Gy8

Rahmenplan Mathematik

BILDUNGSPLAN
ACHTSTUFIGES GYMNASIUM
SEKUNDARSTUFE I

Freie und Hansestadt Hamburg
Behörde für Bildung und Sport

Dieser Rahmenplan ist Teil des Bildungsplans des achtstufigen Gymnasiums.

Die Behörde für Bildung und Sport hat mit Beschluss der Deputation vom 25.5.2004 die Erprobung des Bildungsplans beschlossen. Der Bildungsplan ist ab 1.8.2004 verbindliche Grundlage für den Unterricht und die Erziehung.

Der Bildungsplan besteht aus dem „Bildungs- und Erziehungsauftrag" für das achtstufige Gymnasium, den Rahmenplänen der Fächer und dem Rahmenplan für die Aufgabengebiete (§5 Absatz 3 HmbSG) für die Sekundarstufe I und für die gymnasiale Oberstufe.

Impressum

Herausgeber:
Freie und Hansestadt Hamburg
Behörde für Bildung und Sport
Amt für Bildung - B 22 -
Hamburger Straße 31, 22083 Hamburg

Referatsleitung Mathematisch-naturwissenschaftlich-technischer Unterricht und
Fachreferent Mathematik: Werner Renz

Redaktion:

Winfried Euba
Dr. Klaus Henning
Thea Hufschmidt
Dr. Wolfgang Löding
Annelies Paulitsch
Helmut Springstein

Internet: www.bildungsplaene.bbs.hamburg.de

Hamburg 2004, überarbeitete Fassung Februar 2007

Inhaltsverzeichnis

1 Ziele

Vorbemerkung

Der Mathematikunterricht entwickelt ein Verständnis für die Rolle der Mathematik in der sozialen, kulturellen und technischen Welt. Er entfaltet die Fähigkeit der Schülerinnen und Schüler, Sachverhalte unter mathematischen Gesichtspunkten zu beschreiben sowie die Mathematik aktiv zu nutzen, um Anforderungen des gegenwärtigen und zukünftigen Lebens zu bewältigen.

Der Unterricht trägt dem Doppelcharakter der Mathematik Rechnung. Sie ist einerseits wesentlicher Bestandteil des in der Menschheitsgeschichte angesammelten Wissens und andererseits eine Methode, Probleme zu strukturieren und zu lösen und diese Lösungen zu verallgemeinern. Mathematik ist also Werkzeug und Tätigkeit zugleich. In einem ständig aufeinander bezogenen Wechsel von Anwenden und Entwickeln gelangen die Schülerinnen und Schüler durch die Beschäftigung mit Mathematik zu einem vertieften Weltverständnis. Dies erfordert gleichermaßen Wissen und Kompetenz.

Der Unterricht erschließt die Mathematik als zentralen Bestandteil unserer Kultur. Er zeigt auf, dass mathematisches Handeln einerseits der Absicht entstammt, die Teile der Welt quantitativ und qualitativ durch Vergleichen, Ordnen, Zählen, Rechnen, Messen, Beschreiben von Formen und Zeichnen zu erfassen, andererseits aber auch immer dem Streben nach zweckfreiem Erkunden von Zusammenhängen, nach Erkennen von Strukturen, nach Abstraktion und Verallgemeinerung, nach Geschlossenheit und Schönheit der Darstellung erwächst.

Der Unterricht erschließt die Reichhaltigkeit der Mathematik, die viele unterschiedliche Möglichkeiten, Aspekte und Perspektiven der geistigen Entfaltung beinhaltet. Er schafft vielfältige Anlässe, Brücken zu schlagen zwischen fachlichen Konzepten und lebensweltlichen Vorstellungen, zwischen mathematischem Denken und Alltagsdenken, zwischen praktischem Tun und Reflexion, in die die Vermittlung grundlegender Kenntnisse, Fähigkeiten und Fertigkeiten eingebettet wird.

Mathematik in unserer Welt

Im Mathematikunterricht lernen Schülerinnen und Schüler Möglichkeiten und Grenzen einer mathematischen Weltsicht kennen:

- Mathematik wird als eine in vielen Bereichen anwendbare Wissenschaft erfahren.
- Mathematik hat eine Schlüsselfunktion in den hoch technisierten Industriegesellschaften und zugehörigen Wirtschaftssystemen.
- Die alltägliche Lebenspraxis verlangt in vielfältigen Handlungssituationen die Anwendung mathematischen Wissens und Könnens.

Der Mathematikunterricht rückt diese oft verdeckten Zusammenhänge ins Bewusstsein der Schülerinnen und Schüler und bereichert ihr individuelles Weltbild um eine mathematische Weltsicht.

Der Mathematikunterricht bezieht die Geschichte der Mathematik ein und zeigt damit auf, wie auch Mathematik sich theoretisch, vor allem aber bei der Lösung von „Alltagsproblemen“ weiterentwickelt hat.

Mathematik als Begriffssystem

Im Mathematikunterricht entdecken und erfahren die Schülerinnen und Schüler das Regelhafte, Gesetzmäßige, Formelhafte, das allgemeine Muster einer außer- oder innermathematischen Situation. Sie erkennen, wie die Mathematik die Wirklichkeit in Begriffssystemen, Theorien und Algorithmen erfasst. Sie erfahren, wie solche Begriffssysteme in Form einer Sprache formaler Symbole vielfältige außermathematische Zusammenhänge effektiv beschreiben und zur Klärung komplexer Zusammenhänge verwendet werden. Die Schülerinnen und Schüler lernen diese formale Sprache, wie jede andere Sprache auch, in Sinnzusammenhängen. Der Mathematikunterricht unterstützt Schülerinnen und Schüler darin, den Abstraktionsprozess nachzuvollziehen, der zu dieser formalen Sprache geführt hat.

Der Mathematikunterricht zeigt die Kraft formalisierter Abstraktion und Verallgemeinerung auf und lässt damit Schülerinnen und Schüler Mathematik als „Denkverstärker“ erfahren. Die Ergebnisse solcher Abstraktionen und Verallgemeinerungen sind wiederum selbst Gegenstand von Untersuchungen im Unterricht, auch ohne dass ein Bezug zur Realität hergestellt wird.

Grundlegende Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten

Der Mathematikunterricht zielt auf den Erwerb grundlegender mathematischer Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten. Dazu werden Grundvorstellungen entwickelt, auf denen sich komplexe Vorstellungen aufbauen lassen. Die Schülerinnen und Schüler gewinnen Einsicht in die vielfältigen und komplexen Zusammenhänge und Beziehungen, die den Inhalten innewohnen. Sie erwerben ein flexibel organisiertes und vernetztes mathematisches Grundwissen und Grundverständnis, das tragfähige Grundlage für das Weiterlernen im Anschluss an die Sekundarstufe I ist.

Problemlösen

Im Mathematikunterricht erhalten die Schülerinnen und Schüler Zeit und Gelegenheit, Erkenntnisse auf dem Wege eines fragenden, konstruierenden und analysierenden Vorgehens zu gewinnen. Die Schülerinnen und Schüler werden befähigt, mathematische Probleme selbstständig und zielgerichtet zu bearbeiten. Problemlösen setzt einen beweglichen Umgang mit den jeweils verfügbaren Begriffen, Fertigkeiten und Kenntnissen voraus. Einfache und grundlegende Denkstrategien werden entwickelt, bewusst gemacht und eingeübt.

Der Mathematikunterricht ermutigt Schülerinnen und Schüler, neue Erkenntnisse selbstständig zu gewinnen. Sie erlangen Vertrauen in ihre Denkfähigkeit und gewinnen dabei eine positive Einstellung zur Mathematik.

Im Mathematikunterricht erfahren Schülerinnen und Schüler aber auch, dass Anstrengungsbereitschaft und Durchhaltevermögen erforderlich sind, um dieses Ziel zu erreichen.

Realitätsbezug und Modellierung

Der Mathematikunterricht bietet Schülerinnen und Schülern vielfältige Gelegenheiten, in überschaubaren offenen Situationen Modellierungsprozesse zu durchlaufen. Vom realen Problem ausgehend, führt der Weg über Annahmen von Beschreibungsgrößen, Einflussfaktoren und deren Zusammenhang zum Strukturmodell, von diesem durch Mathematisierung zu einem mathematischen Modell und schließlich zu einer mathematischen Problemlösung, die im Hinblick auf das reale Problem interpretiert und kritisch überprüft werden muss.

Im Mathematikunterricht erfahren Schülerinnen und Schüler, dass mathematisch korrekte Beschreibungen und Lösungen unter Umständen sehr begrenzten Wert haben und sowohl Problemstellungen als auch Annahmen über Beschreibungsgrößen, Einflussfaktoren oder die Struktur der Zusammenhänge fragwürdig sein können. Dabei entwickeln Schülerinnen und Schüler eine kritische Haltung gegenüber der Verwertung solcher Ergebnisse als gesicherte Erkenntnisse insbesondere in gesellschaftspolitischen Kontexten.

Lebensvorbereitung und Orientierungswissen

Im Mathematikunterricht bereiten sich die Schülerinnen und Schüler auf mathematische Anforderungen des privaten, gesellschaftlichen und beruflichen Lebens vor. Der Mathematikunterricht fördert und stärkt die Orientierungsfähigkeit der Schülerinnen und Schüler in unserer technisierten Welt und ermöglicht ihnen den Aufbau von Orientierungswissen. Er trägt dazu bei, dass sie ihre eigene gegenwärtige und zukünftige Lebenswelt besser verstehen und mitgestalten können. Der Mathematikunterricht leistet damit einen Beitrag zur Berufsorientierung im engeren und zur Welterschließung im weiteren Sinne.

Einsatz des Computers

Im Mathematikunterricht erfahren die Schülerinnen und Schüler, dass durch den Einsatz des Computers neue Sichtweisen auf Gebiete der Mathematik entstanden sind und der Weiterentwicklung und Anwendung von Mathematik neue Möglichkeiten eröffnet werden. Damit ergeben sich erweiterte Möglichkeiten der Erkenntnisgewinnung. Darüber hinaus erfahren Schülerinnen und Schüler einen experimentellen Zugang zur Mathematik.

Selbstorganisation des Lernens

Der Mathematikunterricht leitet Schülerinnen und Schüler zum selbstständigen und kooperativen Lernen in Gruppen an. Er gibt ihnen die Möglichkeit, neue mathematische Inhalte, Zusammenhänge und Erkenntnisse selbsttätig zu erschließen und eigene Lern- und Lösungsstrategien zu entwickeln.

Der Mathematikunterricht bietet Raum für subjektive Sichtweisen der einzelnen Schülerinnen und Schüler und für eine Individualisierung des Lernens. Er befähigt Schülerinnen und Schüler, ihren Lernprozess zunehmend selbst zu regulieren und zu organisieren.

Förderung von Kooperation und Verständigung

Der Mathematikunterricht ermöglicht über die stetige Entwicklung kognitiver Fähigkeiten hinaus auch soziale und emotionale Erfahrungen und fördert die Kooperationsfähigkeit der Schülerinnen und Schüler. Er unterstützt und fördert den Prozess der Verständigung der Schülerinnen und Schüler untereinander und entwickelt damit die Fähigkeit der Schülerinnen und Schüler zu argumentieren, zu begründen und zu beweisen.

Beitrag zum interkulturellen Lernen

Der Mathematikunterricht leistet einen Beitrag zum interkulturellen Lernen, indem die Schülerinnen und Schüler beispielhaft den bedeutenden Einfluss anderer Kulturen auf mathematische Denkweisen und Methoden sowie kulturspezifisch geprägte Systeme, aus denen mathematische Erkenntnisse entwickelt wurden, kennen lernen.

2 Didaktische Grundsätze

Schülerinnen und Schüler lernen Mathematik durch aktive Aneignungsprozesse, in denen sie „Mathematik betreiben" und neue Erkenntnisse zu vorhandenen Vorstellungen in Beziehung setzen. Dabei sind Intuition, Fantasie und schöpferisches Denken wesentliche Bestandteile. Ein so verstandener Mathematikunterricht erfordert eine **Lern- und Unterrichtskultur**,

- in der Raum ist für subjektive Sichtweisen der Schülerinnen und Schüler,
- die eine Verständigung über die konstruktive Auseinandersetzung mit Fehlern, Umwegen und alternativen Deutungen fördert,
- die einen spielerischen und kreativen Umgang mit Mathematik zulässt,
- die Schülerinnen und Schüler zu strukturellem Denken anregt.

Orientierung an zentralen Ideen und Vernetzung

Verständnisorientiertes Lernen im Mathematikunterricht wird durch zwei wesentliche Aspekte unterstützt:

Einerseits orientiert sich der Unterricht an zentralen Ideen, die auf vielfältige Weise vernetzt werden. Dazu gehören:

- die Idee der Zahl
- die Idee des Messens
- die Idee des räumlichen Strukturierens
- die Idee des funktionalen Zusammenhangs
- die Idee der Wahrscheinlichkeit
- die Idee der Modellierung
- die Idee des Algorithmus

Lernsituationen

Andererseits basiert der Unterricht bevorzugt auf offenen und komplexen Lernsituationen, die die Schülerinnen und Schüler in allen Altersstufen angemessen fördern und fordern. Lernsituationen knüpfen an die Erfahrungswelt der Schülerinnen und Schüler innerhalb und außerhalb der Mathematik an. Ausgehend von Problemen wird an diesen die mathematische Theorie entwickelt, die zur Lösung der Probleme beiträgt. Die Probleme beziehen sich in der Regel auf reale Fragestellungen, können aber auch innermathematischer Art sein.

In Lernsituationen wird forschend-entdeckendes Herangehen auf Seiten der Schülerinnen und Schüler gefordert und gefördert. Die Auswahl der mathematischen Inhalte orientiert sich primär an den Erfordernissen des Ausgangsproblems und erst in zweiter Linie an der mathematischen Fachsystematik. In Lernsituationen werden mathematische Inhalte auch quer zur Fachsystematik vernetzt.

Das Erarbeiten und Untersuchen von Fragestellungen, das Mathematisieren von Sachverhalten, das Erarbeiten und Entwickeln neuer mathematischer Fähigkeiten und Begriffe, das Lösen mathematischer Probleme, das kritische Betrachten von Ergebnissen im Hinblick auf die Fragestellung sowie Systematisierungs- und Übungsphasen sind wichtige Merkmale von Lernsituationen.

Als Gegenstand von Lernsituationen sind geeignet

- reale Probleme,
- innermathematische Fragestellungen,
- Arbeitsweisen (z.B. Computeranwendung, Erstellen eines Albums),
- die Systematisierung von Sachverhalten aus der Lebenswelt,

wenn dabei an Vorwissen und Vorerfahrungen der Schülerinnen und Schüler angeknüpft wird und sie die erforderlichen mathematischen Inhalte durchdringen können. Auf diese Weise werden bereits vorhandene und neu erworbene mathematische Fähigkeiten angewendet, strukturiert und reflektiert.

Der Mathematikunterricht greift die mathematischen Tätigkeiten und zentralen Ideen in verschiedenen Lernsituationen immer wieder auf und macht sie explizit. Er fördert damit die Entwicklung eines vielfältig vernetzten mathematischen Wissens der Schülerinnen und Schüler.

Selbsttätig entdeckendes Lernen

Lernsituationen werden so gestaltet, dass den Schülerinnen und Schülern in allen Phasen des Lernprozesses ausreichend Gelegenheit zum selbsttätigen, entdeckenden Lernen gegeben wird. Treten Schwierigkeiten auf, werden die Lernenden darin unterstützt, durch eigene Initiative zur Problemlösung zu gelangen. Verständiges Durchdringen von Verfahren ist die Grundlage für deren automatische Ausführung.

Kumulatives Lernen

Im Mathematikunterricht werden neue Erkenntnisse in vielfältiger Weise mit dem Vorwissen der Schülerinnen und Schüler in Beziehung gesetzt. Die wesentlichen Ideen, Inhalte und Methoden werden immer wieder aufgegriffen, bekannte mathematische Gegenstände in neuer Perspektive betrachtet. Auf diese Weise entsteht ein spiralartiger und kumulativer Aufbau des Wissens auf höheren Abstraktionsstufen. In diesem aktiven Konstruktionsprozess erfahren die Schülerinnen und Schüler, wie sie einen kontinuierlichen Zuwachs an Kenntnissen, Fertigkeiten und Fähigkeiten erwerben.

Orientierung an Handlungsmöglichkeiten

Der Mathematikunterricht ermöglicht den Schülerinnen und Schülern einen handelnden Umgang mit mathematischen Gegenständen. Sie werden darin bestärkt, selbst Fragen zu stellen und eigene Bearbeitungsmöglichkeiten und Bearbeitungswege zu entdecken. Dabei können unterschiedlichste Handlungsprodukte entstehen, bei deren Betrachtung der eigene Lernprozess reflektiert wird.

Unterschiedliche Darstellungsebenen

Die Schülerinnen und Schüler erhalten die Möglichkeit, neue mathematische Erkenntnisse auf unterschiedlichen Darstellungsebenen zu gewinnen, u.a. durch konkretes Handeln, durch graphische Bearbeitung oder auf der symbolischen Ebene. Im Mathematikunterricht werden vielfältige Übergänge zwischen den Darstellungsebenen berücksichtigt. Treten bei der Bearbeitung eines Problems Schwierigkeiten auf, so werden die Schülerinnen und Schüler ermutigt, es auf einer anderen Ebene zu bearbeiten und dort zu lösen.

Differenzierung

Mathematikunterricht in Lernsituationen bietet vielfältige Möglichkeiten zur Differenzierung. Sie beugen Lernschwierigkeiten vor und fördern individuelle Fähigkeiten. Differenzierung im Mathematikunterricht setzt eine flexible Unterrichtsgestaltung voraus.

Offene Aufgabenstellungen, die unterschiedliche Lösungswege und Lösungsstrategien auf unterschiedlichen Niveaus zulassen, ermöglichen eine Individualisierung des Mathematiklernens, so dass Schülerinnen und Schüler ihren Erkenntnisprozess zunehmend selbst regulieren können. Auf natürliche Weise ergibt sich damit eine Differenzierung, die vom Lernenden und von der Sache ausgeht und auch leistungsstarken Schülerinnen und Schülern neue Herausforderungen bietet.

Lesekompetenz

Der Mathematikunterricht fördert das Verständnis von Texten und das Verstehen von schriftlichen Aufgabenstellungen. Dazu bedarf es einer fachbezogenen Thematisierung dieser sprachlichen Inhalte im Unterricht und einer wiederholt geübten Beschäftigung.

Für das Textverständnis bedeutet dies die Arbeit an einer präzisen Entnahme von Informationen aus Texten, an der Klärung solcher Formulierungen, die in Texten Zusammenhänge herstellen, und an den in Texten erkennbaren Argumentationsstrukturen.

Verständigung und Kommunikation

Verbalisierung fördert die Verarbeitung und ein tieferes Verständnis von mathematischen Sachverhalten. Die präzise sprachliche Darstellung hat für den mathematischen Lernprozess grundlegende Bedeutung. Dabei ist die Unterrichtssprache von der **Fachsprache** zu unterscheiden, in die eingeführt werden muss. Der Einsatz der Fachsprache folgt der Unterrichtssprache.

Die **schriftliche Dokumentation** von Gedankengängen zum Unterrichtsgegenstand unterstützt und fördert die Reflexion der eigenen Denkprozesse und macht sie für das weitere Lernen verfügbar. Dies setzt voraus, dass die Darstellungsweise altersgemäß erarbeitet und kontinuierlich weiterentwickelt wird.

Sozialformen wie Partner- und Gruppenarbeit unterstützen und fördern die Kommunikations- und Kooperationsfähigkeit der Schülerinnen und Schüler untereinander. Sie eröffnen weitere Möglichkeiten auf dem Weg zu mathematischem Verstehen.

Gelenkte Unterrichtsphasen dienen vorrangig dem Ziel, Ergebnisse zu sichern und zu bewerten. Dabei wird der gesamten Lerngruppe der erreichte Erkenntnisstand dargestellt und ein Ausblick für die weitere Arbeit gegeben.

Bildung von Grundvorstellungen mathematischer Begriffe

Der Mathematikunterricht führt behutsam in den Gebrauch von Begriffen und Begriffssystemen ein. Die Schülerinnen und Schüler erhalten Gelegenheit, tragfähige Grundvorstellungen von mathematischen Begriffen zu entwickeln, die einen verständigen Umgang mit ihnen ermöglichen. Ein solches Vorgehen knüpft an die subjektiven Vorerfahrungen der Schülerinnen und Schüler an. Sie erleben, dass Begriffe durch Abstraktionen entstehen. Die formale Definition wird in der Regel erst am Ende eines Lernprozesses stehen, wenn die Leistungsfähigkeit des Begriffs bereits deutlich geworden ist.

Argumentieren, Begründen und Beweisen

Die Verständigung über die Angemessenheit einer Vorgehensweise erfolgt im Unterricht über Argumentieren und Begründen. Mathematikunterricht ist insoweit immer auch Sprachförderung. Die Schülerinnen und Schüler werden dazu angehalten, ihre eigenen Aussagen zu begründen, die Argumente anderer aufzunehmen und zu prüfen und sprachlich korrekt und angemessen dazu Stellung zu nehmen. Sie lernen die Bedeutung des Argumentierens kennen und erfahren, welche Schlussweisen zulässig sind.

Beweise sind eine für die Mathematik typische Form von Begründungen. Sie werden zunächst umgangssprachlich gefasst und allmählich präzisiert. Beweise in Form einer Abfolge formaler Schritte, die Einwänden standhält, stehen am Ende der Entwicklung einer Beweiskultur.

Üben als Teil des Lernprozesses

Fehlendes Wissen, insbesondere Lücken im Bereich des Basiswissens, erschwert jedes weitere Lernen. Ein gut organisiertes, vernetztes Basiswissen ist eine wichtige Voraussetzung für nachfolgendes Lernen. Deshalb ist das Üben ein wichtiger Bestandteil des Mathematikunterrichts. Ihm kommt die Aufgabe zu, Einsichten zu vertiefen, geistige Beweglichkeit zu fördern und Sachwissen zu erweitern. Üben schafft Sicherheit im Umgang mit mathematischen Techniken, Algorithmen und Begriffen. Der Mathematikunterricht stellt ein vielfältiges Angebot von verschiedenartigen Übungsformen und Aufgabenstellungen bereit, die auch immer wieder mathematische Entdeckungen erlauben und von den Schülerinnen und Schülern gedankliche Auseinandersetzungen mit dem Übungsgegenstand erfordern (produktives Üben). Hierzu eignen sich vor allem spielerische Übungsformen. Kopfrechnen, Schätzen, Runden und Überschlagsrechnungen zählen zu den regelmäßigen Bestandteilen des Mathematikunterrichts.

Von hoher Bedeutung ist die zeitliche Organisation der Übung. Dosiertes Üben über einen längeren Zeitraum gewährt den Übungserfolg eher als das Üben in kompakten Sequenzen.

Umgang mit Fehlern

Der Mathematikunterricht fördert die Bereitschaft der Schülerinnen und Schüler, beim Denken eigene Wege zu gehen. Im Aufeinandertreffen von Schülervorstellungen und Fachkonzepten vollzieht sich individuelles Lernen auch als Prozess des Fehlermachens und der Fehlerkorrektur. Mathematische Alltagsvorstellungen von Schülerinnen und Schülern, denen eine gemeinsame „Fehlerlogik" zu Grunde liegt, sind für eine produktive Nutzung im Unterricht besonders geeignet. Verständnisfehler dokumentieren nicht nur Etappen im Lernprozess; sie sind auch Lerngelegenheiten für alle Schülerinnen und Schüler, die genutzt werden müssen.

Fehler sind produktive Bestandteile des Lernens, zumal auch das Erkennen von Fehlern eine wichtige Stufe im Lernprozess darstellt. Aus Fehlern zu lernen setzt voraus, dass Fehler im Mathematikunterricht ausdrücklich erlaubt sind und dass den Schülerinnen und Schülern Gelegenheit zum Nachdenken über die Genese von Fehlern gegeben wird, damit sie ihre Vorstellungen korrigieren und neu ordnen können.

Medien und Arbeitsmittel

Der Mathematikunterricht nutzt über das Lernbuch hinaus weitere Informationsquellen und Hilfsmittel. Schülerinnen und Schüler arbeiten mit Formelsammlungen, setzen geeignete Lernsoftware ein und nutzen neue Informationstechnologien.

Der Umgang mit Taschenrechner und Computer wird zu einem selbstverständlichen Bestandteil des Mathematikunterrichts. Schülerinnen und Schüler lernen die Bedienung der Geräte und erwerben darüber hinaus die Fähigkeit zu entscheiden, in welcher Situation der Einsatz des Taschenrechners oder des Computers sinnvoll ist.

Der **Taschenrechner** ist ein unentbehrliches Hilfs- und Arbeitsmittel bei zeitaufwändigen numerischen Operationen und ein wichtiges Werkzeug zum Entdecken mathematischer Gesetzmäßigkeiten. Er kann deshalb schon ab Klasse 5 sinnvoll eingesetzt werden. Das setzt voraus, dass Rechenfertigkeiten wie das Schätzen von Ergebnissen, das Runden und das Überschlagsrechnen in besonderem Maße geübt werden.

Der **Computer** und der Einsatz von Standardsoftware wie Tabellenkalkulation und dynamischen Geometrieprogrammen dienen insbesondere der Bearbeitung aufwändiger Algorithmen, der Darstellung von Funktionen sowie der Darstellung geometrischer Figuren und ihrer Zusammenhänge.

Fächerübergreifendes Arbeiten und Aufgabengebiete

Der Mathematikunterricht nutzt die vielfältigen Gelegenheiten zum fächerübergreifenden Arbeiten und Lernen. Ausgehend von Lernsituationen wird die mathematische Betrachtungsweise zu einer ganzheitlichen Perspektive erweitert. Die mathematischen Inhalte und die Inhalte anderer Fächer und der Aufgabengebiete werden in ihren unterschiedlichen Bezügen miteinander vernetzt. Dabei setzt fächerübergreifendes Arbeiten eine Vertrautheit mit der fachlichen Perspektive voraus.

3 Inhalte

Vorbemerkungen

Die Auswahl der Inhalte des Mathematikunterrichts orientiert sich an den mathematischen Tätigkeiten, die zum Erwerb grundlegender mathematischer Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten führen:

- mathematische Modellierung von Sachverhalten
- Herstellen von Realitätsbezügen
- selbstständige Auswahl der für die Lösung eines Problems benötigten mathematischen Größen und Begriffe
- Deutung von mathematischen Beschreibungen im Hinblick auf konkrete Situationen
- Beurteilen der Bedeutung mathematischer Modelle für die Lebenswelt
- Bewertung eines mathematischen Ergebnisses hinsichtlich eines konkreten Sachverhalts
- Entwicklung und Einsatz grundlegender Denk- und Problemlösestrategien
- Entdecken und Entwickeln mathematischer Strukturen
- Aufdecken ästhetischer Aspekte in der Mathematik
- Erweiterung der Kommunikationskompetenz
- Organisation des eigenen Lernprozesses
- konstruktiver Umgang mit Fehlern

Unterrichtliche Umsetzung der Lernsituationen

Die Lernsituationen werden so ausgewählt und gestaltet, dass sie unter bestimmten Aspekten mathematischer Tätigkeiten betrachtet werden können. Dabei werden neue mathematische Inhalte erschlossen und bereits bekannte angewendet und so miteinander vernetzt.

Verbindlich ist die Berücksichtigung der mathematischen Inhalte und Tätigkeiten. In den Übersichten ab S. 14 werden die mathematischen Tätigkeiten und Inhalte in Themenbereichen den zentralen Ideen und möglichen Lernsituationen zugeordnet und in ihren Wechselbezügen dargestellt. Die Idee des Algorithmus und die Idee des Modellierens finden in vielen Themenbereichen ihre Berücksichtigung und werden im jeweiligen Themenbereich konkretisiert. Ebenso findet sich in diesen Themenbereichen der Bezug zu den strukturalen Gebieten Arithmetik, Algebra/Funktionen, Geometrie und Stochastik.

Schwerpunktsetzungen

Die Fachkonferenz hat die Möglichkeit, innerhalb der Doppeljahrgänge 5/6, 7/8 bzw. 9/10 eigene Schwerpunkte zu setzen und die Auswahl und Abfolge der Lernsituationen den besonderen Rahmenbedingungen und Bedürfnissen der eigenen Schülerschaft anzupassen. Dabei muss sicher gestellt sein, dass die genannten mathematischen Inhalte und Tätigkeiten sowie mögliche Querverbindungen zu anderen Fächern und den Aufgabengebieten berücksichtigt werden.

Mathematische Tätigkeiten

Der Mathematikunterricht wird durch mathematische Tätigkeiten in Verbindung mit den zentralen Ideen strukturiert.

Messen und Vergleichen

Zählen und Messen dienen dazu, Phänomene aus der Umwelt zu quantifizieren und zu vergleichen. Zahlen treten als Maßzahlen von Größen auf und ermöglichen die Beschreibung räumlicher Beziehungen.

Daten verarbeiten

Mithilfe der beschreibenden Statistik können größere Datenmengen strukturiert und nach unterschiedlichen Gesichtspunkten ausgewertet werden. Die Interpretation von relativen Häufigkeiten als Näherungswerte für Wahrscheinlichkeiten führt zu Modellen, die Aussagen über zukünftige nicht determinierte Vorgänge erlauben.

Zufall untersuchen

Zufällige Vorgänge und Prozesse lassen zwar keine Vorhersagen im Einzelfall zu, dennoch lassen sich Regelmäßigkeiten aufdecken, die zur Vorhersage bei großen Versuchszahlen von Nutzen sind.

Formen klassifizieren und berechnen

Mathematische Kenntnisse über geometrische Formen tragen dazu bei, die Umwelt strukturiert wahrzunehmen und zu gestalten. So lassen sich Flächen und Körper z.B. durch Zerlegung berechnen.

Symmetrie und Muster sehen und nutzen

Symmetrien und Muster können durch wenige geometrische Prinzipien beschrieben werden. Regelmäßige Formen in der Kunst, der Architektur und Natur werden als schön empfunden. Ihre Kenntnis eröffnet bewusstere Wahrnehmung und Gestaltung von Umwelt. Das Erkennen und Ausnutzen von Symmetrien ist eine effektive Methode der Mathematik, Probleme zu vereinfachen.

Orientierung im Raum/ geometrische Beziehungen nutzen

Die Nutzung geometrischer Beschreibungen und Beziehungen ermöglicht eine Orientierung im Raum und in der Ebene. Die uns umgebende räumliche Welt lässt sich durch geometrische Beziehungen in die Ebene abbilden (Pläne, Landkarten). Aus ebenen Darstellungen kann räumliche Orientierung gewonnen werden. Der Perspektivenwechsel zwischen zeichnerischer und rechnerischer Bearbeitung geometrischer Fragestellungen führt zu vertieften Einsichten. Besonders leistungsfähige Verfahren bieten die Trigonometrie als Beschreibung des Zusammenhanges zwischen Winkeln und Längen und der Satz des Pythagoras.

Funktionale Zusammenhänge herstellen und Modelle bilden

Zuordnungen ermöglichen es, Situationen strukturiert zu beschreiben und darzustellen. Die Interpretation von Grafiken und numerischen Ergebnissen kann zu neuen Einsichten führen. Wirklichkeit wird unter idealisierenden Annahmen betrachtet und durch Herausarbeiten und Symbolisieren von funktionalen Zusammenhängen mathematisch modelliert. Insbesondere zeitabhängige Funktionen wie Wachstumsprozesse und Schwingungen sind Leitideen, um funktionales Denken zu verankern. Dabei wird die Tragfähigkeit von gewonnenen Einsichten und Lösungen an realen Problemen überprüft.

Probleme entdecken und lösen

Inner- und außermathematische Sachverhalte werden mathematisch betrachtet und zielgerichtet bearbeitet. Dazu werden die verschiedenen geometrischen und arithmetisch-algebraischen Darstellungsformen genutzt und bekannte Lösungsverfahren und -strategien erprobt.

Vermuten, begründen und beweisen

Vermutungen werden aus dem handelnden Umgang mit mathematischen Gegenständen (Berechnungen, Zeichnungen, Experimente) gewonnen. Diese Vermutungen werden auf der Grundlage des Vorwissens begründet und in geeigneten Beispielen auch formal bewiesen.

Mathematik systematisieren

Mathematische Gegenstände werden auf Regel- und Gesetzmäßigkeiten hin untersucht, es werden Zusammenhänge hergestellt und Verallgemeinerungen gefunden. Dabei werden die Eleganz und die Ästhetik allgemeiner Beschreibungen sowie deren Leistungsfähigkeit für die Bearbeitung von mathematischen Fragestellungen herausgestellt.

Routinen und Hilfsmittel gezielt einsetzen

Neben systematisierten Probierverfahren sind der Umgang mit algebraischen Termen, mit Potenzen, Wurzeln und Logarithmen die wichtigsten technischen Werkzeuge zum Lösen von Gleichungen und zum zielgerichteten Umgang mit Funktionen. Runden, Schätzen, Einschachteln und Nähern liefern Ergebnisse von oft hinreichender Genauigkeit mit verringertem Aufwand.

Iterationen durchführen

Iterationen erzeugen Spuren von Prozessen und führen so von lokaler zu globaler Sicht auf zeitliche Abläufe und Strukturen. Die entstehenden Spuren führen zu Bildern und Begriffen (z.B. stabil, periodisch, chaotisch) die für die Beschreibung und Interpretation von Prozessen in der Umwelt hilfreich sind.

Übersicht über die Themenbereiche

Jahrgangsstufen	Themenbereiche
5/6	5/6-1 Natürliche Zahlen – groß und klein 5/6-2 Figuren und Körper – Herstellen, Messen und Strukturieren 5/6-3 „Weißt du, wie viel Sternlein stehen ...?“ – Beschreibende Statistik 5/6-4 Anteile und Prozente 5/6-5 Messen und Berechnen – in der Ebene und im Raum 5/6-6 Experimentieren mit dem Zufall
7/8	7/8-1 Über Null und unter Null 7/8-2 „Wetten, dass...!“ Wahrscheinlichkeiten und Erwartungswerte „Welche Urne ist das?“ Erste Schritte in die schließende Statistik 7/8-3 Grundlegendes für Funktionen 7/8-4 Gestalt und Figur: Gleichheit und Berechnung 7/8-5 Linearisierbare Prozesse 7/8-6 Erzeugen und Konstruieren, Zerlegen und Berechnen
9/10	9/10-1 Über die linearen Funktionen hinaus 9/10-2 Lernen aus Erfahrung – Entscheidungen unter Unsicherheit 9/10-3 Über die Alltagswelt hinaus: Reelle Zahlen 9/10-4 Trigonometrische Funktionen: Periodische Prozesse und Dreiecke 9/10-5 Wachstumsprozesse 9/10-6 Funktionen und Änderungsraten ~~Die Auswahl eines der folgenden drei Themenbereiche ist verbindlich.~~ ~~9/10-7a Graphen~~ ~~9/10-7b Iteration~~ ~~9/10-7c Geometrie~~

Die Idee der Zahl ***Die Idee der Modellierung*** ***Die Idee des Algorithmus***	**5/6-1**

Natürliche Zahlen – groß und klein

Die Beschäftigung mit den natürlichen Zahlen hat drei Aspekte:

- das Rechnen; dies ist Wiederholung und Vertiefung des in der Grundschule Gelernten
- das Entdecken, Formulieren und Anwenden von Rechengesetzen
- das Entdecken der Eigenschaften und das Strukturieren wichtiger Teilmengen der natürlichen Zahlen. An den Verfahren von Multiplikation und Division und ggf. dem Sieb des Eratosthenes oder dem Pascalschen Dreieck kann eine Propädeutik des Algorithmus-Begriffs stattfinden.

Verbindliche Inhalte:

- Rechnen in $\mathbb{N}$; auch mit Potenzen; schriftliches Rechnen und Kopfrechnen,
- Überschlagsrechnungen und Runden, Arbeiten mit großen Zahlen
- Rechengesetze und daraus resultierende Rechenvorteile
- Eigenschaften natürlicher Zahlen (gerade und ungerade Zahlen, Teilbarkeit von Zahlen; Primzahlen; Quadratzahlen)
- Bedeutung von Variablen; Beschreibung einfacher mathematischer Problemsituationen mithilfe von Variablen, erster Umgang mit Variablen

Mathematische Tätigkeiten:

- Multiplikation und Division als Algorithmus verstehen und beherrschen
- Gültigkeit von Gesetzen bei den Grundrechenarten entdecken und – auch sprachlich – formulieren
- Erkennen, dass zur Nicht-Gültigkeit einer Aussage ein Gegenbeispiel genügt. Erkennen, dass zum Nachweis hingegen die Existenz eines Beispiels nicht genügt, sondern dass dieser mithilfe von Variablen allgemein geführt werden muss

Mathematische Modellierung / Realitätsbezüge:

- sprachlich formulierte Sachverhalte in formale Aussagen übersetzen und / oder durch Skizzen, Tabellen, Diagramme darstellen

Vorschläge für Lernsituationen:

- Umgang mit Geld – Kosten in anderen Währungen
- Abwiegen und abwägen: Sinnvolles Runden
- Das Sonnensystem
- Rechnen wie in alter Zeit

Vorschläge für Vernetzung:

- Diagramme auch als Propädeutik funktionaler Zusammenhänge

Mögliche Ergänzungen bzw. Vertiefungen:

- Pascalsches Dreieck
- Sieb des Eratosthenes
- Magische Quadrate
- Darstellen der Zahlen in verschiedenen Stellenwertsystemen

Verweise auf andere Fächer und Aufgabengebiete:

→ Naturwissenschaften/Technik 5/6-4
Daten und Informationen im naturwissenschaftlichen Unterricht

Die Idee des räumlichen Strukturierens
Die Idee des Messens

5/6-2

Figuren und Körper – Herstellen, Messen und Strukturieren

Dieser Themenbereich enthält zwei Schwerpunkte:

Die Entwicklung elementar-geometrischer Grundvorstellungen einerseits, das mathematische Tun der Schüler und Schülerinnen (Konstruieren von ebenen Figuren, Herstellen von Körpern) andererseits. Zum Konstruieren und Herstellen gehören auch die Orientierung auf einem freien Blatt und das Vertrautwerden mit dem Messen.

Ein weiterer Aspekt dieses Themenbereichs ist das Strukturieren einfacher geometrischer Gebilde.

Verbindliche Inhalte:

- geometrische Bezeichnungen
- Winkelbegriff und Winkelgröße
- Kartesisches Koordinatensystem (1. Quadrant) als Orientierung in der Ebene
- Vierecke und Vierecksformen (Haus der Vierecke)
- Würfel und Quader: Gestalt, Oberfläche und Netze
- Grundvorstellungen von Länge, Flächeninhalt und Volumen
- Propädeutik von Brüchen

Mathematische Tätigkeiten:

- mit Zeichengeräten umgehen und zeichnen
- Winkel zeichnen , schätzen und messen
- kartesische Koordinatensysteme herstellen
- in kartesischen Koordinatensystemen arbeiten
- einfache geometrische Gebilde in verschiedenen Lagebeziehungen darstellen
- Würfel und Quader (Flächen- und Kantenmodelle) herstellen
- Größe von Längen und Flächen schätzen

Vorschläge für Lernsituationen:

- Milchtüten und andere Verpackungen
- Geburtstagseinladungen (zum 6. Geburtstag in der Form eines Würfels ...)
- Platonische Körper
- Kristalle
- Drachen
- Schatzkarten

Vorschläge für Vernetzung:

- Rechnen mit Zahlen und Maßzahlen

Mögliche Ergänzungen bzw. Vertiefungen:

- Eulerscher Polyeder-Satz,
- Platonische Körper
- Kristalle
- weitere Polyeder

Verweise auf andere Fächer und Aufgabengebiete:

→ Naturwissenschaften/Technik 5/6-W1
Entwicklung und Herstellung von Produkten

→ Umwelterziehung 5/8-2
Entsorgung – umweltverträglicher Umgang mit Abfällen und Emissionen

Die Idee der Zahl
Die Idee des Messens
Die Idee der Wahrscheinlichkeit
Die Idee der Modellierung

5/6-3

Weißt du, wie viel Sternlein stehen .. ? – Beschreibende Statistik

Ein Schwerpunkt dieses Themenbereiches ist das Erheben von Daten, ihre graphische Darstellung und ihre Interpretation. Dabei wird die Genauigkeit im Zählen und Zeichnen geschult, ebenso die Fähigkeit zu entscheiden, welche Art der Strichliste und welche Art des Diagramms für die jeweilige Fragestellung geeignet sind.

Ein weiterer Schwerpunkt liegt in der Beurteilung der erfolgten Datenerhebung. Hier sollte u.a. erfahrbar werden, dass gleiche Befragungen unter gleichen Bedingungen zu verschiedenen Ergebnissen führen können. (Ein erstes Herantasten an den Begriff Zufall ist möglich).

Verbindliche Inhalte:

- Datenauswertung
- graphische Darstellung erhobener Daten (Säulendiagramm, Balkendiagramm, Kreisdiagramm bei einfachen Einteilungen)
- Rechnen in $\mathbb{N}$
- absolute und relative Häufigkeit (Anteile unter Verwendung der Bruchschreibweise)
- Mittelwert (arithmetisches Mittel), Median

Mathematische Tätigkeiten:

- Fragebögen entwerfen und auswerten
- Strichlisten so anlegen, dass die Daten in sinnvolle Bereiche eingeteilt werden können
- Koordinatensysteme für Diagramme anfertigen, insbesondere Achseneinteilungen bei Diagrammen sinnvoll festlegen
- Daten in Diagramme übertragen
- Ergebnisse von Datenerhebungen interpretieren, mit den Erwartungen vergleichen und kritisch untersuchen

Mathematische Modellierung / Realitätsbezüge:

- Statistische Erhebungen:
  Kriterien festlegen
  Fragebögen entwerfen
  Fragebögen auswerten
  Ergebnisse untersuchen

Vorschläge für Lernsituationen:

- Wir lernen uns (unsere Lehrer / alle Schüler unserer Schule) kennen
- Die Ampelphasen an einer benachbarten Kreuzung – sollten sie geändert werden?
- Erstellen von Buchstabenhäufigkeitstabellen in Deutsch und in der ersten Fremdsprache (zum Entschlüsseln von Geheimschriften)

Vorschläge für Vernetzung:

- Diagramme als Propädeutik funktionaler Zusammenhänge
- Flächen von Rechtecken
- große Zahlen und Maßzahlen

Mögliche Ergänzungen bzw. Vertiefungen:

- Kreisdiagramme
- Klassenbildung, Spannweite
- Vergleich von berechnetem und ‚erwartetem' Mittelwert
- Mehrfache Ausführungen derselben Untersuchung und Vergleich der Ergebnisse
- Erstes Eingehen auf den Begriff der Wahrscheinlichkeit

Verweise auf andere Fächer und Aufgabengebiete:

→ Umwelterziehung 5/8-1
Klimaänderung – Klimaschutz

Die Idee der Zahl
Die Idee des Messens

5/6-4

Anteile und Prozente

Mit der Einführung der Brüche findet die erste Zahlenbereichserweiterung statt. Da den Schülern und Schülerinnen Begriffe wie „halb“ und „viertel“ u.a. von Zeitangaben her bekannt sind, kann die formale Erweiterung durchaus erst im Verlaufe der Behandlung dieses Themas erfolgen; sie ist jedoch unverzichtbar. Um den Umgang mit Bruchzahlen zu erleichtern, sollte immer wieder auf eine anschauliche Grundvorstellung von Brüchen (Teilstrecken, Teilrechtecke, Kreisausschnitte) zurückgegriffen und auf die Dezimaldarstellung übertragen werden. Der Nachweis, dass die Rechengesetze auch für Brüche gelten, kann exemplarisch erfolgen (Kommutativgesetz bei der Addition von Brüchen).

Verbindliche Inhalte:

- Erweiterung von $\mathbb{N}$ auf B
- Größenvergleich von Bruchzahlen, Veranschaulichung auf dem Zahlenstrahl
- Rechnen mit Bruchzahlen und Dezimalzahlen , Zusammenhang zwischen Bruchdarstellung und Division
- Umwandlung von einer Darstellungsform in die andere
- Umgang mit den Größen Zeit und Masse
- Prozentrechnung

Mathematische Tätigkeiten:

- Bruchzahlen in verschiedenen Darstellungsarten wiedererkennen und die Darstellungen ineinander umformen
- Bruchteile materiell darstellen, um sie so besser als Teile eines Ganzen begreifen zu können
- Rechenregeln – insbesondere die der Addition von Brüchen bzw. der Multiplikation und Division von Dezimalzahlen – als Algorithmus begreifen und beherrschen
- entscheiden, wann Bruchdarstellungen und Bruchrechnen gegenüber Dezimalbruchdarstellungen vorteilhaft sind, und umgekehrt
- den Zusammenhang zwischen „Teilen“ und der Grundrechenart „Dividieren“ herstellen

Mathematische Modellierung / Realitätsbezüge:

- Bruchzahlen einer bestimmten Fläche (Rechteck, Kreis), Strecke oder allgemein einem Teil zuordnen

Vorschläge für Lernsituationen:

- Wir lesen alte Kochrezepte und übertragen die Mengenangaben in die Dezimaldarstellung.
- Umgang mit Geld – Habe ich genügend Geld, um meine Einkäufe zu bezahlen?
- Sitzverteilung nach Wahlen

Vorschläge für Vernetzung:

- Diagramme
- funktionale Zusammenhänge zwischen Substanzmenge

Mögliche Ergänzungen bzw. Vertiefungen:

- Umwandlung von gemischt-periodischen Dezimalzahlen in Brüche und umgekehrt
- verschiedene Verfahren zur Bestimmung des ggT und des kgV
- nach einer Zahlenbereichserweiterung die Gültigkeit der Rechengesetze überprüfen

Verweise auf andere Fächer und Aufgabengebiete:

→ Geographie 5-2
Hamburg: mein Lebensraum – Untersuchungen im Nahraum

→ Naturwissenschaften/Technik 5/6-2
Wasser (Sparen beim Wasserverbrauch)

→ Naturwissenschaften/Technik 5/6-W1
Entwicklung und Herstellung von Produkten (Versorgung und Entsorgung, Recycling)

Die Idee der Zahl
Die Idee des Messens
Die Idee des räumlichen Strukturierens
Die Idee des Algorithmus

5/6-5

Messen und Berechnen – in der Ebene und im Raum

Dieser Themenbereich beleuchtet den messenden und den abbildenden Charakter der Geometrie

Flächen und Körper werden vermessen; Flächeninhalte und Volumina einfacher Figuren werden unter Berücksichtigung passender Einheiten berechnet. Darüber hinaus werden Strecken und Flächen, bevor mit ihnen gearbeitet wird, maßstabsgetreu dargestellt.

Verbindliche Inhalte:

- Rechnen mit Bruchzahlen und Dezimalzahlen
- Flächeninhalt von Rechtecken und rechtwinkligen Dreiecken
- Rauminhalt von Quadern
- Längen-, Flächen- und Volumeneinheiten
- Längen- und Flächenmaßstabsangaben; Umgang mit Größen

Mathematische Tätigkeiten:

- maßstabsgetreue Abbildungen herstellen
- Zahlenwerte von einer Einheit in eine andere umrechnen
- aus Karten und Plänen mithilfe des Maßstabs reale Längen, Flächen und Zeiten bestimmen

Mathematische Modellierung / Realitätsbezüge:

- in der Umwelt vorkommende Formen zu einfacheren, geometrisch darstellbaren Formen abstrahieren

Vorschläge für Lernsituationen:

- Parkettierungen
- Sportplätze
- Landkarten und Stadtpläne
- Modelleisenbahn

Vorschläge für Vernetzung:

- Rechnen mit Größen

Mögliche Ergänzungen bzw. Vertiefungen:

- Verschiebungen
- Symmetrieabbildungen
- Hintereinanderausführung von Symmetrieabbildungen

Verweise auf andere Fächer und Aufgabengebiete:

→ Geographie 5-1
Orientierung auf der Erde

→ Geographie 5-2
Hamburg: mein Lebensraum – Untersuchungen im Nahraum

→ Naturwissenschaften/Technik 5/6-W1
Verkehr (Hafen); Entwicklung und Herstellung von Produkten

Die Idee der Wahrscheinlichkeit ***Die Idee des Messens*** ***Die Idee der Zahl***	**5/6-6**

Experimentieren mit dem Zufall

Im Mittelpunkt dieses Themenbereiches stehen offene Fragen über Wett- und Glücksspielsituationen. Die Schüler und Schülerinnen finden vorläufige und teilweise auch endgültige Antworten durch statistische Experimente und elementare Überlegungen. Dazu können auch einfache zweistufige Experimente gehören (z.B. Werfen mit zwei Würfeln).
Die Lernenden entwickeln dabei Grundvorstellungen von den zentralen Begriffen ‚Zufallsexperiment', ‚Ereignis' ‚relative Häufigkeit' und ‚Wahrscheinlichkeit', ‚Zufallsvariable' und ‚Erwartungswert'.

Um den Effekt der Stabilisierung relativer Häufigkeiten (Gesetz der großen Zahl) deutlich werden zu lassen, werden bei unabhängiger Wiederholung des gleichen Zufallsexperimentes vielfältig relative Häufigkeiten für ‚interessante Ereignisse' bestimmt und miteinander in Beziehung gesetzt (z.B. ‚Auftreten mindestens einer 6 beim Würfeln mit drei Würfeln'). Dabei werden auch Nicht-Laplace-Experimente mit einbezogen.

Um zusätzlich erfahrbar zu machen, dass es neben dem statistischen Begriff der relativen Häufigkeit auch sinnvoll ist, den theoretischen Begriff der ‚Wahrscheinlichkeit' von Ereignissen heranzuziehen, werden Experimente mit symmetrischen (Laplace) oder teilsymmetrischen (Riemer) Konstellationen betrachtet. Diese Symmetrien ermöglichen es, auch ohne zu experimentieren zu argumentieren und Aussagen über Wahrscheinlichkeiten zu machen. Aus bekannten oder geschätzten Wahrscheinlichkeiten können weitere ***berechnet*** werden. Dies gilt insbesondere für Laplace-Experimente.
Baumdiagramme und einfache Zählverfahren sind hier geeignete Werkzeuge, um Argumentationen zu stützen.

Die Schülerinnen und Schüler erleben den Zusammenhang:
Wahrscheinlichkeiten sind bestmögliche Vorhersagen für relative Häufigkeiten bei großer Versuchszahl und umgekehrt sind relative Häufigkeiten bestmögliche Schätzer für Wahrscheinlichkeiten.
Ebenso sind Erwartungswerte bestmögliche Vorhersagen für mittlere Auszahlungen bei großer Versuchszahl und umgekehrt sind Mittelwerte von Auszahlungen bestmögliche Schätzer für Erwartungswerte.

Verbindliche Inhalte:

- Bestimmung von relativen Häufigkeiten und (Teil-) Bestimmung von Wahrscheinlichkeiten bei Nicht-Laplace- und bei Laplace-Experimenten oder Berechnung von Erwartungswerten
- klare Absetzung der Begriffe ‚relative Häufigkeit' gegen ‚Wahrscheinlichkeit' oder ‚Mittelwert' gegen ‚Erwartungswert'
- Begriffsklärung: Zufallsexperiment und Ereignis

Mathematische Tätigkeiten
abhängig von der Wahl der Alternative**:**

- Zufallsexperimente als solche erkennen und durchführen
- Laplace-Experimente durch Symmetriebetrachtungen als solche erkennen und Wahrscheinlichkeiten sinnvoll festlegen und berechnen
- Wahrscheinlichkeiten und Erwartungswerte schätzen und berechnen
- intuitive und berechnete Prognosen für die Ausgänge von Zufallsexperimenten vergleichen
- Gewinnchancen bei Glücksspielen diskutieren

Mathematische Modellierung / Realitätsbezüge:

- Untersuchung teilsymmetrischer Würfel
- Auf dem Würfelbudenjahrmarkt
- Geheimschriften erfinden unter Zugrundelegung der Wahrscheinlichkeiten der einzelnen Buchstaben in verschiedenen Sprachen
- Erfinden von Glücksspielen mit „gerechten" Auszahlungsplänen für das Schulfest

Vorschläge für Lernsituationen:

- Diagramme und Strichlisten
- graphische Darstellungen: Zeichnungen
- funktionale Zusammenhänge
- Bruchrechnung

Mögliche Ergänzungen bzw. Vertiefungen:

- mehrstufige Experimente
- Summensatz

Die Idee der Zahl ***Die Idee des Modellierens***	**7/8-1**

Über Null und unter Null

Mit der Einführung der negativen Zahlen findet die zweite Zahlenbereichserweiterung statt. Negative Zahlen sind den Schülerinnen und Schülern aus der Alltagswelt vertraut, so dass verstärkt die formale Erweiterung betrachtet werden kann. Ein Schwerpunkt soll dabei das Rechnen mit negativen rationalen Zahlen sein. Allerdings sollte das Rechnen mit negativen Zahlen nicht nur formal betrieben werden, sondern durch Beispiele aus der Alltagswelt verdeutlicht werden.

Darüber hinaus bietet die Beschäftigung mit dem erweiterten Zahlenbereich erneut Gelegenheit zum Umgang mit Variablen; dabei sollten verschiedene Aspekte des Variablenbegriffs (Gegenstandsaspekt, Einsetzungsaspekt) deutlich werden.

Verbindliche Inhalte:

- Negative Zahlen
- Zusammenhang Zahl – Größe der Zahl – Lage der Zahl auf der Zahlengeraden
- Rechnen in $\mathbb{Q}$, auch mit Potenzen;
- Umgang mit Variablen
  - als verallgemeinerte Rechenvorschrift (Gegenstandsaspekt)
  - als Objekte, in die man Zahlen einsetzen kann (Einsetzungsaspekt)

Mathematische Tätigkeiten:

- Ordnen von Zahlen (in $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}$)
- grafisches Addieren und Subtrahieren von positiven und negativen Zahlen
- Gültigkeit der Rechengesetze überprüfen

Mathematische Modellierung / Realitätsbezüge:

- Temperaturen oder Schulden mit negativen Zahlen beschreiben
- Schulden und Guthaben mittels Subtraktion von negativen Zahlen interpretieren

Vorschläge für Lernsituationen:

- Schulden anhäufen und abbauen
- Linsen und Linsengesetze
- Temperaturen messen, darstellen, berechnen und vergleichen

Vorschläge für Vernetzung:

- Messen und Maßzahlen
- funktionale Zusammenhänge

Mögliche Ergänzungen bzw. Vertiefungen:

- magische Quadrate auch mit negativen Zahlen
- erste Einführung negativer Exponenten
- Zahlen in die wissenschaftliche Schreibweise umformen

Verweise auf andere Fächer und Aufgabengebiete:

→ Politik/Gesellschaft/Wirtschaft 8-2.1
Wirtschaft I: private Haushalte im Wirtschaftsprozess

Die Idee der Wahrscheinlichkeit ***Die Idee der Zahl*** ***Die Idee der Modellierung***	**7/8-2**

„Wetten, dass ...!“ Wahrscheinlichkeiten und Erwartungswerte
„Welche Urne ist das?“ Erste Schritte in die schließende Statistik

In diesem Themenbereich geht es zunächst darum, das in den Klassen 5 und 6 Gelernte durch komplexere Beispiele zu vertiefen. Wahrscheinlichkeiten und Erwartungswerte werden berechnet mithilfe von Baumdiagrammen und Pfadregeln oder Laplace-Modellen. Schülerinnen und Schüler entwickeln dazu selber Fragestellungen und erfinden Zufallsxperimente und Glücksspiele mit Auszahlungen, die sie auch am Rechner simulieren.
Sie vertiefen dadurch ihre Grundvorstellungen über das Gesetz der großen Zahlen.

Da sowohl Grundbegriffe aus der beschreibenden Statistik als auch aus der Wahrscheinlichkeitsrechnung bekannt sind, werden erste einfache Fragen aus der schließenden Statistik behandelt: „Welche Urne ist das?“ ist die Modellvorstellung und Leitfrage. Durch Ziehen aus der Urne mit (teilweise) unbekannter Verteilung bekommt man näherungsweise Antworten. Wer in einem Multiple-Choice-Test mit drei möglichen Antworten ein Drittel der Antworten richtig hat, ist genau so schlau wie ein Zufallsgenerator. Wie viele Antworten müssen darum richtig sein, damit man mit akzeptabler Sicherheit Kompetenz nachgewiesen hat? Berechnungen von Wahrscheinlichkeiten mithilfe von Binomialverteilungen und dazugehörige Simulationen geben vorläufige Antworten auf Fragen über unbekannte Wahrscheinlichkeiten.

Verbindliche Inhalte:

- Summen- und Produktsatz der Wahrscheinlichkeitsrechnung, Baumdiagramme
- einfache Kombinatorik im Zusammenhang mit der Berechnung von Wahrscheinlichkeiten bei Laplace-Experimenten
- Berechnung von Erwartungswerten
- Bernoulliexperimente und -ketten. Berechnung der Verteilung für gegebenes p und (kleines) n. Sammeln von Beispielen aus der Realität

Mathematische Tätigkeiten:

- Wahrscheinlichkeiten relevanter Ereignisse berechnen. Dazu Baumdiagramme aufstellen oder Laplace-Experimente als solche identifizieren und dafür Wahrscheinlichkeiten sinnvoll festlegen bzw. durch Auszählen berechnen
- intuitive und berechnete Prognosen für die Ausgänge von Zufallsexperimenten vergleichen
- Gewinnchancen bei Glücksspielen berechnen, dazu die Begriffe ‚Zufallsvariable’ als Auszahlungsplan und ‚Erwartungswert’ als Prognose für den langfristigen Mittelwert der Auszahlungen verwenden.
- binomialverteilte Zufallsexperimente mithilfe von Baumdiagrammen erschließen
- mit dem Computer arbeiten, z.B. mit einer Tabellenkalkulation

Mathematische Modellierung / Realitätsbezüge:

- Aufstellen geeigneter Baumdiagramme bzw. Zählverfahren

Vorschläge für Lernsituationen:

- Erfinden von Glücksspielen für das Schulfest
- Lottofragen
- Spielregeln von Gesellschaftsspielen
- Berühmte Probleme (‚Sammler-Problem’, ‚Julklappproblem’= Rencontre-Problem , ’Ruin eines Spielers’,Geburtstagsproblem’)
- Einfache Tests (z.B. Geschmacks- oder Hörtests)
- Wahlprognosen für die Stimmenzahl einer bestimmten Partei. Dazu in einer Bernoulli-Kette die Wahrscheinlichkeitsverteilung für die ‚Anzahl der Erfolge’ in den Griff bekommen
- Wurde bei einem Multiple-Choice-Test nur geraten?

Vorschläge für Vernetzung:

- Rechnen in $\mathbb{Q}$ (Bruchrechnen)
- funktionale Zusammenhänge
- Prozentrechnung
- Binomischer Satz

Mögliche Ergänzungen bzw. Vertiefungen:

- kombinatorische Modelle und Aussagen
- Mittelwertsätze an einfachen Graphen für Irrfahrten anwenden

Verweise auf andere Fächer und Aufgabengebiete:

→ Deutsch 7/8-1.1
Literatur, Sachtexte, Medien, journalistische Texte

Die Idee des funktionalen Zusammenhangs ***Die Idee der Modellierung***	**7/8-3**

Grundlegendes für Funktionen

In diesem Themenbereich werden die Grundlagen zum Umgang mit Funktionen gelegt – funktionale Zusammenhänge werden an geeigneten Beispielen aus dem alltäglichen Leben eingeführt, und ihre grundlegenden Eigenschaften werden besprochen. Wesentlich ist dabei, die Zuordnung zu erkennen und als (funktionalen) Zusammenhang zu interpretieren.

Die hier genannten Aspekte der mathematischen Modellierung finden sich ebenso in den anderen Themenbereichen dieser Jahrgänge wieder.

Der Übergang zwischen diesem Themenbereich und dem Themenbereich 7/8-5 (Linearisierbare Prozesse) ist fließend.

Verbindliche Inhalte:

- Grundvorstellung von funktionalen Zusammenhängen (Zuordnungsgedanke; Eindeutigkeit)
- Grundbegriffe von Funktionen: Definitionsmenge, Wertebereich, Argument, Funktionswert, Zuweisungsvorschrift
- verschiedene Darstellungsformen: Wertetabelle, Graph, Funktionsgleichung
- direkte Proportionalität und ihre graphische Darstellung; auch Dreisatzrechnungen
- Rechnen in $\mathbb{Q}$

Mathematische Tätigkeiten:

- Wertetabellen erstellen
- Vorgänge graphisch visualisieren
- mit Diagrammen und Tabellen arbeiten
- Dreisatzaufgaben graphisch interpretieren und so lösen
- Maßstäbe von Diagrammen sinnvoll wählen
- mit dem Computer arbeiten, z.B. mit einer Tabellenkalkulation

Mathematische Modellierung / Realitätsbezüge:

- einen innerhalb eines Textes formulierten Zusammenhang zwischen zwei Größen als Funktion interpretieren
- graphische Darstellung als Funktion interpretieren
- direkt proportionale Vorgänge erkennen und mathematisch beschreiben

Vorschläge für Lernsituationen:

- Preisbildung
- Fahrpläne
- Extremwertprobleme

Vorschläge für Vernetzung:

- graphische Darstellungen

Mögliche Ergänzungen bzw. Vertiefungen:

- Funktionen und Relationen
- Antiproportionalität

Verweise auf andere Fächer und Aufgabengebiete:

→ Physik 7/8-1 bis 7/8-3
Phänomene der Physik

Die Idee des Messens ***Die Idee des räumlichen Strukturierens*** ***Die Idee der Modellierung***	**7/8-4**

Gestalt und Figur: Gleichheit und Berechnung

Dieser Themenbereiche ist das Bindeglied der Themenbereiche 5/6-2 (Figuren und Körper – Herstellen, Messen und Strukturieren) und 7/8-6 (Erzeugen und Konstruieren, Zerlegen und Berechnen). Gestaltgleichheit und Flächengleichheit und die Verbindung beider, die Kongruenz, bilden den Schwerpunkt dieser Einheit. Notwendige Voraussetzung für die Behandlung der Schwerpunktthemen sind eine Vertiefung des Winkelbegriffs (insbesondere sollen spezielle Winkel wie Stufenwinkel oder Wechselwinkel sicher erkannt werden) sowie die Erweiterung der Flächeninhaltsbestimmung von rechtwinkligen Flächen auf beliebige Polygone.

Die nächste Erweiterungsstufe betrifft den Kreis: Flächeninhalt und Umfang werden unter Verwendung der Kreiszahl π (als Rechenwerkzeug z.B. vom Taschenrechner) bestimmt, ohne auf ihre näherungsweise Bestimmung einzugehen.

An die Berechnung der Flächenmaße von Polygonen und Kreisen schließt sich die Berechnung der Volumina und der Oberflächeninhalte einfach geformter Körper an. Auch hier ist nicht an eine Herleitung der Formeln gedacht; es soll auf eine Formelsammlung zurückgegriffen werden.

Verbindliche Inhalte:

- Geraden und Winkel
- kongruente und ähnliche Figuren
- Flächeninhalt von einfachen Figuren (Dreieck, Rechteck, Trapez)
- Flächeninhalt und Umfang des Kreises; die Zahl π als Rechenwerkzeug
- Volumina und Oberflächeninhalt von Quader, Prisma, Zylinder, ~~Pyramide, Kegel und Kugel~~ (nach 9/10)
- Rechnen in $\mathbb{Q}$, Dreisatz- und Prozentrechnung

Mathematische Tätigkeiten:

- Winkel konstruieren und messen
- Mittelsenkrechte und Winkelhalbierende konstruieren
- Flächen geeignet zerlegen
- Flächeninhalte abschätzen und berechnen
- Körper so strukturieren, dass fehlende Größen berechnet werden können
- eine Formelsammlung verwenden
- Volumina und Oberflächen von Körpern berechnen

Mathematische Modellierung / Realitätsbezüge:

- in der Alltagswelt vorkommende, auch krummlinig begrenzte flächenartige Objekte sinnvoll durch geradlinig begrenzte Flächen annähern
- Zerlegung von gegebenen Flächen in berechenbare Teilflächen
- in der Alltagswelt vorkommende Körper sinnvoll in elementar berechenbare Körper zerlegen

Vorschläge für Lernsituationen:

- Orientierung im Gelände
- Billard
- Grundstücksvermessung
- Dächer
- Verpackungen
- Platonische und Archimedische Körper

Vorschläge für Vernetzung:

- zeichnen und messen
- Umgang mit Größen

Mögliche Ergänzungen bzw. Vertiefungen:

- Kongruenz von Körpern
- Körperabschnitte: Stümpfe und Kugelabschnitte
- mit dem Computer arbeiten, hier mit einer dynamischen Geometriesoftware

Verweise auf andere Fächer und Aufgabengebiete:

→ Physik 7/8-2
Optik (II)

Die Idee der Zahl ***Die Idee des funktionalen Zusammenhangs*** ***Die Idee der Modellierung***	**7/8-5**

Linearisierbare Prozesse

Dieser Themenbereich knüpft an 7/8-3 ‚Grundlegendes von Funktionen' an. Die Schülerinnen und Schüler erweitern ihre Fähigkeit, Probleme der Alltagswelt in funktionale Zusammenhänge zu übersetzen und numerische Lösungen zu ermitteln. Im Vordergrund steht die Behandlung linearisierbarer Probleme, aber ebenso die Frage nach Möglichkeiten, zwischen linearem und nichtlinearem Verhalten zu unterscheiden.

Damit die Schülerinnen und Schüler dies leisten können, wird zum Einen der Umgang mit Zahlen auf den Umgang mit Termen ausgeweitet – diese Erweiterung umfasst die Grundrechnungsarten und das Potenzieren, wobei durchaus auf die geometrische Interpretation von Termen und ihren Umformungen Wert gelegt werden soll – , und zum Anderen wird der Funktionsbegriff insbesondere an den linearen Funktionen und ihren Eigenschaften präzisiert und anwendbar gemacht.

Verbindliche Inhalte:

- Termumformungen, insbesondere Ausklammern, Ausmultiplizieren (auch binomische Formeln)
- Lineare Funktionen: Gleichung, Graph, Steigung, y-Achsen-Achsenabschnitt, Nullstelle
- Schnittpunktsbestimmung zweier Graphen und Lösung des zugehörigen linearen Gleichungssystems
- Lineare Gleichungssysteme

Mathematische Tätigkeiten:

- Termumformungen, insbesondere Ausklammern, Ausmultiplizieren durchführen
- Wahl des Vorgehens beim Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen (auch Probieren oder Herantasten gehören dazu!)
- (Lineare) Gleichungen lösen
- Lineare Gleichungssysteme lösen
- Lösungsverfahren beschreiben
- feststehende Handlungsabfolgen als Algorithmus begreifen
- mit dem Taschenrechner sicher umgehen
- mit dem Computer arbeiten, z.B. mit einer Tabellenkalkulation

Mathematische Modellierung / Realitätsbezüge:

- mit Variablen arbeiten und den Vorteil bei ihrer Verwendung ausnutzen
- Sachverhalte aus der Realität in Gleichungen bzw. in ein lineares Gleichungssystem übersetzen
- Optimierungsprobleme lösen
- Grenzen der Mathematisierung durch lineare Ansätze angeben

Vorschläge für Lernsituationen:

- Tarife
- Zinsen
- Optimierungsprobleme

Vorschläge für Vernetzung:

- Flächen und Volumina als funktionale Zusammenhänge

Mögliche Ergänzungen bzw. Vertiefungen:

- Ungleichungen und Ungleichungssysteme
- Lineare Regression als Verfahren
- Pascalsches Dreieck
- Binomialkoeffizienten (siehe aber Themenbereich 9/10-2)

Verweise auf andere Fächer und Aufgabengebiete:

→ Physik 7/8-1 bis 7/8-3: Phänomene der Physik,
→ Politik/Gesellschaft/Wirtschaft 8-2.1
Wirtschaft I: private Haushalte im Wirtschaftsprozess
→ Politik/Gesellschaft/Wirtschaft 8-2.2
Wirtschaft I: Betriebe und Arbeitswelt

Die Idee des räumlichen Strukturierens ***Die Idee der Modellierung*** ***Die Idee des Algorithmus***	**7/8-6**

Erzeugen und Konstruieren, Zerlegen und Berechnen

Dieser Themenbereich hat mehrere Aspekte:

Zunächst das Strukturieren von Vielecken und ihre Zerlegung in überschaubare Untereinheiten. Dies ist das Vertrautwerden mit Polygonen. Dabei geht es wesentlich darum, welche und wie viele Parameter bekannt sein müssen, um die ursprüngliche Gestalt wieder oder eine gewünschte Gestalt neu zu erzeugen. Die Strahlensätze runden die Möglichkeiten zur Konstruktion von Dreiecken und zur Berechnung von Längen ab.
Da sich alle Polygone in Dreiecke zerlegen lassen, ist dann die Beschäftigung mit der Erzeugung von Dreiecken, ihre Konstruktion, zentral. Dies ist ein primär innermathematisches Vorgehen, für das neben der Kenntnis einiger zentraler Sätze aus der Geometrie vor allem die Strukturierung des eigenen Tuns wesentlich ist. Zugleich bietet das Konstruieren Raum für die Entdeckung geometrischer Sachverhalte und für deren Beweise.
Beim Lösen von Konstruktionsproblemen soll die algorithmische Seite des Vorgehens – also die sinnvolle Hintereinanderausführung von Schritten, das Zusammenfassen von Untereinheiten, das Eingehen auf Eingabeparameter – im Vordergrund stehen. Sowohl Konstruktionsbeschreibung als auch sorgfältige Beweisführung verlangen eine saubere sprachliche Durchführung.
Da Konstruktionen unterschiedlichen Schwierigkeitsgrad haben, bieten diese – bei grundsätzlich gleichem Vorgehen – die Möglichkeit zur Differenzierung. Dies gilt besonders, wenn nach einer Phase der Konstruktion mit Zirkel und Lineal ein dynamisches Geometrieprogramm eingesetzt wird.
Zur Beschäftigung mit Dreiecken gehört auch die Beschäftigung mit logischen Fragen wie der Umkehrbarkeit der Strahlensätze oder der Eindeutigkeit von Konstruktionen.
Die Berechnung von Dreiecken kommt letztlich immer aus der Anwendung. Der Satz des Pythagoras eröffnet die Möglichkeit der Berechnung von konstruierbaren Figuren. Der Umgang mit Wurzeln soll hier rein technisch erfolgen.

Verbindliche Inhalte:

- Dreiecke und ihre speziellen Linien: Höhen, Mittelsenkrechte, Umkreis, Winkelhalbierende, Inkreis, Seitenhalbierende
- Satz des Thales
- Strahlensätze
- Dreieckskonstruktionen
- Satz des Pythagoras
- Rechnen mit Wurzelausdrücken

Mathematische Tätigkeiten:

- in Formen und Figuren konstruier- und berechenbare Dreiecke bzw. Polygone erkennen
- Konstruieren:
  - Konstruktionsstrategie entwickeln
  - Wahl eines vernünftigen Maßstabs
  - Konstruktion mit Papier, Stift, Lineal und Zirkel
  - sprachlich sinnvolles Beschreiben der Konstruktion
- Berechnen:
  - in geeignete rechtwinklige Dreiecke zerlegen
  - Anwendung des Satzes des Pythagoras
- mit einem dynamischen Geometriesystem zum Konstruieren, zum Entdecken und zum Problemlösen arbeiten

Mathematische Modellierung / Realitätsbezüge:

- in der Umwelt vorkommende Formen zu einfacheren, geometrisch darstellbaren und konstruktiv auswertbaren Formen abstrahieren
- Formen in der Umwelt mit einem sinnvollen Maßstab in die Zeichenebene umsetzen

Vorschläge für Lernsituationen:

- Konstruieren mit einem dynamischen Geometriesystem
- Baupläne
- Vermessung von Grundstücken
- Orientierung im Wald und im Gelände
- Sehnen- und Tangentensätze

Vorschläge für Vernetzung:

- Algorithmusgedanke

Mögliche Ergänzungen bzw. Vertiefungen:

- Erweiterung des Satzes des Thales zur Satzgruppe, Zentriwinkelsatz, Peripheriewinkelsatz
- Eulersche Gerade
- Feuerbachscher Kreis
- Zentrische Streckungen
- Pythagoräische Zahlentripel
- Flächenverwandlungen mit Höhen- und Kathetensatz

Verweise auf andere Fächer und Aufgabengebiete:

→ Physik 7/8-4 bis 7/8-6: Messen in der Physik

Die Idee des funktionalen Zusammenhangs
Die Idee der Modellierung
Die Idee des Algorithmus

9/10-1

Über die linearen Funktionen hinaus

Viele Vorgänge in der Alltagswelt lassen sich nicht einmal näherungsweise durch lineare Funktionen beschreiben. Dieser Themenbereich erweitert deswegen die zur Verfügung stehenden Funktionsklassen. Damit werden Vorgänge quadratischen und umgekehrt proportionalen Zusammenhangs beschreib- und berechenbar.

Die Frage nach den Argumenten bei gegebenen Funktionswerten (insbesondere von Nullstellen) führt zu der Notwendigkeit, auch nichtlineare Gleichungen zu lösen. Deswegen ist es sinnvoll, die Lösungsalgorithmen auch von quadratischen Gleichungen hier zu behandeln. Ihnen muss ein angemessener Rahmen zur Übung eingeräumt werden.

Häufig sind von einem funktionalen Zusammenhang nur einzelne Punkte bekannt. Möchte man diese Stützstellen durch eine Funktion modellieren, so muss man zunächst eine Funktionenklasse nach anwendungsbezogenen Kriterien auswählen und dann entweder ein Gleichungssystem lösen oder durch eine (Regressions-)Funktion annähern.

Verbindliche Inhalte:

- quadratische Funktionen
- Hyperbeln; Potenzfunktionen
- Wurzelfunktionen
- quadratische Gleichungen

Mathematische Tätigkeiten:

- einen Graphen aus einem sprachlich gegebenen Zusammenhang darstellen
- den Verlaufs des Graphen beschreiben, wenn die Gleichung bekannt ist
- in einfachen Fällen aus Graphen die Funktionsgleichung bestimmen
- quadratischen Gleichungen lösen
- verwandte Gleichungstypen (z.B. biquadratische Gleichungen, Wurzelgleichungen) in quadratische Gleichungen umformen
- aus Punkten durch Gleichungssysteme Funktionsgleichungen bestimmen
- mit dem Taschenrechner iterativ arbeiten
- mit dem Computer arbeiten, z.B. mit einer Tabellenkalkulation

Mathematische Modellierung / Realitätsbezüge:

- sprachlich oder graphisch gegebene Vorgänge als Funktion beschreiben und untersuchen, in welchem Bereich diese Funktion eine sinnvolle Beschreibung des realen Problems ist
- einen Vorgang, von dem nur einzelne Informationen bekannt sind, mit einer durchgehende Funktion näherungsweise beschreiben

Vorschläge für Lernsituationen:

- Wurfwettbewerbe
- Autos und Bahnen fahren an, Flugzeuge und Raketen starten
- Bremswege

Vorschläge für Vernetzung:

- flächeninhaltsgleiche Rechtecke (umgekehrte Proportionalität)
- Gleichungssysteme
- reelle Zahlen

Mögliche Ergänzungen bzw. Vertiefungen:

- Wirkung von Parametern in funktionalen Zusammenhängen
- Parabel und Hyperbel als Kegelschnitte
- Umkehrfunktionen zu Hyperbeln, Wurzelfunktionen und quadratischen Funktionen

Verweise auf andere Fächer und Aufgabengebiete:

→ Sport-1
Laufen, Werfen, Springen

Die Idee der Wahrscheinlichkeit ***Die Idee der Zahl***	**9/10-2**

Lernen aus Erfahrung – Entscheidungen unter Unsicherheit

~~Viele Entscheidungen müssen getroffen werden, auch wenn noch Unsicherheit über die Ausgangssituation besteht. Fehlentscheidungen oder Irrtümer sind nicht ausgeschlossen. Zusatzinformationen (Indizien) können zu veränderten Einschätzungen führen und bessere Rückschlüsse auf nicht direkt beobachtbare Ursachen ermöglichen. Dabei sind Baumdiagramme und der Satzes von Bayes wichtige Hilfen, um den Grad der Sicherheit berechnen zu können. Die dabei auftretenden bedingten Wahrscheinlichkeiten sollen nicht formal behandelt sondern nur mithilfe von Baumdiagrammen und / oder Vierfeldertafeln berechnet werden.~~

Aus Messergebnissen muss oft auf deren Ursachen geschlossen werden: Ist ein Patient wirklich krank, wenn ein Testverfahren dies anzeigt? Lassen Blutspuren auf Täterschaft schließen? Was kann aus einer DNA-Analyse geschlossen werden? Dabei sind Baumdiagramme und der Satz von Bayes wichtige Hilfen, um den Grad der Sicherheit berechnen zu können. Die dabei auftretenden bedingten Wahrscheinlichkeiten sollen nicht formal behandelt, sondern nur mithilfe von Baumdiagrammen und / oder Vierfeldertafeln berechnet werden.

Verbindliche Inhalte:

- mehrstufige Zufallsexperimente
- bedingte Wahrscheinlichkeiten
- ~~a-priori- und a-posteriori-Wahrscheinlichkeiten~~

Mathematische Tätigkeiten:

- aus Zufallsexperimenten Schlussfolgerungen auf den zugrunde liegenden Zufallsprozess ziehen
- bedingte Wahrscheinlichkeiten mithilfe von Baumdiagrammen und/oder Vierfeldertafeln berechnen
- die Bayes-Regel anwenden
- mit dem Computer arbeiten, z.B. mit einer Tabellenkalkulation

Mathematische Modellierung / Realitätsbezüge:

- Entscheidungen durch geeignete mathematische Modelle beurteilen
- mathematische Modelle zur Ursachenforschung heranziehen

Vorschläge für Lernsituationen:

- Ursachenforschung – die Spur rückwärts verfolgen
- wer ist denn nun wirklich krank? Testverfahren für Krankheiten
- gezinkte Würfel entdecken
- das Ziegenproblem
- Dunkelfeldforschung
- DNA Analyse und Fehlurteile vor Gericht
- Computersimulationen an einer Bernoulli-Urne. Wiederfinden des verdeckten Parameters p im Bayes-Modell

Vorschläge für Vernetzung:

- Binomialverteilung
- Baumdiagramme
- Rechnen in $\mathbb{R}$

Mögliche Ergänzungen bzw. Vertiefungen:

- Beurteilung von Übertragungsfehlern in der Übermittlung digitaler Information

Verweise auf andere Fächer und Aufgabengebiete:

→ Politik/Gesellschaft/Wirtschaft 9/10-1 Wirtschaft II

→ Politik/Gesellschaft/Wirtschaft 9/10-3 Soziale Frage, Sozialstaat

Die Idee der Zahl
Die Idee des Algorithmus

9/10-3

Über die Alltagswelt hinaus: Reelle Zahlen

Die Erweiterung von $\mathbb{Q}$ nach $\mathbb{R}$ ist nicht primär aus der Alltagswelt zu begründen, sie beruht letztlich auf innermathematischen Strukturen. Mit dieser Erweiterung verlässt man die abzählbaren Mengen und übersteigt damit die alltägliche Erfahrung. Der Übergang von $\mathbb{Q}$ nach $\mathbb{R}$ hat allerdings auch historische Aspekte (Problem der Inkommensurabilität von Diagonale und Seite beim Quadrat, Goldener Schnitt). Insofern besteht die Möglichkeit zur Einführung eines Teils der irrationaler Zahlen aus alltagsweltlichen oder historischen Problemen.

Die irrationalen Zahlen sind zwar semantisch leicht verständlich: Wenn $\mathbb{Q}$ die Menge aller unendlich periodischen Dezimalzahlen ist, dann ist $\mathfrak{I}$ die Menge aller unendlich nichtperiodischen Dezimalzahlen – und beide Mengen werden zu $\mathbb{R}$, der Menge aller unendlichen Dezimalzahlen, zusammengefasst. Die irrationalen Zahlen sind aber, da sie unendlich nichtperiodisch sind, nicht vollständig in Ziffern darstellbar. Damit tritt die Frage nach Darstellung und Genauigkeit in das Blickfeld – und auch die Notwendigkeit zu indirekten Beweisen.

Eine Thematisierung der Struktur der Annäherungsverfahren beim Kreis ermöglicht eine Propädeutik von Grenzwertprozessen.

<u>Verbindliche Inhalte:</u>

- Zahlbereichserweiterung von $\mathbb{Q}$ zu $\mathbb{R}$
- Beweis der Irrationalität der Wurzeln aus natürlichen Zahlen, die nicht Quadratzahlen sind
- Unterschied der Dezimaldarstellung rationaler und irrationaler Zahlen
- Rechnen mit reellen Zahlen: Addieren, Multiplizieren und Dividieren, Potenzen mit rationalen Exponenten
- Die Zahl π als Ergebnis eines Prozesses: Näherungsverfahren zur Kreisberechnung

<u>Mathematische Tätigkeiten:</u>

- in der Menge $\mathbb{R}$ den Zusammenhang *Zahl – Größe der Zahl – Lage der Zahl* auf der Zahlengerade herstellen
- Zahlen in verschiedenen Darstellungsarten wiedererkennen und die Darstellungen ineinander umformen
- reelle Zahl iterativ-algorithmisch erzeugen (z.B. über das Heron-Verfahren oder über eine Intervallschachtelung)
- mit Wurzeln umgehen
- mit Näherungszahlen rechnen
- mit dem Taschenrechner Genauigkeiten und Rundungsfehler untersuchen
- mit dem Computer arbeiten, z.B. mit einer Tabellenkalkulation

<u>Vorschläge für Lernsituationen:</u>

- Goldener Schnitt
- Wurzelspiralen
- Fraktale
- Kreiszahlannäherungen, z.B. durch Brüche oder Kettenbrüche

<u>Vorschläge für Vernetzung:</u>

- Flächen, Flächendiagonalen
- Die Zahl π als Werkzeug (s. 7/8-3) und als charakteristische Zahl bei periodischen Prozessen (s. 9/10-4)

<u>Mögliche Ergänzungen bzw. Vertiefungen:</u>

- Umrechnung in andere Stellenwertsysteme
- Widerspruchsbeweise
- erstes und zweites Cantorsches Diagonalverfahren: $\mathbb{R}$ ist überabzählbar
- Konstruktion reeller Zahlen, die nicht als Wurzel darstellbar sind

Die Idee des funktionalen Zusammenhangs ***Die Idee der räumlichen Strukturierung*** ***Die Idee der Modellierung*** ***Die Idee des Algorithmus***	**9/10-4**

Trigonometrische Funktionen: Periodische Prozesse und Dreiecke

Ob Töne einer schwingenden Geigensaite, ob mittägliche Sonnenhöhe, ob Gezeiten – regelmäßig wiederkehrende Vorgänge bilden eine wesentliche Klasse von Phänomenen der Welt. Die trigonometrischen Funktionen bieten das Werkzeug, mit dem sich grundsätzlich alle periodischen Vorgänge beschreiben lassen.

Drei Aspekte sind wesentlich:

Zum Ersten kommen die trigonometrischen Funktionen aus der Berechnung von Dreiecken. Mit ihrer Einführung wird die Berechenbarkeit von beliebigen Dreiecken vervollständigt: dies rundet den Gedanken ab, dass konstruierbare Figuren berechenbar und damit durch eine sinnvolle Anwendung von Algorithmen errechenbar sind.

Zum anderen bilden die trigonometrischen Funktionen mit ihren Umkehrungen die nächste Erweiterung des zur Verfügung stehenden Funktionenbereichs und ermöglichen die Beschreibung weiterer Vorgänge. In diesem Zusammenhang ist es wichtig, immer wieder die bisher bekannten Funktionenklassen in einen übenden und wiederholenden Fokus zu nehmen – auch dadurch, dass Prozesse thematisiert werden, die sich durch eine Verknüpfung bisher bekannter Funktionen beschreiben lassen. Bei den trigonometrischen Funktionen soll dabei von vornherein Wert darauf gelegt werden, dass ihre Argumente nicht nur „Winkel am Einheitskreis“ oder gar nur „Winkel am Dreieck“ sein können, sondern jeder beliebige Parameter, in dem der zu beschreibende Vorgang periodisch ist.

Drittens bieten die trigonometrischen Funktionen mit den Zusammenhängen zur transzendenten Zahl π, ihren periodisch auftretenden Nullstellen, ihrem eingeschränkten Umkehrbereich und dem überschaubaren Steigungsverhalten Anlass zu innermathematischen Betrachtungen.

Verbindliche Inhalte:

- trigonometrische Funktionen: Sinus, Cosinus, Tangens
- das Bogenmaß als „natürliches“ Argument der trigonometrischen Funktionen; die Zahl π
- Sinus- und Cosinussatz
- Konstruktion und Berechnung von Vielecken
- Wirkung der Parameter Amplitude, Frequenz und Phasenverschiebung

Mathematische Tätigkeiten:

- manuelles Arbeiten mit Graphen
- Zusammenhänge der Graphen der trigonometrischen Funktion visualisieren und beschreiben
- im Dreieck Größen mithilfe von Sinus- und Cosinussatz berechnen
- neue Formeln aus bekannten erarbeiten
- mit dem Computer arbeiten

Mathematische Modellierung / Realitätsbezüge:

- Beschreibung periodischen Verhaltens und Umsetzung in periodische Funktionen
- in der Umwelt vorkommende Formen zu einfacheren, geometrisch darstellbaren und numerisch auswertbaren Formen abstrahieren

Vorschläge für Lernsituationen:

- Wie kommt Musik in das Radio?
- Wie ist Musik auf einer Schallplatte gespeichert?
- Töne und Intervalle
- Navigation im küstennahen Bereich
- Orientierung auf der (Erd-) Kugel
- Platonische und archimedische Körper
- Gezeiten
- die CO_2-Konzentration in der Erdatmosphäre

Vorschläge für Vernetzung:

- konstruieren und berechnen (s. 7/8-6)
- Graphiken darstellen und auswerten

Mögliche Ergänzungen bzw. Vertiefungen:

- Rechengesetze: Summen von Winkelfunktionen
- Winkeladditionssätze; Tangenssatz
- Sphärische Trigonometrie
- Umkehrfunktionen (Trigonometrische Funktionen – Arcusfunktionen)
- Betrachtung des Steigungsverhaltens der trigonometrischen Funktionen

	Verweise auf andere Fächer und Aufgabengebiete: → Musik 10-5 Formen der Mehrstimmigkeit, → Physik 9/10-3 Elektrik (III) Spannung, Leistung, Wandler, elektrische Energie → Bildende Kunst 9/10-3 Raum (Fläche, Raum, Zeit) → Informatik 8/9-W7 3D-Modellieren

Die Idee des funktionalen Zusammenhangs ***Die Idee der Modellierung*** ***Die Idee des Algorithmus***	**9/10-5**

Wachstumsprozesse

Ob radioaktiver Zerfall, ob festverzinsliche Wertpapiere, ob Abkühlungsvorgänge – Vorgänge, bei denen die Änderung einer Größe proportional zu ihrem augenblicklichen Wert ist, bilden eine wesentliche Klasse von Phänomenen der Welt. Die Exponentialfunktionen bieten das Werkzeug, mit dem sich solche Wachstumsvorgänge grundsätzlich beschreiben lassen.

Zum einen bilden Exponential- und Logarithmusfunktionen die nächste Erweiterung des zur Verfügung stehenden Funktionenbereichs und ermöglichen, weitere Vorgänge zu beschreiben. Bei der Beschreibung von Phänomenen soll darauf Wert gelegt werden, dass die Grenzen exponentiellen Verhaltens in den Blick geraten. In diesem Zusammenhang ist es wiederum wichtig, immer wieder die bisher bekannten Funktionenklassen in einen übenden und wiederholenden Fokus zu nehmen – auch dadurch, dass Prozesse thematisiert werden, die sich durch eine Verknüpfung bisher bekannter Funktionen beschreiben lassen.

Zum anderen haben Rechnungen mit Exponential- und Logarithmusfunktionen eine besondere (und einfache) Struktur – die algebraische Operation wird jeweils um eine Stufe erniedrigt.

Zum Dritten bieten die Exponentialfunktionen mit den Zusammenhängen zur transzendenten Zahl e der Frage nach Existenz und Eindeutigkeit von Umkehrfunktionen und dem überschaubaren Steigungsverhalten Anlass zu innermathematischen Betrachtungen und zu einer Hinleitung zum Ableitungsbegriff.

Schließlich bietet dieser Themenbereich hervorragende Gelegenheit, dem Verhalten von Phänomenen iterativ-algorithmisch zu folgen.

Verbindliche Inhalte:

- Exponentialfunktionen
- der Logarithmus als Berechnungshilfe (u.a. Rechnen mit großen und kleinen Zahlen mithilfe ihrer Logarithmen)
- Rechengesetze für Exponential- und Logarithmenrechnung
- Zins- und Zinseszinsrechnung
- die Zahl e als spezielle Basis
- Beispiele für Verknüpfung der bisher bekannten Funktionen

Mathematische Tätigkeiten:

- Eigenschaften der Funktionen aus den Anforderungen der realen Situation ableiten
- manuelles Arbeiten mit Graphen
- Zusammenhänge der Graphen von Funktion und Umkehrfunktion visualisieren und beschreiben
- logarithmische Plots anwenden und auswerten
- mit dem Computer arbeiten, z.B. mit einer Tabellenkalkulation

Mathematische Modellierung / Realitätsbezüge:

- Beschreibung exponentiellen Verhaltens – auch Erkennen der Grenzen der exponentiellen Beschreibung von realen Situationen

Vorschläge für Lernsituationen:

- Finanzierung von Wohnraum
- Alterssicherung und Lebensversicherung
- Fortpflanzung
- Radioaktivität
- CO_2-Konzentration in der Erdatmosphäre

Vorschläge für Vernetzung:

- Algorithmisierung
- Gleichungen bearbeiten
- Graphen und Steigungsgraphen

Mögliche Ergänzungen bzw. Vertiefungen:

- Logarithmusfunktionen
- der Umkehrfunktionsaspekt von Exponential- und Logarithmusfunktionen
- Potenzsummenformel
- näherungsweise Berechnung von e
- Rechenschieber
- Wirkung von Parametern bei Exponential- und Logarithmusfunktionen

Verweise auf andere Fächer und Aufgabengebiete:

→ Informatik 8/9-W3: Simulation

→ PGW 9/10-6: Internationale Politik, Umwelt und internationale Organisationen

→ Physik 9/10-4: Atome, Kerne, Elementarteilchen

→ Verkehrserziehung 9/10-2
Mobilität und ihre Folgen in und um Hamburg

Die Idee des funktionalen Zusammenhangs ***Die Idee der Modellierung*** ***Die Idee des Messens***	**9/10-6**

Funktionen und Änderungsraten

Dieser Themenbereich hat drei Schwerpunkte:

Erste Systematisierung der bisher bekannten Funktionsklassen und dadurch eine Vertiefung des Verständnisses von Funktionen.
Charakterisierende Eigenschaften und Unterschiede werden in realitätsbezogenen Problemstellungen herausgearbeitet. So kann auch die Wahl einer bestimmten Funktionsklasse gerechtfertigt oder gegebenenfalls modifiziert werden.
Die Hinführung auf den Ableitungsbegriff über Änderungsraten.
Die Beispiele sollten so gewählt werden, dass der Ableitungsbegriff propädeutisch über Änderungsraten erfahren wird. Verschiedene Ausgangsformen der Darstellung (Tabelle, Graph, Gleichung) von Funktionen sollen dabei benutzt und – wenn möglich – miteinander verbunden werden.
Einführung und Anwendung des vorbereiteten Ableitungsbegriffes auf mathematische und realitätsbezogene Problemstellungen.

<u>Verbindliche Inhalte:</u>

- Systematisierung der Funktionsklassen (ganzrationale, einfache gebrochen rationale Funktionen; trigonometrische Funktionen und Exponentialfunktionen aus 9/10-4 und 9/10-5)
- Vorbereitung der Ableitung über Änderungsraten
- Ableitung von Funktionen, dabei Deutung der Ableitung als lokale Änderungsrate und als Tangentensteigung.
- Summenregel, Faktorregel zur Ableitung von ganzrationalen Funktionen
- Elementare Optimierungsprobleme (graphisch, rechnerisch)
- Verhältnis Mathematik – Realität

<u>Mathematische Tätigkeiten:</u>

- Eigenschaften von Funktionsklassen (Verlauf des Graphen, Nullstellen, Randverhalten…) bestimmen und Funktionen an vorgegebene Bedingungen anpassen, auch im Hinblick auf den Anwendungsbezug
- Funktionen im Modellierungsprozess sachgerecht einsetzen
- Nullstellen ermitteln (auch graphisch und numerisch)
- Funktionsterme über das Lösen von Gleichungen und einfachen Gleichungssystemen bestimmen
- Änderungsraten bestimmen (graphisch und rechnerisch)
- Ableitung ganzrationaler Funktionen berechnen
- Ableitung bei Modellierung sachgerecht interpretieren und einsetzen
- mit dem Computer arbeiten, z.B. mit einer Tabellenkalkulation oder einem Computer-Algebra-System (CAS)

<u>Vorschläge für Lernsituationen:</u>

An Problemstellungen aus verschiedenen Realitätsbezügen werden bekannte Funktionsklassen wiederholt, neue eingeführt, der Ableitungsbegriff vorbereitet und später eingeführt.

Mögliche Problemstellungen:
Bewegungsabläufe (gegebenenfalls Ultraschallbewegungsmesser), Steuergesetze, Tiden, Kostenfunktion und Gewinnzone bestimmen, Optimierung von Flächen und Volumina.

<u>Vernetzungen:</u>

- Themenbereich 9/10-1 *(Über die linearen Funktionen hinaus);* Themenbereich 9/10-4 *(Trigonometrische Funktionen);* Themenbereich 9/10-5 *(Wachstumsprozesse)*: Exponentialfunktionen, Logarithmus
- ~~Themenbereich 9/10-7a *(Graphen)*: Graphen als Veranschaulichung, fundamentale Idee der Optimierung; Themenbereich 9/10-7c *(Geometrie)*: Sekante, Tangente;~~ Themenbereich G2/L2 *(Matrizen und Vektoren als Datenspeicher)*: Daten und deren Bearbeitung, Gleichungssysteme; Themenbereich G3/L3 *(Der Zufall steht Modell)*: Bearbeitung von Daten; Themenbereich G4/L4 *(Änderungsraten und Bestände)*: Weiterführung der Differentialrechung

<u>Verweise auf andere Fächer und Aufgabengebiete:</u>

→ Physik 9/10-1 bis 9/10-3
Erhaltung und Entwertung von Energie

→ Physik 9/10-4,5
Mechanik (III); Atome, Kerne, Elementarteilchen

→ PGW 9/10-1 Wirtschaft II: Marktwirtschaft, Marktprozesse und Wirtschaftspolitik

→ Politik/Gesellschaft/Wirtschaft 9/10-5
Wirtschaft III: Europa als Wirtschaftsraum – Verbraucher, Produzenten, Bürger der EU

~~Die Idee der Modellierung~~
~~Die Idee des Algorithmus~~
~~Die Idee des Messens~~

~~9/10-7a~~

~~Graphen~~

~~(Daten- und Beziehungsstrukturen, elementare Aspekte)~~

~~Dieser Themenbereich führt in einen Bereich der heute in der Anwendung sehr wichtigen diskreten Mathematik ein.~~

~~Die graphische Darstellung von Beziehungen zwischen Daten ermöglicht in manchen Fällen erst das Verständnis für ein Problem und kann so Strategien zur Lösung aufzeigen (bisher z.B. bei Baumdiagrammen). Zur Berechnung einer Lösung mithilfe des Computers wird oft die Darstellung als Matrix (Inhalt einer Tabelle) verwendet.~~

~~Optimierung wird hier ohne Differentialrechnung durchgeführt. Der Optimierungsgedanke erfährt interessante Deutungen (z.B. bei Netzplänen ist die Dauer des längsten Weges identisch mit der kürzesten Zeit zur Projektbeendigung).~~

~~Einige der Probleme der Graphentheorie können auch mit Computereinsatz nicht gelöst werden. Hier ist eine geeignete Modellierung unerlässlich.~~

~~Verbindliche Inhalte:~~

- ~~Beschreibung von Graphen~~
- ~~(Knoten, Kanten, gerichteter Graph, bewerteter Graph)~~
- ~~Darstellung von Graphen (graphisch, als Tabelle, als Matrix)~~
- ~~Verhältnis Mathematik – Realität~~

~~Mathematische Tätigkeiten:~~

- ~~Probleme mit Graphen geeignet darstellen und beschreiben~~
- ~~Ermitteln des längsten Weges in einem Netzplan~~
- ~~Versuch, den kürzesten Weges bei unterschiedlichen Problemstellungen zu ermitteln, z.B. mithilfe eines Algorithmus (eigener, von Schülern entwickelt oder etwa des Algorithmus von Dijkstra) oder auch über gezielte Verbesserung von Abschätzungen (etwa Hamiltonkreis)~~

~~Vorschläge für Lernsituationen:~~

~~Mit einem Netzplan (als speziellem Graphen) wird zunächst in die Thematik eingeführt.~~

~~An einem einzigen Graphen werden dann verschiedene Fragestellungen zum kürzesten Weg entwickelt.~~

~~Vernetzungen:~~

- ~~Themenbereich 9/10-6 *(Funktionen und Änderungsraten)*: Graphen als Veranschaulichung, Optimierung mit Mitteln der Analysis~~
- ~~Themenbereich G2/L2 *(Matrizen und Vektoren als Datenspeicher)*: graphische Darstellungen von Wachstumsmodellen und Verflechtungen; Themenbereich G4/L4 *(Änderungsraten und Bestände)*: Optimierung mit Mitteln der Analysis; Themenbereich L3 *(Der Zufall steht Modell)*: graphische Darstellung von Markoff-Ketten~~

~~Verweise auf andere Fächer und Aufgabengebiete:~~

- → ~~Informatik 8/9-W3~~
  ~~Simulation~~
- → ~~Informatik 8/9-W4~~
  ~~Prozessdatenverarbeitung (Prozessdatenverarbeitungsanlagen, Grundlagen, Reflexion Mensch und Technik)~~

~~***Die Idee der Modellierung***~~
~~***Die Idee des Algorithmus***~~
~~***Die Idee des Messens***~~

~~9/10-7b~~

~~Iteration~~

~~Bei Wachstumsprozessen werden Daten zumeist in zeitlichen Abständen erhoben: das mathematische Modell ist daher zunächst einmal diskret und steht hier als Beispiel für Iteration.~~

~~Verbindliche Inhalte:~~

- ~~mathematische Modellbildung: lineares und exponentielles Wachstum als Beispiel für Iteration~~
- ~~Verhältnis Mathematik – Realität~~

~~Mathematische Tätigkeiten:~~

- ~~den Unterschieds zwischen diskreten und stetigen Modellen erkennen und deuten~~
- ~~Populationsgrößen (oder Zinsen) nach einer bestimmten Wachstumszeit (iterativ) berechnen, auch mithilfe des Computers~~
- ~~Wachstumsmodelle bei unterschiedlich komplexen Situationen aufstellen, auch unter Verwendung von Software (Tabellenkalkulation, Software für dynamische Systeme)~~

~~Vorschläge für Lernsituationen:~~

- ~~Bevölkerungswachstum in Deutschland.~~

~~Vernetzungen:~~

- ~~Themenbereich 9/10-5 (*Wachstumsprozesse*): stetiges exponentielles Wachstum; Themenbereich 9/10-6 *(Funktionen und Änderungsraten)*: funktionale Zusammenhänge; Themenbereich 9/10-7 *(Graphen)*: Iterationen lassen sich durch Graphen veranschaulichen (Wirkdiagramme), Lösungsalgorithmen sind iterativ~~
- ~~G2/L2 *(Matrizen und Vektoren als Datenspeicher)*: iterative Wachstumsmodelle; G4/L4 *(Änderungsraten und Bestände)*: Ableitung der Exponential-Funktionen~~

~~***Die Idee des räumlichen Strukturierens***~~
~~***Die Idee des funktionalen Zusammenhangs***~~
~~***Die Idee des Messens***~~

~~9/10-7c~~

~~Geometrie~~

~~Die Arbeit mit geometrischen – auch dreidimensionalen – Objekten, schlägt eine Brücke zwischen Geometrie und Algebra: Verfahren und Sichtweisen beider Disziplinen werden miteinander verglichen, funktionaler Zusammenhang und Tangente / Sekante erfahren weitere Deutungen.~~

~~Verbindliche Inhalte:~~

- ~~Kreis, Ellipse, Parabel und Hyperbel als geometrischer Ort~~
- ~~Tangente, Normale und Sekante~~
- ~~Ausblick auf Kugel und Paraboloid~~
- ~~Verhältnis Mathematik – Realität~~

~~Mathematische Tätigkeiten:~~

- ~~Kreis, Ellipse, Parabel und Hyperbel als geometrischen Ort beschreiben~~
- ~~die genannten geometrischen Objekte in der Umwelt identifizieren (z.B. Architektur)~~
- ~~geometrische und algebraische Probleme lösen und die Problemlösungen vergleichen~~

~~Vorschläge für Lernsituationen:~~

- ~~*Gerade, Kreis:* Mit einem Computerprogramm zum Zeichnen von Funktionsgraphen soll die Skizze eines Fahrrads erstellt werden.~~
- ~~*Parabel:* Ein Scheinwerferspiegel hat die Form eines Paraboloids. Bei gegebenem Durchmesser und gegebener Tiefe soll die Gleichung der zugehörigen Parabel bestimmt werden. Auch Untersuchungen der reflektierten Strahlen sind möglich.~~

~~Vernetzungen:~~

- ~~Themenbereich 9/10-6 *(Funktionen und Änderungsraten)*: funktionale Zusammenhänge, Änderungsraten, Tangente~~
- ~~G5/L5 *(Analytische Geometrie)*: Kugel~~

4 Anforderungen und Beurteilungskriterien

4.1 Anforderungen

4.1.1 Allgemeine Anforderungen

Die Fähigkeit, mathematisch zu denken

Dazu gehört insbesondere: Fragen zu stellen, die für die Mathematik charakteristisch sind („gibt es…?“, „wenn ja, wie viele?“, „wie finden wir …?“); zu wissen, welche Art von Antworten die Mathematik für solche Fragen bereithält; zwischen unterschiedlichen Arten von Äußerungen/Artikulationen zu unterscheiden (Definitionen, Sätze, Vermutungen, Behauptungen, Hypothesen, Beispiele, Bedingungen); Reichweite und Grenzen mathematischer Konzepte zu verstehen und zu berücksichtigen.

Am Ende der Klasse 6:	zusätzlich **am Ende der Klasse 8:**	zusätzlich **am Ende der Klasse 10:**
Die Schülerinnen und Schüler • erkennen und beschreiben einfache Zusammenhänge, Ordnungen und Strukturen • veranschaulichen Zusammenhänge und einfache mathematische Strukturen • kennen unterschiedliche mathematische Begründungen • wissen, dass ein Gegenbeispiel zur Widerlegung genügt, dass aber Beispiele nicht als Nachweis reichen	Die Schülerinnen und Schüler • verknüpfen zunehmend Inhalte aus verschiedenen Themenbereichen • kennen und bewerten unterschiedliche mathematische Begründungen • beweisen Behauptungen ohne die unangreifbare Strenge des formalen Beweises, dabei liegt der Schwerpunkt in der Anbindung an mathematisch Bekanntes und in der Betonung der Vertiefung des Verständnisses des mathematischen Sachverhaltes • variieren Aufgabenstellungen oder/und kehren sie um	Die Schülerinnen und Schüler • unterscheiden zwischen Begriffen wie Hypothese, Satz, Bedingung, Definition und Beispiel • gehen mit diesen Begriffen als Elemente mathematischer Erkenntnisgewinnung angemessen um • kennen formale Beweise, führen diese durch und geben sie sprachlich angemessen wieder

Die Fähigkeit, mathematisch zu argumentieren und zu kommunizieren Dazu gehört insbesondere: - zu wissen, wie sich Arten der mathematischen Argumentation unterscheiden, - verschiedene Arten von mathematischen Argumentationsketten nachzuvollziehen und zu bewerten - die Entwicklung von mathematischen Argumenten, - sich mündlich und schriftlich in verschiedenen Formen zu Sachverhalten mit mathematischem Inhalt zu äußern und entsprechende schriftliche und mündliche Aussagen von anderen zu verstehen.		
Am Ende der Klasse 6:	zusätzlich **am Ende der Klasse 8:**	zusätzlich **am Ende der Klasse 10:**
Die Schülerinnen und Schüler • teilen ihre Überlegungen anderen verständlich mit und vertreten diese argumentativ • beschreiben ihren Lösungsweg und begründen gegebenenfalls seine Wahl • verstehen die Äußerungen von anderen zu mathematischen Inhalten und überprüfen diese • gehen konstruktiv mit den Fehlern anderer um • reagieren auf Fragen und Kritik sachlich und angemessen	Die Schülerinnen und Schüler • verfügen zunehmend über ein strukturiertes mathematisches Denken • entnehmen Informationen aus Texten, Zeichnungen, Grafiken und Tabellen • teilen ihre Überlegungen anderen verständlich mit und vertreten diese argumentativ, dabei nutzen sie zunehmend die Fachsprache • beschreiben und begründen ihre Ergebnisse • präsentieren Sachverhalte und Problemlösungen adressatengerecht	Die Schülerinnen und Schüler • setzen Mathematik mit ihrer Sprache, ihren Symbolen, Bildern und Formeln für die Beschreibung und Bearbeitung von inner- und außermathematischen Problemen sachgerecht ein

Die Fähigkeit zur mathematischen Modellierung

Dazu gehört insbesondere:

- den Bereich oder die Situation, die modelliert werden soll, zu strukturieren
- das „Mathematisieren“ (Übersetzung der „Realität“ in mathematische Strukturen)
- das „De-Mathematisieren“ (mathematische Modelle im Rahmen der modellierten „Realität“ zu interpretieren)
- mit einem mathematischen Modell zu arbeiten
- das Modell zu validieren
- über das Modell und seine Ergebnisse (einschließlich der Grenzen dieser Ergebnisse) zu kommunizieren
- den Prozess der Modellbildung zu beobachten und zu steuern

Am Ende der Klasse 6:	zusätzlich **am Ende der Klasse 8:**	zusätzlich **am Ende der Klasse 10:**
Die Schülerinnen und Schüler	Die Schülerinnen und Schüler	Die Schülerinnen und Schüler
• deuten Texte in Bezug auf eine Mathematisierung • beschreiben mathematisch einfach strukturierte Ausschnitte der Wirklichkeit • beschaffen notwendige außermathematische Informationen und wählen aus • wenden mathematische Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten auf die mathematische Beschreibungen der Umwelt an • überprüfen mathematisch gewonnene Lösungen im Hinblick auf den realen Sachverhalt • präsentieren sprachlich und graphisch mathematische Ergebnisse auf der Ebene des realen Problems • beschreiben und beurteilen unterschiedliche Lösungswege beim Bearbeiten von Sachaufgaben • ordnen einem mathematischen Modell passende reale Objekte oder Situationen zu	• modellieren reale Situationen insbesondere über Funktionen • legen Variablen sachgerecht fest • interpretieren und prüfen mathematisch gewonnene Ergebnisse in Hinblick auf die reale Situation • ordnen einem mathematischen Modell passende reale Situationen zu	• beurteilen ein Modell und nehmen gegebenenfalls Veränderungen des Modells vor • vergleichen und bewerten verschiedene eigene oder vorgegebene Modelle ein und desselben Sachverhaltes • explizieren bei der Modellierung gemachte einfache Annahmen und reflektieren diese

<table>
<tr><td colspan="3">Die Fähigkeit, Probleme zu stellen und zu lösen

Dazu gehört insbesondere:
- verschiedene Arten von mathematischen Problemen zu stellen und zu formulieren sowie
- verschiedene Lösungswege für unterschiedliche Arten von mathematischen Problemen zu finden.</td></tr>
<tr><td>Am Ende der Klasse 6:

Die Schülerinnen und Schüler

• stellen selbstständig einfache mathematische Probleme
• lösen selbstständig einfache mathematische Probleme
• bearbeiten einfache Problemstellungen in Gruppen
• gehen konstruktiv mit Fehlern im Lernprozess um

• wenden einfache heuristische Strategien an:
- induktives Vorgehen durch systematisches Probieren und Experimentieren, durch Aufstellung von Vermutungen und Hypothesen, durch Untersuchung von Einzelfällen
- vorwärts arbeiten: aus Gegebenem erste einfache Folgerungen ziehen
- Nutzen von Kontrollverfahren, einfache Plausibilitätskontrollen nutzen</td>
<td>zusätzlich am Ende der Klasse 8:

Die Schülerinnen und Schüler

• erkennen Probleme und formulieren Fragen zu Sachsituationen
• suchen, beschreiben und begründen Lösungswege
• beschreiben unterschiedliche Lösungsstrategien und wägen diese ab
• wählen angemessene mathematische Verfahren aus

• setzen weitere heuristische Strategien ein:
- Variieren einer Aufgabe durch Veränderung gegebener Größen oder durch Betrachtung von Spezialfällen</td>
<td>zusätzlich am Ende der Klasse 10:

Die Schülerinnen und Schüler

• lösen komplexere mathematische Probleme selbstständig
• bearbeiten komplexere Probleme in Gruppen und präsentieren die Ergebnisse mithilfe unterschiedlicher Medien

• setzen weitere heuristische Strategien ein:
- Aufgabenstellung reduzieren durch Vereinfachungen oder durch Betrachtung von Spezialfällen
- Interpretieren einer Aufgabe durch Übersetzung. in Modelle bzw. in andere Zusammenhänge
- Aufspüren von Analogien</td></tr>
</table>

Die Fähigkeit, mathematische Darstellungen zu nutzen

Dazu gehört insbesondere:

- verschiedene Formen der Darstellung von mathematischen Objekten und Situationen sowie die Wechselwirkung zwischen diesen Darstellungsformen zu erkennen, zu interpretieren und zu unterscheiden,
- verschiedene Darstellungsformen je nach Situation und Zweck auszuwählen und zwischen ihnen zu wechseln.

Am Ende der Klasse 6:	zusätzlich **am Ende der Klasse 8:**	zusätzlich **am Ende der Klasse 10:**
Die Schülerinnen und Schüler • stellen mathematische Situationen oder Inhalte auf unterschiedlichen Darstellungsebenen dar (enaktiv, ikonisch, symbolisch) und sind in der Lage, flexibel zwischen diesen zu wechseln • nehmen ästhetische Aspekte der Mathematik wahr • gestalten graphische und schriftliche Darstellungen in ansprechender äußerer Form auf einem freien Blatt (u.a. auch bei geometrischen Konstruktionen)	Die Schülerinnen und Schüler • wenden verschiedene Formen der Darstellung von mathematischen Objekten und Situationen an, insbesondere auch zur Beschreibung funktionaler Zusammenhänge • interpretieren und unterscheiden diese Darstellungsformen • nehmen ästhetische Aspekte der Mathematik wahr und können sie beschreiben	Die Schülerinnen und Schüler • wenden selbstständig und flexibel verschiedene Formen der Darstellung von mathematischen Objekten und Situationen an

Die Fähigkeit,
mit den symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umzugehen

Dazu gehört insbesondere:

- die symbolische und formale Sprache zu dekodieren und zu interpretieren und ihre Beziehung zur natürlichen Sprache zu verstehen,
- natürliche Sprache in die symbolische/formale Sprache zu übersetzen,
- mit Aussagen und Ausdrücken umzugehen, die Symbole und Formeln enthalten,
- Variablen zu benutzen; Gleichungen zu lösen und Berechnungen vorzunehmen.

Die inhaltliche Konkretisierung erfolgt im Abschnitt 4.1.2.

<table>
<tr><td colspan="3">

Die Fähigkeit, Hilfsmittel einzusetzen und zu gebrauchen

Dazu gehört insbesondere:

die verschiedenen Hilfsmittel (einschließlich solche aus dem Bereich der Informationstechnologie), die bei mathematischen Aktivitäten hilfreich sein können, zu kennen und anzuwenden sowie die Grenzen dieser Hilfsmittel einzuschätzen.

</td></tr>
<tr><td>

Am Ende der Klasse 6:

Die Schülerinnen und Schüler

- beschaffen Informationen mithilfe von Medien, insbesondere Informationen aus Texten, Zeichnungen, Grafiken und Tabellen
- gehen sachgerecht mit Lineal und Geo-Dreieck um
- gebrauchen situationsgerecht den Taschenrechner, insbesondere zum Entdecken neuer Zusammenhänge

</td><td>

zusätzlich **am Ende der Klasse 8:**

Die Schülerinnen und Schüler

- beschaffen selbstständig Informationen mithilfe von Medien, insbesondere Informationen aus Texten, Zeichnungen, Grafiken und Tabellen
- gehen angemessen mit Formelsammlungen um
- gebrauchen kritisch den Taschenrechner
- setzen den Computer situationsgerecht ein

</td><td>

zusätzlich **am Ende der Klasse 10:**

Die Schülerinnen und Schüler

- beschaffen selbstständig Informationen mithilfe von Medien (auch aus dem Internet)
- setzen eigenständig den Computer situationsgerecht ein

</td></tr>
<tr><td colspan="3">

Zusätzliche Anforderungen:

Die Schülerinnen und Schüler

- organisieren im Laufe der Schulzeit ihren Lernprozess zunehmend selbstständiger
- gehen konstruktiv mit Fehlern um
- nehmen ästhetische Aspekte der Mathematik wahr und beschreiben sie zunehmend eigenständiger

</td></tr>
</table>

4.1.2 Anforderungen bezogen auf die zentralen Ideen und deren inhaltliche Konkretisierung

Die Idee der Zahl

Anforderungen Ende Klasse 6	zusätzliche **Anforderungen Ende Klasse 8**	zusätzliche **Anforderungen Ende Klasse 10**
Die Schülerinnen und Schüler		
• kennen die Eigenschaften natürlicher Zahlen und wichtiger Teilmengen von $\mathbb{N}$ (gerade / ungerade Zahlen, Primzahlen, Quadratzahlen) und nutzen diese • kennen die Menge $\mathbb{N}$ der natürlichen Zahlen und die Menge der positiven Bruchzahlen und können in diesen Zahlenmengen die vier Grundrechenarten ausführen • entdecken Gesetzmäßigkeiten bei den vier Grundrechenarten, formulieren Gesetze – auch sprachlich – und entwickeln daraus rechnerische Vorteile • entscheiden, in welchen Fällen Bruchdarstellungen und Bruchrechnungen und in welchen Fällen Dezimalbruchdarstellungen und Dezimalrechnung vorteilhaft sind • gehen mit großen Zahlen um, auch mit Zehnerpotenzdarstellungen • rechnen sicher und schnell im Kopf, auch mit Potenzen • beherrschen Überschlagsrechnungen • entwickeln eine Vorstellung vom Prozentrechnen • gehen mit Variablen als Platzhalter um • ~~führen einfache Äquivalenzumformungen durch~~	• kennen Zahlbereichserweiterungen ~~und beschreiben diese~~ • kennen Rechengesetze und wenden diese an • rechnen mit Prozenten • rechnen in $\mathbb{Q}$ auch mit ganzzahligen Potenzen • verstehen die Bedeutung von Variablen und nutzen den Vorteil bei ihrer Verwendung • beherrschen Termumformungen, insbesondere Ausklammern, Ausmultiplizieren (auch binomische Formeln) • erläutern die vier Grundrechnungsarten in $\mathbb{Q}$ mithilfe von Grundvorstellungen • ~~grenzen rationale von irrationalen Zahlen ab~~ • rechnen mit Wurzeln und rationalen Exponenten	• kennen (grob) die Zahlbereichserweiterung auf die reellen Zahlen und beschreiben diese • erläutern Algorithmen zur Näherung von reellen Zahlen (z.B. Heron-Verfahren, Intervallschachtelung) • kennen einen Beweis für die Irrationalität von $\sqrt{2}$ und können diesen wiedergeben • kennen die Rechengesetze aller drei Stufen und können diese anwenden • rechnen mit Zins und Zinseszins • gehen sachlich korrekt mit Rundungen und Rundungsfehlern um (auch beim Taschenrechner)

Die Idee des Messens

Anforderungen **Ende Klasse 6**	zusätzliche **Anforderungen** **Ende Klasse 8**	zusätzliche **Anforderungen** **Ende Klasse 10**
	Die Schülerinnen und Schüler	
• erkennen die Bedeutung des Messens als ein Vergleichen mit einer vereinbarten Einheit • verfügen über die Grundvorstellungen von Länge, Flächeninhalt und Volumen • gehen sicher mit Maßstäben (für Länge und Fläche) um • gehen sicher mit Größen um, insbesondere mit Längen-, Flächen- und Volumeneinheiten • verfügen über eine klare Vorstellung von Zahlenwerten von Größen und schätzen Zahlenwerte • benennen, messen, zeichnen Winkel • verfügen über die Grundvorstellung von Wahrscheinlichkeit • untersuchen Klasseneinteilungen und Häufigkeitsverteilungen	• wissen, wie man den Flächen- und Rauminhalt von gradlinig begrenzten, senkrechten Flächen und Körpern berechnet • gehen sicher mit Zahlen sehr verschiedener Größenordnungen um, auch mit der wissenschaftlichen Zahlenschreibweise • bestimmen den Flächeninhalt beliebiger (auch krummlinig begrenzter) Flächen näherungsweise • erkennen und bewerten die Ungenauigkeit bei Näherungen • kennen die Formeln zur Kreisberechnung und wenden diese an • kennen die Formeln zur Berechnung von Volumen und Oberflächeninhalt von Quader, Prisma Zylinder~~, Pyramide, Kegel und Kugel~~ und wenden diese an, auch auf zusammengesetzte Körper • approximieren Wahrscheinlichkeiten über statistischen Simulationen und Bestimmung von relativen Häufigkeiten • berechnen Wahrscheinlichkeiten von Ereignissen bei einfachen Zufallexperimenten mithilfe von Baumdiagrammen oder bei Laplace-Experimenten mit Zählverfahren	• kennen die Formeln zur Berechnung von Volumen und Oberflächeninhalt von Pyramide, Kegel und Kugel und wenden diese an, auch auf zusammengesetzte Körper • berechnen Streckenlängen und Winkelgrößen in der Ebene und im Raum auch unter Nutzung von trigonometrischen und Ähnlichkeitsbeziehungen • gehen mit beiden Winkelmaßen (Gradmaß und Bogenmaß) um • ~~9/10-7a: *erkennen, dass die Dauer des längsten Weges in einem Netzplan die kürzestmögliche Zeit angibt, in der das durch den Netzplan beschriebene Projekt fertig gestellt werden kann*~~

Die Idee des räumlichen Strukturierens

Anforderungen **Ende Klasse 6**	zusätzliche **Anforderungen** **Ende Klasse 8**	zusätzliche **Anforderungen** **Ende Klasse 10**
	Die Schülerinnen und Schüler	
• kennen das kartesische Koordinatensystem (1. Quadrant) als eine sinnvolle Möglichkeit der Orientierung in der Ebene und gehen damit um • sind sicher in der Handhabung der Zeichengeräte • unterscheiden geometrische Formen der Ebene und des Raumes • ermitteln und verallgemeinern/spezifizieren Beziehungen zwischen Flächen (Körpern) • erläutern den Zusammenhang zwischen (Bau-) Netzen und Körpern • stellen Würfel und Quader her (Flächen- und Kantenmodelle) • stellen einfache geometrische Gebilde in verschiedenen Lagebeziehungen dar • kennen verabredete Bezeichnungen	• erläutern den Unterschied zwischen Kongruenz und Ähnlichkeit • kennen wichtige Sätze aus der ebenen Geometrie (Satz des Thales; Strahlensätze; Satz des Pythagoras) und wenden diese bei Konstruktionen, bei Berechnungen und bei einfachen Beweisen an • führen einfachere Beweise in der Geometrie selbstständig durch • ~~konstruieren Polygone aus gegebenen Größen (Winkel bzw. Strecken)~~ • erkennen und beschreiben Körper und stellen sie in der Ebene sinnvoll dar • setzen ein dynamisches Geometriesystem zum Konstruieren, zum Entdecken und zum Problemlösen ein	• berechnen Größen mithilfe der trigonometrischen Sätze • ~~9/10-7c: *fertigen mit einem dynamischen Geometriesystem oder mit Zirkel und Lineal Konstruktionen von Kreis, Parabel, Ellipse und Hyperbel an*~~ • ~~9/10-7c: *beschreiben Kugel und Paraboloid geeignet mit Kreis und Parabel*~~ • ~~9/10-7c: *identifizieren Kreis, Ellipse, Parabel, Hyperbel, Kugel und Paraboloid an Objekten der Umwelt*~~ • ~~9/10-7c: *deuten Tangente, Sekante und Normale geometrisch und können sie geeignet skizzieren*~~

Die Idee des funktionalen Zusammenhangs

<table>
<tr><th>Anforderungen
Ende Klasse 6</th><th>zusätzliche Anforderungen
Ende Klasse 8</th><th>zusätzliche Anforderungen
Ende Klasse 10</th></tr>
<tr><td colspan="3">Die Schülerinnen und Schüler</td></tr>
<tr>
<td>

kennen und verstehen einfache funktionale Zusammenhänge aus dem Alltag
<s>stellen einfache funktionale Zusammenhänge in einer Tabelle dar bzw. können diese lesen</s>
<s>stellen einfache funktionale Zusammenhänge in einem Koordinatensystem dar</s>
erkennen in geeigneten Graphen und Tabellen propädeutisch funktionale Zusammenhänge

</td>
<td>

verfügen über eine Grundvorstellung des funktionalen Zusammenhangs
können funktionale Zusammenhänge graphisch visualisieren und mit Diagrammen arbeiten
kennen die drei Darstellungsformen von Funktionen – Wertetabelle, Funktionsgraph, Funktionsgleichung – und verwenden diese analysierend und interpretierend
kennen Grundbegriffe von Funktionen und wenden diese an (Definitionsmenge, Funktionswert – im Unterschied zur Funktion selbst –, Graph; Wertzuweisung $f: x \rightarrow \langle \mathit{Term} \rangle$ und Funktionsgleichung $f(x) = \langle \mathit{Term} \rangle$)
verstehen die inhaltliche (bei Realitätsbezügen) und formale Bedeutung der Definitionsmenge
können den Zusammenhang zwischen Schnittpunktbestimmung zweier Graphen und Lösen einer zugehörigen Gleichung in Kontexten interpretieren und verwenden
stellen einen innerhalb eines Textes formulierten Zusammenhang zwischen zwei Größen geeignet als Funktion dar
verfügen bei linearen Funktionen über Grundvorstellungen der Begriffe Steigung und Achsenabschnitt, kennen in $f(x) = ax + b$ die Bedeutung von a und b und berechnen Schnittpunkte und Nullstellen
grenzen Linearität von Nichtlinearität ab
kennen verschiedene Möglichkeiten zum Bestimmen von Lösungen von Gleichungen (auch Probieren oder Herantasten gehören dazu!)

</td>
<td>

kennen wesentliche Eigenschaften der folgenden Funktionenklassen und wenden diese in Kontexten an:

lineare Funktionen
quadratische Funktionen
ganzrationale und einfache gebrochen rationale Funktionen
Hyperbelfunktionen; Potenzfunktionen
Wurzelfunktionen
trigonometrische Funktionen
Exponentialfunktionen

beschreiben Wirkungen von Parametern in funktionalen Zusammenhängen
<s>erkennen aus Graphen die Funktionsklasse und</s> bestimmen in einfachen Fällen aus Graphen die Funktionsgleichung
lösen quadratische Gleichungen (auch verwandte Gleichungstypen)
bestimmen aus Punkten eines Graphen mithilfe von Gleichungen den Funktionsterm
verwenden Logarithmen als Rechenwerkzeuge
geben Beispiele linearen Wachstums bzw. linearer Abnahme und exponentiellen Wachstums (z.B. Zinseszins) bzw. exponentieller Abnahme an
entscheiden bei in Texten formulierten Zusammenhängen zwischen zwei Größen, ob es sich z.B. um einen linearen oder einen exponentiellen Vorgang handelt
verwenden Funktionen mit ihren einfachen Verknüpfungen bei der Bearbeitung von innermathematischen und kontextbezogenen Problemstellungen
nutzen die Iterationsfähigkeit von Taschenrechnern
strukturieren die Funktionsklassen der ganzrationalen, der gebrochen rationalen, der trigonometrischen Funktionen und der Exponentialfunktionen über ihre jeweilige gemeinsame Charakterisierung

</td>
</tr>
</table>

Anforderungen Ende Klasse 6	zusätzliche **Anforderungen Ende Klasse 8**	zusätzliche **Anforderungen Ende Klasse 10**
Die Schülerinnen und Schüler		
		• bemerken, dass es inner- und außermathematische Fragestellungen gibt, für die nicht nur Funktionswerte sondern auch deren Änderung eine Bedeutung haben, die sie im geeigneten Sachkontext z.B. als Geschwindigkeit, Grenzsteuer, etc. erfahren • erkennen am Beispiel die Tangente als Grenzlage einer Folge geeigneter Sekanten • berechnen die Ableitung ganzrationaler Funktionen mithilfe von Summen- und Faktorregel • ~~9/10-7c: *ordnen den Konstruktionen von Kreis, Parabel und Hyperbel die bereits früher behandelten Gleichungen zu*~~ • ~~9/10-7c: *lösen geometrische Problemstellungen auch algebraisch und vergleichen beide Lösungsverfahren*~~

Die Idee der Wahrscheinlichkeit

Anforderungen **Ende Klasse 6**	zusätzliche **Anforderungen** **Ende Klasse 8**	zusätzliche **Anforderungen** **Ende Klasse 10**
Die Schülerinnen und Schüler		
• fertigen zu gegebenen oder selbst ermittelten Daten Diagramme (verschiedener Art) an, berechnen Mittelwert und Median, tragen diese in Diagramme ein, werten diese aus und interpretieren diese • kennen und unterscheiden die Begriffe 'Wahrscheinlichkeit' und 'relative Häufigkeit' ~~sowie~~ oder 'Erwartungswert' und 'Mittelwert' • schätzen Wahrscheinlichkeiten ~~und~~ oder Erwartungswerte aus Versuchsreihen und der Bestimmung von relativen Häufigkeiten bzw. mittleren Auszahlungen • ~~approximieren~~ • berechnen bei einfachen Zufallsexperimenten unter Verwendung von Symmetrien oder Schätzungen die Wahrscheinlichkeiten von Ereignissen mithilfe von Baumdiagrammen oder mit Zählverfahren oder berechnen einfache Erwartungswerte	• gehen sicher mit absoluten und relativen Häufigkeiten um • schätzen Wahrscheinlichkeiten und Erwartungswerte über statistische Simulationen und die Bestimmung von relativen Häufigkeiten bzw. mittleren Auszahlungen • berechnen unter Verwendung von Symmetrien oder Schätzungen Wahrscheinlichkeiten von Ereignissen bei auch mehrstufigen Zufallexperimenten mithilfe von Baumdiagrammen oder mit Zählverfahren, verfügen dazu über kombinatorische Grundkenntnisse und benutzen den Summen- und den Produktsatz der Wahrscheinlichkeitsrechnung. • ~~kennen ansatzweise den Unterschied zwischen Wahrscheinlichkeitsrechnung und schließender Statistik sowie zwischen einer Vollerhebung und einer Prognose~~	• erkennen in Baumdiagrammen 'bedingte' Wahrscheinlichkeiten • rechnen mit bedingten Wahrscheinlichkeiten und verwenden den Satz von Bayes • ~~verwenden die Begriffe „a-priori-“ und „a-posteriori-Wahrscheinlichkeit“ zur Modellierung von Lernprozessen und Entscheidungen aus statistischen Daten, benutzen dazu die Bayes-Regel~~ • ~~erkennen das spezifische Verhältnis von Mathematik und Realität, das „zufälligen“ Situationen innewohnt~~

Die Idee der Modellierung

Anforderungen Ende Klasse 6	zusätzliche **Anforderungen Ende Klasse 8**	zusätzliche **Anforderungen Ende Klasse 10**
	Die Schülerinnen und Schüler	
• planen Datenerhebungen und führen diese durch, ordnen Daten in Tabellen, stellen sie mit Diagrammen dar, deuten Daten und Diagramme in Hinblick auf die Realität • nutzen maßstabsgetreue Darstellungen, um Objekte aus der Umwelt darzustellen und Berechnungen an ihnen durchzuführen • beschreiben quantifizierbare Sachverhalte aus ihrer Erfahrungswelt mithilfe rationaler Zahlen und nutzen die Grundrechenarten, um aus diesen Darstellungen Lösungen für Probleme zu gewinnen	• beschreiben Zufallsexperimente und statistische Aussagen mithilfe geeigneter Modelle • beschreiben Beziehungen zwischen Größen mithilfe von Funktionen, stellen diese dar und deuten berechnete Schnittpunkte und Extrempunkte in Hinblick auf die Realität • beschreiben in der Umwelt vorkommende Formen mithilfe einfacher geometrischer Formen und nutzen dies zur Flächen- und Volumenbestimmung • stellen zu Textaufgaben lineare Gleichungen bzw. lineare Gleichungssysteme auf • erkennen, dass Funktionen ein Hilfsmittel sind, um realitätsbezogene Prozesse zu beschreiben, zu analysieren und zu lösen	• beschreiben Beziehungen zwischen Größen mithilfe von Funktionen und prüfen, in welchem Bereich die gefundene Funktion eine sinnvolle Beschreibung des realen Problems ist • modellieren den durch das Auswerten von Daten stattfindenden Lernprozess der beurteilenden Statistik mithilfe bedingter Wahrscheinlichkeiten und der Bayes-Regel • erkennen, dass es verschiedene Arten von Daten gibt und unterscheiden, ob es empirische oder aus einem funktionalen Zusammenhang gewonnene Daten sind, ob es deterministische oder zufällige Daten sind, ob es diskrete oder kontinuierliche Daten sind • beschreiben periodisches Verhalten und Wachstumsprozesse geeigneter Funktionen und deuten die Funktionen in Hinblick auf den Modellierungszusammenhang • unterscheiden auch an Hand realitätsbezogener Beispiele zwischen mittlerer und lokaler Änderungsrate (Durchschnittsgeschwindigkeit – Momentangeschwindigkeit, durchschnittlicher Steuersatz – Grenzsteuer, Stückkosten – Grenzkosten) • setzen Funktionen und gegebenenfalls deren Ableitungen im Modellierungsprozess (z.B. bei Extremwertaufgaben) sachgerecht ein • interpretieren Ableitungen bei Modellierung sachgerecht • ~~9/10-7a: *beschreiben einfache Probleme geeignet mit Graphen und begründen die Auswahl der Elemente des gewählten Graphen*~~ • ~~9/10-7a: *wählen bei der Problembeschreibung eine geeignete Darstellungsform (graphisch, Tabelle, Matrix) aus und können eine Darstellungsform in eine andere überführen*~~

Anforderungen Ende Klasse 6	zusätzliche **Anforderungen Ende Klasse 8**	zusätzliche **Anforderungen Ende Klasse 10**
	Die Schülerinnen und Schüler	
		• ~~9/10-7b: *vertiefen die Erkenntnis, dass die meisten Wachstumsprozesse nicht linear sondern exponentiell sind, und erkennen, dass komplexere Prozesse wie zum Beispiel das Bevölkerungswachstum nicht mit exponentiellem Wachstum allein erfasst werden können*~~ • ~~9/10-7b: *geben Modelle z.B. für das Bevölkerungswachstum an, bewerten diese und interpretieren die sich aus den Modellen ergebenden außermathematischen Aussagen*~~

Die Idee des Algorithmus

Anforderungen **Ende Klasse 6**	zusätzliche **Anforderungen** **Ende Klasse 8**	zusätzliche **Anforderungen** **Ende Klasse 10**
	Die Schülerinnen und Schüler	
• nutzen erste algorithmische Vorgehensweisen bei Zahlen (z.B. Pascal'sches Dreieck, Sieb des Eratosthenes) und gewinnen dabei eine Grundvorstellung algorithmischen Vorgehens • ~~verwenden einfache Algorithmen bei der Herstellung und Berechnung geometrischer Objekte~~	• bearbeiten durch sinnvolle Wahl von Algorithmen lineare Probleme und lineare Gleichungssysteme • ~~erklären die Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme~~ • ~~bestimmen die Lösungen linearer Gleichungen und Gleichungssysteme~~ • verstehen geometrische Konstruktionen als Algorithmen, bei denen die Handlungsabfolgen durch die Eingabeparameter (gegebene Größen) bestimmt sind • erkennen feststehende Handlungsabfolgen – z.B. das Lösen von Gleichungssystemen – als Algorithmus • erklären, was ein Algorithmus ist	• lösen durch sinnvolle Wahl von Algorithmen quadratische und verwandte Gleichungen • verwenden ihren Taschenrechner für iterative Berechnungen und können dabei die algorithmische Seite erklären • wenden (konvergierende) Algorithmen zur Erzeugung von reellen Zahlen an • verstehen geometrische Berechnungen als Algorithmen, bei denen die Handlungsabfolgen durch die Eingabeparameter (gegebene Größen) bestimmt sind • ~~beherrschen Algorithmen für die Behandlung von periodischen und Wachstumsprozessen~~ • bestimmen Nullstellen einfacher Funktionen und lernen mindestens ein einfaches numerisches Verfahren zur Bestimmung von Nullstellen kennen • lösen einfache Gleichungen und Gleichungssysteme • ~~9/10-7a: *ermitteln für einfache Netzpläne einen längsten Weg*~~ • ~~9/10-7a: *entdecken, dass die Suche eines kürzesten Weges nicht sinnvoll über die Berechnung aller möglichen Wege führt, da ihre Anzahl schnell unermesslich groß wird*~~ • ~~9/10-7a: *entwickeln Lösungsstrategien bei der Ermittlung eines kürzesten Weges für einfache Problemstellungen, ermitteln einen kürzesten Weg oder eine Näherung und entdecken, dass es auch noch weitere Lösungen geben kann*~~ • ~~9/10-7b: *beschreiben die Idee eines Iterationsverfahrens und berechnen bei einfachen Iterationsverfahren Folgenelemente*~~ • ~~9/10-7b: *entdecken experimentell durch Parametervariation, dass Iterationen im Langzeitverhalten zu verschiedenen Ergebnissen führen können*~~ • ~~9/10-7b: *benutzen für komplexere Berechnungen entsprechende Software (Tabellenkalkulation, Software für dynamische Systeme)*~~

4.2 Beurteilungskriterien

Lernen, Leisten, Prüfen

Aneignungsphasen müssen deutlich von Phasen der Leistungsüberprüfung abgegrenzt werden. Während für gelingende Lernprozesse ein produktiver Umgang mit eigenen Fehlern charakteristisch ist, haben Leistungsüberprüfungen die Funktion, einem anerkannten Gütemaßstab zu genügen, wobei Fehler nach Möglichkeit zu vermeiden sind. Leistungsüberprüfungen haben für den Lernprozess steuernde Wirkung, da sie Art und Umfang des erwarteten Wissens und die gültigen Gütemaßstäbe verdeutlichen.

Leistungsbeurteilung

Leistungsbeurteilung ist eine pädagogische Aufgabe. Sie gibt Aufschluss über Lernerfolge und Lerndefizite und fördert die Fähigkeit der Schülerinnen und Schüler zur Selbsteinschätzung. Zugleich zielt sie darauf, die Fähigkeit der Schülerinnen und Schüler zu fördern ihren eigenen Lernprozess zu beobachten, bewusst wahrzunehmen und zu bewerten (Selbstreflexion).

Die **Schülerinnen und Schüler** erhalten die Möglichkeit, ihre eigenen Leistungen und ihre Lernfortschritte vor dem Hintergrund der im Unterricht angestrebten Ziele einzuschätzen. Eine Analyse der Fehler durch die Lehrkräfte als diagnostische Aufgabe der Leistungsbeurteilung hilft ihnen, ihre Lerndefizite aufzuarbeiten.

Die **Lehrerinnen und Lehrer** erhalten wichtige Hinweise über die Effektivität ihres Unterrichts, die es ihnen ermöglichen, den nachfolgenden Mathematikunterricht differenziert vorzubereiten und zu gestalten, um alle Schülerinnen und Schüler individuell zu fördern und zu fordern.

Die **Eltern** erhalten Informationen über den Leistungsstand und die Lernentwicklung ihrer Kinder, die auch für die Beratung zur weiteren Schullaufbahn hilfreich sind.

Transparenz der Leistungsbeurteilung

Die **Fachkonferenz Mathematik** legt die Kriterien für die Leistungsbeurteilung fest. Die Lehrerinnen und Lehrer machen die Kriterien ihrer Leistungsbeurteilung gegenüber Schülerinnen und Schüler transparent.

Beurteilungskriterien

Die **Beurteilungskriterien** orientieren sich an den Zielen, Grundsätzen, Inhalten und Anforderungen des Mathematikunterrichts. Dabei ist zwischen der Beurteilung von Lernprozessen und Lernergebnissen zu unterscheiden.

Zu den zentralen Kriterien der Beurteilung von Lernprozessen gehören:

- die individuellen Lernfortschritte,
- Gesprächsimpulse, die Schülerinnen und Schüler zur Lösung eines Problems beitragen; dazu gehören alle – auch „fehlerhafte“ oder „falsche“ – Beiträge, die Stationen auf dem Weg zur Lösung sind,
- das selbstständige Finden von Lern- und Lösungswegen (z.B. das Gliedern in Teilprobleme, das sinnvolle Ordnen von Daten, das Erstellen von klärenden Zeichnungen),
- das Entwickeln, Begründen und Reflektieren von eigenen Lösungswegen und -ideen,
- das Entdecken und Erkennen von Strukturen und Zusammenhängen zwischen Wissenselementen,
- der produktive Umgang mit Fehlern,
- das Eingehen auf Fragen und Überlegungen von Mitschülerinnen und Mitschülern,
- der Umgang mit Medien und Arbeitsmitteln.

Kriterien für die Beurteilung von Lernergebnissen sind

- die Angemessenheit von Lösungsansatz und -methode; dabei sind auch Teillösungen sowie die Auswahl und Darstellung geeigneter Lösungsstrategien angemessen zu berücksichtigen,
- der sichere Umgang mit mathematischen Begriffen und Verfahren,
- die Genauigkeit,

- die Folgerichtigkeit der Ausführung,
- Plausibilitätskontrollen,
- die übersichtliche und verständliche Darstellung einschließlich der ästhetischen Gestaltung.

Die Beurteilungskriterien sind auf den Entwicklungsstand der Schülerinnen und Schüler entsprechend der jeweiligen Jahrgangsstufe abzustimmen. Dabei erhält die Eigenständigkeit der Schülerinnen und Schüler mit höherer Jahrgangsstufe ein zunehmend höheres Gewicht.

Bereiche der Leistungsbeurteilung

Vielfältige Unterrichtsformen führen zu vielfältigen Möglichkeiten der Leistungsbeurteilung. Bereiche der Leistungsbeurteilung sind:

- Mitarbeit und Arbeitsverhalten (Selbstständigkeit, Kooperation bei Partner- und Gruppenarbeit, Mitgestaltung des Unterrichts),
- mündliche Beiträge nach Absprache (z.B. zusammenfassende Wiederholungen, Kurzreferate, Vortrag von selbst erarbeiteten Lösungen, Präsentationen von Projektvorhaben und -ergebnissen, mündliche Überprüfungen); dabei sind Lernprozess und Leistungsüberprüfung sorgfältig zu trennen,
- praktische Arbeiten (Herstellen von Modellen und Produkten, Anfertigen von Zeichnungen und Plakaten, mathematische Reisetagebücher, Themenhefte, Projektarbeiten, Durchführung von selbstständigen Untersuchungen und Befragungen),
- schriftliche Arbeiten (Klassenarbeiten, andere schriftliche Arbeiten, schriftliche Übungen, Protokolle, Heftführung, Arbeitsmappen).

Klassenarbeiten und andere schriftliche Arbeiten sind variationsreich zu gestalten; die Aufgaben- und Problemstellungen sind so zu differenzieren, dass nicht nur Kenntnisse überprüft werden.

Differenzierende Klassenarbeiten können beispielsweise

- Aufgaben zur Auswahl stellen, die sich auf unterschiedliche mathematische Verfahren beziehen, mit denen das gleiche Problem, die gleiche Aufgabenstellung oder der gleiche Sachverhalt bearbeitet und gelöst wird,
- zu einem mathematischen Sachverhalt Aufgaben mit verschiedenen Schwierigkeitsgraden enthalten,
- Zusatzaufgaben zum Verallgemeinern, zum Weiterdenken oder zum Knobeln enthalten,
- Aufgaben enthalten, die mathematische Sachverhalte versprachlichen oder erklären,
- Begründungen fordern, warum Lösungswege nicht erfolgreich sein können oder warum bestimmte Schlussfolgerungen falsch sein müssen,
- Aufgaben offen stellen, für die die Schülerinnen und Schüler Fragestellungen entwickeln und – wenn möglich – unterschiedliche Lösungswege bearbeiten.

Zur Unterstützung einer schülerorientierten Fortführung des Lernprozesses geben die Lehrerinnen und Lehrer eine zeitnahe und kommentierende Rückmeldung zu schriftlichen Arbeiten.

Der Mathematikunterricht bietet den Schülerinnen und Schülern genügend Raum und Zeit, in den genannten Bereichen Leistungen zu erbringen. Die Gewichtung der einzelnen Bereiche erfolgt in einem ausgewogenen Verhältnis, wobei die individuellen Lernvoraussetzungen der Schülerinnen und Schüler zu beachten sind.

Die Lehrerinnen und Lehrer geben den Schülerinnen und Schülern kontinuierlich Rückmeldungen über ihre individuellen Lernfortschritte, über ihre Leistungsstärken und Leistungsschwächen und bieten ihnen Lernhilfen an.