Rahmenlehrplan Mathematik

BILDUNGSPLAN
TECHNISCHES GYMNASIUM

Freie und Hansestadt Hamburg
Behörde für Bildung und Sport

Dieser Rahmenlehrplan ist Teil des Bildungsplans für das Technische Gymnasium.

Die Behörde für Bildung und Sport hat mit Beschluss der Deputation vom 09.06.2004 die Erprobung des Bildungsplans beschlossen.

Er ist abweichend von den anderen Fächern verbindlich erstmals nur für den Unterricht der Schülerinnen und Schüler, die zum 01.08.2004 in die Vorstufe eintreten. Der Unterricht der Schülerinnen und Schüler, die zum 01.08.2004 in das 1. Halbjahr oder das 3. Halbjahr der Studienstufe eintreten, basiert ein weiteres Schuljahr bzw. zwei weitere Schuljahre auf den bis zum 01.08.2004 gültigen Plänen. Für das Abitur 2007 ist auch im Fach Mathematik der am 09.06.2004 beschlossene Bildungsplan die Grundlage für die Aufgabenstellungen.

Der Bildungsplan besteht aus einem Teil A, dem „Bildungs- und Erziehungsauftrag“ für das neunstufige Gymnasium, und einem Teil B, den Rahmenlehrplänen der Fächer (§ 4 HmbSG).

Impressum

Herausgeber:
Freie und Hansestadt Hamburg
Behörde für Bildung und Sport
Amt für Bildung
- Referat Berufliche Schulen -
Hamburger Straße 131, 22083 Hamburg

Referat: Grundsatz- und Strukturangelegenheiten
Michael Schopf (B 42-2)

Geschäftsführung: Anne Meyer
Andreas Grell (B 42-72)

Referat Mathematisch-naturwissenschaftlich-technischer Unterricht
Referatsleitung: Werner Renz

Redaktion: Winfried Euba
Prof. Dr. Gabriele Kaiser
Dr. Wolfgang Löding
Jens Weitendorf
Manfred Dabelstein (H 10)

Internet: www.bildungsplaene.bbs.hamburg.de oder www.wibes.de

Hamburg 2004

Inhaltsverzeichnis

1 Ziele

Grunderfahrungen

Der Mathematikunterricht der gymnasialen Oberstufe trägt zu einer umfassenden Bildung bei, indem er den Schülerinnen und Schülern folgende drei Grunderfahrungen ermöglicht:

- Erscheinungen der Welt um uns aus Natur, Gesellschaft und Kultur, die uns alle angehen oder angehen sollten, in einer spezifischen durch Mathematik geprägten Art wahrzunehmen und zu verstehen;
- mathematische Gegenstände und Sachverhalte, die in mathematischer Sprache, Symbolen und Formeln repräsentiert sind, als geistige Schöpfungen in einer deduktiv geordneten Welt eigener Art kennen zu lernen und zu begreifen;
- in der Auseinandersetzung mit mathematischen Problemen Problemlösefähigkeiten (heuristische Fähigkeiten) zu erwerben.

Grund- und Leistungskurse bedürfen gleichermaßen aller drei Grunderfahrungen, im Grundkurs wird jedoch die innere Welt der Mathematik (2. Grunderfahrung) eher präformal betrachtet, während der Leistungskurs tiefer in diese Welt eindringt und so auch über erweiterte heuristische Fähigkeiten (3. Grunderfahrung) verfügen kann.

Strukturelle Aspekte der Wirklichkeit

Des Weiteren zeigt der Mathematikunterricht das Spannungsverhältnis von Abbildfunktion und systemischen Charakter der Mathematik auf, d.h. er macht deutlich, dass Mathematik die strukturellen Aspekte von Wirklichkeit aufgreift und sie in Begriffen, Theorien und Algorithmen verarbeitet. Mathematik ist von der Bildung erster Zahl- und Formbegriffe an auch abstrakt, selbstbezüglich und autonom, allerdings formen sich die mathematischen Begriffe und Strukturen in Kontakt mit der Wirklichkeit, die als kontrollierende Norm oder als treibende Kraft für kreative Weiterentwicklungen fungiert.

Berufsorientierung

Der Mathematikunterricht fördert durch die Thematisierung von Realitätsbezügen und Modellierungsbeispielen aus der Berufs- und Arbeitswelt und durch so genannte ‚Realbegegnungen' wie Exkursionen zu Mathematikanwendern bzw. Gespräche mit mathematischen Expertinnen und Experten die berufliche Orientierung der Schülerinnen und Schüler und ihre Fähigkeit zur begründeten Planung des weiteren Lebensweges. Die Anforderungen eines Studiums der Mathematik bzw. von Studienrichtungen mit stark mathematikhaltigen Berufen (z.B. Ingenieurwissenschaften, Naturwissenschaften) und die damit verbundenen beruflichen Möglichkeiten nach Abschluss des Studiums werden den Schülerinnen und Schülern deutlich.

2 Didaktische Grundsätze

2.1 Inhaltlich orientierte Grundsätze

Fundamentale Ideen

Orientierung an fundamentalen Ideen und Reduktion von Kalkülen

Der Mathematikunterricht orientiert sich an fundamentalen Ideen. Für die gymnasiale Oberstufe sind insbesondere die Idee der Iteration, des funktionalen Zusammenhangs, des Algorithmus, des Optimierens, der Änderungsraten, des räumlichen Strukturierens, der Symmetrie, des Zufalls und der Wahrscheinlichkeit zentral. Er fördert damit Vernetzungen und ermöglicht Einsicht in die Sinnhaftigkeit der zu vermittelnden Inhalte.

Als Mittler zwischen fundamentalen Ideen und konkreten unterrichtlichen Themen fungieren adäquate Grundvorstellungen zu Begriffen, Verfahren und Argumentationsmustern. Zum Aufbau solcher Grundvorstellungen werden die kalkülorientierten Teile des Mathematikunterrichts in Zeitaufwand und Wertigkeit zu Gunsten der inhaltlich-orientierten Teile reduziert. Bei Begriffsbildungen und Begründungen wird stärker inhaltlich und nicht ausschließlich formal argumentiert, erst auf der Grundlage eines inhaltsbezogenen und verständnisorientierten Unterrichts wird dann weiter exaktifiziert und formalisiert.

Vernetzungen

Vernetzungen als Orientierungsgrundlage

Die Auswahl der Inhalte in den verschiedenen Lernbereichen orientiert sich an deren Bedeutungs- und Beziehungshaltigkeit. Dabei erkennen die Lernenden sowohl zum einen die vertikalen Vernetzungen innerhalb der einzelnen Gebiete, zum anderen aber auch die horizontalen Vernetzungen zwischen den einzelnen Themengebieten. Ein typisches Beispiel ist der fundamentale Begriff der Funktion, der sich in spiraliger Entwicklung von den handlungsorientierten Zuordnungen in der Grundschule bis hin zu verschiedenen Ausprägungen des Funktionsbegriffs als reelle Funktion in der Analysis, als geometrische Abbildungen in der analytischen Geometrie und als Zufallsvariable in der Stochastik durchzieht.

Wichtige Möglichkeiten zur Förderung der Fähigkeit zum Vernetzen sind problemorientierte Zugänge zu mathematischen Begriffen und Methoden, bei denen im Rahmen substanzieller Lernumgebungen jeweils zu einer bestimmten Thematik ein breites und vernetztes Spektrum von Aufgabenstellungen mit unterschiedlichem Anspruchsniveau angeboten werden.

Mathematik als Sprache

Auffassung von Mathematik als Sprache

Mathematik ist neben anderen Aspekten als Sprache anzusehen, die in einer technologisch bestimmten Welt zunehmend an Bedeutung gewinnt. Mathematik treiben – als eine grundlegende Fähigkeit des Menschen – beginnt sich in Tätigkeiten zu entfalten, die mathematisch geprägt und zugleich sprachlich sind, wie Zählen und Ordnen, Erkennen und Erzeugen von Mustern und Symmetrien, Verwendung von rekursiven Verfahren und Ausführen von Algorithmen. Gleichzeitig bietet die Ausführung dieser Tätigkeiten auch die Möglichkeit der Kommunikation mit anderen über diese Aktivitäten. Des Weiteren kann logisches Denken als Abstraktion ursächlicher und zeitlicher Beziehungen angesehen werden; die Syntax ursächlicher und zeitlicher Beziehungen ist auch die Syntax der mathematischen Schlussfolgerung. Damit greift die Kommunikation über diese Zusammenhänge zentral auf die Mathematik und ihre Begrifflichkeit zurück.
Lehren und Lernen von Mathematik findet in kommunikativem Austausch statt. Grundvoraussetzung für eine erfolgreiche Verständigung ist dabei, dass die jeweils gesprochene Sprache verstanden wird. Für die aktive Aneignung der Inhalte im Lernprozess spielt darüber hinaus die Übertragung des Gelernten in die „eigene Sprache“ eine wesentliche Rolle. Daher erhalten die Lernenden im Mathematikunterricht ausreichend Gelegenheit für eigene Sprachproduktionen. Insgesamt ist Argumentieren und Begründen ein zentraler didaktischer Grundsatz des Mathematikunterrichts.

Realitätsbezüge, Modellierung

Förderung von Realitätsbezügen und Modellierung

Mathematik lebt und entwickelt sich durch ihre Verbindungen mit der Wirklichkeit. Der Mathematikunterricht ermöglicht daher den Schülerinnen und Schülern vielfältige Erfahrungen, wie Mathematik zur Deutung und zum besseren Verständnis und zur Beherrschung primär nichtmathematischer Phänomene herangezogen werden kann. So wird die Fähigkeit entwickelt, im Leben nach der Schule die Mathematik als Orientierung in unserer komplexen Umwelt nutzen zu können und den Transfer zwischen realen Problemen und Mathematik zu leisten. Schülerinnen und Schüler lernen, selbst zu eigenen Urteilen über relevante Fragen zu kommen und dazu beizutragen, dass Mathematisierungen umwelt- und sozialverträglich ablaufen. Dabei werden eigene Modellierungsaktivitäten angeregt, wobei die Schülerinnen und Schüler bei geeigneten Fragestellungen mit Unterstützung der Lehrperson den gesamten Modellierungsprozess von der Formulierung einer angemessenen außermathematischen Fragestellung, über das Aufstellen eines mathematischen Modells hin zur Interpretation der Lösung (bzw. Lösungen) in der außermathematischen Fragestellung durchführen. Aber auch kleinere Beispiele, bei denen nicht der gesamte Modellierungskreislauf zu durchlaufen ist, werden thematisiert, wobei deutlich gemacht wird, dass es keinesfalls nur einen einzigen ‚richtigen’ Ansatz gibt.

Berücksichtigung neuer Technologien

Neue Technologien

Der Computer unterstützt in besonderer Weise als effektives Werkzeug und als (vor allem visuelles) Medium mathematische Tätigkeiten und Lernprozesse. Im Hinblick auf die Veränderung von Zielen, Inhalten und Methoden des Unterrichts ist daher der Computer in der Hand der Schülerinnen und Schüler von entscheidender Bedeutung. Dabei stehen langfristig allen Lernenden ein Klein- oder Taschencomputer jederzeit an ihrem Arbeitsplatz zur Verfügung, die über ein dynamisches Geometriesystem, ein Computeralgebrasystem, Software für statistische Probleme, Tabellenkalkulationsprogramme, etc. verfügen, die alle kalkülhaften Berechnungen des Algebra- und Analysisunterrichts auf Knopfdruck durchführen. Aufgrund der Existenz solcher Computer hat die Bedeutung von mit Papier und Bleistift durchzuführenden kalkülhaften Berechnungen deutlich abgenommen, dagegen hat die Bedeutung numerischer, iterativer und approximativer Methoden zugenommen, was sich auch im Mathematikunterricht widerspiegelt. Ein Ziel des Einsatzes von Computern im Mathematikunterricht sollte es sein, dass die Schülerinnen und Schüler in die Lage versetzt werden, bezüglich eines inner- oder außermathematischen Problems eine adäquate Software einzusetzen. Der Einsatz des Werkzeugs Computer trägt zum einen dazu bei, die Ziele des Mathematikunterrichts wie Probleme lösen lernen, heuristische Strategien kennen lernen, Begriffe bilden, Beweisen oder Mathematisieren besser als bisher zu erreichen. Zum anderen werden damit interdisziplinäre Ziele wie die Befähigung zum Computereinsatz bei der Durchführung von Recherchen, Kommunikation und Darstellung von Arbeitsergebnissen umgesetzt.

2.2 Methodisch orientierte Grundsätze

Den Schülerinnen und Schülern werden Möglichkeiten gegeben, Lernerfahrungen auf ihren eigenen Lernwegen zu machen, und zwar durch folgende Maßnahmen:

Herstellen produktiver Lernumgebungen

Produktive Lernumgebungen

Produktive Lernumgebungen fordern einen zwar lehrergesteuerten aber schülerorientierten Unterricht, bei dem die Lehrerin bzw. der Lehrer als Organisator von Lernprozessen agiert. Zentral ist dabei, die sorgfältige Planung der Lernprozesse der Schülerinnen und Schüler durch die Lehrperson. Übungsphasen bestehen nicht aus einer Fülle beziehungslos aneinander gereihter Aufgaben eines bestimmten Typs, vielmehr wird in Aufgabenfeldern geübt, die untereinander vernetzt sind, bei denen ein Gebiet exploriert wird und sich Spielräume für die Eigentätigkeit öffnen. Die Beschränkung auf den gerade aktuellen Stoff ist gelockert, Wissensteile sind miteinander vernetzt und das Lernen verläuft kumulativ. In den Erarbeitungs- und Übungsphasen werden induktive Aspekte wie Probieren und Experimentieren, Verifizieren und Falsifizieren von Vermutungen, Betrachten von Sonderfällen, Grenzfällen und Fallunterscheidungen stark betont.

Stärkung von Eigenaktivitäten

Eigenaktivität

Flexible Unterrichtsmethoden regen die Eigenaktivitäten der Schülerinnen und Schüler an. Dabei erarbeiten sich die Lernenden bei individualisierten Arbeitsformen wie Freiarbeit, Lernstationen und Projektarbeit Wissen allein oder in Gruppen. Weitere geeignete Arbeitsformen sind Schülerreferate und Facharbeiten. Insgesamt steht beim selbständigen, aktiven Problemlösen das inhaltliche, nicht standardisierte Argumentieren im Vordergrund. Damit wird im Unterricht eine fruchtbare Balance zwischen der Instruktion der Lernenden durch die Lehrenden und der Wissenskonstruktion durch die Lernenden selbst hergestellt.
Der Mathematikunterricht ist als Ganzes stärker schülerorientiert organisiert, d.h. die eigenen Rekonstruktionsbemühungen der Mathematik durch die Lernenden werden von den Lehrpersonen berücksichtigt, ebenso wie die subjektiven Auffassungen der Schülerinnen und Schüler zum jeweiligen Problem. Lernende werden angeregt, selbst Fragen zu stellen, sie erfahren die eher induktiven Aspekte der Mathematik wie Probieren und Experimentieren, Verallgemeinern und Spezialisieren selbst. Solche Lern-

tionen basieren auf Offenheit, Akzeptanz ‚unsauberer' Formulierungen, Gewährung von Brainstorming-Phasen sowie einem insgesamt konstruktiven Umgang mit Fehlern

Offene Fragestellungen

Arbeiten mit offenen Fragestellungen

Die üblichen ‚konvergenten', d.h. durch eine Lösung bzw. einen Lösungsalgorithmus hinauslaufenden Aufgaben werden durch Umformulieren, durch Weglassen einschränkender Bedingungen, durch Formulierung inverser Fragestellungen geöffnet und ‚divergent' erweitert. Solche Aufgaben ermöglichen den Lernenden, über Mathematik zu sprechen, verschiedene Lösungsansätze zu formulieren und diese zu diskutieren. Damit wird Eigenständigkeit bei Problemsituationen, Team- und Kommunikationsfähigkeit gefördert.
Insgesamt zielt der Mathematikunterricht der gymnasialen Oberstufe auf die Förderung von selbstreguliertem und forschendem Lernen als Vorbereitung für ein universitäres Studium bzw. eine entsprechende Berufsausbildung sowie den späteren Lebensweg, Situationen, die entsprechende Qualifikationen insbesondere im Hinblick auf die Notwendigkeit von Fähigkeiten zum lebenslangen Weiterlernen benötigen.

Umgang mit Heterogenität

Produktiver Umgang mit Heterogenität

Der Mathematikunterricht bietet eine Vielzahl von Lernwegen und eine Vielfalt in den Lerninhalten an, um damit Möglichkeiten der Entfaltung der unterschiedlichen Potentiale der Schülerinnen und Schülern zu geben, wie sie durch die unterschiedlichen sprachlich-kulturellen und geschlechtermäßigen Hintergründe geprägt sind.

3 Inhalte

3.1 Verbindliche Inhalte

Modularer Aufbau

Der Mathematikunterricht folgt einem Aufbau in Themenbereichen, die an die Stelle der großen thematischen Sachgebiete Analysis, Lineare Algebra/Analytische Geometrie und Stochastik und der damit zugrunde liegenden Orientierung an einer ausschließlich mathematischen Fachsystematik treten. So werden kleinere, thematisch festgelegte modulare Einheiten behandelt, die vielfältig miteinander vernetzt sind und deren Reihenfolge nicht immer zwingend ist.

Ein solcher modularer Aufbau des Unterrichts ermöglicht eine gewisse thematische Auswahl im Unterricht mit Schwerpunktsetzungen und damit einen Unterricht, der den Bedürfnissen und Interessen der Lerngruppe in einer spezifischen Art und Weise entgegen kommt. Dabei folgen die Themenbereiche jeweils demselben Aufbau: Nach einem paradigmatischen Beispiel, das die Schülerinnen und Schüler in das Themengebiet einführt und das Spektrum der zu behandelnden Fragestellungen eröffnet, werden die zu behandelnden mathematischen Inhalte ausgehend vom Beispiel erläutert und Vernetzungen zu anderen Themenbereichen hergestellt.

Abgrenzung von Grund- und Leistungskursen

Die Abgrenzung von Grund- und Leistungskursen geschieht durch die Prinzipien ‚Aufhebung von Vereinfachungen' (z.B. Präzisierung eines präformalen Grenzwertbegriffs) und ‚inhaltliche Anreicherung' (z.B. Behandlung von Differentialgleichungen), wodurch ein Leistungskurs konzeptionell durch partielle ‚Aufstockung' aus einem Grundkurs entsteht. Damit bewegt sich ein Leistungskurs insgesamt auf einem höheren begrifflichen und theoretischen Anspruchsniveau, ansonsten gelten für Grund- wie für Leistungskurse die gleichen pädagogischen und didaktischen Kriterien. Grundkurse sind stärker anwendungsorientiert und Leistungskurse stärker forschungsorientiert anzulegen, d.h. die intellektuellen Anforderungen der Grundkurse liegen weniger im innermathematischen und schon gar nicht im rechnerisch-formalen Bereich, sondern in der Beziehung von Mathematik und Realität, im Prozess des Modellierens und Mathematisierens. Dies bedeutet auf der Zielebene, dass im Leistungskurs stärker die innere Welt der Mathematik zu betonen ist als im Grundkurs.

Verbindlichkeit

Vorstufe:

Für den Unterricht in der Vorstufe sind die Themenbereiche V1 und V6 verbindlich, sowie zwei der Themenbereiche V2, V3, V4, V5.

Vorstufe Ergänzungskurs:

Ergänzungskurse im Fach Mathematik dienen der Bildung individueller Schwerpunkte.
Dazu werden die Themenbereiche E1 und E2 (aufbauend auf V3) behandelt. Es bietet sich aber auch an, die im Hauptkurs nicht ausgewählten Themenbereiche aufzugreifen bzw. dort behandelte Themenbereiche zu vertiefen.

Studienstufe:

Die Lehrerinnen und Lehrer wählen neben der Analysis als zweites mathematisches Teilgebiet für die ersten drei Semester – unter Berücksichtigung der Interessen der Schülerinnen und Schüler – entweder Stochastik (Variante 1) oder Lineare Algebra / Analytische Geometrie (Variante 2) aus. Das nicht gewählte Teilgebiet wird im 4. Semester behandelt.

Das bedeutet für den **Grundkurs:**
Bei Variante 1 sind in den ersten drei Semestern die Themenbereiche G1, G3, G4 und G6 verbindlich, im 4. Semester der Themenbereich G2.
Bei Variante 2 sind in den ersten drei Semestern die Themenbereiche G1, G2, G4 und G5 verbindlich, im 4. Semester der Themenbereich G3.

Das bedeutet für den **Leistungskurs:**
Bei Variante 1 sind in den ersten drei Semestern die Themenbereiche L1, L3, L4 und L6 verbindlich, im 4. Semester der Themenbereich L2.
Bei Variante 2 sind in den ersten drei Semestern die Themenbereiche L1, L2, L4 und L5 verbindlich, im 4. Semester der Themenbereich L3.

Paradigmatisches Beispiel

Jeder Themenbereich beginnt mit einem paradigmatischen Beispiel, welches den Schülerinnen und Schülern die ganze Bandbreite der Thematik deutlich macht. Dabei sind eigene Entdeckungen der Lernenden erwünscht. Das Beispiel nimmt eine zentrale Rolle im Themenbereich ein.
Die angegebenen paradigmatischen Beispiele können durch andere Beispiele gleicher Tragweite ersetzt werden.

Computereinsatz

Der Einsatz von unterschiedlicher Software ist verbindlich. Die Schülerinnen und Schüler lernen dabei auch, je nach zu lösendem Problem selbst geeignete Software auszuwählen.

Vernetzungen

Die angegebenen Vernetzungen sollen Anregungen geben. Gleichwohl sind vielfältige Vernetzungen mit früheren Themen aber auch zu kommenden Themen für die angestrebten Kompetenzen (siehe Kapitel 4.1) unerlässlich.

3.2 Übersicht über die Themenbereiche

Vorstufe

Themenbereich V1 (verbindlich) Von Daten zu Funktionen			
Die Auswahl von zwei der folgenden vier Themenbereiche V2, V3, V4, V5 ist verbindlich			
Themenbereich V2 Graphen	**Themenbereich V3** Iteration	**Themenbereich V4** Lineare Optimierung	**Themenbereich V5** Geometrie
Themenbereich V6 (verbindlich) Von der mittleren zur lokalen Änderung			

Vorstufe (Ergänzungskurs) – Vorschläge

Themenbereich E1 Beschreibende Statistik	**Themenbereich E2** Dynamische Systeme (aufbauend auf V3)
Auswahl aus V2 – V5 sofern nicht im Hauptkurs behandelt	**Vertiefung einer Auswahl aus V2 – V5** sofern bereits behandelt

Grundkurse

Themenbereich G1 Von der Änderungsrate zum Bestand	**Themenbereich G2** Matrizen und Vektoren als Datenspeicher
Themenbereich G3 Der Zufall steht Modell	**Themenbereich G4** Änderungsraten und Bestände
Themenbereich G5 Analytische Geometrie	**Themenbereich G6** Anwendungsprobleme der Stochastik

Leistungskurse

Themenbereich L1 Von der Änderungsrate zum Bestand	**Themenbereich L2** Matrizen und Vektoren als Datenspeicher
Themenbereich L3 Der Zufall steht Modell	**Themenbereich L4** Änderungsraten und Bestände
Themenbereich L5 Analytische Geometrie	**Themenbereich L6** Anwendungsprobleme der Stochastik

Die Reihenfolge der Themenbereiche wird durch die Fachlehrerin bzw. den Fachlehrer festgelegt, thematische Abwechslung ist jedoch erwünscht.

3.3 Vorstufe

Von Daten zu Funktionen	V1

Dieser Themenbereich hat drei Schwerpunkte:

1. Erste Systematisierung der bisher bekannten Funktionsklassen.
   Charakterisierende Eigenschaften und Unterschiede werden in realitätsbezogenen Problemstellungen herausgearbeitet. So kann auch die Wahl einer bestimmten Funktionsklasse gerechtfertigt oder gegebenenfalls modifiziert werden,
2. die mögliche Entstehung von Funktionstermen und so zusammen mit 1. ein tieferes Verständnis von Funktionen,
3. die Hinführung auf den Ableitungsbegriff über Änderungsraten, ebenfalls anhand realitätsbezogener Problemstellungen.

Verbindliche Inhalte:	**Hinweise und Erläuterungen:**
- Paradigmatisches Beispiel - Verschiedene Arten von Daten (empirisch, aus funktionalen Zusammenhängen, deterministisch, zufällig, diskret und kontinuierlich) und deren Darstellung (Tabelle, Graph und Gleichung) - Systematisierung der Funktionsklassen (ganzrationale, einfache gebrochen rationale, trigonometrische Funktionen, Wurzelfunktion und Exponentialfunktionen) - Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen - Vorbereitung der Ableitung über Änderungsraten - Ermitteln von Nullstellen (auch graphisch und numerisch) - Elementare Optimierungsprobleme (graphisch) - Verhältnis Mathematik – Realität - Vernetzungen: ↑ Themenbereich 9/10.2 (Gy) / 9/10.4 (GS) *(Über die linearen Funktionen hinaus)*; Themenbereich 9/10.7 (Gy) *(Wachstumsprozesse)* / 9/10.7 (GS) *(Funktionen …)*: funktionale Zusammenhänge ↓ Themenbereich V2 *(Graphen)*: Graphen als Veranschaulichung, fundamentale Idee der Optimierung; Themenbereich V3 *(Iteration)*: funktionale Zusammenhänge; Themenbereich V4 *(Lineare Optimierung)*: Fundamentale Idee der Optimierung; Themenbereich V5 *(Geometrie)*: Sekante, Tangente; Themenbereich V6 (*Von der mittleren zur lokalen Änderung*): Einführung und Anwendung des vorbereiteten Ableitungsbegriffs; Themenbereich G2/L2 *(Matrizen und Vektoren als Datenspeicher)*, Themenbereich G5, L5 *(Analytische Geometrie)*: Gleichungssysteme	Vorschlag für paradigmatisches Beispiel: Bewegungsabläufe, Steuergesetze, Body Mass Index, Tiden, Luftvolumen in der Lunge, Bestimmung einer Kostenfunktion aus gegebenen Werten und Bestimmung der Gewinnzone, optimale Oberfläche Die Beispiele sollten so gewählt sein, dass der Ableitungsbegriff propädeutisch über Änderungsraten erfahren wird und dass man verschiedene Ausgangsformen der Darstellung (Tabelle, Graph, Gleichung) hat, zumeist aber auch die anderen Formen möglich sind. *Software:* Tabellenkalkulation, CAS

Die Auswahl von zwei der folgenden vier Themenbereiche (V2, V3, V4, V5) ist verbindlich

Graphen **(Daten- und Beziehungsstrukturen, elementare Aspekte)**	**V2**
Dieser Themenbereich führt in einen Bereich der heute in der Anwendung sehr wichtigen diskreten Mathematik ein. Die graphische Darstellung von Beziehungen zwischen Daten ermöglicht in manchen Fällen erst das Verständnis für ein Problem und kann so Strategien zur Lösung aufzeigen (z.B. bei Baumdiagrammen). Zur Berechnung einer Lösung mithilfe eines Computers wird oft die Darstellung als Matrix (Inhalt einer Tabelle) verwendet. Optimierung wird hier ohne Differentialrechnung durchgeführt. Der Optimierungsgedanke erfährt interessante Deutungen (z.B. bei Netzplänen ist die Dauer des längsten Weges identisch mit der kürzesten Zeit zur Projektbeendigung). Einige der Probleme der Graphentheorie können auch mit Computereinsatz nicht gelöst werden. Hier ist eine geeignete Modellierung unerlässlich.	

<u>Verbindliche Inhalte:</u>	**<u>Hinweise und Erläuterungen:</u>**
- Paradigmatisches Beispiel	Vorschlag für paradigmatisches Beispiel: Mit einem Netzplan (als speziellem Graphen) wird zunächst in die Thematik eingeführt. An einem einzigen Graphen werden dann verschiedene Fragestellungen zum kürzesten Weg entwickelt.
- Darstellung von Graphen (graphisch, als Tabelle, als Matrix)	
- Beschreibung von Graphen (Knoten, Kanten, gerichteter Graph, bewerteter Graph)	
- Ermitteln des längsten Weges in einem Netzplan	
- Versuch, den kürzesten Weg bei unterschiedlichen Problemstellungen zu ermitteln, z.B. mithilfe eines Algorithmus (eigener, von Schülern entwickelt oder etwa des Algorithmus von Dijkstra) oder auch über gezielte Verbesserung von Abschätzungen (etwa Hamiltonkreis)	Einige der Probleme der Graphentheorie können auch mit Computereinsatz nicht gelöst werden. Hier ist eine geeignete Modellierung unerlässlich.
- Verhältnis Mathematik – Realität	
- Vernetzungen: ↑ Themenbereich V1 *(Von Daten zu Funktionen)*: Graphen als Veranschaulichung ↓ Themenbereich V4 *(Lineare Optimierung)*: Optimierung mit Systemen von Ungleichungen; Themenbereich V6 *(Von der mittleren zur lokalen Änderung)* und G4/L4: Optimierung mit Mitteln der Analysis; Themenbereich G2/L2 *(Matrizen und Vektoren als Datenspeicher)*: graphische Darstellung von Wachstumsmodellen und Verflechtungen; Themenbereich L3: graphische Darstellungen von Markoff-Ketten	

Iteration — V3

Bei Wachstumsprozessen werden Daten zumeist in zeitlichen Abständen erhoben: das mathematische Modell ist daher zunächst einmal diskret und steht hier als Beispiel für Iteration

Verbindliche Inhalte:

- Paradigmatisches Beispiel
- mathematische Modellbildung: lineares und exponentielles Wachstum als Beispiel für Iteration
- Verhältnis Mathematik – Realität
- Vernetzungen:
  - ↑ Themenbereich 9/10-5 *(Wachstumsprozesse)*: stetiges exponentielles Wachstum; Themenbereich V1 *(Von Daten zu Funktionen)*: funktionale Zusammenhänge; Themenbereich V2 *(Graphen)*: Iterationen lassen sich durch Graphen veranschaulichen (Wirkdiagramme)
  - ↓ Themenbereich G2/L2 *(Matrizen und Vektoren als Datenspeicher)*: iterative Wachstumsmodelle

Hinweise und Erläuterungen:

Vorschlag für paradigmatisches Beispiel:

Bevölkerungswachstum in Deutschland, zunächst mit einem einfachen Modell. Die betrachteten Modelle nehmen dann an Differenziertheit zu, da die Bevölkerung in verschiedene Gruppen aufgeteilt wird, für die jeweils eigene Wachstumsprognosen vorliegen bzw. erschlossen werden können.

Bei exponentiellen Wachstum lässt sich die Ableitung der e-Funktion vorbereiten

Software: Tabellenkalkulation, Software für dynamische Systeme

Lineare Optimierung — V4

Hier wird erneut der Optimierungsgedanke aufgegriffen und mithilfe der graphischen Veranschaulichung eines Systems linearer Ungleichungen umgesetzt. Auch hier gibt es nicht notwendig eine eindeutig bestimmte Lösung.

Verbindliche Inhalte:

- Paradigmatisches Beispiel
- Aufstellen von Geradengleichungen
- Aufstellen eines Systems linearer Ungleichungen und Veranschaulichung im Koordinatensystem
- Lösungen durch Vergleich
- Verhältnis Mathematik – Realität
- Vernetzungen:
  - ↑ Themenbereich V1 *(Von Daten zu Funktionen)*: funktional gegebene Daten, graphische Optimierung an Funktionsgraphen; Themenbereich V2 *(Graphen)*: Optimierung bei Wegsuche
  - ↓ Themenbereich V6 *(Von der mittleren zur lokalen Änderung)*: Optimierung mithilfe der Ableitung; Themenbereich G2/L2 *(Matrizen und Vektoren als Datenspeicher)*: Systeme von linearen Gleichungen; Themenbereich G4/L4 *(Änderungsraten und Bestände)*: Optimierung mithilfe der Ableitung

Hinweise und Erläuterungen:

Vorschlag für paradigmatisches Beispiel:

Klassisches Beispiel zur linearen Optimierung (Landwirtschaft, Transport, Fertigung), jedoch auch mit mehreren sinnvollen Lösungen.

Geometrie	**V5**

Die Arbeit mit geometrischen Objekten, die zum Teil auch dreidimensional sind, schlägt auch eine Brücke zwischen Geometrie und Algebra: Verfahren und Sichtweisen beider Disziplinen werden miteinander verglichen, funktionaler Zusammenhang und Tangente/Sekante erfahren weitere Deutungen.

Verbindliche Inhalte:	**Hinweise und Erläuterungen:**
- Paradigmatisches Beispiel	Vorschlag für paradigmatisches Beispiel: *Gerade, Kreis:* Mit einem Computerprogramm zum Zeichnen von Funktionsgraphen soll die Skizze eines Fahrrads erstellt werden. *Parabel:* Ein Scheinwerferspiegel hat die Form eines Paraboloids. Bei gegebenem Durchmesser und gegebener Tiefe soll die Gleichung der zugehörigen Parabel bestimmt werden. Auch Untersuchungen der reflektierten Strahlen sind möglich.
- Beschreibung von Kreis, Ellipse, Parabel und Hyperbel als geometrischer Ort - Tangente, Normale und Sekante - Ausblick auf Kugel und Paraboloid	Die Lage vom Geraden und Kreisen bzw. von Geraden und Parabeln führt auch zu Fragen nach der Steigung / mittleren und lokalen Änderung.
- Durchführung und Vergleich von geometrischen und algebraischen Problemlösungen - Identifizierung genannter geometrischer Objekte in der Umwelt, z.B. Architektur - Verhältnis Mathematik – Realität - Vernetzungen: ↑ Mittelstufe: Geometrie; Themenbereich V1 *(Von Daten zu Funktionen)*: Graphen von Funktionen ↓ Themenbereich V6 *(Von der mittleren zur lokalen Änderung)*: Änderungsraten, Tangente; Themenbereich L2 *(Matrizen und Vektoren als Datenspeicher)*: Funktionen mit mehreren Variablen; Themenbereich G4/L4 *(Änderungsraten und Bestände)*: Tangente; Themenbereich G5/L5 *(Analytische Geometrie)*: Kugel	*Software:* DGS

<table>
<tr><td>Von der mittleren zur lokalen Änderung</td><td>V6</td></tr>
<tr><td colspan="2">Einführung und Anwendung des vorbereiteten Ableitungsbegriffes auf mathematische und realitätsbezogene Problemstellungen. Die Ableitungsfunktion wird zunächst nur für ganzrationale Funktionen berechnet.</td></tr>
<tr><td><u>Verbindliche Inhalte:</u>
- Paradigmatisches Beispiel</td><td><u>Hinweise und Erläuterungen:</u>
Vorschlag für paradigmatisches Beispiel:
Bewegungsabläufe:
Mithilfe eines Ultraschallbewegungsmessers können Bewegungsabläufe direkt aufgenommen und s(t)- bzw. v(t)-Diagramme visualisiert werden. So lassen sich Begriffe wie zurückgelegter Weg, Geschwindigkeit, Beschleunigung und die damit verbundenen mathematischen Begriffe direkt einführen. Das Beispiel trägt auch noch, wenn der zurückgelegte Weg aus der Geschwindigkeit bestimmt wird.</td></tr>
<tr><td>- Ableitung von Funktionen, dabei Deutung der Ableitung als lokale Änderungsrate und als Tangentensteigung.</td><td>Der Ableitungsbegriff und seine Deutungen wird ohne Bezug zu einer speziellen Klasse von Funktionen eingeführt, damit die Lernenden entsprechende Grundvorstellungen entwickeln können.</td></tr>
<tr><td>- Ableiten ganzrationaler Funktionen:
  - Summen- und Faktorregel
  - elementare Optimierungsprobleme;
  - geometrische Deutung der Zusammenhänge zwischen Fläche und Umfang bzw. Volumen und Oberfläche geometrische Deutung der Zusammenhänge zwischen Fläche und Umfang bzw. Volumen und Oberfläche</td><td>Die Ableitung z.B. des Kreisflächeninhalts πr^2 nach r ergibt den Umfang dieses Kreises. Aber $2\pi r$ kann auch als lokale Änderungsrate gedeutet werden: um diesen Zahlenwert ändert sich der Flächeninhalt, wenn der Radius um eine sehr kleine Größe geändert wird.</td></tr>
<tr><td>- Verhältnis Mathematik – Realität
- Vernetzungen:
↑ Mittelstufe: Funktionsklassen und Zusammenhang Fläche/Umfang etc.; Themenbereich V1 (Von Daten zu Funktionen): Funktionsklassen; Themenbereiche V1 (Von Daten zu Funktionen), V2 (Graphen) und V4 (Lineare Optimierung): Zentrale Idee des Optimierens; Themenbereich V5 (Geometrie): Sekante, Tangente
↓ Themenbereich G1/L1 (Von der Änderungsrate zum Bestand): Integralrechnung; Themenbereich G4/L4 (Änderungsraten und Bestände): Vertiefung der Differential- und Integralrechnung</td><td>Software: CAS, Tabellenkalkulation</td></tr>
</table>

3.4 Vorstufe Ergänzungskurs

Beschreibende Statistik	**E1**
In Politik und Wirtschaft werden heute vielfach Entscheidungen auf der Basis statistischer Erhebungen getroffen. Einige der möglichen Auswertungsmethoden werden hier betrachtet. Dieser Themenbereich kann als halbjähriges Projekt durchgeführt werden, das möglichst viele Fragestellungen berührt und die Schülerinnen und Schüler in ihrem Handeln erfahren lässt.	

Inhalte:	**Hinweise und Erläuterungen:**
- Paradigmatisches Beispiel	Vorschlag für paradigmatisches Beispiel: Entwicklung, Erhebung und Auswertung eines eigenen Fragebogens, der auch Zahlenmaterial enthält.
- Verteilungen und ihre grafische Darstellung - Bearbeitung von Daten mithilfe der Explorativen Datenanalyse: Klasseneinteilungen, Häufigkeitsverteilungen, arithmetisches und geometrisches Mittel, gewichtetes Mittel, Median, Modalwert, Boxplots	
- Erwartungswert, Spannweite, mittlere quadratische Abweichung, Standardabweichung	An einfachen Beispielen Einsicht in die Ideen gewinnen, keine Herleitung der Formeln.
- lineare Regression und Korrelation - Korrelation und Kausalität	In vielen Untersuchungen wird aus einer Korrelation auf Kausalität geschlossen, was aus der Datenlage im Allgemeinen nicht folgt.
- Verhältnis Mathematik – Realität - Vernetzungen: ↑ Themenbereiche 9/10.4 (Gy) *(Was heißt denn ‚normal' verteilt? - Zufallsgrößen)*, 9/10.7 (Gy) *(Wachstumsprozesse)*, bzw. 9/10.3 (GS) *(Zufall – mehrmals hintereinander)*, 9/10.7 (GS) *(Funktonen: „Immer Wieder" oder „Flucht ins Unendliche")*: Zufall – Bestimmtheit, Themenbereich V1 *(Von Daten zu Funktionen)*: Daten und ihre Verarbeitung ↓ Themenbereich G3, L3 *(Der Zufall steht Modell)*: Wahrscheinlichkeitsrechnung	*Software:* Tabellenkalkulation, CAS, statistische Software **Verweis auf andere Fächer und Aufgabengebiete:** → Globales Lernen11/13-1 Globalisierung von Produkten, Handel und Dienstleistungen

Dynamische Systeme	**E2**
Dieser Themenbereich gibt einen Einblick in die diskrete Mathematik. Er setzt Kenntnisse über Iteration voraus, eignet sich daher besonders zur Vertiefung von V3. Die Darstellung der Modelle mit Graphen und deren Mathematisierung durch (Systeme von) Differenzengleichungen zeigen beispielhaft auf, wie eng verschiedene Teilbereiche der Mathematik verbunden sind. Differenzengleichungen können als diskrete Formen von Differentialgleichungen angesehen werden, daher bietet sich dieser Themenbereich eher für das 2. Halbjahr an	
Inhalte: - Paradigmatisches Beispiel - Differenzengleichungen 1. Ordnung mit einer Variablen (linear und nichtlinear) - Systeme von Differenzengleichungen (iteratives Untersuchen des Langzeitverhaltens eines dynamischen Systems, Formelmäßige Ermittlung des Langzeitverhaltens eines dynamischen Systems) - Differenzengleichungen 2. Ordnung mit einer Variablen - Weitere Wachstumsmodelle - Verhältnis Mathematik – Realität - Vernetzungen: ↑ Mittelstufe, Themenbereich V1 *(Von Daten zu Funktionen)*: stetiges Wachstum; Themenbereich V2 *(Graphen)*: Darstellung; Themenbereich V3 *(Iteration)* ↓ Themenbereich V6 *(Von der mittleren zur lokalen Änderung)*: Zusammenhang mit Differentialgleichung; Themenbereich G2/L2 *(Matrizen und Vektoren als Datenspeicher)*: diskretes Wachstumsmodell	**Hinweise und Erläuterungen:** Vorschlag für paradigmatisches Beispiel: Ausgehend vom Jäger-Beute-Modell wird versucht, den Lebenskreislauf in einem Biotop mit einem mathematischen Modell zu beschreiben. Dazu dienen zunächst Graphen, die dann in lineare Differenzengleichungen bzw. Systeme solcher Gleichungen übersetzt werden.

Es können die Themenbereiche aus V2, V3, V4, V5 gewählt werden, die nicht im Hauptkurs behandelt wurden.
Da diese Themenbereiche einführenden Charakter haben, ist auch eine Vertiefung möglich.

3.5 Grundkurse

Von der Änderungsrate zum Bestand	G1
Einführung und Anwendung des Integralbegriffes auf mathematische und realitätsbezogene Problemstellungen. Die analytische Berechnung von Integralen wird zunächst auf ganzrationale Funktionen beschränkt, numerische Berechnungen können jedoch für beliebige Funktionen erfolgen.	
Verbindliche Inhalte:	**Hinweise und Erläuterungen:**
- Paradigmatisches Beispiel	Vorschlag für paradigmatisches Beispiel:
- Integration von Funktionen: Deutung des Integrals als aus Änderungen rekonstruierter Bestand und als Flächeninhalt *(entsprechende Interpretationen auch an Funktionen, die als Graphen und Tabellen vorliegen: z.B. Ballonfahrt)* - Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung (kein formaler Beweis) - einfache Integrationsregeln (Summen-, Faktorregel)	Der Flug eines Heißluftballons wird eindimensional modelliert, z.B. Steig- bzw. Fallgeschwindigkeit oder auch horizontal die Geschwindigkeit vorwärts bzw. rückwärts. Die zweitgenannte Geschwindigkeit wird mithilfe negativer Werte ausgedrückt. Wird die Geschwindigkeit so in Abhängigkeit von der Zeit in ein Koordinatensystem eingetragen, führt eine Antwort auf die Fragen: „Wie hoch ist der Ballon gestiegen?“, „In welcher Höhe ist er gelandet?“, „Wann war er am höchsten, wie hoch war er dann? “ bzw. „Wie groß war der insgesamt zurückgelegte Weg?“ und „Wie weit war der Ballon bei der Landung vom Ort des Abflugs entfernt?“ unmittelbar zur Integration, „negative“ Flächen erklären sich selbst.
- Numerische Berechnung von Integralen	Als Verfahren kann etwa das Auslegen mit Rechtecken gewählt werden
- Verhältnis Mathematik – Realität - Vernetzungen: ↑ Sekundarstufe I: Flächenberechnung; Themenbereich V1 *(Von Daten zu Funktionen)*: mittlere Änderungsraten; Themenbereich V4 *(Iteration)*; Themenbereich V6 *(Von der mittleren zur lokalen Änderung)*: Ableitungsbegriff ↓ Themenbereich G4 *(Änderungsraten und Bestände)*: Weiterführung der Differential- und Integralrechnung	*Software:* CAS, Tabellenkalkulation

Matrizen und Vektoren als Datenspeicher — G2

Die Daten werden nicht nur in Matrizen und Vektoren gespeichert, es wird auf verschiedene Arten mit diesen Daten und damit auch mit den Vektoren und Matrizen gearbeitet. In diesem Themenbereich steht also die arithmetische Vorstellung von Vektoren und Matrizen im Vordergrund.

Verbindliche Inhalte:

- Paradigmatisches Beispiel
- Systematisierung der Rechnung mit Vektoren und Matrizen
- Rechnen mit Vektoren und Matrizen: Vektoraddition, Multiplikation mit Skalar, Skalarprodukt, Addition von Matrizen, Multiplikation einer Matrix mit einem Skalar, Multiplikation von Matrizen
- Anwendungen mit Vektoren und Matrizen: diskrete Wachstumsmodelle (Iteration, Rekursion)
  Matrizen zur Darstellung von Verflechtungen (betriebswirtschaftliche Modelle)
- Lösen linearer Gleichungssysteme (Gaußsches Eliminationsverfahren, ohne Fragen zur Lösbarkeit)
- Verhältnis Mathematik – Realität
- Vernetzungen
  - ↑ Themenbereiche V1 *(Von Daten zu Funktionen)*, V2 *(Graphen)*, V4 *(Lineare Optimierung),* V6 *(Von der mittleren zur lokalen Änderung)*: unterschiedlicher Umgang mit Daten, z.T. Verwendung von Matrizen;
    Themenbereich V2 *(Graphen)*: graphische Veranschaulichung von Zusammenhängen
    Themenbereich V3 *(Iteration)*: diskrete Wachstumsmodelle, Rekursion, Iteration
  - ↓ Themenbereich G5 *(Analytische Geometrie)* mit der geometrischen Deutung von Vektoren und Gleichungssystemen

Hinweise und Erläuterungen:

Vorschlag für paradigmatisches Beispiel:

Nach einer möglicherweise nötigen Definition der Begriffe Vektor und Matrix sammeln die Lernenden Beispiele, bei denen Matrizen und Vektoren als Datenspeicher aufgetreten sind oder auftreten könnten. Dann versuchen sie, Strukturen hinsichtlich möglicher (und sinnvoller) Verknüpfungen zu entdecken.

Eine Population wird in verschiedene Gruppen, z.B: Altersgruppen, eingeteilt. Von diesen Gruppen muss jedoch bekannt sein, wie sich der Übergang zwischen den Gruppen in einer festen Zeiteinheit gestaltet (Übergangsmatrix). Mithilfe der Anfangspopulation und der Übergangsmatrix lässt sich dann die Populationsgröße nach einer Zeiteinheit berechnen. Das Verfahren wird auf den neuen Populationsvektor erneut angewandt (rekursiv), wobei sich durch die einfache Struktur die Rekursion leicht beseitigen lässt. Fragen der Konvergenz können gegebenenfalls mithilfe des Computers auf präformaler Ebene erforscht werden. Sowohl bei den Wachstumsmodellen als auch den Verflechtungen sollte auf graphische Darstellung des Sachverhalts nicht verzichtet werden.

Software: CAS, Tabellenkalkulation

Verweis auf andere Fächer und Aufgabengebiete:

→ *(bezogen auf die diskreten Wachstumsmodelle)*
Informatik S-4.1: Simulation dynamischer Systeme

<table>
<tr><td>Der Zufall steht Modell</td><td>G3</td></tr>
<tr><td colspan="2">Hier werden zentrale Inhalte der Stochastik wiederholt bzw. neu erarbeitet.
Dabei geht es auch um die Frage, in wieweit reale Vorgänge zufällig sind und wie sich denn der Zufall modellieren lässt.</td></tr>
<tr><td><u>Verbindliche Inhalte:</u>
- Random Walk (symmetrische Irrfahrt)
- Bedeutung der Unabhängigkeit
- Bernoulli-Ketten und die Binomialverteilung
- Zufallsgrößen, ihre Verteilungen und Kennwerte: Erwartungswert, Varianz, Standardabweichung
- Im Mittel gleicht sich vieles aus: Grundvorstellungen von der Normalverteilung
- Historische Aspekte, Begriffsklärung von „Zufall“ und „Wahrscheinlichkeit“
- Verhältnis Mathematik – Realität
- Vernetzungen:
↑ Stochastik in der Sekundarstufe I; Themenbereich V3 (Graphen): Die Bewertung an Graphen kann vom Zufalls abhängen; Themenbereich G2 (Matrizen und Vektoren als Datenspeicher): Umgang mit Daten
↓ Themenbereich G6 (Anwendungsprobleme der Stochastik)</td><td><u>Hinweise und Erläuterungen:</u>
Paradigmatisches Beispiel:
Anhand der verblüffenden Ähnlichkeit normierter Folgen von Zufallszahlen und Aktienkursen werden an diesem Beispiel wichtige stochastische Inhalte erarbeitet und Prognosen für die Entwicklung von Aktienkursen gewagt.

Begriffsentwicklung, Entwicklungskontext

Software: Tabellenkalkulation, CAS

<u>Verweis auf andere Fächer und Aufgabengebiete:</u>
→ Globales Lernen 11/13-1
Globalisierung von Produkten, Handel und Dienstleistungen</td></tr>
</table>

Änderungsraten und Bestände — G4

Die Differential- und Integralrechnung wird hier auf weitere Funktionsklassen übertragen und auf mathematische und realitätsbezogene Problemstellungen angewandt.

Verbindliche Inhalte:

- Paradigmatisches Beispiel
- Übertragung der Ableitungsregeln auf Potenzfunktionen mit rationalen Exponenten und deren einfache Verknüpfungen und Verkettungen
- Ableitung von Exponentialfunktionen und die besondere Bedeutung der Zahl e und der e-Funktion
- Periodische Funktionen und die Grundmodelle Sinus und Cosinus mit deren Ableitungen
- Ableitungsregeln (Produkt-, Quotienten- und Kettenregel, mit präformaler Begründung), Ableitungsfunktion, Differenzierbarkeit
- Logarithmusfunktionen
- Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung (kein formaler Beweis)
- Stammfunktionen zu den wichtigsten Vertretern der obigen Funktionsklassen und deren Deutung im Modellierungsprozess
- Verhältnis Mathematik – Realität
- Vernetzungen:

  ↑ Mittelstufe: Funktionsklassen und Zusammenhang Fläche/Umfang etc., Themenbereich V1 *(Von Daten zu Funktionen)*: Funktionsklassen, elementare Optimierungsprobleme; Themenbereich V3 *(Graphen)* und Themenbereich V5 *(Lineare Optimierung)*: Zentrale Idee des Optimierens; Themenbereich V6 *(Von der mittleren zur lokalen Änderung)*: Einführung der Differentialrechnung, elementare Optimierungsprobleme; Themenbereich G1 *(Von der Änderungsrate zum Bestand)*: Einführung in die Integralrechnung

Hinweise und Erläuterungen:

Vorschlag für paradigmatisches Beispiel:

Wachstumsvorgänge: Radioaktiver Zerfall. Aus der Angabe der Halbwertszeit und des Anfangswertes lässt sich die Funktion N(t) (Anzahl radioaktiver Atome zur Zeit t) bestimmen. Die Ableitung beschreibt die Zerfallsgeschwindigkeit, die negativ ist. Für die Aktivität A gilt: $A(t) = -N'(t)$. Umgekehrt lässt sich aus der Aktivität und der Anzahl radioaktiver Atome zu einem festen Zeitpunkt t Funktion N(t) bestimmen.

Periodische Vorgänge: Neben Beispielen für ungedämpfte Vorgänge (EKG, Biorhythmus, Tiden) sollten auch gedämpfte Vorgänge behandelt werden, da bei diesen die Abnahme der Amplitude und damit die Änderungsrate relevant ist.

Software: CAS, Tabellenkalkulation

Verweis auf andere Fächer und Aufgabengebiete:

→ Informatik S-4.1
Simulation dynamischer Systeme

Analytische Geometrie — G5

In diesem Themenbereich steht die geometrische Vorstellung von Vektoren und daraus gebildeten Objekten im Vordergrund. Die klassischen Inhalte wie Gerade und Ebene und deren Beziehungen treten zugunsten von Untersuchungen an der Kugel etwas in den Hintergrund.

Verbindliche Inhalte:	**Hinweise und Erläuterungen:**
- Paradigmatisches Beispiel	Vorschlag für paradigmatisches Beispiel:
- Vektoren im Anschauungsraum	Prinzipielle Funktionsweise des Navigationssystems GPS
- Koordinatendarstellung, Kugelkoordinaten	
- Linearkombination, lineare Abhängigkeit / Unabhängigkeit (geometrische Deutung im Vordergrund)	
- Beschreibung und Untersuchung von geometrischen Objekten mit von Vektoren (Geraden, Ebenen, Kugeln)	
- geometrische Deutung der Lösungsmenge linearer Gleichungssysteme	
- Skalarprodukt zur Bestimmung von Winkeln und Abständen	Keine Herleitung des Skalarprodukts
- Verhältnis Mathematik – Realität	*Software:* CAS, Geometriesoftware
- Vernetzungen: ↑ Themenbereich G2 *(Matrizen und Vektoren als Datenspeicher)*: Lösen linearer Gleichungssysteme, Skalarprodukt als Rechenvorschrift	**Verweis auf andere Fächer und Aufgabengebiete:** → Informatik S-1 Grafiksysteme

Anwendungsprobleme der Stochastik — G6

Verbindliche Inhalte:	**Hinweise und Erläuterungen:**
- Paradigmatisches Beispiel	Vorschlag für paradigmatisches Beispiel: Für das Testen von Hypothesen lässt sich etwa das Beispiel „Ein neues Herzmittel" (siehe Handreichungen) verwenden, bei dem sich verschiedene Möglichkeiten der Modellierung anbieten, die zu verschiedenen Ergebnissen führen können (Fehlinterpretation, Manipulation).
- Testen von Hypothesen - Bayes'sche Entscheidungstheorie - Signifikanz, Korrelation und Kausalität - Verhältnis Mathematik – Realität	Der bekannte „Test über eine seltene Krankheit" gibt mithilfe des Satzes von Bayes nicht nur die Antwort, wie mit einem medizinisch „positiven" Testergebnis umzugehen ist, sondern gibt auch einen anderen Zugang zur schließenden Statistik als Modellierung des „Lernens aus Erfahrung"
- Vernetzungen: ↑ Stochastik in der Mittelstufe; Themenbereich G3 *(Der Zufall steht Modell)*	*Software:* Tabellenkalkulation

3.6 Leistungskurse

Die mathematischen Inhalte der Leistungskurse unterscheiden sich bei einigen Themenbereichen nicht, bei anderen kaum von den Inhalten der Grundkurse. Wie schon unter Kapitel 3.1 (verbindliche Inhalte) erwähnt, soll im Leistungskurs mehr die „innere Welt der Mathematik“ beleuchtet werden: Beweise werden durchgeführt, Begriffe präzisiert, die innere Struktur der Mathematik wird beleuchtet.

Von der Änderungsrate zum Bestand	**L1**

Einführung und Anwendung des Integralbegriffes auf mathematische und realitätsbezogene Problemstellungen. Die analytische Berechnung von Integralen wird zunächst auf ganzrationale Funktionen beschränkt, numerische Berechnungen können jedoch für beliebige Funktionen erfolgen.

Verbindliche Inhalte:

- Paradigmatisches Beispiel
- Integration von Funktionen:
  Deutung des Integrals als aus Änderungen rekonstruierter Bestand und als Flächeninhalt *(entsprechende Interpretationen auch an Funktionen, die als Graphen und Tabellen vorliegen: z.B. Ballonfahrt)*
- Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung
- einfache Integrationsregeln (Summen-, Faktorregel)
- mindestens ein Verfahren zur numerischen Berechnung von Integralen
  und Fragen der Konvergenz des Verfahrens
- Geschichtliche Aspekte der Integralrechnung
- Verhältnis Mathematik – Realität
- Vernetzungen:
  ↑ Sekundarstufe I: Flächenberechnung; [illegible]menbereich V1 *(Von Daten zu Funkti[illegible]n)*: mittlere Änderungsraten; Themenbereich V4 *(Iteration)*; Themenbereich V6 *(Von der mittleren zur lokalen Änderung)*: Ableitungsbegriff
  ↓ Themenbereich [illegible] *Änderungsraten und Bestände)*: Weiterf[illegible]ung der Differential- und Integralrechnung

Hinweise und Erläuterungen:

Vorschlag für paradigmatisches Beispiel:

Der Flug eines Heißluftballons wird eindimensional modelliert, z.B. Steig- bzw. Fallgeschwindigkeit oder auch horizontal die Geschwindigkeit vorwärts bzw. rückwärts. Die zweitgenannte Geschwindigkeit wird mithilfe negativer Werte ausgedrückt. Wird die Geschwindigkeit so in Abhängigkeit von der Zeit in ein Koordinatensystem eingetragen, führt eine Antwort auf die Fragen:
„Wie hoch ist der Ballon gestiegen?“, „In welcher Höhe ist er gelandet?“, „Wann war er am höchsten, wie hoch war er dann? “ bzw.
„Wie groß war der insgesamt zurückgelegte Weg?“ und „Wie weit war der Ballon bei der Landung vom Ort des Abflugs entfernt?“
unmittelbar zur Integration, „negative“ Flächen erklären sich selbst.

Die Entwicklung eines solchen Verfahrens könnte von Schülerinnen und Schülern geleistet werden.

Software: CAS, Tabellenkalkulation

Matrizen und Vektoren als Datenspeicher — L2

Die Daten werden nicht nur in Matrizen und Vektoren gespeichert, es wird auf verschiedene Arten mit diesen Daten und damit auch mit den Vektoren und Matrizen gearbeitet. In diesem Themenbereich steht also die arithmetische Vorstellung von Vektoren und Matrizen im Vordergrund.

Verbindliche Inhalte:

- Paradigmatisches Beispiel
- Systematisierung der Rechnung mit Vektoren und Matrizen
- Rechnen mit Vektoren und Matrizen: Vektoraddition, Multiplikation mit Skalar, Skalarprodukt, Addition von Matrizen, Multiplikation einer Matrix mit einem Skalar, Multiplikation von Matrizen
- Anwendungen mit Vektoren und Matrizen: diskrete Wachstumsmodelle (Iteration, Rekursion, Konvergenzverhalten)
  Matrizen zur Darstellung von Verflechtungen (betriebswirtschaftliche Modelle)
- Lösen linearer Gleichungssysteme (Gaußsches Eliminationsverfahren), Fragen zur Lösbarkeit
- Funktionen mit mehreren Variablen
- Verhältnis Mathematik – Realität
- Vernetzungen

  ↑ Themenbereiche V1 *(Von Daten zu Funktionen)*, V2 *(Graphen)*, V4 *(Lineare Optimierung)*, V6 *(Von der mittleren zur lokalen Änderung)*: unterschiedlicher Umgang mit Daten, z.T. Verwendung von Matrizen;
  Themenbereich V2 *(Graphen)*: graphische Veranschaulichung von Zusammenhängen
  Themenbereich V3 *(Iteration)*: diskrete Wachstumsmodelle, Rekursion, Iteration

  ↓ Themenbereich L5 *(Analytische Geometrie)*: geometrischen Deutung von Vektoren und Gleichungssystemen, numerische Lösung linearer Gleichungssysteme

Hinweise und Erläuterungen:

Vorschlag für paradigmatisches Beispiel:

Nach einer möglicherweise nötigen Definition der Begriffe Vektor und Matrix sammeln die Lernenden Beispiele, bei denen Matrizen und Vektoren als Datenspeicher aufgetreten sind oder auftreten könnten. Dann versuchen sie, Strukturen hinsichtlich möglicher (und sinnvoller) Verknüpfungen zu entdecken.

Eine Population wird in verschiedene Gruppen, z.B: Altersgruppen, eingeteilt. Von diesen Gruppen muss jedoch bekannt sein, wie sich der Übergang zwischen den Gruppen in einer festen Zeiteinheit gestaltet (Übergangsmatrix). Mithilfe der Anfangspopulation und der Übergangsmatrix lässt sich dann die Populationsgröße nach einer Zeiteinheit berechnen. Das Verfahren wird auf den neuen Populationsvektor erneut angewandt (rekursiv), wobei sich durch die einfache Struktur die Rekursion leicht beseitigen lässt. Die Untersuchung der langfristigen Entwicklung der Population im Modell klärt etwa, ob sich ein Zustand einstellt, bei dem es keine Veränderung mehr gibt (Fixpunkt bzw. Fixvektor).
Sowohl bei den Wachstumsmodellen als auch den Verflechtungen sollte auf graphische Darstellung des Sachverhalts nicht verzichtet werden.

Software: CAS, Tabellenkalkulation

Verweis auf andere Fächer und Aufgabengebiete:

→ *(bezogen auf die diskreten Wachstumsmodelle)*
Informatik S-4.1: Simulation dynamischer Systeme

Der Zufall steht Modell	**L3**
Hier werden zentrale Inhalte der Stochastik wiederholt bzw. neu erarbeitet. Dabei geht es auch um die Frage, in wieweit reale Vorgänge zufällig sind und wie sich denn der Zufall modellieren lässt.	
<u>Verbindliche Inhalte:</u>	**<u>Hinweise und Erläuterungen:</u>**
- Random Walk (symmetrische Irrfahrt) - Bedeutung der Unabhängigkeit - Bernoulli-Ketten und die Binomialverteilung	Paradigmatisches Beispiel: Anhand der verblüffenden Ähnlichkeit normierter Folgen von Zufallszahlen und Aktienkursen werden an diesem Beispiel wichtige stochastische Inhalte erarbeitet und Prognosen für die Entwicklung von Aktienkursen gewagt.
- Endliche Markoff-Ketten	Es besteht eine große Ähnlichkeit zwischen dem in L2 behandelten Populationsmodell und Markoff-Ketten. Graphische Darstellung der Übergänge kann sinnvoll sein.
- Zufallsgrößen, ihre Verteilungen und Kennwerte: Erwartungswert, Varianz, Standardabweichung - Normalverteilung, zentrale Grenzwertsätze - Historische Aspekte, Begriffsklärung von „Zufall“ und „Wahrscheinlichkeit“	Begriffsentwicklung, Entwicklungskontext
- Status mathematischer Objekte: Axiomensystem von Kolmogorow - Verhältnis Mathematik – Realität	*Software:* Tabellenkalkulation, CAS
- Vernetzungen: ↑ Stochastik in der Sekundarstufe I; Themenbereich V3 *(Graphen)*: graphische Darstellung von Beziehungen; Themenbereich L2 *(Matrizen und Vektoren als Datenspeicher)*: Umgang mit Daten, Populationsmodell ↓ Themenbereich *Anwendungsprobleme der Stochastik)*	**<u>Verweis auf andere Fächer und Aufgabengebiete:</u>** → Globales Lernen 11/13-1 Globalisierung von Produkten, Handel und Dienstleistungen

Änderungsraten und Bestände — L4

Die Differential- und Integralrechnung wird hier auf weitere Funktionsklassen übertragen und auf mathematische und realitätsbezogene Problemstellungen angewandt.

<u>Verbindliche Inhalte:</u>

- Paradigmatisches Beispiel
- Übertragung der Ableitungsregeln auf Potenzfunktionen mit rationalen Exponenten und deren einfache Verknüpfungen und Verkettungen
- Ableitung von Exponentialfunktionen und die besondere Bedeutung der Zahl e und der e-Funktion
- Exponentielles, beschränktes und logistisches Wachstum mit den zugehörigen Funktional- bzw. Differentialgleichungen
- Periodische Funktionen und die Grundmodelle Sinus und Cosinus mit deren Ableitungen
- Ableitungsregeln (Produkt-, Quotienten- und Kettenregel), Ableitungsfunktion, Differenzierbarkeit
- Logarithmusfunktionen
- Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung
- Stammfunktionen zu den wichtigsten Vertretern der obigen Funktionsklassen und deren Deutung im Modellierungsprozess
- Partielle Integration und Integration durch Substitution
- Verhältnis Mathematik – Realität
- Vernetzungen:
  - ↑ Mittelstufe: Funktionsklassen und Zusammenhang Fläche/Umfang etc., Themenbereich V1 *(Von Daten zu Funktionen)*: Funktionsklassen, elementare Optimierungsprobleme; Themenbereich V3 *(Graphen)* und Themenbereich V5 *(Lineare Optimierung)*: Zentrale Idee des Optimierens; Themenbereich V6 *(Von der mittleren zur lokalen Änderung)*: Einführung der Differentialrechnung, elementare Optimierungsprobleme; Themenbereich L1 *(Von der Änderungsrate zum Bestand)*: Einführung in die Integralrechnung

<u>Hinweise und Erläuterungen:</u>

Vorschlag für paradigmatisches Beispiel:

Wachstumsvorgänge: Radioaktiver Zerfall. Aus der Angabe der Halbwertszeit und des Anfangswertes lässt sich die Funktion N(t) (Anzahl radioaktiver Atome zur Zeit t) bestimmen. Die Ableitung beschreibt die Zerfallsgeschwindigkeit, die negativ ist. Für die Aktivität A gilt: $A(t) = -N'(t)$. Umgekehrt lässt sich aus der Aktivität und der Anzahl radioaktiver Atome zu einem festen Zeitpunkt [illegible] Funktion N(t) bestimmen.

Periodische Vorgänge: Neben Beispielen für ungedämpfte Vorgänge (EKG, Biorhythmus, Tiden) sollten auch gedämpfte Vorgänge behandelt werden, da bei diesen die Abnahme der Amplitude und damit die Änderungsrate relevant ist.

Software: CAS, Tabellenkalkulation

<u>Verweis auf andere Fächer und Aufgabengebiete:</u>

→ Informatik S-4.1
Simulation dynamischer Systeme

Analytische Geometrie — L5

In diesem Themenbereich steht die geometrische Vorstellung von Vektoren und daraus gebildeten Objekten im Vordergrund. Die klassischen Inhalte wie Gerade und Ebene und deren Beziehungen treten zugunsten von Untersuchungen an der Kugel etwas in den Hintergrund.

Verbindliche Inhalte:

- Paradigmatisches Beispiel
- Vektoren im Anschauungsraum
- Koordinatendarstellung, Kugelkoordinaten
- Linearkombination, lineare Abhängigkeit / Unabhängigkeit
- Beschreibung und Untersuchung von geometrischen Objekten mit von Vektoren (Geraden, Ebenen, Kugeln)
- geometrische Deutung der Lösungsmenge linearer Gleichungssysteme
- ein Verfahren zur numerischen Lösung linearer Gleichungssysteme
- Skalarprodukt zur Bestimmung von Winkeln und Abständen
- Verhältnis Mathematik – Realität
- Vernetzungen:

  ↑ Themenbereich L2 *(Matrizen und Vektoren als Datenspeicher)*: Lösen linearer Gleichungssysteme, Skalarprodukt als Rechenvorschrift

Hinweise und Erläuterungen:

Vorschlag für paradigmatisches Beispiel:

Prinzipielle Funktionsweise des Navigationssystems GPS?

Software: CAS, Geometriesoftware

Verweis auf andere Fächer und Aufgabengebiete:

→ Informatik S-1
Grafiksysteme

Anwendungsprobleme der Stochastik — L6

Verbindliche Inhalte:

- Paradigmatisches Beispiel
- Testen von Hypothesen
- Satz von der totalen Wahrscheinlichkeit, Satz von Bayes
- Signifikanz, Korrelation und Kausalität
- Verhältnis Mathematik – Realität
- Vernetzungen:

  ↑ Stochastik in der Mittelstufe; Themenbereich L *er Zufall steht Modell)*

Hinweise und Erläuterungen:

Vorschlag für paradigmatisches Beispiel:

Für das Testen von Hypothesen lässt sich etwa das Beispiel „Ein neues Herzmittel" (siehe Handreichungen) verwenden, bei dem sich verschiedene Möglichkeiten der Modellierung anbieten, die zu verschiedenen Ergebnissen führen können (Fehlinterpretation, Manipulation).

Der bekannte „Test über eine seltene Krankheit" gibt mithilfe des Satzes von Bayes nicht nur die Antwort, wie mit einem medizinisch „positiven" Testergebnis umzugehen ist, sondern gibt auch einen anderen Zugang zur schließenden Statistik als Modellierung des „Lernens aus Erfahrung"

Software: Tabellenkalkulation

3.7 Schriftliche Abiturprüfung

Vor dem Beginn einer Studienstufe erhalten die Schulen die Angabe derjenigen Fachinhalte, auf die sich die zentralen Aufgabenstellungen in der Abiturprüfung dieser Studienstufe beziehen werden (Schwerpunktthemen). Die Schwerpunktthemen sind Eingrenzungen und Konkretisierungen der verbindlich zu unterrichtenden Fachinhalte.

Die Aufgaben für die schriftliche Prüfung im Rahmen der Abiturprüfung werden von der zuständigen Behörde zentral gestellt. Das Niveau der Prüfungsaufgaben wird so gewählt, dass sie nicht nur den Unterricht eines Themenbereiches berücksichtigen und dass sie Leistungen in den folgenden drei Anforderungsbereichen ermöglichen:

- Anforderungsbereich I umfasst das Wiedergeben von Sachverhalten und Kenntnissen im gelernten Zusammenhang sowie das Beschreiben und Anwenden geübter Arbeitstechniken und Verfahren in einem wiederholenden Zusammenhang.
- Anforderungsbereich II umfasst das selbständige Auswählen, Anordnen, Verarbeiten und Darstellen bekannter Sachverhalte unter vorgegebenen Gesichtspunkten in einem durch Übung bekannten Zusammenhang und das selbständige Übertragen und Anwenden des Gelernten auf vergleichbare neue Zusammenhänge und Sachverhalte.
- Anforderungsbereich III umfasst das zielgerichtete Verarbeiten komplexer Sachverhalte mit dem Ziel, zu selbständigen Lösungen, Gestaltungen oder Deutungen, Folgerungen, Begründungen und Wertungen zu gelangen. Dabei wählen die Schülerinnen und Schüler aus den gelernten Arbeitstechniken und Verfahren die zur Bewältigung der Aufgabe geeigneten selbständig aus, wenden sie in einer neuen Problemstellung an und beurteilen das eigene Vorgehen kritisch.

Die verschiedenen Anforderungsbereiche dienen der Orientierung für einen in den Ansprüchen ausgewogenen Unterricht und ermöglichen es, unterschiedliche Leistungsanforderungen nach dem Grad des selbständigen Umgangs mit Gelerntem einzuordnen. Der Schwerpunkt der schriftlichen Prüfung liegt im Anforderungsbereich II.

4 Anforderungen und Beurteilungskriterien

4.1 Anforderungen

4.1.1 Allgemeine Anforderungen

Die im Kapitel 3 bei den jeweiligen Themenbereichen angegebenen mathematischen Inhalte werden von den Schülerinnen und Schülern in geeigneten inner- und außermathematischen Kontexten auf schülergemäßem Niveau angewendet.

Allgemeine Kompetenzen

Unterricht dient der Kompetenzentwicklung der Schülerinnen und Schüler. Dabei verstehen wir unter Kompetenz die Fähigkeit einer Person, auf der Grundlage gesicherter Erkenntnisse und anerkannter Methoden und Regeln die sachliche Richtigkeit bzw. Angemessenheit von Aussagen und Aufträgen persönlich nachzuprüfen, zu beurteilen und in gesellschaftlicher Verantwortung in Handlungen umzusetzen und damit Probleme zu lösen. Umgesetzt für den Mathematikunterricht bedeutet mathematische Kompetenz die Fähigkeit, Mathematik zu verstehen, zu beurteilen und anzuwenden in einer Vielheit von inner- und außermathematischen Kontexten. Dabei gehören zu einer entwickelten mathematischen Kompetenz nicht nur Fachkompetenzen, sondern auch Methodenkompetenzen sowie Sozialkompetenzen. Insgesamt beruht eine angemessene Kompetenzentwicklung auf der sicheren Verfügbarkeit über mathematisches Basiswissen.

Folgende mathematische Kompetenzen sind für den Mathematikunterricht der gymnasialen Oberstufe zentral. Diese Kompetenzen sind nicht spezifisch für eine bestimmte Schulstufe, sondern finden auf den verschiedenen Schulstufen lediglich besondere Akzentuierungen oder Betonungen. Hierbei handelt es sich um eine nicht hierarchisch aufgebaute Liste von allgemeinen, für alle Ebenen des Lehrens und Lernens von Mathematik relevanten mathematischen Fähigkeiten. Fähigkeiten sind Kompetenzen, die faktisch angewendet werden. Diese Liste enthält die folgenden Elemente:

1. *Die Fähigkeit, mathematisch zu denken.* Dazu gehört: Fragen zu stellen, die für die Mathematik charakteristisch sind („gibt es …?“, „wenn ja, wie viele?“, „wie finden wir ...?“); zu wissen, welche Art von Antworten die Mathematik für solche Fragen bereithält; zwischen unterschiedlichen Arten von Aussagen zu unterscheiden (Definitionen, Sätze, Vermutungen, Hypothesen, Beispiele, Bedingungen); Reichweite und Grenzen mathematischer Konzepte zu verstehen und zu berücksichtigen.

2. *Die Fähigkeit, mathematisch zu argumentieren.* Dazu gehört: zu wissen, was mathematische Beweise sind und wie sie sich von anderen Arten der mathematischen Argumentation unterscheiden; verschiedene Arten von mathematischen Argumentationsketten nachzuvollziehen und zu bewerten; heuristisches Gespür („was kann [nicht] passieren und warum?“); Entwicklung von mathematischen Argumenten.

3. *Die Fähigkeit zur mathematischen Modellierung.* Dazu gehört: den Bereich oder die Situation, die modelliert werden soll, zu strukturieren; „Mathematisierung“ (Übersetzung der „Realität“ in mathematische Strukturen); „De-Mathematisierung“ (mathematische Modelle im Rahmen der modellierten „Realität“ zu interpretieren); mit einem mathematischen Modell zu arbeiten; das Modell zu validieren; das Modell und seine Ergebnisse zu reflektieren, zu analysieren und kritisch zu beurteilen; über das Modell und seine Ergebnisse (einschließlich der Grenzen dieser Ergebnisse) zu kommunizieren.

4. *Die Fähigkeit, Probleme zu stellen und zu lösen.* Dazu gehört: verschiedene Arten von mathematischen Problemen zu stellen, mathematische Probleme zu formulieren und zu definieren („reine“, „angewandte“, „offene“ und „geschlossene“); und verschiedene Lösungswege für unterschiedliche Arten von mathematischen Problemen zu finden.

5. *Die Fähigkeit, mathematische Darstellungen zu nutzen.* Dazu gehört: verschiedene Formen der Darstellung von mathematischen Objekten und Situationen sowie die Wechselbeziehungen zwischen diesen Darstellungsformen zu erkennen, zu interpretieren und zu unterscheiden; verschiedene Darstellungsformen je nach Situation und Zweck auszuwählen und zwischen ihnen zu wechseln.

6. *Die Fähigkeit, mit den symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umzugehen.* Dazu gehört: die symbolische und formale Sprache zu dekodieren und zu interpretieren und ihre Beziehung zur natürlichen Sprache zu verstehen; natürliche Sprache in die symbolische/formale Sprache zu übersetzen; mit Aussagen und Ausdrücken umzugehen, die Symbole und Formeln enthalten; Variablen zu benutzen; Gleichungen zu lösen und Berechnungen vorzunehmen.

7. *Die Fähigkeit zu kommunizieren.* Dazu gehört: sich mündlich und schriftlich in verschiedenen Formen zu Sachverhalten mit mathematischem Inhalt zu äußern und entsprechende schriftliche oder mündliche Aussagen von anderen Personen zu verstehen.

8. *Die Fähigkeit, Hilfsmittel einzusetzen und zu gebrauchen.* Dazu gehört: die verschiedenen Hilfsmittel (einschließlich solche aus dem Bereich der Informationstechnologie), die bei mathematischen Aktivitäten hilfreich sein können, zu kennen und anzuwenden sowie die Grenzen dieser Hilfsmittel einzuschätzen.

4.1.2 Spezifische Anforderungen bezogen auf die Themenbereiche

4.1.2.1 Vorstufe

Themenbereich V1
Von Daten zu Funktionen

Die Schülerinnen und Schüler

- erkennen, dass es verschiedene Arten von Daten gibt und unterscheiden,
  - ob es empirische oder aus einem funktionalen Zusammenhang gewonnene Daten sind,
  - ob es deterministische oder zufällige Daten sind,
  - ob es diskrete oder kontinuierliche Daten sind
- stellen Daten in einer Tabelle, durch einen Graphen oder eine Gleichung dar
- erfahren, dass eine Gleichung für eine Funktion eine oft angestrebte, aber nicht immer mögliche Form der Darstellung ist, da sich dann auch die Funktion ohne Probleme durch eine Tabelle oder einen Graphen darstellen lässt
- erkennen, dass Funktionen ein Hilfsmittel sind, um realitätsbezogene Prozesse zu beschreiben, zu analysieren und zu lösen
- wiederholen (oder lernen kennen) die Funktionsklassen der ganzrationalen, der gebrochen rationalen, der trigonometrischen und der Exponentialfunktionen und lernen ihre jeweilige gemeinsame Charakterisierung kennen
- bestimmen Nullstellen einfacher Funktionen und lernen mindestens ein einfaches numerisches Verfahren zur Bestimmung von Nullstellen kennen
- bemerken, dass es inner- und außermathematische Fragestellungen gibt, für die nicht nur Funktionswerte sondern auch deren Änderung eine Bedeutung haben, und lösen so elementare Optimierungsprobleme näherungsweise graphisch
- stellen in einfachen Fällen Gleichungen von Funktionen auf, auch mithilfe von Gleichungssystemen, und lösen diese
- erfahren die Möglichkeiten des Computers bzw. eines entsprechenden Taschenrechners beim Aufstellen von Funktionsgleichungen, bei der Analyse von Funktionen und beim Lösen von Gleichungssystemen.

Themenbereich V2
Graphen

Die Schülerinnen und Schüler

- beschreiben einfache Probleme geeignet mit Graphen und begründen die Auswahl der Elemente des gewählten Graphen
- wählen bei der Problembeschreibung eine geeignete Darstellungsform (graphisch, Tabelle, Matrix) aus und können eine Darstellungsform in eine andere überführen
- ermitteln für einfache Netzpläne einen längsten Weg und erkennen, dass die Dauer des längsten Weges in einem Netzplan die kürzestmögliche Zeit angibt, in der das durch diesen Netzplan beschriebene Projekt fertig gestellt werden kann

- entdecken, dass die Suche eines kürzesten Weges nicht sinnvoll über die Berechnung aller möglichen Wege führt, da ihre Anzahl schnell unermesslich groß wird
- entwickeln Lösungsstrategien bei der Ermittlung eines kürzesten Weges für einfache Problemstellungen, ermitteln einen kürzesten Weg oder eine Näherung, und entdecken, dass es auch noch weitere Lösungen geben kann.

Themenbereich V3
Iteration

Die Schülerinnen und Schüler

- vertiefen die Erkenntnis, dass die meisten Wachstumsprozesse nicht linear sondern exponentiell sind, erkennen, dass komplexere Prozesse wie zum Beispiel das Bevölkerungswachstum nicht mit exponentiellem Wachstum allein erfasst werden können, und werden an diesen Beispielen in die Idee der Iteration eingeführt
- beschreiben die Idee eines Iterationsverfahrens und berechnen bei einfachen Iterationsverfahren Folgenelemente
- geben Modelle z.B. für das Bevölkerungswachstum an, bewerten diese und interpretieren die sich aus den Modellen ergebenden außermathematischen Aussagen
- entdecken experimentell durch Parametervariation, dass Iterationen im Langzeitverhalten zu verschiedenen Ergebnissen führen können
- benutzen für konkrete Berechnungen entsprechende Software (Tabellenkalkulation, Software für dynamische Systeme).

Themenbereich V4
Lineare Optimierung

Die Schülerinnen und Schüler

- erkennen in Texten Ungleichungen und Gleichungen, die sie entsprechend formulieren können
- wissen, dass ein System linearer Ungleichungen mit zwei Variablen eine geradlinig begrenzte Fläche im Koordinatensystem beschreibt, und skizzieren sie geeignet
- begründen bei konkreten Optimierungsproblemen mit zwei Variablen, ob diese lösbar sind oder nicht, und ermitteln im Falle der Lösbarkeit graphisch die Lösungsmenge
- erkennen die Abhängigkeit der Lösung von den Optimierungskriterien, die aus der realen Fragestellung folgen.

Themenbereich V5
Geometrie

Die Schülerinnen und Schüler

- fertigen mit DGS oder Zirkel und Lineal Konstruktionen von Kreis, Parabel, Ellipse und Hyperbel an, identifizieren sie an Objekten der Umwelt, und stellen gegebenenfalls Beziehungen zu den bereits bekannten Funktionsgleichungen her
- erläutern an Kreis und Parabel Gemeinsamkeiten und Unterschiede von Tangente, Sekante und Normale
- konstruieren am Kreis Tangente und Normale, an der Parabel näherungsweise Normale und Tangente
- erkennen die Tangente als Grenzlage einer geeigneten Folge von Sekanten
- bearbeiten realitätsnahe Problemstellungen zu Paraboloid und Kugel mithilfe von geeigneten Schnitten, die zu bekannten 2-dimensionalen Objekten führen
- wählen geeignet zwischen geometrischen und algebraischen Lösungsverfahren

**Themenbereich V6
Von der mittleren zur lokalen Änderung**

Die Schülerinnen und Schüler

- erkennen, dass es inner- und außermathematische Fragestellungen gibt, für die nicht nur die Funktionswerte sondern auch deren Änderungen eine Bedeutung haben, die sie als Grenzprozess erfahren:
  - im geeigneten Sachkontext der Übergang von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate (Durchschnittsgeschwindigkeit Δ(Momentan-) Geschwindigkeit, durchschnittlicher Steuersatz Δ Grenzsteuer, etc.)
  - bei innermathematischen Problemstellungen auch die Tangente als Grenzlage einer geeigneten Folge von Sekanten
- wenden den Ableitungsbegriff auf mathematische und realitätsbezogene Problemstellungen an und deuten dabei die Ableitung geeignet als lokale Änderungsrate oder Tangentensteigung
- berechnen die Ableitungen ganzrationaler Funktionen mithilfe der Summen- und Faktorregel und lösen so elementare Optimierungsprobleme auch rechnerisch
- bestimmen Grenzwerte auf anschaulicher Ebene
- wählen bei gegebenen Daten und vorliegender Fragestellung eine geeignete Analysemethode aus und begründen ihre Wahl *(bezieht sich auf alle bisher behandelten Themenbereiche).*

4.1.2.2 Grundkurs

**Themenbereich G1
Von der Änderungsrate zum Bestand**

Die Schülerinnen und Schüler

- erkennen, dass durch Aufsummation von lokalen Änderungsraten ein Gesamteffekt bestimmt werden kann, und interpretieren diesen Gesamteffekt außermathematisch z.B. als zurückgelegter Weg, Gesamtkosten usw., geometrisch als Fläche. Sie wissen daher, dass sich mithilfe der Differentialrechnung lokale und mithilfe der Integralrechnung globale Aussagen machen lassen
- schließen aus der obigen Erkenntnis, dass die Integration die Umkehrung der Differentiation ist, kennen den Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung und wissen um seine Bedeutung
- können in einfachen Modellierungsaufgaben das Integral sachgerecht einsetzen und deuten, bestimmen in einfachen Fällen Integrale numerisch, berechnen Integrale von ganzrationalen Funktionen und sind in der Lage, den ermittelten Zahlenwert im Aufgabenkontext zu interpretieren.

**Themenbereich G2
Matrizen und Vektoren als Datenspeicher**

Die Schülerinnen und Schüler

- beherrschen den Umgang mit den üblichen Verknüpfungen zwischen Vektoren und Matrizen (Vektoraddition, Multiplikation mit Skalar, Skalarprodukt, Addition und Multiplikation von Matrizen, Multiplikation einer Matrix mit einem Skalar, Multiplikation von Matrix und Vektor)
- modellieren einfache diskrete Wachstumsprozesse z.B. mit dem Modell von Leslie und erklären dessen Besonderheiten (Einteilung der Population in Altersgruppen, Rekursivität), auch im Hinblick auf andere Wachstumsmodelle, berechnen Aussagen zum Wachstum über eine und zwei Zeitperioden und machen mithilfe eines CAS Aussagen zum Langzeitverhalten der Population
- modellieren einfache Verflechtungen (betriebswirtschaftliche Modelle)
- erstellen und lösen lineare Gleichungssysteme innerhalb verschiedener Sachkontexte und deuten die Lösungen sachgerecht.

Themenbereich G3 Der Zufall steht Modell

Die Schülerinnen und Schüler

- lernen den Random Walk als Modell zur Vorhersage vom Zufall bestimmter Phänomene kennen
- lernen die Bernoulli-Kette als Modell für ein Zufallsexperiment kennen, das aus einer Folge gleicher Experimente mit nur zwei möglichen Ergebnissen zusammengesetzt ist, und die Binomialverteilung als zugehörige Wahrscheinlichkeitsverteilung
- erkennen die Bedeutung der Unabhängigkeit für die Entwicklung stochastischer Modelle
- vergleichen Zufallsexperimente mithilfe von Zufallsgrößen
- berechnen z.B. bei Aktienkursen Vorhersagen für den Kurs in einem begrenzten Vorhersagezeitraum und entdecken die Abhängigkeit der Vorhersagequalität von der Anzahl der Daten
- erkennen und beschreiben bei empirischen Phänomenen annähernd normalverteilte Daten
- berechnen bei empirischen normalverteilten und bei binomialverteilten Daten Erwartungswert, Varianz und Standardabweichung und erläutern deren Bedeutung z.B. mithilfe der σ-Regeln
- erläutern die Bedeutung des Begriffs „Zufall“ in der Umgangssprache und die historische Entwicklung des Begriffs „Wahrscheinlichkeit“ und der Wahrscheinlichkeitstheorie.

Themenbereich G4 Änderungsraten und Bestände

Die Schülerinnen und Schüler

- kennen die Ableitungsregeln und deren präformale Begründungen und die einfachen Integrationsregeln (Summen-, Faktorregel)
- vertiefen ihr Wissen um die Bedeutung des Hauptsatzes der Differential- und Integralrechnung
- setzen die Differential- und Integralrechnung in einfachen mathematischen und realitätsnahen Problemstellungen sachgerecht ein, begründen die Auswahl der Funktionsklassen im Aufgabenkontext und deuten den Einsatz der Differential- und Integralrechnung im Modellierungsprozess *(bezogen auf die Funktionsklassen: Potenzfunktionen mit rationalen Exponenten, Exponential- und Logarithmusfunktionen, Sinus, Cosinus und deren einfache Verknüpfungen und Verkettungen).*

Themenbereich G5 Analytische Geometrie

Die Schülerinnen und Schüler

- erfahren, wie im Raum Geraden und Ebenen beschrieben werden (auch als Linearkombination) und wie sie zueinander in Beziehung stehen
- lernen zum Messen von Länge und Winkeln bei Vektoren den Betrag und das Skalarprodukt kennen
- erarbeiten sich mögliche Darstellungen einer Kugel und lernen so auch den Umgang mit den Kugelkoordinaten
- entdecken, wie auf der Oberfläche einer Kugel die kürzeste Entfernung zwischen zwei Punkten bestimmt wird, und entwickeln geeignete Berechnungsmethoden
- wählen geeignet zwischen kartesischen Koordinaten und Kugelkoordinaten.

Themenbereich G6 Anwendungsprobleme der Stochastik

Die Schülerinnen und Schüler

- entdecken, dass Testergebnisse stark von der Durchführung des Tests abhängen (Bestimmung der Stichprobe, Auswertung)
- verstehen Prinzipien des Testens von Hypothesen in einfachen Fällen, unterscheiden dabei zwischen Fehlern 1. und 2. Art und setzen gegebenenfalls den Computer ein

- erfahren, dass der Satz von Bayes häufig angewendet wird, wenn von einer vorliegenden „Wirkung“ auf deren „Ursache“ geschlossen werden soll, aber auch angewendet wird, um ein Vorwissen durch stochastische Zusatzinformationen zu verbessern, und wenden dies auf realistische Problemstellungen entsprechend an
- erfahren Signifikanz als Maß für die Sicherheit einer Hypothese
- beschreiben Unterschiede und Gemeinsamkeiten von Signifikanz und Korrelation und klären, welche Schlüsse sich aus entsprechenden Werten ziehen lassen und welche nicht. Bei der Berechnung der Werte setzen sie gegebenenfalls den Computer ein.

4.1.2.3 Leistungskurs

Themenbereich L1 Von der Änderungsrate zum Bestand

Die Schülerinnen und Schüler

- erkennen, dass durch Aufsummation von lokalen Änderungsraten ein Gesamteffekt bestimmt werden kann, und interpretieren diesen Gesamteffekt außermathematisch z.B. als zurückgelegter Weg, Gesamtkosten usw., geometrisch als Fläche. Sie wissen daher, dass sich mithilfe der Differentialrechnung lokale und mithilfe der Integralrechnung globale Aussagen machen lassen
- schließen aus der obigen Erkenntnis, dass die Integration die Umkehrung der Differentiation ist, kennen den Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung und seine Bedeutung und können Grundzüge seines Beweises wiedergeben
- können in einfachen Modellierungsaufgaben das Integral sachgerecht einsetzen und deuten, bestimmen in einfachen Fällen Integrale numerisch, berechnen Integrale von ganzrationalen Funktionen und sind in der Lage, den ermittelten Zahlenwert im Aufgabenkontext zu interpretieren
- berechnen Grenzwerte, ermitteln Aussagen zur Konvergenz eines Verfahrens zur numerischen Integration.

Themenbereich L2 Matrizen und Vektoren als Datenspeicher

Die Schülerinnen und Schüler

- beherrschen den Umgang mit den üblichen Verknüpfungen zwischen Vektoren und Matrizen (Vektoraddition, Multiplikation mit Skalar, Skalarprodukt, Addition und Multiplikation von Matrizen, Multiplikation einer Matrix mit einem Skalar, Multiplikation von Matrix und Vektor)
- modellieren einfache diskrete Wachstumsprozesse z.B. mit dem Modell von Leslie und erklären dessen Besonderheiten (Einteilung der Population in Altersgruppen, Rekursivität), auch im Hinblick auf andere Wachstumsmodelle, berechnen Aussagen zum Wachstum über eine und zwei Zeitperioden und machen Aussagen zum Langzeitverhalten der Population
- modellieren einfache Verflechtungen (betriebswirtschaftliche Modelle)
- erstellen und lösen lineare Gleichungssysteme innerhalb verschiedener Sachkontexte und deuten die Lösungen sachgerecht
- machen Aussagen zur Lösbarkeit eines linearen Gleichungssystems
- entdecken, wie eine reelle Funktion mit zwei Variablen aus geeigneten Funktionen mit einer Variablen entstehen kann
- beschreiben geeignete Sachkontexte mithilfe von Funktionen mit mehreren Variablen.

**Themenbereich L3
Der Zufall steht Modell**

Die Schülerinnen und Schüler

- lernen den Random Walk als Modell zur Vorhersage vom Zufall bestimmter Phänomene kennen
- lernen die Bernoulli-Kette als Modell für ein Zufallsexperiment kennen, das aus einer Folge gleicher Experimente mit nur zwei möglichen Ergebnissen zusammengesetzt ist, und die Binomialverteilung als zugehörige Wahrscheinlichkeitsverteilung
- erkennen die Bedeutung der Unabhängigkeit für die Entwicklung stochastischer Modelle
- erkennen Unterschiede und Gemeinsamkeiten zwischen Bernoulli-Ketten und Markoff-Ketten, setzen diese Modelle zur Lösung von Aufgaben begründet ein und lösen diese Aufgaben
- entdecken und beschreiben die Ähnlichkeit von Markoff-Ketten mit Populations-Matrizen (z.B. Leslie-Matrix)
- vergleichen Zufallsexperimente mithilfe von Zufallsgrößen
- berechnen z.B. bei Aktienkursen Vorhersagen für den Kurs in einem begrenzten Vorhersagezeitraum und entdecken die Abhängigkeit der Vorhersagequalität von der Anzahl der Daten
- erkennen und beschreiben bei empirischen Phänomenen annähernd normalverteilte Daten
- berechnen bei empirischen normalverteilten und bei binomialverteilten Daten Erwartungswert, Varianz und Standardabweichung und erläutern deren Bedeutung z.B. mithilfe der σ-Regeln
- benennen Unterschiede und Gemeinsamkeiten von Binomial- und Normalverteilung
- gewinnen Einsichten in grundlegende Aussagen der Zentralen Grenzwertsätze
- erläutern die Bedeutung des Begriffs „Zufall“ in der Umgangssprache und die historische Entwicklung des Begriffs „Wahrscheinlichkeit“ und der Wahrscheinlichkeitstheorie und erkennen, dass sich der Wahrscheinlichkeitsbegriff nur axiomatisch definieren lässt
- erläutern das Axiomensystem von Kolmogorow.

**Themenbereich L4
Änderungsraten und Bestände**

Die Schülerinnen und Schüler

- kennen die Ableitungsregeln und deren Begründungen und die Integrationsregeln (Summen-, Faktorregel, partielle Integration, Integration durch Substitution)
- vertiefen ihr Wissen um die Bedeutung des Hauptsatzes der Differential- und Integralrechnung
- unterscheiden zwischen exponentiellem, beschränktem und logistischem Wachstum, beschreiben Unterschiede und Gemeinsamkeiten und setzen die zugehörigen Funktional- bzw. Differentialgleichungen geeignet ein
- setzen die Differential- und Integralrechnung in mathematischen und realitätsnahen Problemstellungen sachgerecht ein, begründen die Auswahl der Funktionsklassen im Aufgabenkontext und deuten den Einsatz der Differential- und Integralrechnung im Modellierungsprozess.

**Themenbereich L5
Analytische Geometrie**

Die Schülerinnen und Schüler

- erfahren, wie im Raum Geraden und Ebenen beschrieben werden (auch als Linearkombination) und wie sie zueinander in Beziehung stehen
- erläutern die Begriffe der linearen Abhängigkeit / Unabhängigkeit von Vektoren
- lernen zum Messen von Länge und Winkeln bei Vektoren den Betrag und das Skalarprodukt kennen, verstehen die Herleitung der Formel für das Skalarprodukt und erkennen, dass die übliche Form nicht die einzig mögliche ist
- erarbeiten sich mögliche Darstellungen einer Kugel und lernen so auch den Umgang mit den Kugelkoordinaten

- entdecken, wie auf der Oberfläche einer Kugel die kürzeste Entfernung zwischen zwei Punkten bestimmt wird, und entwickeln geeignete Berechnungsmethoden
- wählen geeignet zwischen kartesischen Koordinaten und Kugelkoordinaten
- erkennen, dass bei großen Gleichungssystemen, die mit dem Computer gelöst werden müssen, das Eliminationsverfahren wegen Rundungsfehlern zumeist ungeeignet ist, und lernen ein einfaches numerisches Verfahren kennen, dazu die Fragen nach Lösbarkeit und Fehlerabschätzung.

Themenbereich L6 Anwendungsprobleme der Stochastik

Die Schülerinnen und Schüler

- entdecken, dass Testergebnisse stark von der Durchführung des Tests abhängen (Bestimmung der Stichprobe, Auswertung)
- verstehen Prinzipien des Testens von Hypothesen in einfachen Fällen, unterscheiden dabei zwischen Fehlern 1. und 2. Art und setzen gegebenenfalls den Computer ein
- erfahren, dass der Satz von Bayes häufig angewendet wird, wenn von einer vorliegenden „Wirkung“ auf deren „Ursache“ geschlossen werden soll, aber auch angewendet wird, um ein Vorwissen durch stochastische Zusatzinformationen zu verbessern, und wenden dies auf realistische Problemstellungen entsprechend an
- leiten den Satz von Bayes auch formal her und begründen ihn unter Rückgriff auf den Satz von der totalen Wahrscheinlichkeit
- erfahren Signifikanz als Maß für die Sicherheit einer Hypothese
- beschreiben Unterschiede und Gemeinsamkeiten von Signifikanz und Korrelation und klären, welche Schlüsse sich aus entsprechenden Werten ziehen lassen und welche nicht. Bei der Berechnung der Werte setzen sie gegebenenfalls den Computer ein.

4.2 Beurteilungskriterien

Beurteilungsformen sind von Beurteilungskriterien nicht zu trennen.

Schriftliche Lernerfolgskontrollen

Der Unterricht wird von Lernerfolgskontrollen begleitet. **Klausuren** dienen dazu, die individuelle Verfügbarkeit von Wissen und Können in einem begrenzten mathematischen Bereich beurteilen zu können. Dabei wird nicht auswendig zu lernendes Wissen abgeprüft, sondern die Fähigkeit, Mathematik in ihren vielfältigen mathematischen und außermathematischen Zusammenhängen verständig anwenden zu können.

Unterrichtsgespräch

In der „laufenden Kursarbeit“ werden die **Mitarbeit** im Unterricht und die Bewältigung der Hausaufgaben bewertet. Zur Beurteilung können auch Referate zu einem zum jeweiligen Unterrichtsvorhaben passenden Thema beitragen.

Neben diesen klassischen Methoden der Leistungsmessung, die eher auf die Erhebung des Fachwissens abzielen, finden auch andere Formen der Leistungsmessung Anwendung, die stärker auf andere Fähigkeiten abzielen wie Reproduktion und Reorganisation von Wissen, Transfervermögen, problemlösendes Denken, Kreativität, Selbstständigkeit, selbstständiges Arbeiten, Lernwille, Durchhaltevermögen, Leistungsbereitschaft, Lerninteresse, Neugierverhalten, Fähigkeiten zur Kommunikation, Interaktion, Kooperation

Kursarbeiten bzw. Facharbeiten

Kurs- bzw. Facharbeiten ersetzen oder ergänzen schriftliche – in einem gewissen Umfang auch mündliche – Lernerfolgskontrollen. Sie dienen nicht nur der Leistungsmessung, sondern vermitteln auch Fähigkeiten und Fertigkeiten wie Problemlösestrategien, Fähigkeiten zur Kommunikation der Problemlösungen, u.a. durch Verwendung angemessener mathematischer Mittel wie Diagramme und Graphen. Sie behandeln entweder ein selbst oder von der Lehrperson gestelltes Thema, wobei es sich in der Regel um umfangreichere mathematische oder außermathematische Probleme handelt. Die Problembearbeitung wird unter Hilfestellung der Lehrperson in der Schule begonnen und zu Hause fortgeführt und beendet. Zentrale Kriterien für die Leistungsbewertung sind: Identifikation der relevanten Information, relevanter

Variabler und Einschränkungen, korrekte und angemessene mathematische Formulierung des Problems, angemessene Analyse der gegebenen Informationen und Daten, Angemessenheit der mathematischen Analysen, Kenntnis mathematischer Sprache, Symbole und Konventionen, mathematisches Verständnis, Interpretation und Evaluation der Resultate, Synthese der Ergebnisse, Tiefe der Untersuchung, Kommunikation der Lösung. Dabei steht der Problemlöseweg im Vordergrund und nicht das Ergebnis bzw. das korrekte Abarbeiten eines Algorithmus.

Portfolio/ Lerntagebuch

Im Unterricht werden regelmäßig Portfolios erstellt. Dabei wird unter Portfolio eine zielgerichtete Sammlung von Schülerarbeiten verstanden, welche die Anstrengungen der Lernenden, den Lernfortschritt und die Leistungsresultate auf einem oder mehreren mathematischen Gebieten bzw. außermathematischen Problemstellungen zeigt. Die Sammlung schließt die Beteiligung der Lernenden bei der Auswahl der Inhalte, Kriterien für die Beurteilung sowie selbstreflexive Gedanken ein. Portfolios werden sowohl über einen längeren Zeitraum als auch zu einem wohldefinierten Projekt erstellt und dienen sowohl der Diagnose der Stärken und Schwächen der Lernenden als auch der Dokumentation der Lernentwicklung sowie der Beurteilung der Lernenden. So genannte Bewerbungsportfolios mit den besten Arbeiten der Lernenden können auch der Bewerbung für spezifische Programme nach der Hochschulreife dienen. Portfolios ersetzen bzw. ergänzen mündliche – ggf. auch schriftliche – Lernerfolgskontrollen.

Alternativ oder ergänzend werden Lerntagebücher erstellt, in denen die Lernenden ihren Lernprozess regelmäßig dokumentieren und damit darüber reflektieren. Die Lehrperson kommentiert und bewertet die Lerntagebücher.

Die oben angeführten Kriterien zur Leistungsbewertung gelten analog.

Weitere Lernsituationen und Arbeitsprodukte

Lehrerinnen und Lehrer initiieren und gestalten mit ihren Kolleginnen und Kollegen und Schülerinnen und Schülern weitere Lernsituationen und Arbeitsprodukte wie Projekte, Praktika, Gestaltung von Unterrichtsstunden durch Schülerinnen und Schüler, Podiumsdiskussionen, Rollen- und Planspiele und entwickeln in Absprache mit ihnen entsprechende Beurteilungskriterien.

Fachkonferenzen

Bereiche und Kriterien für die Leistungsbeurteilung werden in der Fachkonferenz abgestimmt und festgelegt.

Transparenz

Die Lehrerinnen und Lehrer erläutern den Schülerinnen und Schülern die Anforderungen, die erwarteten Leistungen sowie die Beurteilungskriterien. Bei der konkreten Auslegung der Beurteilungskriterien werden die Schülerinnen und Schüler beteiligt.