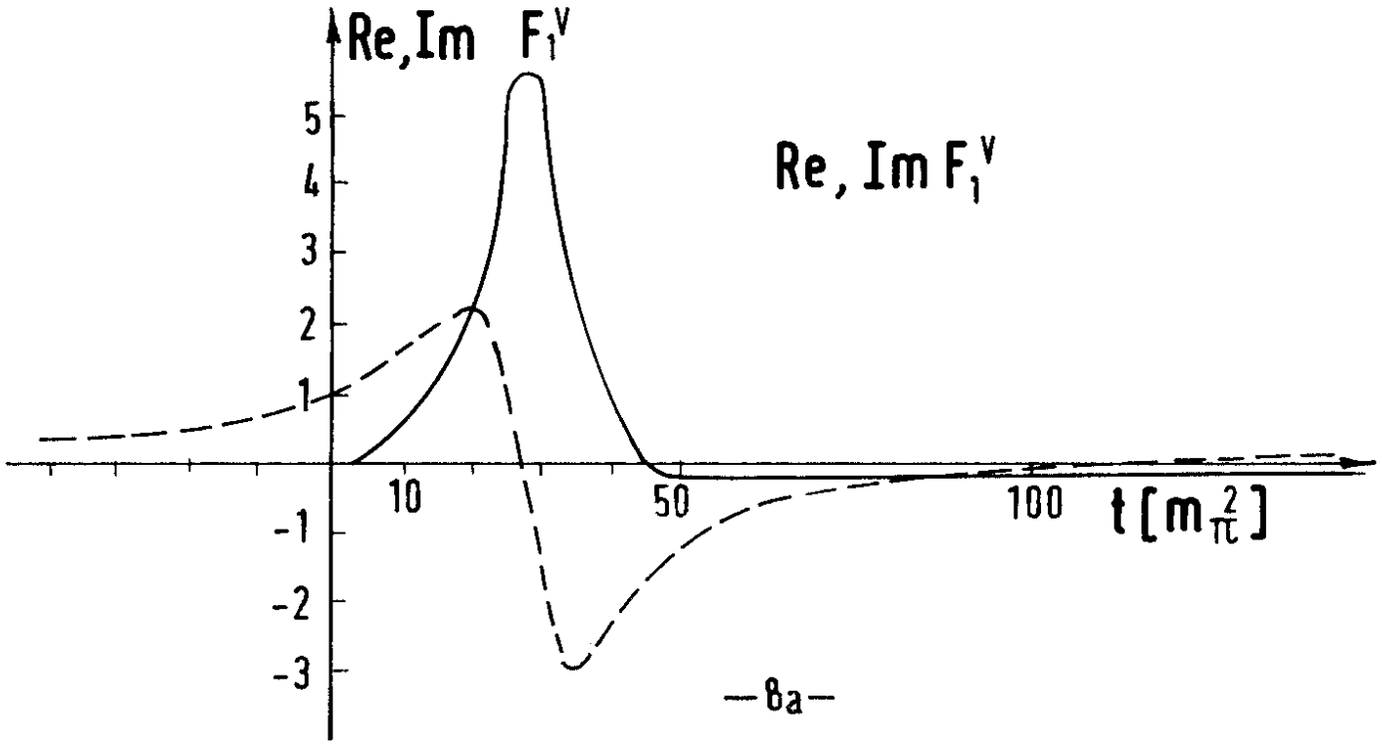
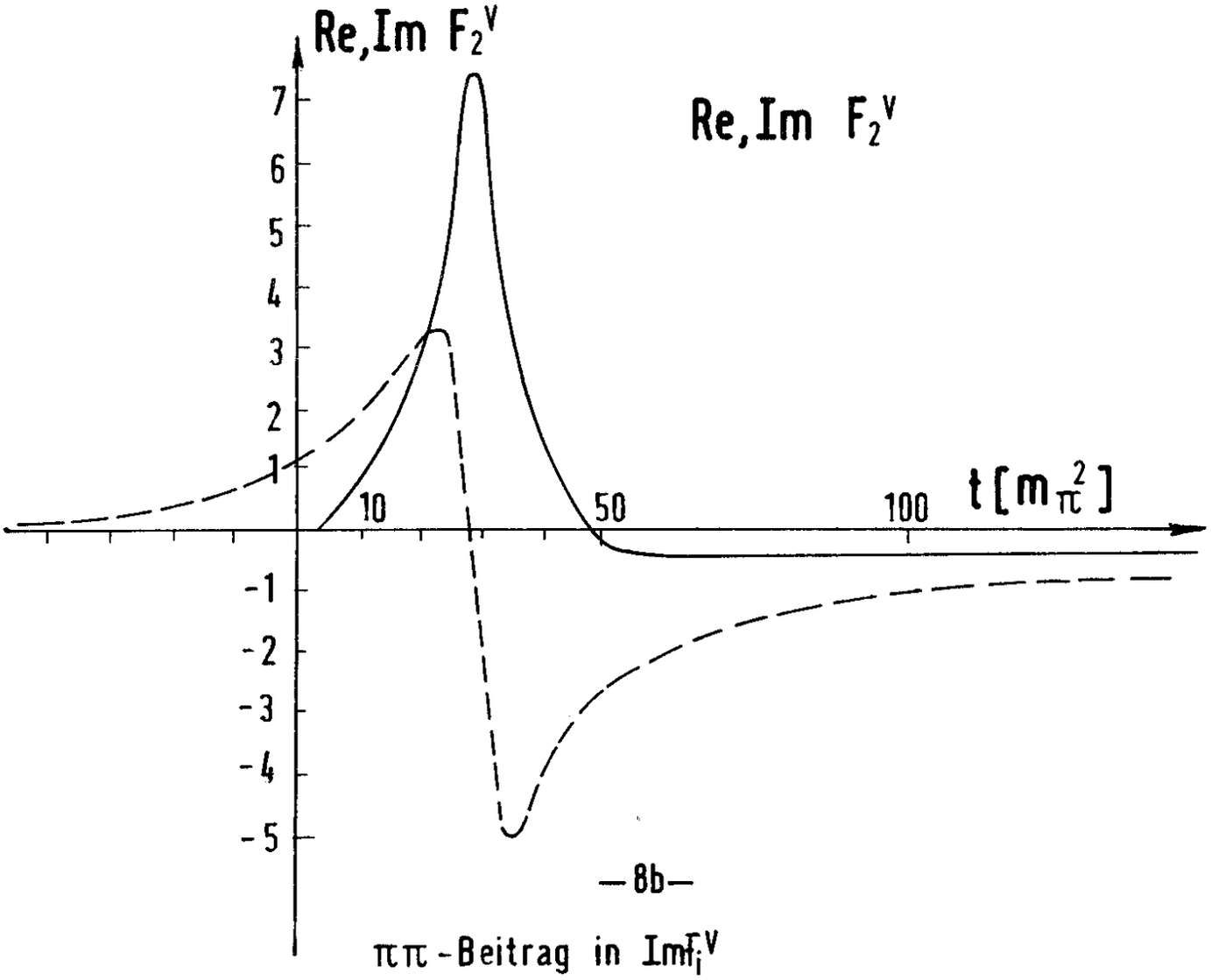

0,1
0,05
-0,05
-0,1
-0,15
-30 -20 -10
10 20 30 40
50
100
150
20
t [m_π^2]
I_2
I_2 BORN
I_2 BORN + I_2 Δ(1236)-Phase P_33

Abb. 7b



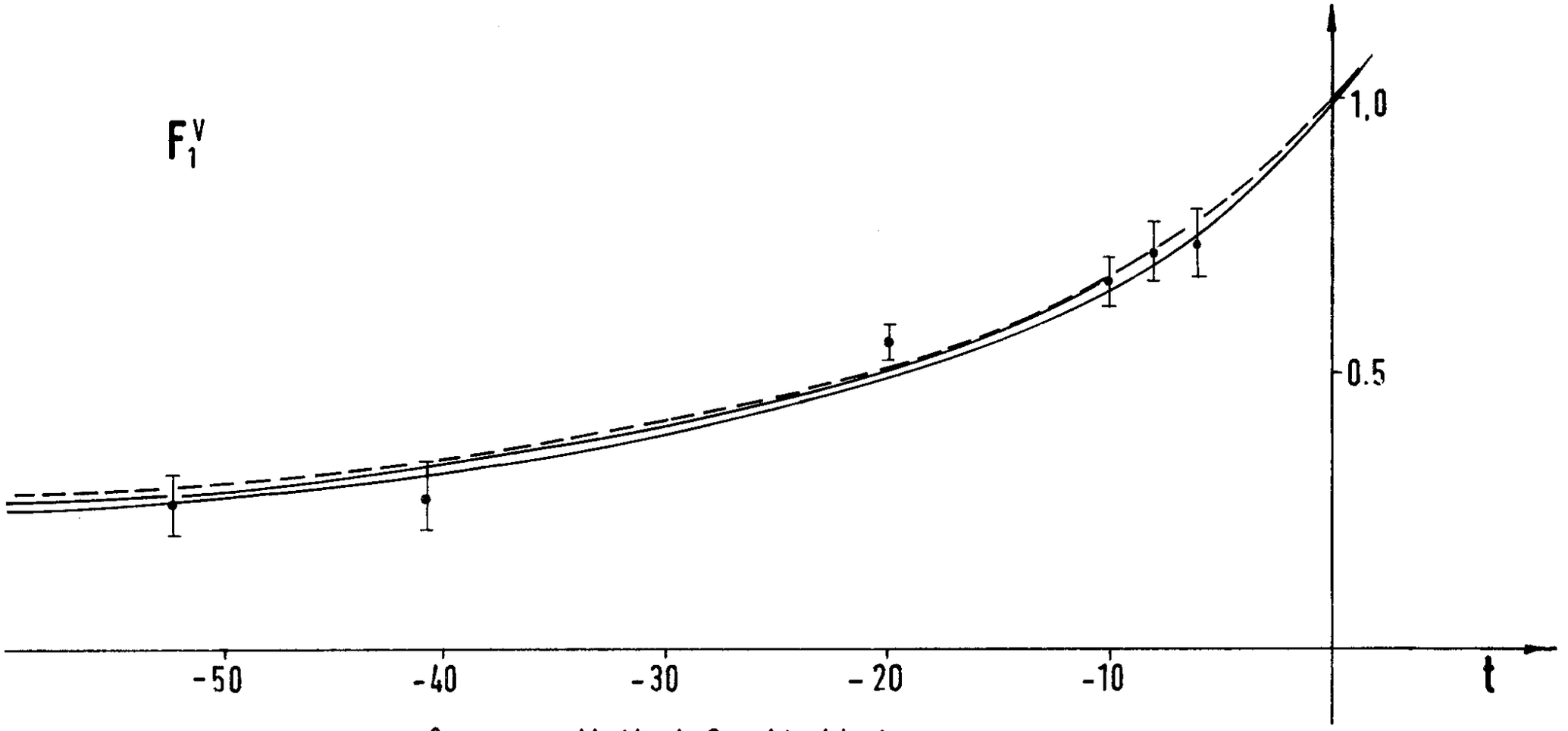
—8a—



—8b—

$\pi\pi$-Beitrag in $\mathrm{Im}\, F_i^V$

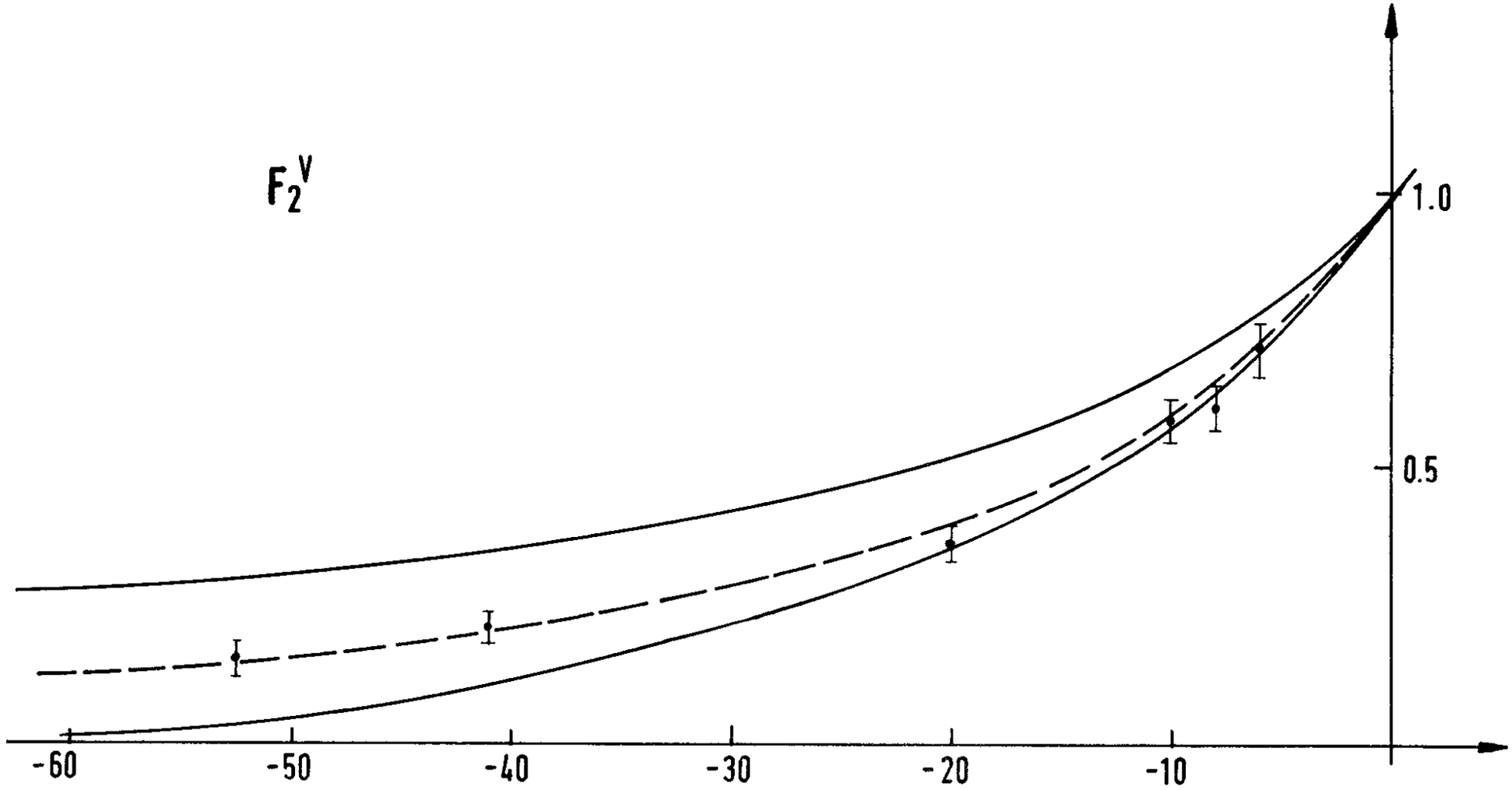
Abb. 8a,b



— — — — $\rho\varepsilon + \pi^0\omega + \pi\pi$, Methode 2, subtrahiert
obere Kurve : unsubtrahiert
untere Kurve : subtrahiert

Daten nach (40)

Abb.8c



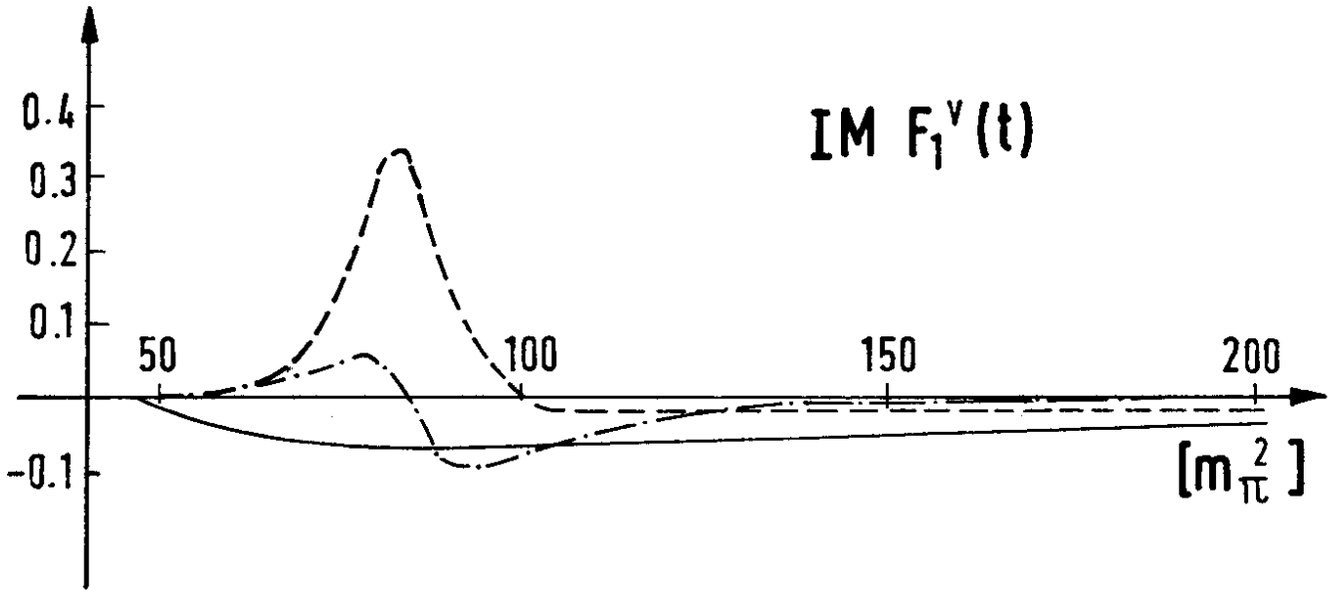
— — — F_2^V mit $\rho\varepsilon, \pi^0\omega$ - 2π - Beitrag nach Methode 2, subtrahiert.

——— obere Kurve: unsubtrahiert, normiert, $\pi\pi$

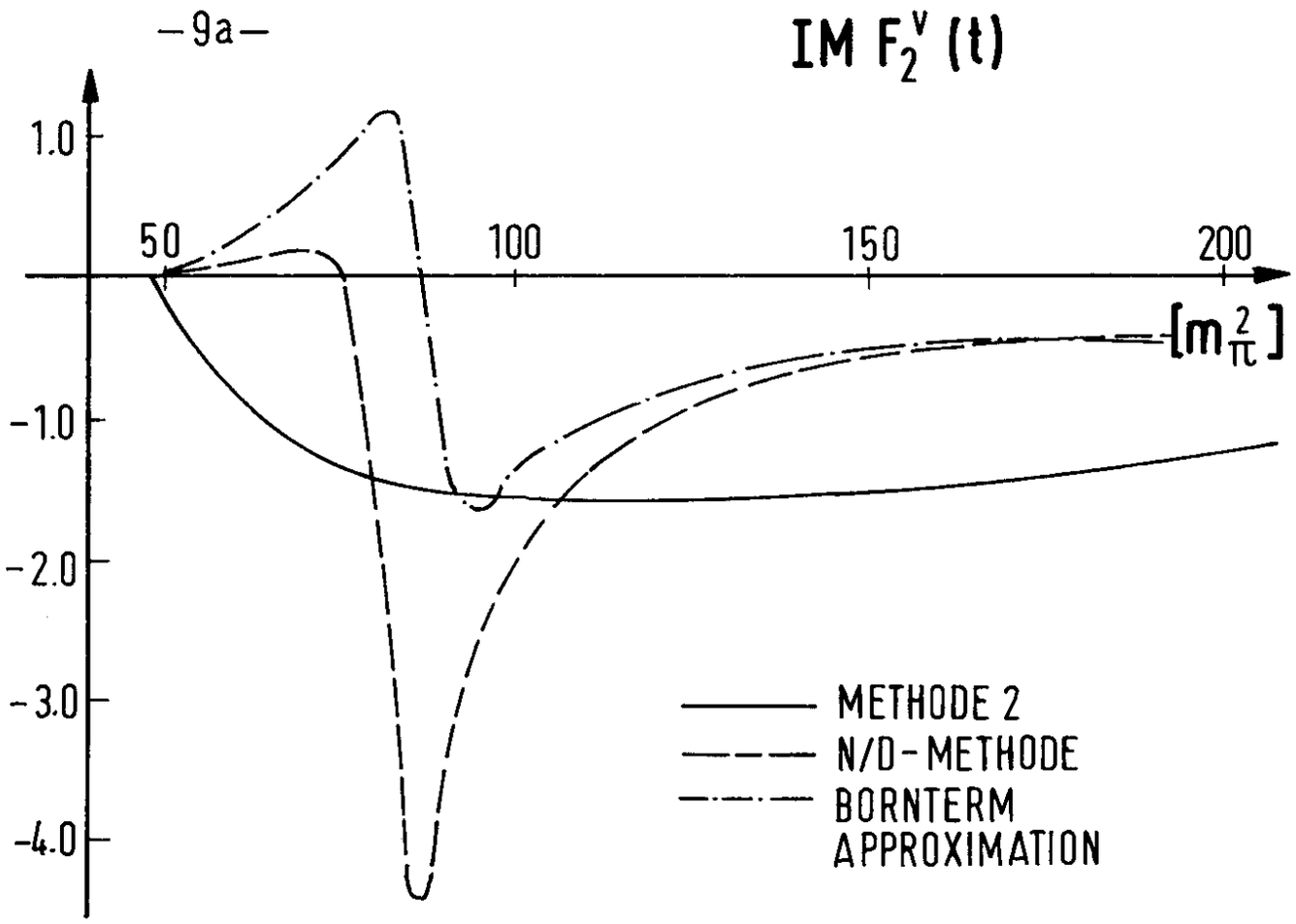
——— untere Kurve: subtrahiert, $\pi\pi$

Daten nach (**40**)

Abb. 8d



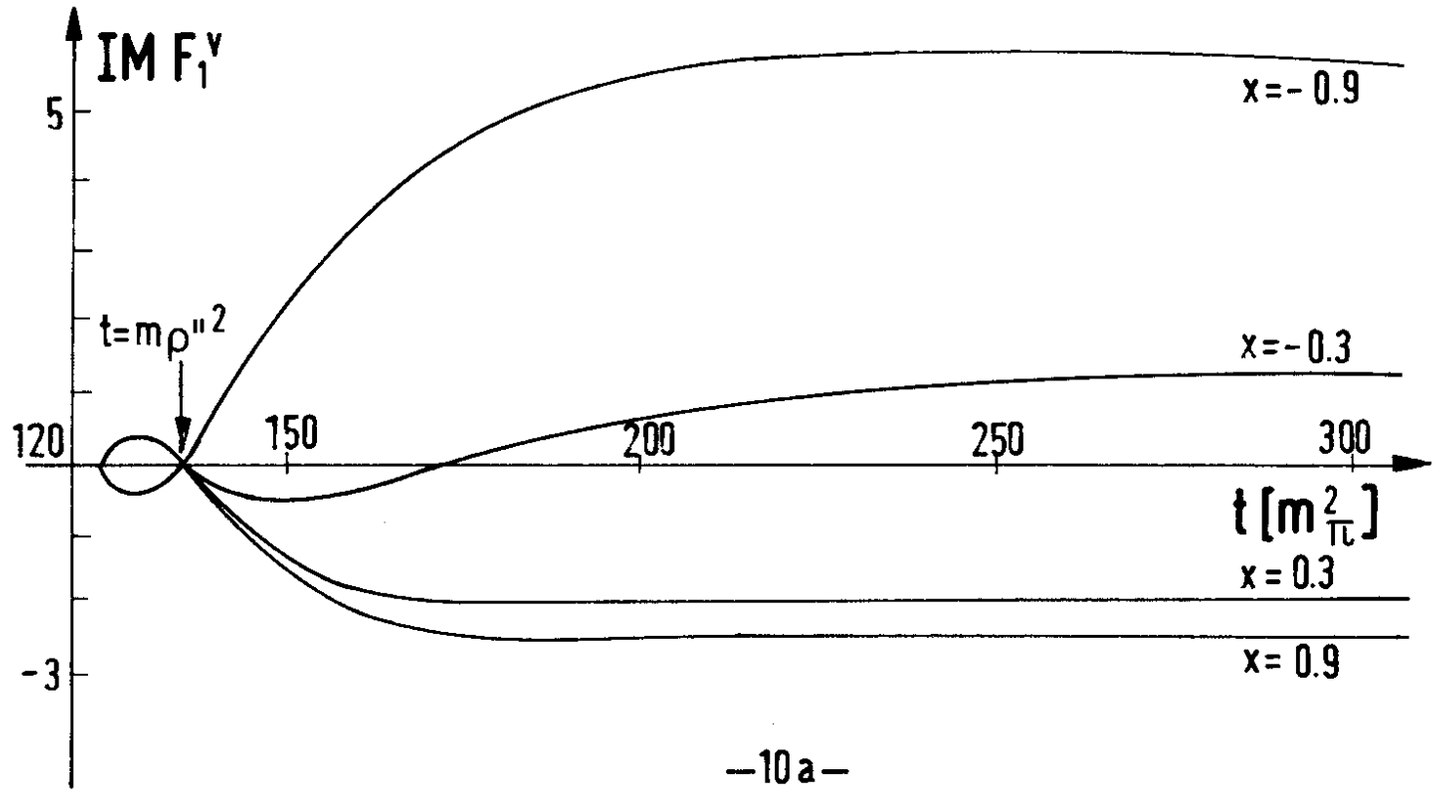
–9a–



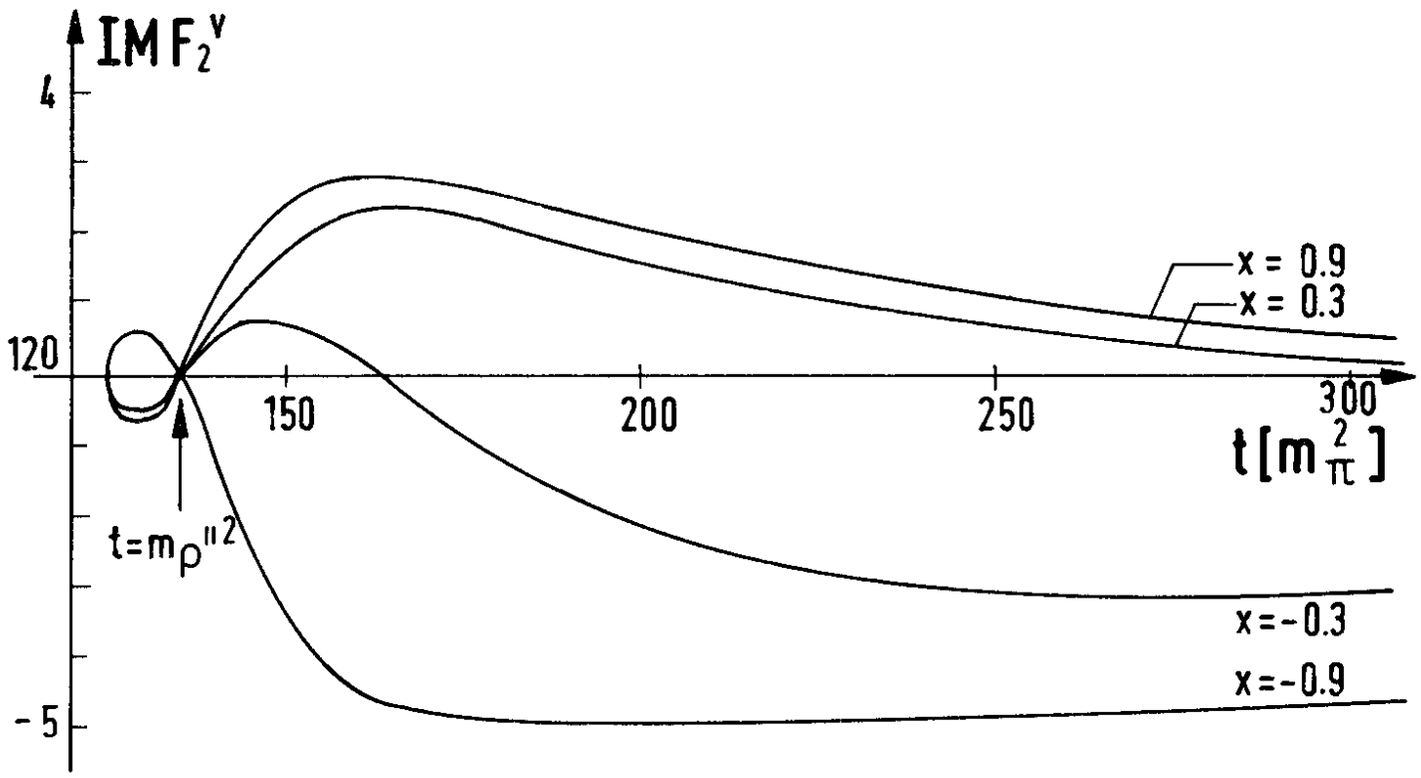
$\pi^\circ\omega$ - BEITRAG zu IM F_i^V

–9b–

Abb.9



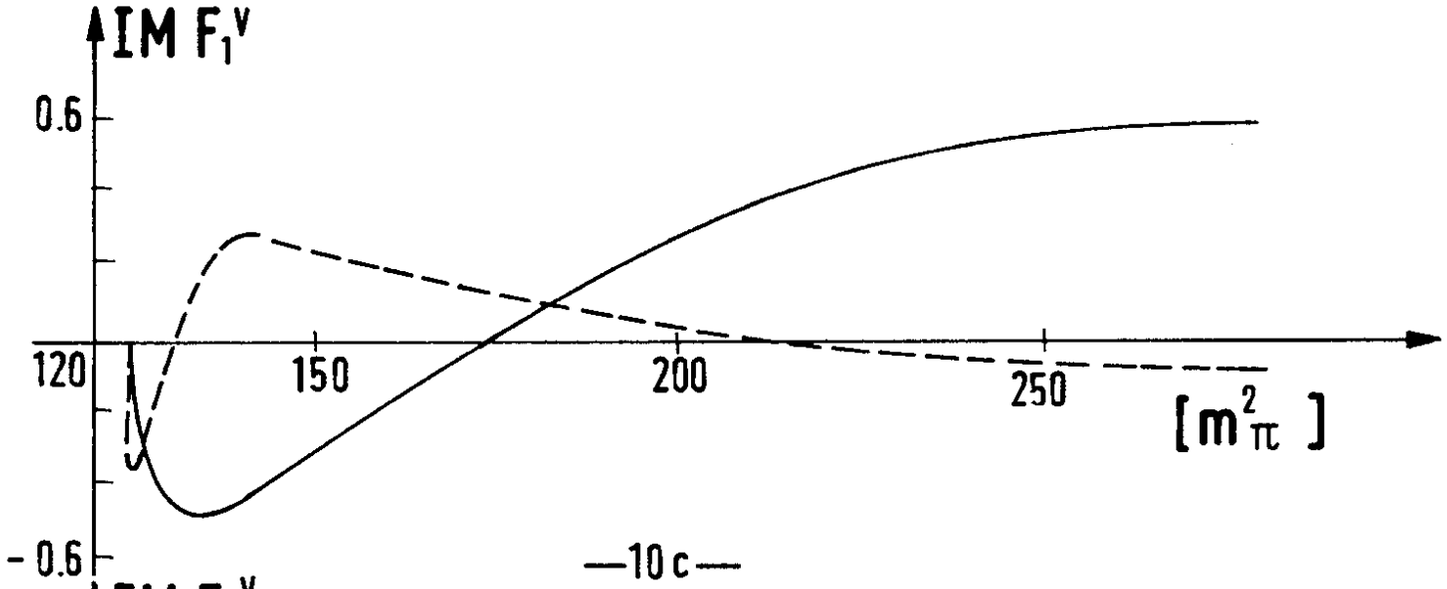
—10a—



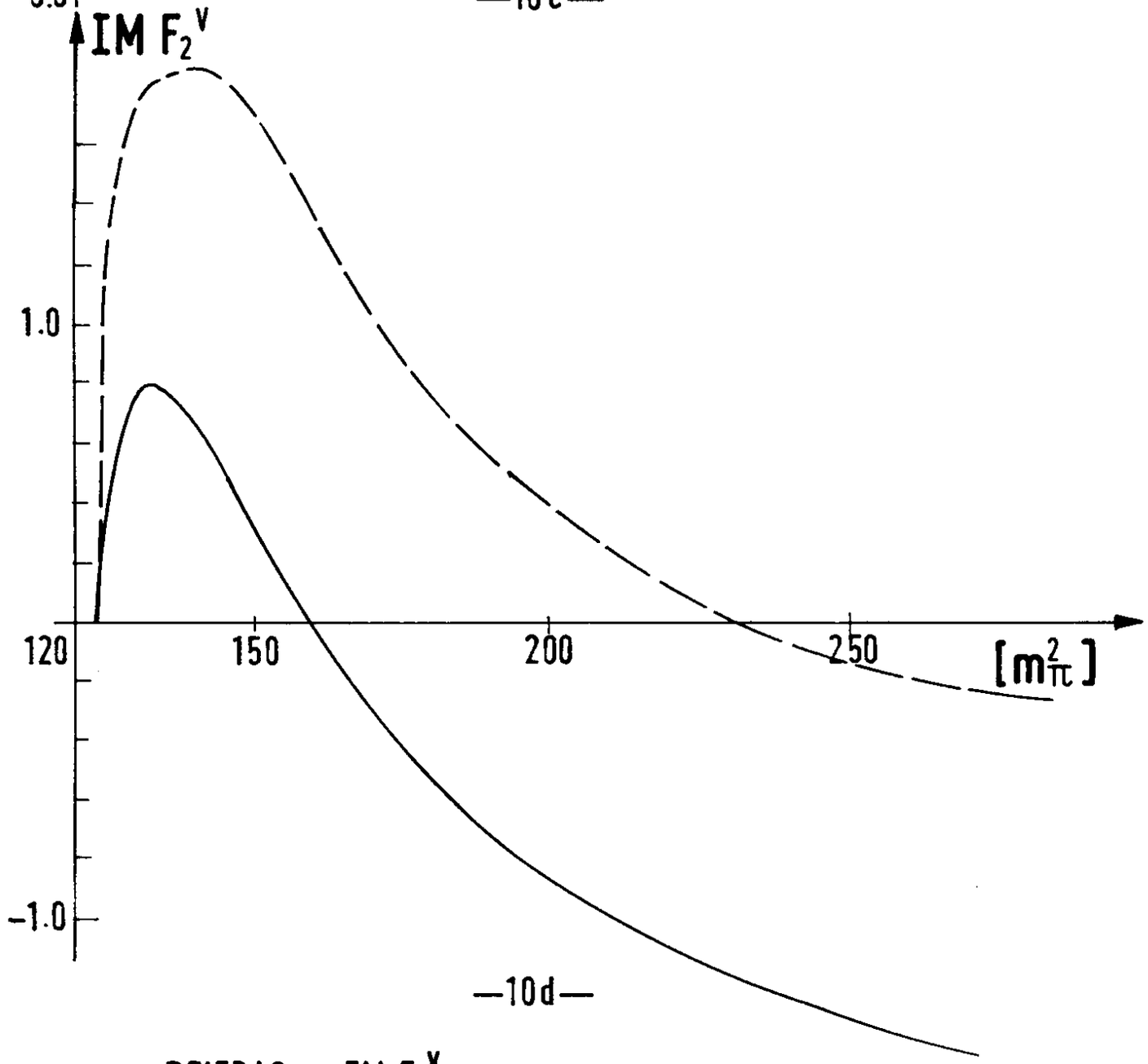
—10b—

$\rho\varepsilon$-BORNTERM BEITRAG zu IM F_i^V in ABHÄNGIGKEIT von x

Abb. 10



—10 c—



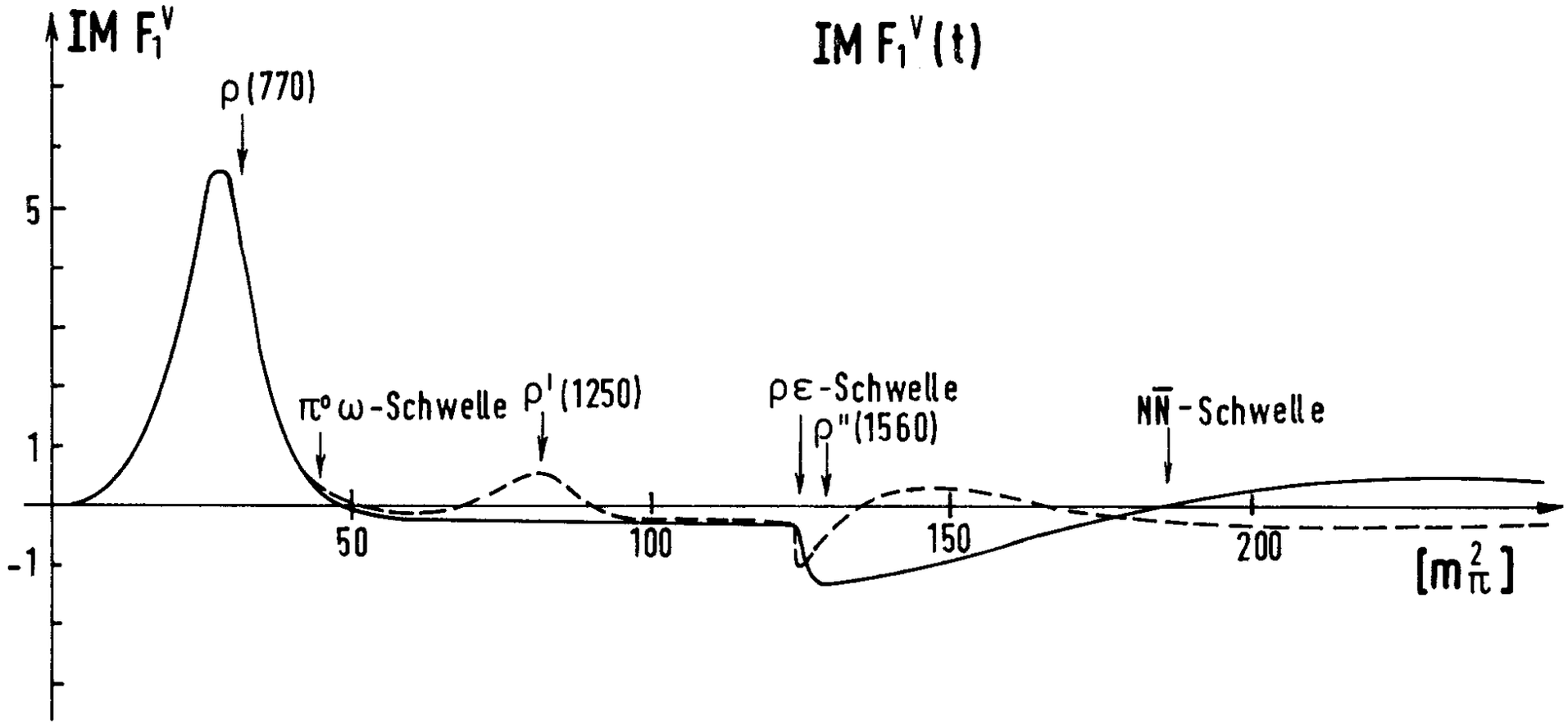
—10d—

$\rho\varepsilon$-BEITRAG zu IM F_i^V

——— METHODE 2

- - - - N/D-VERFAHREN

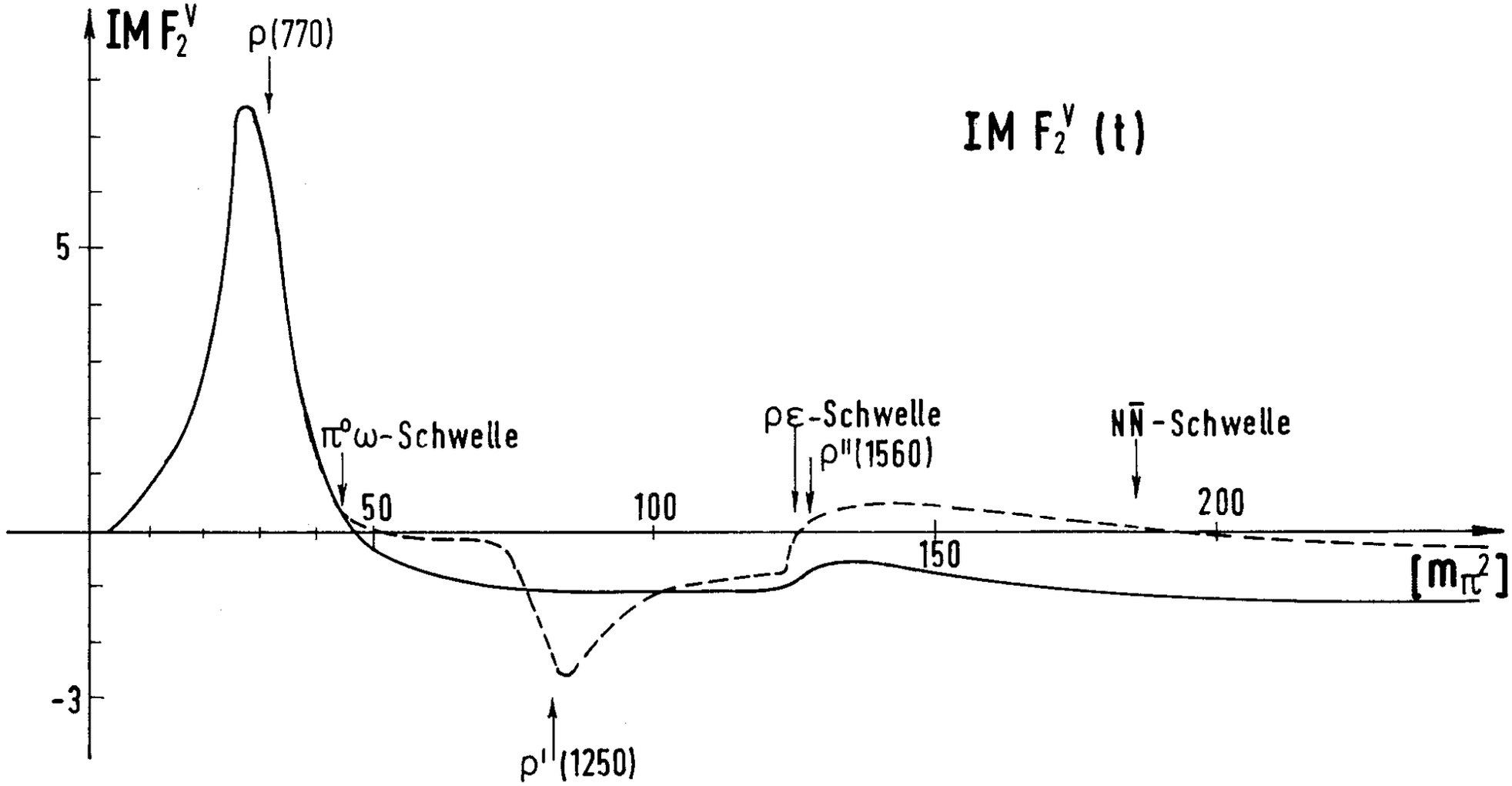
Abb. 10 c,d



SPEKTRALFUNKTION IM $F_1^V(t)$

METHODE 2
N/D- METHODE

Abb.11 a



SPEKTRALFUNKTION IM F_2^V (t)

Abb. 11 b

——— METHODE 2
– – – N/D-METHODE

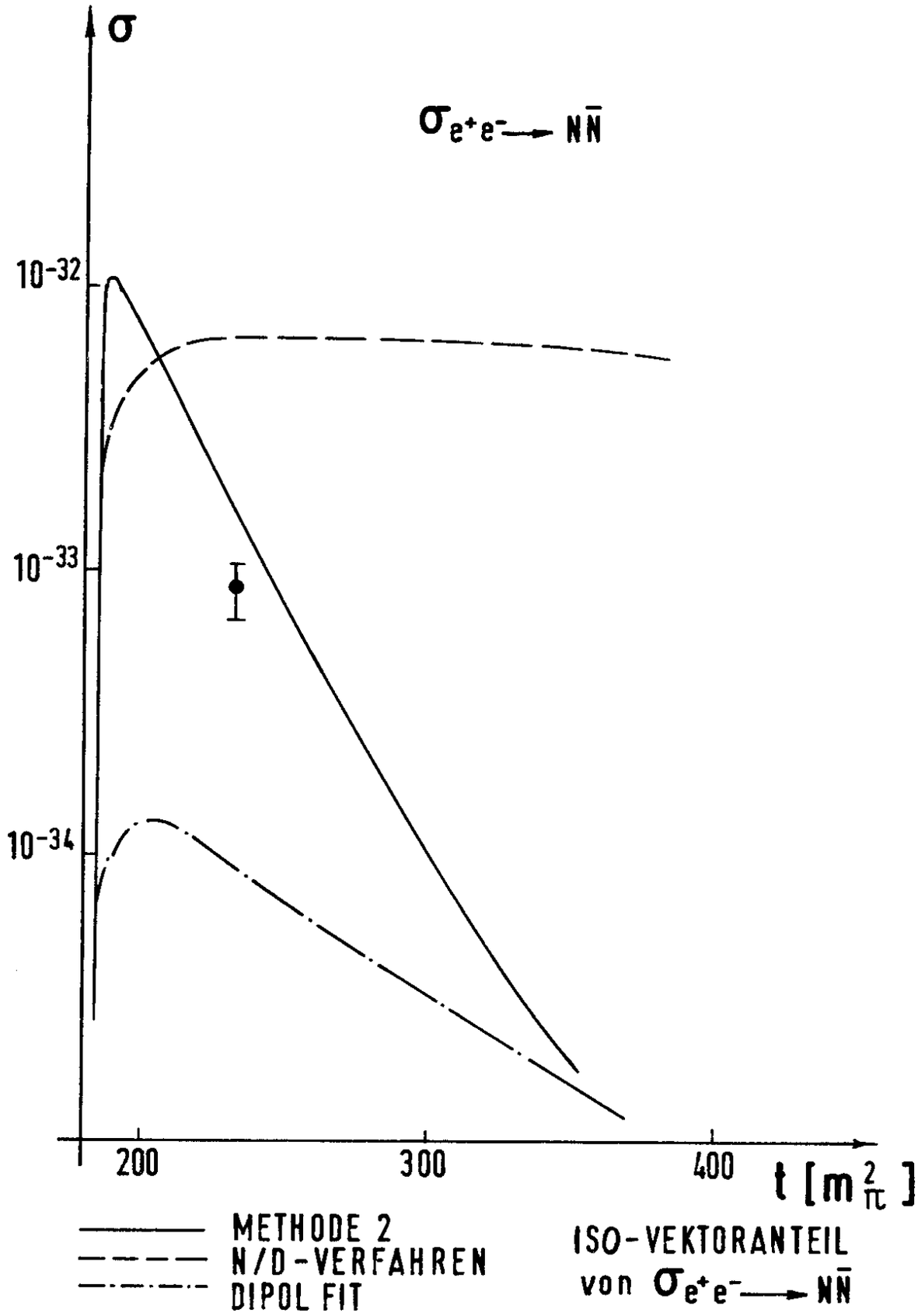

σ
$\sigma_{e^+e^- \to N\bar{N}}$
10^{-32}
10^{-33}
10^{-34}
200
300
400
$t\ [m_\pi^2]$
METHODE 2
N/D-VERFAHREN
DIPOL FIT
ISO-VEKTORANTEIL
von $\sigma_{e^+e^- \to N\bar{N}}$

Abb.12