

# Rahmenplan Mathematik

## BILDUNGSPLAN NEUNSTUFIGES GYMNASIUM SEKUNDARSTUFE I



Freie und Hansestadt Hamburg  
Behörde für Bildung und Sport

Dieser Rahmenplan ist Teil des Bildungsplans der Sekundarstufe I für das neunstufige Gymnasium.

Die Behörde für Bildung und Sport hat mit Beschluss der Deputation vom 16.4.2003 die Erprobung des Bildungsplans beschlossen. Der Bildungsplan ist ab 1.8.2003 verbindliche Grundlage für den Unterricht und die Erziehung in der Sekundarstufe I.

Der Bildungsplan besteht aus dem „Bildungs- und Erziehungsauftrag“ für das neunstufige Gymnasium, den Rahmenplänen der Fächer und dem Rahmenplan für die Aufgabengebiete (§ 5 Absatz 3 HmbSG).

## Impressum

### **Herausgeber:**

Freie und Hansestadt Hamburg  
Behörde für Bildung und Sport  
Amt für Bildung - B 22 -  
Hamburger Straße 31, 22083 Hamburg  
Alle Rechte vorbehalten

**Referatsleitung** Mathematisch-naturwissenschaftlich-technischer Unterricht und  
**Fachreferent Mathematik:** Werner Renz

### **Gesamtredaktion:**

Andreas Busse  
Willi Heinsohn  
Dr. Klaus Henning  
Thea Hufschmidt  
Gitta John  
Gerd Küster  
Dr. Wolfgang Löding  
Gerd Muhra  
Renate Otter  
Annelies Paulitsch  
Karsten Patzer  
Sabine Segelken  
Peter Stender  
Hayo Zimmermann

**Internet:** [www.bildungsplaene.bbs.hamburg.de](http://www.bildungsplaene.bbs.hamburg.de)

**Hamburg 2003**

# Inhaltsverzeichnis

1	Ziele des Mathematikunterrichts.....	5
2	Grundsätze des Mathematikunterrichts.....	7
3	Inhalte.....	11
	Übersicht über die Themenbereiche.....	13
	Themenbereiche 5/6.....	14
	Themenbereiche 7/8.....	20
	Themenbereiche 9/10.....	27
4	Anforderungen und Beurteilungskriterien.....	35
	4.1 Anforderungen.....	35
	4.2 Beurteilungskriterien.....	47



# 1 Ziele des Mathematikunterrichts

Der Mathematikunterricht entwickelt ein Verständnis für die Rolle der Mathematik in der sozialen, kulturellen und technischen Welt. Er entfaltet die Fähigkeit der Schülerinnen und Schüler, Sachverhalte unter mathematischen Gesichtspunkten zu beschreiben sowie die Mathematik aktiv zu nutzen, um Anforderungen des gegenwärtigen und zukünftigen Lebens zu bewältigen.

Der Unterricht trägt dem Doppelcharakter der Mathematik Rechnung. Sie ist einerseits wesentlicher Bestandteil des in der Menschheitsgeschichte angesammelten Wissens und andererseits eine Methode, Probleme zu strukturieren und zu lösen und diese Lösungen zu verallgemeinern. Mathematik ist also Werkzeug und Tätigkeit zugleich. In einem ständig aufeinander bezogenen Wechsel von Anwenden und Entwickeln gelangen die Schülerinnen und Schüler durch die Beschäftigung mit Mathematik zu einem vertieften Weltverständnis. Dies erfordert gleichermaßen Wissen und Kompetenz.

Der Unterricht erschließt die Mathematik als zentralen Bestandteil unserer Kultur. Er zeigt auf, dass mathematisches Handeln einerseits der Absicht entstammt, die Teile der Welt quantitativ und qualitativ durch Vergleichen, Ordnen, Zählen, Rechnen, Messen, Beschreiben von Formen und Zeichnen zu erfassen, andererseits aber auch immer dem Streben nach zweckfreiem Erkunden von Zusammenhängen, nach Erkennen von Strukturen, nach Abstraktion und Verallgemeinerung, nach Geschlossenheit und Schönheit der Darstellung erwächst.

Der Unterricht erschließt die Reichhaltigkeit der Mathematik, die viele unterschiedliche Möglichkeiten, Aspekte und Perspektiven der geistigen Entfaltung beinhaltet. Er schafft vielfältige Anlässe, Brücken zu schlagen zwischen fachlichen Konzepten und lebensweltlichen Vorstellungen, zwischen mathematischem Denken und Alltagsdenken, zwischen praktischem Tun und Reflexion, in die die Vermittlung grundlegender Kenntnisse, Fähigkeiten und Fertigkeiten eingebettet wird.

Im Mathematikunterricht lernen Schülerinnen und Schüler Möglichkeiten und Grenzen einer mathematischen Weltansicht kennen:

- Mathematik wird als eine in vielen Bereichen anwendbare Wissenschaft erfahren.
- Mathematik hat eine Schlüsselfunktion in den hoch technisierten Industriegesellschaften und zugehörigen Wirtschaftssystemen.
- Die alltägliche Lebenspraxis verlangt in vielfältigen Handlungssituationen die Anwendung mathematischen Wissens und Könnens.

Der Mathematikunterricht rückt diese oft verdeckten Zusammenhänge ins Bewusstsein der Schülerinnen und Schüler und bereichert ihr individuelles Weltbild um eine mathematische Weltansicht.

Der Mathematikunterricht bezieht die Geschichte der Mathematik ein und zeigt damit auf, wie auch Mathematik sich theoretisch, vor allem aber bei der Lösung von „Alltagsproblemen“ weiterentwickelt hat.

Im Mathematikunterricht entdecken und erfahren die Schülerinnen und Schüler das Regelhafte, Gesetzmäßige, Formelhafte, das allgemeine Muster einer außer- oder innermathematischen Situation. Sie erkennen, wie die Mathematik die Wirklichkeit in Begriffssystemen, Theorien und Algorithmen erfasst. Sie erfahren, wie solche Begriffssysteme in Form einer Sprache formaler Symbole vielfältige außermathematische Zusammenhänge effektiv beschreiben und zur Klärung komplexer Zusammenhänge verwendet werden. Die Schülerinnen und Schüler lernen diese formale Sprache, wie jede andere Sprache auch, in Sinnzusammenhängen. Der Mathematikunterricht unterstützt Schülerinnen und Schüler darin, den Abstraktionsprozess nachzuvollziehen, der zu dieser formalen Sprache geführt hat.

Der Mathematikunterricht zeigt die Kraft formalisierter Abstraktion und Verallgemeinerung auf und lässt damit Schülerinnen und Schüler Mathematik als „Denkverstärker“ erfahren. Die Ergebnisse solcher Abstraktionen und Verallgemeinerungen sind wiederum selbst Gegenstand von Untersuchungen im Unterricht, auch ohne dass ein Bezug zur Realität hergestellt wird.

## Vorbemerkung

## Mathematik in unserer Welt

## Mathematik als Begriffssystem

**Grundlegende Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten**

Der Mathematikunterricht zielt auf den Erwerb grundlegender mathematischer Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten. Dazu werden Grundvorstellungen entwickelt, auf denen sich komplexe Vorstellungen aufbauen lassen. Die Schülerinnen und Schüler gewinnen Einsicht in die vielfältigen und komplexen Zusammenhänge und Beziehungen, die den Inhalten innewohnen. Sie erwerben ein flexibel organisiertes und vernetztes mathematisches Grundwissen und Grundverständnis, das tragfähige Grundlage für das Weiterlernen im Anschluss an die Sekundarstufe I ist.

**Problemlösen**

Im Mathematikunterricht erhalten die Schülerinnen und Schüler Zeit und Gelegenheit, Erkenntnisse auf dem Wege eines fragenden, konstruierenden und analysierenden Vorgehens zu gewinnen. Die Schülerinnen und Schüler werden befähigt, mathematische Probleme selbstständig und zielgerichtet zu bearbeiten. Problemlösen setzt einen beweglichen Umgang mit den jeweils verfügbaren Begriffen, Fertigkeiten und Kenntnissen voraus. Einfache und grundlegende Denkstrategien werden entwickelt, bewusst gemacht und eingeübt.

Der Mathematikunterricht ermutigt Schülerinnen und Schüler, neue Erkenntnisse selbstständig zu gewinnen. Sie erlangen Vertrauen in ihre Denkfähigkeit und gewinnen dabei eine positive Einstellung zur Mathematik.

Im Mathematikunterricht erfahren Schülerinnen und Schüler aber auch, dass Anstrengungsbereitschaft und Durchhaltevermögen erforderlich sind, um dieses Ziel zu erreichen.

**Realitätsbezug und Modellierung**

Der Mathematikunterricht bietet Schülerinnen und Schülern vielfältige Gelegenheiten, in überschaubaren offenen Situationen Modellierungsprozesse zu durchlaufen. Vom realen Problem ausgehend, führt der Weg über Annahmen von Beschreibungsgrößen, Einflussfaktoren und deren Zusammenhang zum Strukturmodell, von diesem durch Mathematisierung zu einem mathematischen Modell und schließlich zu einer mathematischen Problemlösung, die im Hinblick auf das reale Problem interpretiert und kritisch überprüft werden muss.

Im Mathematikunterricht erfahren Schülerinnen und Schüler, dass mathematisch korrekte Beschreibungen und Lösungen unter Umständen sehr begrenzten Wert haben und sowohl Problemstellungen als auch Annahmen über Beschreibungsgrößen, Einflussfaktoren oder die Struktur der Zusammenhänge fragwürdig sein können. Dabei entwickeln Schülerinnen und Schüler eine kritische Haltung gegenüber der Verwertung solcher Ergebnisse als gesicherte Erkenntnisse insbesondere in gesellschaftspolitischen Kontexten.

**Lebensvorbereitung und Orientierungswissen**

Im Mathematikunterricht bereiten sich die Schülerinnen und Schüler auf mathematische Anforderungen des privaten, gesellschaftlichen und beruflichen Lebens vor. Der Mathematikunterricht fördert und stärkt die Orientierungsfähigkeit der Schülerinnen und Schüler in unserer technisierten Welt und ermöglicht ihnen den Aufbau von Orientierungswissen. Er trägt dazu bei, dass sie ihre eigene gegenwärtige und zukünftige Lebenswelt besser verstehen und mitgestalten können. Der Mathematikunterricht leistet damit einen Beitrag zur Berufsorientierung im engeren und zur Welterschließung im weiteren Sinne.

**Einsatz des Computers**

Im Mathematikunterricht erfahren die Schülerinnen und Schüler, dass durch den Einsatz des Computers der Weiterentwicklung und Anwendung von Mathematik neue Möglichkeiten eröffnet werden und neue Sichtweisen auf Gebiete der Mathematik entstanden sind. Damit ergeben sich erweiterte Möglichkeiten der Erkenntnisgewinnung. Darüber hinaus erfahren Schülerinnen und Schüler einen experimentellen Zugang zur Mathematik.

**Selbstorganisation des Lernens**

Der Mathematikunterricht leitet Schülerinnen und Schüler zum selbstständigen und kooperativen Lernen in Gruppen an. Er gibt ihnen die Möglichkeit, neue mathematische Inhalte, Zusammenhänge und Erkenntnisse selbsttätig zu erschließen und eigene Lern- und Lösungsstrategien zu entwickeln.

Der Mathematikunterricht bietet Raum für subjektive Sichtweisen der einzelnen Schülerinnen und Schüler und für eine Individualisierung des Lernens. Er befähigt Schülerinnen und Schüler, ihren Lernprozess zunehmend selbst zu regulieren und zu organisieren.

Der Mathematikunterricht ermöglicht über die stetige Entwicklung kognitiver Fähigkeiten hinaus auch soziale und emotionale Erfahrungen und fördert die Kooperationsfähigkeit der Schülerinnen und Schüler. Er unterstützt und fördert den Prozess der Verständigung der Schülerinnen und Schüler untereinander und entwickelt damit die Fähigkeit der Schülerinnen und Schüler zu argumentieren, zu begründen und zu beweisen.

Der Mathematikunterricht leistet einen Beitrag zum interkulturellen Lernen, indem die Schülerinnen und Schüler beispielhaft den bedeutenden Einfluss anderer Kulturen auf mathematische Denkweisen und Methoden sowie kulturspezifisch geprägte Systeme, aus denen mathematische Erkenntnisse entwickelt wurden, kennen lernen.

**Förderung von Kooperation und Verständigung**

**Beitrag zum interkulturellen Lernen**

## 2 Grundsätze des Mathematikunterrichts

Schülerinnen und Schüler lernen Mathematik durch aktive Aneignungsprozesse, in denen sie „Mathematik betreiben“ und neue Erkenntnisse zu vorhandenen Vorstellungen in Beziehung setzen. Dabei sind Intuition, Fantasie und schöpferisches Denken wesentliche Bestandteile. Ein so verstandener Mathematikunterricht erfordert eine **Lern- und Unterrichtskultur**,

- in der Raum ist für subjektive Sichtweisen der Schülerinnen und Schüler,
- die eine Verständigung über die konstruktive Auseinandersetzung mit Fehlern, Umwegen und alternativen Deutungen fördert,
- die einen spielerischen und kreativen Umgang mit Mathematik zulässt,
- die Schülerinnen und Schüler zu strukturellem Denken anregt.

Verständnisorientiertes Lernen im Mathematikunterricht wird durch zwei wesentliche Aspekte unterstützt:

Einerseits orientiert sich der Unterricht an *zentralen Ideen*, die auf vielfältige Weise vernetzt werden. Dazu gehören:

- die Idee der Zahl
- die Idee des Messens
- die Idee des räumlichen Strukturierens
- die Idee des funktionalen Zusammenhangs
- die Idee der Wahrscheinlichkeit
- die Idee des mathematischen Modellierens
- die Idee des Algorithmus

Andererseits basiert der Unterricht bevorzugt auf offenen und komplexen Lernsituationen, die die Schülerinnen und Schüler in allen Altersstufen angemessen fördern und fordern. Lernsituationen knüpfen an die Erfahrungswelt der Schülerinnen und Schüler innerhalb und außerhalb der Mathematik an. Ausgehend von Problemen wird an diesen die mathematische Theorie entwickelt, die zur Lösung der Probleme beiträgt. Die Probleme beziehen sich in der Regel auf reale Fragestellungen, können aber auch innermathematischer Art sein.

In Lernsituationen wird forschend-entdeckendes Herangehen auf Seiten der Schülerinnen und Schüler gefordert und gefördert. Die Auswahl der mathematischen Inhalte orientiert sich primär an den Erfordernissen des Ausgangsproblems und erst in zweiter Linie an der mathematischen Fachsystematik. In Lernsituationen werden mathematische Inhalte auch quer zur Fachsystematik vernetzt.

**Orientierung an zentralen Ideen und Vernetzung**

**Lernsituationen**

Das Erarbeiten und Untersuchen von Fragestellungen, das Mathematisieren von Sachverhalten, das Erarbeiten und Entwickeln neuer mathematischer Fähigkeiten und Begriffe, das Lösen mathematischer Probleme, das kritische Betrachten von Ergebnissen im Hinblick auf die Fragestellung sowie Systematisierungs- und Übungsphasen sind wichtige Merkmale von Lernsituationen.

Als Gegenstand von Lernsituationen sind geeignet

- reale Probleme,
- innermathematische Fragestellungen,
- Arbeitsweisen (z. B. Computeranwendung, Erstellen eines Albums),
- die Systematisierung von Sachverhalten aus der Lebenswelt,

wenn dabei an Vorwissen und Vorerfahrungen der Schülerinnen und Schüler angeknüpft wird und sie die erforderlichen mathematischen Inhalte durchdringen können. Auf diese Weise werden bereits vorhandene und neu erworbene mathematische Fähigkeiten angewendet, strukturiert und reflektiert.

Der Mathematikunterricht greift die mathematischen Tätigkeiten und zentralen Ideen in verschiedenen Lernsituationen immer wieder auf und macht sie explizit. Er fördert damit die Entwicklung eines vielfältig vernetzten mathematischen Wissens der Schülerinnen und Schüler.

**Selbsttätig entdeckendes Lernen**

Lernsituationen werden so gestaltet, dass den Schülerinnen und Schülern in allen Phasen des Lernprozesses ausreichend Gelegenheit zum selbsttätigen, entdeckenden Lernen gegeben wird. Treten Schwierigkeiten auf, werden die Lernenden darin unterstützt, durch eigene Initiative zur Problemlösung zu gelangen. Verständiges Durchdringen von Verfahren ist die Grundlage für deren automatische Ausführung.

**Kumulatives Lernen**

Im Mathematikunterricht werden neue Erkenntnisse in vielfältiger Weise mit dem Vorwissen der Schülerinnen und Schüler in Beziehung gesetzt. Die wesentlichen Ideen, Inhalte und Methoden werden immer wieder aufgegriffen, bekannte mathematische Gegenstände in neuer Perspektive betrachtet. Auf diese Weise entsteht ein spiralartiger und kumulativer Aufbau des Wissens auf höheren Abstraktionsstufen. In diesem aktiven Konstruktionsprozess erfahren die Schülerinnen und Schüler, wie sie einen kontinuierlichen Zuwachs an Kenntnissen, Fertigkeiten und Fähigkeiten erwerben.

**Orientierung an Handlungsmöglichkeiten**

Der Mathematikunterricht ermöglicht den Schülerinnen und Schülern einen handelnden Umgang mit mathematischen Gegenständen. Sie werden darin bestärkt, selbst Fragen zu stellen und eigene Bearbeitungsmöglichkeiten und Bearbeitungswege zu entdecken. Dabei können unterschiedlichste Handlungsprodukte entstehen, bei deren Betrachtung der eigene Lernprozess reflektiert wird.

**Unterschiedliche Darstellungsebenen**

Die Schülerinnen und Schüler erhalten die Möglichkeit, neue mathematische Erkenntnisse auf unterschiedlichen Darstellungsebenen zu gewinnen, u.a. durch konkretes Handeln, durch grafische Bearbeitung oder auf der symbolischen Ebene. Im Mathematikunterricht werden vielfältige Übergänge zwischen den Darstellungsebenen berücksichtigt. Treten bei der Bearbeitung eines Problems Schwierigkeiten auf, so werden die Schülerinnen und Schüler ermutigt, es auf einer anderen Ebene zu bearbeiten und dort zu lösen.

**Differenzierung**

Mathematikunterricht in Lernsituationen bietet vielfältige Möglichkeiten zur Differenzierung. Sie beugen Lernschwierigkeiten vor und fördern individuelle Fähigkeiten. Differenzierung im Mathematikunterricht setzt eine flexible Unterrichtsgestaltung voraus.

Offene Aufgabenstellungen, die unterschiedliche Lösungswege und Lösungsstrategien auf unterschiedlichen Niveaus zulassen, ermöglichen eine Individualisierung des Mathematiklernens, so dass Schülerinnen und Schüler ihren Erkenntnisprozess zunehmend selbst regulieren können. Auf natürliche Weise ergibt sich damit eine Differenzierung, die vom Lernenden und von der Sache ausgeht und auch leistungsstarken Schülerinnen und Schülern neue Herausforderungen bietet.

Der Mathematikunterricht fördert das Verständnis von Texten und das Verstehen von schriftlichen Aufgabenstellungen. Dazu bedarf es einer fachbezogenen Thematisierung dieser sprachlichen Inhalte im Unterricht und einer wiederholt geübten Beschäftigung.

## Lesekompetenz

Für das Textverständnis bedeutet dies die Arbeit an einer präzisen Entnahme von Informationen aus Texten, an der Klärung solcher Formulierungen, die in Texten Zusammenhänge herstellen, und an den in Texten erkennbaren Argumentationsstrukturen.

Verbalisierung fördert die Verarbeitung und ein tieferes Verständnis von mathematischen Sachverhalten. Die präzise sprachliche Darstellung hat für den mathematischen Lernprozess grundlegende Bedeutung. Dabei ist die Unterrichtssprache von der **Fachsprache** zu unterscheiden, in die eingeführt werden muss. Der Einsatz der Fachsprache folgt der Unterrichtssprache.

## Verständigung und Kommunikation

Die **schriftliche Dokumentation** von Gedankengängen zum Unterrichtsgegenstand unterstützt und fördert die Reflexion der eigenen Denkprozesse und macht sie für das weitere Lernen verfügbar. Dies setzt voraus, dass die Darstellungsweise altersgemäß erarbeitet und kontinuierlich weiterentwickelt wird.

Sozialformen wie Partner- und Gruppenarbeit unterstützen und fördern die Kommunikations- und Kooperationsfähigkeit der Schülerinnen und Schüler untereinander. Sie eröffnen weitere Möglichkeiten auf dem Weg zu mathematischem Verstehen.

Gelenkte Unterrichtsphasen dienen vorrangig dem Ziel, Ergebnisse zu sichern und zu bewerten. Dabei wird der gesamten Lerngruppe der erreichte Erkenntnisstand dargestellt und ein Ausblick für die weitere Arbeit gegeben.

Der Mathematikunterricht führt behutsam in den Gebrauch von Begriffen und Begriffssystemen ein. Die Schülerinnen und Schüler erhalten Gelegenheit, tragfähige Grundvorstellungen von mathematischen Begriffen zu entwickeln, die einen verständigen Umgang mit ihnen ermöglichen. Ein solches Vorgehen knüpft an die subjektiven Vorerfahrungen der Schülerinnen und Schüler an. Sie erleben, dass Begriffe durch Abstraktionen entstehen. Die formale Definition wird in der Regel erst am Ende eines Lernprozesses stehen, wenn die Leistungsfähigkeit des Begriffs bereits deutlich geworden ist.

## Bildung von Grundvorstellungen mathematischer Begriffe

Die Verständigung über die Angemessenheit einer Vorgehensweise erfolgt im Unterricht über Argumentieren und Begründen. Mathematikunterricht ist insoweit immer auch Sprachförderung. Die Schülerinnen und Schüler werden dazu angehalten, ihre eigenen Aussagen zu begründen, die Argumente anderer aufzunehmen und zu prüfen und sprachlich korrekt und angemessen dazu Stellung zu nehmen. Sie lernen die Bedeutung des Argumentierens kennen und erfahren, welche Schlussweisen zulässig sind.

## Argumentieren, Begründen und Beweisen

Beweise sind eine für die Mathematik typische Form von Begründungen. Sie werden zunächst umgangssprachlich gefasst und allmählich präzisiert. Beweise in Form einer Abfolge formaler Schritte, die Einwänden standhält, stehen am Ende der Entwicklung einer Beweiskultur.

Fehlendes Wissen, insbesondere Lücken im Bereich des Basiswissens, erschwert jedes weitere Lernen. Ein gut organisiertes, vernetztes Basiswissen ist eine wichtige Voraussetzung für nachfolgendes Lernen. Deshalb ist das Üben ein wichtiger Bestandteil des Mathematikunterrichts. Ihm kommt die Aufgabe zu, Einsichten zu vertiefen, geistige Beweglichkeit zu fördern und Sachwissen zu erweitern. Üben schafft Sicherheit im Umgang mit mathematischen Techniken, Algorithmen und Begriffen. Der Mathematikunterricht stellt ein vielfältiges Angebot von verschiedenartigen Übungsformen und Aufgabenstellungen bereit, die auch immer wieder mathematische Entdeckungen erlauben und von den Schülerinnen und Schülern gedankliche Auseinandersetzungen mit dem Übungsgegenstand erfordern (produktives Üben). Hierzu eignen sich vor allem spielerische Übungsformen. Kopfrechnen, Schätzen, Runden und Überschlagsrechnungen zählen zu den regelmäßigen Bestandteilen des Mathematikunterrichts.

## Üben als Teil des Lernprozesses

Von hoher Bedeutung ist die zeitliche Organisation der Übung. Dosierte Üben über einen längeren Zeitraum gewährt den Übungserfolg eher als das Üben in kompakten Sequenzen.

### **Umgang mit Fehlern**

Der Mathematikunterricht fördert die Bereitschaft der Schülerinnen und Schüler, beim Denken eigene Wege zu gehen. Im Aufeinandertreffen von Schülervorstellungen und Fachkonzepten vollzieht sich individuelles Lernen auch als Prozess des Fehlermachens und der Fehlerkorrektur. Mathematische Alltagsvorstellungen von Schülerinnen und Schülern, denen eine gemeinsame „Fehlerlogik“ zu Grunde liegt, sind für eine produktive Nutzung im Unterricht besonders geeignet. Verständnisfehler dokumentieren nicht nur Etappen im Lernprozess; sie sind auch Lerngelegenheiten für alle Schülerinnen und Schüler, die genutzt werden müssen.

**Fehler sind produktive Bestandteile des Lernens**, zumal auch das Erkennen von Fehlern eine wichtige Stufe im Lernprozess darstellt. Aus Fehlern zu lernen setzt voraus, dass Fehler im Mathematikunterricht ausdrücklich erlaubt sind und dass den Schülerinnen und Schülern Gelegenheit zum Nachdenken über die Genese von Fehlern gegeben wird, damit sie ihre Vorstellungen korrigieren und neu ordnen können.

### **Medien und Arbeitsmittel**

Der Mathematikunterricht nutzt über das Lernbuch hinaus weitere Informationsquellen und Hilfsmittel. Schülerinnen und Schüler arbeiten mit Formelsammlungen, setzen geeignete Lernsoftware ein und nutzen neue Informationstechnologien.

Der Umgang mit Taschenrechner und Computer wird zu einem selbstverständlichen Bestandteil des Mathematikunterrichts. Schülerinnen und Schüler lernen die Bedienung der Geräte und erwerben darüber hinaus die Fähigkeit zu entscheiden, in welcher Situation der Einsatz des Taschenrechners oder des Computers sinnvoll ist.

Der **Taschenrechner** ist ein unentbehrliches Hilfs- und Arbeitsmittel bei zeitaufwändigen numerischen Operationen und ein wichtiges Werkzeug zum Entdecken mathematischer Gesetzmäßigkeiten. Er kann deshalb schon ab Klasse 5 sinnvoll eingesetzt werden. Das setzt voraus, dass Rechenfertigkeiten wie das Schätzen von Ergebnissen, das Runden und das Überschlagsrechnen in besonderem Maße geübt werden.

Der **Computer** und der Einsatz von Standardsoftware wie Tabellenkalkulation und dynamischen Geometrieprogrammen dienen insbesondere der Bearbeitung aufwändiger Algorithmen, der Darstellung von Funktionen sowie der Darstellung geometrischer Figuren und ihrer Zusammenhänge.

### **Fächerübergreifendes Arbeiten und Aufgabengebiete**

Der Mathematikunterricht nutzt die vielfältigen Gelegenheiten zum fächerübergreifenden Arbeiten und Lernen. Ausgehend von Lernsituationen wird die mathematische Betrachtungsweise zu einer ganzheitlichen Perspektive erweitert. Die mathematischen Inhalte und die Inhalte anderer Fächer und der Aufgabengebiete werden in ihren unterschiedlichen Bezügen miteinander vernetzt. Dabei setzt fächerübergreifendes Arbeiten eine Vertrautheit mit der fachlichen Perspektive voraus.

### 3 Inhalte

Die Auswahl der Inhalte des Mathematikunterrichts orientiert sich an den mathematischen Tätigkeiten, die zum Erwerb grundlegender mathematischer Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten führen:

- mathematische Modellierung von Sachverhalten
- Herstellen von Realitätsbezügen
- selbstständige Auswahl der für die Lösung eines Problems benötigten mathematischen Größen und Begriffe
- Deutung von mathematischen Beschreibungen im Hinblick auf konkrete Situationen
- Beurteilen der Bedeutung mathematischer Modelle für die Lebenswelt
- Bewertung eines mathematischen Ergebnisses hinsichtlich eines konkreten Sachverhalts
- Entwicklung und Einsatz grundlegender Denk- und Problemlösestrategien
- Entdecken und Entwickeln mathematischer Strukturen
- Aufdecken ästhetischer Aspekte in der Mathematik
- Erweiterung der Kommunikationskompetenz
- Organisation des eigenen Lernprozesses
- konstruktiver Umgang mit Fehlern

Die Lernsituationen werden so ausgewählt und gestaltet, dass sie unter bestimmten Aspekten mathematischer Tätigkeiten betrachtet werden können. Dabei werden neue mathematische Inhalte erschlossen und bereits bekannte angewendet und so miteinander vernetzt.

**Verbindlich ist die Berücksichtigung der mathematischen Inhalte und Tätigkeiten.**

In den Übersichten ab S. 13 werden die mathematischen Tätigkeiten und Inhalte in Themenbereichen den zentralen Ideen und möglichen Lernsituationen zugeordnet und in ihren Wechselbezügen dargestellt. Die Idee des Algorithmus und die Idee des Modellierens finden in vielen Themenbereichen ihre Berücksichtigung und werden im jeweiligen Themenbereich konkretisiert. Ebenso findet sich in diesen Themenbereichen der Bezug zu den strukturalen Gebieten Arithmetik, Algebra/Funktionen, Geometrie und Stochastik.

Die Fachkonferenz hat die Möglichkeit, innerhalb der Doppeljahrgänge 5/6, 7/8 bzw. 9/10 eigene Schwerpunkte zu setzen und die Auswahl und Abfolge der Lernsituationen den besonderen Rahmenbedingungen und Bedürfnissen der eigenen Schülerschaft anzupassen. Dabei muss sicher gestellt sein, dass die genannten mathematischen Inhalte und Tätigkeiten sowie mögliche Querverbindungen zu anderen Fächern und den Aufgabengebieten berücksichtigt werden.

Der Mathematikunterricht wird durch mathematische Tätigkeiten in Verbindung mit den zentralen Ideen strukturiert.

Zählen und Messen dienen dazu, Phänomene aus der Umwelt zu quantifizieren und zu vergleichen. Zahlen treten als Maßzahlen von Größen auf und ermöglichen die Beschreibung räumlicher Beziehungen.

Mit Hilfe der beschreibenden Statistik können größere Datenmengen strukturiert und nach unterschiedlichen Gesichtspunkten ausgewertet werden. Die Interpretation von relativen Häufigkeiten als Näherungswerte für Wahrscheinlichkeiten führt zu Modellen, die Aussagen über zukünftige nicht determinierte Vorgänge erlauben.

Zufällige Vorgänge und Prozesse lassen zwar keine Vorhersagen im Einzelfall zu, dennoch lassen sich Regelmäßigkeiten aufdecken, die zur Vorhersage bei großen Versuchszahlen von Nutzen sind.

#### Vorbemerkungen

#### Unterrichtliche Umsetzung der Lernsituationen

#### Schwerpunktsetzungen

#### Mathematische Tätigkeiten

*Messen und Vergleichen*

*Daten verarbeiten*

*Zufall untersuchen*

<i>Formen klassifizieren und berechnen</i>	Mathematische Kenntnisse über geometrische Formen tragen dazu bei, die Umwelt strukturiert wahrzunehmen und zu gestalten. So lassen sich Flächen und Körper z.B. durch Zerlegung berechnen.
<i>Symmetrie und Muster sehen und nutzen</i>	Symmetrien und Muster können durch wenige geometrische Prinzipien beschrieben werden. Regelmäßige Formen in der Kunst, der Architektur und Natur werden als schön empfunden. Ihre Kenntnis eröffnet bewusstere Wahrnehmung und Gestaltung von Umwelt. Das Erkennen und Ausnutzen von Symmetrien ist eine effektive Methode der Mathematik, Probleme zu vereinfachen.
<i>Orientierung im Raum / geometrische Beziehungen nutzen</i>	Die Nutzung geometrischer Beschreibungen und Beziehungen ermöglicht eine Orientierung im Raum und in der Ebene. Die uns umgebende räumliche Welt lässt sich durch geometrische Beziehungen in die Ebene abbilden (Pläne, Landkarten). Aus ebenen Darstellungen kann räumliche Orientierung gewonnen werden. Der Perspektivenwechsel zwischen zeichnerischer und rechnerischer Bearbeitung geometrischer Fragestellungen führt zu vertieften Einsichten. Besonders leistungsfähige Verfahren bieten die Trigonometrie als Beschreibung des Zusammenhanges zwischen Winkeln und Längen und der Satz des Pythagoras.
<i>Funktionale Zusammenhänge herstellen und Modelle bilden</i>	Zuordnungen ermöglichen es, Situationen strukturiert zu beschreiben und geometrisch darzustellen. Die Interpretation von Grafiken und numerischen Ergebnissen kann zu neuen Einsichten in Situationen führen. Wirklichkeit wird unter idealisierenden Annahmen betrachtet und durch Herausarbeiten und Symbolisieren von funktionalen Zusammenhängen mathematisch modelliert. Insbesondere zeitabhängige Funktionen wie Wachstumsprozesse und Schwingungen sind Leitideen, um funktionales Denken zu verankern. Dabei wird die Tragfähigkeit von gewonnenen Einsichten und Lösungen an realen Problemen überprüft.
<i>Probleme entdecken und lösen</i>	Inner- und außermathematische Sachverhalte werden mathematisch betrachtet und zielgerichtet bearbeitet. Dazu werden die verschiedenen geometrischen und arithmetisch-algebraischen Darstellungsformen genutzt und bekannte Lösungsverfahren und -strategien erprobt.
<i>Vermuten, Begründen und Beweisen</i>	Vermutungen werden aus dem handelnden Umgang mit mathematischen Gegenständen (Berechnungen, Zeichnungen, Experimente) gewonnen. Diese Vermutungen werden auf der Grundlage des Vorwissens begründet und in geeigneten Beispielen auch formal bewiesen.
<i>Mathematik systematisieren</i>	Mathematische Gegenstände werden auf Regel- und Gesetzmäßigkeiten hin untersucht, es werden Zusammenhänge hergestellt und Verallgemeinerungen gefunden. Dabei werden die Eleganz und die Ästhetik allgemeiner Beschreibungen sowie deren Leistungsfähigkeit für die Bearbeitung von mathematischen Fragestellungen herausgestellt.
<i>Gezielter Einsatz von Routinen und Hilfsmitteln</i>	Neben systematisierten Probierv Verfahren sind der Umgang mit algebraischen Termen, mit Potenzen, Wurzeln und Logarithmen die wichtigsten technischen Werkzeuge zum Lösen von Gleichungen und zum zielgerichteten Umgang mit Funktionen. Runden, Schätzen, Einschachteln und Nähern liefern Ergebnisse von oft hinreichender Genauigkeit mit verringertem Aufwand.
<i>Iterationen</i>	Iterationen erzeugen Spuren von Prozessen und führen so von lokaler zu globaler Sicht auf zeitliche Abläufe und Strukturen. Die entstehenden Spuren führen zu Bildern und Begriffen (z.B. stabil, periodisch, chaotisch) die für die Beschreibung und Interpretation von Prozessen in der Umwelt hilfreich sind.

**Übersicht über die Themenbereiche**

<b>Jahrgangsstufen</b>	<b>Themenbereiche</b>
<b>5/6</b>	5/6-1 Natürliche Zahlen – groß und klein 5/6-2 Figuren und Körper – Herstellen, Messen und Strukturieren 5/6-3 Weißt du, wie viel Sternlein stehen ... ? – Beschreibende Statistik 5/6-4 Anteile und Prozente 5/6-5 Symmetrie und Maß 5/6-6 Ein Sechserpasch ist nicht sehr wahrscheinlich – Zufallsexperimente und zugehörige Wahrscheinlichkeiten
<b>7/8</b>	7/8-1 Über Null und unter Null 7/8-2 Wetten, dass...?! Statistische Daten, Wahrscheinlichkeiten und logische Schlüsse 7/8-3 Gestaltgleichheit und Flächengleichheit 7/8-4 Grundlegendes für Funktionen 7/8-5 Linearisierbare Prozesse 7/8-6 Wie viele Wege führen nach Rom? - Mehrstufige Zufallsexperimente 7/8-7 Konstruieren: Zerlegen und Erzeugen
<b>9/10</b>	9/10-1 Über die Alltagswelt hinaus: Reelle Zahlen 9/10-2 Über die linearen Funktionen hinaus 9/10-3 Konstruieren und Berechnen 9/10-4 Was heißt denn ‚normal‘ verteilt? - Zufallsgrößen 9/10-5 Periodische Prozesse 9/10-6 Flächen und Körper – Gestalt, Oberfläche und Volumen 9/10-7 Wachstumsprozesse

<b>Die Idee der Zahl</b>	<b>5/6-1</b>
<b>Natürliche Zahlen – groß und klein</b>	
<p>Die Beschäftigung mit den natürlichen Zahlen hat drei Aspekte:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- das Rechnen; dies ist Wiederholung und Vertiefung des in der Grundschule Gelernten – denn die mathematische Bewältigung von Alltagssituationen setzt sicheres Beherrschen der Grundrechenarten voraus. (Dazu gehört auch die schriftliche Division durch mehrstellige Zahlen.)</li> <li>- das Entdecken, Formulieren und Anwenden von Rechengesetzen. Schülerinnen und Schüler dieser Altersstufe haben einen intuitiven Zugang zum Kommutativ- und Assoziativgesetz; die Verwendung des Distributivgesetzes dagegen ist nicht unmittelbar einleuchtend und bedarf daher verstärkter Übung.</li> <li>- das Entdecken der Eigenschaften und das Strukturieren wichtiger Teilmengen der natürlichen Zahlen. An den Verfahren von Multiplikation und Division und ggf. dem Sieb des Eratosthenes oder dem Pascalschen Dreieck soll eine Propädeutik des Algorithmus-Begriffs stattfinden.</li> </ul>	
<p><b><u>Mathematische Modellierung (Realitätsbezug):</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Zahlzeichen eine bestimmte Anzahl, Menge, Strecke zuordnen</li> <li>- sprachlich formulierte Sachverhalte in formale Aussagen übersetzen und / oder durch Skizzen, Tabellen, Diagramme darstellen</li> </ul>	
<p><b><u>Vorschläge für Lernsituationen:</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Umgang mit Geld – Kosten in anderen Währungen</li> <li>- Abwiegen und abwägen: Sinnvolles Runden</li> <li>- Das Sonnensystem</li> <li>- Rechnen wie in alter Zeit</li> </ul>	<p><b><u>Vorschläge für Vernetzung:</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Diagramme auch als Propädeutik funktionaler Zusammenhänge</li> </ul>
<p><b><u>Verbindliche Inhalte:</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Rechnen in <math>\mathfrak{N}</math>; die besondere Bedeutung der 0 bei der Addition und der 1 bei der Multiplikation; Problematik der Division durch 0</li> <li>- Kopfrechnen, auch mit Potenzen; Überschlagsrechnungen und Runden</li> <li>- Arbeiten mit großen Zahlen</li> <li>- Bedeutung von Variablen; Umgang mit Variablen</li> <li>- Beschreibung einfacher mathematischer Problemsituationen durch Verwendung von Variablen</li> <li>- Zusammenhang: Zahl – Größe der Zahl – Lage auf dem Zahlenstrahl</li> <li>- Rechengesetze und daraus resultierende Rechenvorteile</li> <li>- Eigenschaften natürlicher Zahlen (gerade und ungerade Zahlen, Teilbarkeit von Zahlen; Primzahlen; Quadratzahlen)</li> </ul>	
<p><b><u>Mathematische Tätigkeiten:</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Multiplikation und Division als Algorithmus verstehen und beherrschen</li> <li>- Gültigkeit von Gesetzen bei den Grundrechenarten entdecken und – auch sprachlich – formulieren</li> <li>- Erkennen, dass zur Nicht-Gültigkeit einer Aussage ein Gegenbeispiel genügt. Erkennen, dass zum Nachweis hingegen die Existenz eines Beispiels nicht genügt, sondern dass dieser mit Hilfe von Variablen allgemein geführt werden muss</li> </ul>	
<p><b><u>Mögliche Ergänzungen bzw. Vertiefungen:</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Pascalsches Dreieck</li> <li>- Sieb des Eratosthenes</li> <li>- Magische Quadrate</li> <li>- Darstellen der Zahlen in verschiedenen Stellenwertsystemen</li> </ul>	
<p><b><u>Querverweise zu anderen Fächern und Aufgabengebieten:</u></b></p> <p>Naturwissenschaften / Technik</p>	

<p><i>Die Idee des räumlichen Strukturierens</i> <i>Die Idee des Messens</i></p>	<p><b>5/6-2</b></p>
<p><b>Figuren und Körper – Herstellen, Messen und Strukturieren</b></p>	
<p>Dieser Themenbereich enthält zwei Schwerpunkte: Die Entwicklung elementar-geometrischer Grundvorstellungen einerseits, das mathematische Tun der Schülerinnen und Schüler andererseits (Konstruieren von ebenen Figuren, Herstellen von Körpern). Zum Herstellen gehört auch das vertraut Werden mit dem Messen. Ein weiterer Aspekt dieses Themenbereichs ist das Strukturieren einfacher geometrischer Gebilde.</p>	
<p><b><u>Mathematische Modellierung (Realitätsbezug):</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Orientierung auf einem freien Blatt</li> <li>- Zusammenhang zwischen Netzen und Körpern</li> </ul>	
<p><b><u>Vorschläge für Lernsituationen:</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Milchtüten und Verpackungen</li> <li>- Geburtstagseinladungen (zum 6. Geburtstag in der Form eines Würfels ...)</li> <li>- Platonische Körper</li> <li>- Kristalle</li> <li>- Drachen</li> <li>- Schatzkarten</li> </ul>	<p><b><u>Vorschläge für Vernetzung:</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Rechnen mit Zahlen und Maßzahlen</li> </ul>
<p><b><u>Verbindliche Inhalte:</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- geometrische Bezeichnungen</li> <li>- Kartesisches Koordinatensystem als Orientierung in der Ebene</li> <li>- Vierecke und Vierecksformen (Haus der Vierecke)</li> <li>- Polyeder: Gestalt, Oberfläche und Netze</li> <li>- Grundvorstellungen von Länge, Flächeninhalt und Volumen</li> <li>- Propädeutik von Brüchen</li> </ul>	
<p><b><u>Mathematische Tätigkeiten:</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- mit Zeichengeräten umgehen und zeichnen</li> <li>- kartesische Koordinatensysteme herstellen</li> <li>- in kartesischen Koordinatensystemen arbeiten</li> <li>- einfache geometrische Gebilde in verschiedenen Lagebeziehungen darstellen</li> <li>- Polyeder (Flächen- und Kantenmodelle) herstellen</li> <li>- Größe von Längen und Flächen schätzen</li> </ul>	
<p><b><u>Mögliche Ergänzungen bzw. Vertiefungen:</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Eulerscher Polyeder-Satz</li> </ul>	
<p><b><u>Querverweise zu anderen Fächern und Aufgabengebieten:</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>→ Naturwissenschaften / Technik 5/6 Wahlthema aus dem Bereich Technik</li> <li>→ Umwelterziehung 5/8-2 Entsorgung – Umweltverträglicher Umgang mit Abfällen und Emissionen</li> </ul>	

<p><b>Die Idee der Zahl</b>  <b>Die Idee des Messens</b>  <b>Die Idee der Wahrscheinlichkeit und der Zahl</b></p>	<p><b>5/6-3</b></p>
<p><b>Weißt du, wie viel Sternlein stehen .. ? - Beschreibende Statistik</b></p>	
<p>Ein Schwerpunkt dieses Themenbereiches ist das Erheben von Daten, ihre graphische Darstellung und ihre Interpretation. Dabei wird die Genauigkeit im Zählen und Zeichnen geschult, ebenso die Fähigkeit zu entscheiden, welche Art der Strichliste und welche Art des Diagramms für die jeweilige Fragestellung geeignet sind. Ein weiterer Schwerpunkt liegt in der Beurteilung der erfolgten Datenerhebung. Hier sollte u. a. erfahrbar werden, dass gleiche Befragungen unter gleichen Bedingungen zu verschiedenen Ergebnissen führen können. (Ein erstes Herantasten an den Begriff Zufall ist möglich).          Mit dem Median wird eine erste Größe eingeführt, die eine gewisse „Zentrierung“ der erhobenen Daten ermöglicht. Von der Lerngruppe hängt hierbei ab, ob gleichzeitig der Mittelwert eingeführt wird (dazu müssen dann auch Brüche erstmals problematisiert werden).          Darüber hinaus bietet dieser Themenbereich Raum zur Beschäftigung mit Prognosen und dem Begriff des Erwartungswertes.</p>	
<p><b><u>Mathematische Modellierung (Realitätsbezug):</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Kriterien für statistische Erhebungen festlegen</li> <li>- Fragebögen so entwerfen, dass sie die zu untersuchenden Fragen beantworten können und dass sie auswertbar sind</li> <li>- Strichlisten so anlegen, dass die Daten in sinnvolle Bereiche eingeteilt werden können</li> <li>- Achseneinteilungen bei Diagrammen sinnvoll festlegen</li> <li>- Ergebnisse von Datenerhebungen interpretieren, mit den Erwartungen vergleichen und kritisch untersuchen</li> </ul>	
<p><b><u>Vorschläge für Lernsituationen:</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Wir lernen uns ( unsere Lehrer / alle Schüler unserer Schule) kennen</li> <li>- Die Ampelphasen an einer benachbarten Kreuzung - sollten sie geändert werden?</li> <li>- Erstellen von Buchstabenhäufigkeitstabellen in Deutsch und in der ersten Fremdsprache (zum Entschlüsseln von Geheimschriften)</li> </ul>	<p><b><u>Vorschläge für Vernetzung:</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Diagramme als Propädeutik funktionaler Zusammenhänge</li> <li>- Flächen von Rechtecken</li> <li>- große Zahlen und Maßzahlen</li> </ul>
<p><b><u>Verbindliche Inhalte:</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Datenauswertung</li> <li>- graphische Darstellung erhobener Daten (Säulendiagramm, Balkendiagramm, Kreisdiagramm bei einfachen Einteilungen)</li> <li>- Rechnen in <math>\mathfrak{S}</math></li> <li>- absolute und relative Häufigkeit (Anteile unter Verwendung der Bruchschreibweise)</li> <li>- Zentralwert (Median)</li> </ul>	
<p><b><u>Mathematische Tätigkeiten:</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Fragebögen entwerfen und auswerten</li> <li>- Strichlisten anfertigen</li> <li>- Koordinatensysteme für Diagramme anfertigen</li> <li>- Daten in Diagramme übertragen</li> <li>- Median berechnen</li> </ul>	
<p><b><u>Mögliche Ergänzungen bzw. Vertiefungen:</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Kreisdiagramme</li> <li>- Klassenbildung, Spannweite</li> <li>- Mittelwert (arithmetisches Mittel)</li> <li>- Vergleich von berechnetem und ‚erwartetem‘ Mittelwert</li> <li>- Mehrfache Ausführungen derselben Untersuchung und Vergleich der Ergebnisse</li> <li>- Erstes Eingehen auf den Begriff der Wahrscheinlichkeit</li> </ul>	
<p><b><u>Querverweise zu anderen Fächern und Aufgabengebieten:</u></b></p> <p>→ Umwelterziehung 5/8-1 Klimaänderung - Klimaschutz</p>	

<b>Die Idee der Zahl</b> <b>Die Idee des Messens</b>	<b>5/6-4</b>
<b>Anteile und Prozente</b>	
<p>Mit der Einführung der Brüche findet die erste Zahlenbereichserweiterung statt. Da den Schülerinnen und Schülern Begriffe wie „halb“ und „viertel“ u. a. von Zeitangaben her bekannt sind, kann die formale Erweiterung durchaus erst im Verlaufe der Behandlung dieses Themas erfolgen; sie ist jedoch unverzichtbar. Um den Umgang mit Bruchzahlen zu erleichtern, sollte immer wieder auf eine anschauliche Grundvorstellung von Brüchen (Teilstrecken, Teilrechtecke, Kreisabschnitte) zurückgegriffen und auf die Dezimaldarstellung übertragen werden. Der Nachweis, dass die Rechengesetze auch für Brüche gelten, kann exemplarisch erfolgen (Kommutativgesetz bei der Addition von Brüchen).</p>	
<p><b><u>Mathematische Modellierung (Realitätsbezug):</u></b></p> <p>Bruchzahlen einer bestimmten Fläche (Rechteck, Kreis), Strecke oder allgemein einem Teil zuordnen          Entscheiden, wann Bruchdarstellungen und Bruchrechnen gegenüber Dezimalbruchdarstellungen vorteilhaft sind, und umgekehrt (innermathematische Modellierung)          Den Zusammenhang zwischen „Teilen“ und der Grundrechenart „Dividieren“ herstellen (innermathematische Modellierung)</p>	
<p><b><u>Vorschläge für Lernsituationen:</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Wir lesen alte Kochrezepte und übertragen die Mengenangaben in die Dezimaldarstellung.</li> <li>- Umgang mit Geld – Habe ich genügend Geld, um meine Einkäufe zu bezahlen?</li> <li>- Sitzverteilung nach Wahlen</li> </ul>	<p><b><u>Vorschläge für Vernetzung:</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Diagramme</li> <li>- funktionale Zusammenhänge zwischen Substanzmengen</li> </ul>
<p><b><u>Verbindliche Inhalte:</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Erweiterung von <math>\mathfrak{Z}</math> auf <math>\infty</math></li> <li>- Größenvergleich von Bruchzahlen, Veranschaulichung auf dem Zahlenstrahl</li> <li>- Rechnen mit Bruchzahlen und Dezimalzahlen</li> <li>- Umwandlung von einer Darstellungsform in die andere</li> <li>- Umgang mit den Größen Zeit und Masse</li> <li>- Prozentrechnung</li> <li>- Zusammenhang zwischen Bruchdarstellung und Division</li> </ul>	
<p><b><u>Mathematische Tätigkeiten:</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Bruchzahlen in verschiedenen Darstellungsarten wiedererkennen und die Darstellungen ineinander umformen</li> <li>- Bruchteile materiell darstellen, um sie so besser als Teile eines Ganzen begreifen zu können</li> <li>- Rechenregeln – insbesondere die der Addition von Brüchen bzw. der Multiplikation und Division von Dezimalzahlen – als Algorithmus begreifen und beherrschen</li> <li>- nach einer Zahlenbereichserweiterung die Gültigkeit der Rechengesetze überprüfen</li> </ul>	
<p><b><u>Mögliche Ergänzungen bzw. Vertiefungen:</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Umwandlung von gemischt-periodischen Dezimalzahlen in Brüche und umgekehrt</li> <li>- verschiedene Verfahren zur Bestimmung des ggT und des kgV</li> </ul>	
<p><b><u>Querverweise zu anderen Fächern und Aufgabengebieten:</u></b></p> <p>Geographie, Naturwissenschaften/Technik 5/6</p>	

<p><b>Die Idee der Zahl</b>  <b>Die Idee des Messens</b>  <b>Die Idee des räumlichen Strukturierens</b></p>	<p><b>5/6-5</b></p>
<p><b>Symmetrie und Maß</b></p>	
<p>Dieser Themenbereich beleuchtet den abbildenden und den messenden Charakter der Geometrie. Der Abbildungscharakter seinerseits tritt unter zwei Aspekten auf:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- dem der Symmetrieabbildungen und</li> <li>- dem der maßstäblichen Abbildungen.</li> </ul> <p>Für beide gibt es in der Alltagswelt viele und verschiedenartige Anwendungen. Symmetrien in der Natur zu entdecken und symmetrische Figuren zu entwerfen, ist für Kinder dieses Alters faszinierend, und die Frage nach maßstäblichen Abbildungen tritt in vielfältiger Weise auf (Karten, Modelleisenbahn u.a.).</p>	
<p><b><u>Mathematische Modellierung (Realitätsbezug):</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- in der Umwelt vorkommende Formen zu einfacheren, geometrisch darstellbaren Formen abstrahieren</li> </ul>	
<p><b><u>Vorschläge für Lernsituationen:</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Parkettierungen</li> <li>- Sportplätze</li> <li>- Landkarten und Stadtpläne</li> </ul>	<p><b><u>Vorschläge für Vernetzung:</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Rechnen mit Größen</li> </ul>
<p><b><u>Verbindliche Inhalte:</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Winkelbegriff und Winkelgröße</li> <li>- Symmetrien in der Ebene und im Raum</li> <li>- Rechnen mit Bruchzahlen und Dezimalzahlen</li> <li>- Flächeninhalt von Rechtecken und rechtwinkligen Dreiecken</li> <li>- Rauminhalt von Quadern</li> <li>- Längen-, Flächen- und Volumeneinheiten</li> <li>- Längen- und Flächenmaßstabsangaben; Umgang mit Größen</li> </ul>	
<p><b><u>Mathematische Tätigkeiten:</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Winkel messen</li> <li>- Symmetrieabbildungen ausführen</li> <li>- maßstabsgetreue Abbildungen herstellen</li> <li>- Zahlenwerte von einer Einheit in eine andere umrechnen</li> <li>- aus Karten und Plänen mit Hilfe des Maßstabs reale Längen und Flächen, Zeiten bestimmen</li> </ul>	
<p><b><u>Mögliche Ergänzungen bzw. Vertiefungen:</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Verschiebungen</li> <li>- Hintereinanderausführung von Symmetrieabbildungen</li> </ul>	
<p><b><u>Querverweise zu anderen Fächern und Aufgabengebieten:</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>→ Bildende Kunst 5/6-4 Drucken</li> <li>→ Naturwissenschaften/Technik 5/6 Wahlthema aus dem Bereich Technik</li> </ul>	

<b>Die Idee der Zahl</b> <b>Die Idee der Wahrscheinlichkeit</b>	<b>5/6-6</b>
<b>Ein Sechserpasch ist nicht sehr wahrscheinlich – Zufallsexperimente und zugehörige Wahrscheinlichkeiten</b>	
<p>Im Mittelpunkt dieses Themenbereiches stehen die zentralen Begriffe ‚Zufallsexperiment‘ und ‚Wahrscheinlichkeit‘. Bei der Einführung von Wahrscheinlichkeiten empfiehlt es sich, anfangs lediglich Elementarereignisse zu betrachten. Um die Idee der Grenzwertbildung (Realitätsbezug) (der relativen Häufigkeiten) bei der Ermittlung von Wahrscheinlichkeiten deutlich zu lassen, ist es sinnvoll - in Abgrenzung zu den meisten Schulbüchern - mit Nicht-Laplace-Experimenten zu beginnen. Dies hat darüber hinaus den Vorteil, dass Wahrscheinlichkeiten als in vielen Fällen nicht eindeutig festlegbare Größen gesehen werden können. Als eine besondere Art von Zufallsexperimenten werden anschließend Laplace-Experimente behandelt; nun können Wahrscheinlichkeiten auch ‚berechnet‘ werden.</p> <p>In dieser Einheit, die sich erstmals mit dem für die Schülerinnen und Schüler anspruchsvollen und schwierigen Begriff der Wahrscheinlichkeit beschäftigt, sollte auf mehrstufige Zufallsexperimente (und damit auf die Pfadregel) und auch auf Formeln aus der Kombinatorik verzichtet werden.</p>	
<p><b><u>Mathematische Modellierung (Realitätsbezug):</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- zu gegebenem Zufallsexperiment je nach Aufgabenstellung die Elementarereignisse angeben</li> <li>- den Übergang von unterschiedlichen, im Experiment ermittelten relativen Häufigkeiten eines Ereignisses zu einer zugehörigen Wahrscheinlichkeit vollziehen</li> </ul>	
<p><b><u>Vorschläge für Lernsituationen:</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Auf dem Würfelbudenjahrmarkt</li> <li>- Geheimschriften erfinden unter Zugrundelegung der Wahrscheinlichkeiten der einzelnen Buchstaben in verschiedenen Sprachen</li> <li>- Erfinden von Glücksspielen für das Schulfest</li> </ul>	<p><b><u>Vorschläge für Vernetzung:</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Diagramme</li> <li>- funktionale Zusammenhänge</li> </ul>
<p><b><u>Mathematische Inhalte:</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Zufallsexperiment</li> <li>- Elementarereignis</li> <li>- Wahrscheinlichkeiten von Elementarereignissen <ul style="list-style-type: none"> <li>a) bei Nicht-Laplace-Experimenten</li> <li>b) bei Laplace-Experimenten</li> </ul> </li> <li>- Rechnen mit Bruchzahlen und Dezimalzahlen; Prozentrechnung</li> </ul>	
<p><b><u>Mathematische Tätigkeiten:</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Zufallsexperimente als solche erkennen und durchführen</li> <li>- Laplace-Experimente als solche erkennen</li> <li>- Wahrscheinlichkeiten von Elementarereignissen bei Nicht-Laplace-Experimenten sinnvoll festlegen</li> <li>- Wahrscheinlichkeiten von Elementarereignissen bei Laplace-Experimenten berechnen</li> <li>- Gewinnchancen bei einfachen Glücksspielen berechnen</li> </ul>	
<p><b><u>Mögliche Ergänzungen bzw. Vertiefungen:</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Wahrscheinlichkeiten von beliebigen Ereignissen, Summensatz</li> <li>- Einfache mehrstufige Experimente</li> <li>- Mittelwert und Erwartungswert</li> <li>- Gewinnwahrscheinlichkeiten bei Glücksspielen</li> </ul>	
<p><b><u>Querverweise zu anderen Fächern und Aufgabengebieten:</u></b></p> <p>Naturwissenschaften/Technik 5/6</p>	

<b>Die Idee der Zahl</b>	<b>7/8-1</b>
<b>Über Null und unter Null</b>	
<p>Mit der Einführung der negativen Zahlen findet die zweite Zahlenbereichserweiterung statt. Negative Zahlen sind den Schülerinnen und Schülern aus der Alltagswelt vertraut, so dass verstärkt die formale Erweiterung betrachtet werden kann. Ein Schwerpunkt soll dabei das Rechnen mit negativen rationalen Zahlen sein. Allerdings sollte das Rechnen mit negativen Zahlen nicht nur formal betrieben werden, sondern durch Beispiele aus der Alltagswelt verdeutlicht werden.</p> <p>Variablen und Terme bilden einen wesentlichen Teil des strukturellen Rückgrats der Mathematik; daher ist eine besonders sorgfältige Beschäftigung mit diesem Thema erforderlich. Variablen und Terme sind aber ebenso Elemente der mathematischen Sprache, in der Probleme aus der Realität häufig formuliert werden. Daher müssen verschiedene Aspekte des Variablenbegriffs (Gegenstandsaspekt, Einsetzungsaspekt, Kalkülaspekt) deutlich werden, denn bei der mathematischen Arbeit findet auch innerhalb einer Problemlösung ein ständiger Wechsel zwischen diesen Aspekten statt. Insbesondere darf nicht auf den Kalkülaspekt reduziert werden.</p>	
<p><b>Mathematische Modellierung (Realitätsbezug):</b>          Temperaturen oder Schulden negativen Zahlen zuordnen          Schulden und Guthaben mittels Subtraktion von negativen Zahlen interpretieren</p>	
<p><b>Vorschläge für Lernsituationen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Schulden anhäufen und abbauen</li> <li>- Linsen und Linsengesetze</li> <li>- Temperaturen messen, darstellen, berechnen und vergleichen</li> </ul>	<p><b>Vorschläge für Vernetzung:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Messen und Maßzahlen</li> <li>- funktionale Zusammenhänge</li> </ul>
<p><b>Verbindliche Inhalte:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Negative Zahlen</li> <li>- Zusammenhang Zahl – Größe der Zahl - Lage der Zahl auf der Zahlengeraden</li> <li>- Rechnen in <math>\otimes</math>, auch mit Potenzen; Dreisatz- und Prozentrechnung</li> <li>- Terme             <ul style="list-style-type: none"> <li>- als verallgemeinerte Rechenvorschrift (Gegenstandsaspekt)</li> <li>- als Objekte, in die man Zahlen einsetzen kann (Einsetzungsaspekt)</li> <li>- als Objekte, mit denen man nach gewissen Regeln rechnen kann (Kalkülaspekt)</li> </ul> </li> </ul>	
<p><b>Mathematische Tätigkeiten:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Ordnen von Zahlen (in <math>\mathfrak{Z}</math>, <math>\subseteq</math>, <math>\otimes</math>)</li> <li>- graphisches Addieren und Subtrahieren von positiven und negativen Zahlen</li> <li>- Gültigkeit der Rechengesetze überprüfen</li> <li>- Zahlen in die wissenschaftliche Schreibweise umformen</li> <li>- mit dem Computer arbeiten (z.B. mit einer Tabellenkalkulation)</li> </ul>	
<p><b>Mögliche Ergänzungen bzw. Vertiefungen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- magische Quadrate auch mit negativen Zahlen</li> <li>- erste Einführung negativer Exponenten</li> </ul>	
<p><b>Querverweise zu anderen Fächern und Aufgabengebieten:</b></p> <p>→ Politik/Gesellschaft/Wirtschaft 8-2.1 Wirtschaft I: private Haushalte im Wirtschaftsprozess</p>	

<p><i>Die Idee der Zahl</i>  <i>Die Idee des Messens</i>  <i>Die Idee der Wahrscheinlichkeit</i></p>	<p><b>7/8-2</b></p>
<p><b>Wetten, dass...?!</b>  <b>Statistische Daten, Wahrscheinlichkeiten und logische Schlüsse</b></p>	
<p>In diesem Themenbereich geht es darum, das in den Klassen 5 und 6 Gelernte zu vertiefen. Da sowohl die Grundbegriffe aus der beschreibenden Statistik als auch der Begriff der Wahrscheinlichkeit bekannt sind, können erste Fragen aus der schließenden Statistik behandelt werden. Ein weiterer Schwerpunkt sollte sein, dass die Schüler neben dem Berechnen von Häufigkeiten und Wahrscheinlichkeiten bei vorgegebenen Fragestellungen bzw. Experimenten selber Fragestellungen entwickeln und Experimente erfinden, die sie danach untersuchen. Dazu bieten sich besonders Glücksspiele an.</p>	
<p><b><u>Mathematische Modellierung (Realitätsbezug):</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- zu vorgegebener Fragestellung sinnvoll eine Datenerhebung durchführen und auswerten</li> <li>- Ergebnisse einer Datenerhebung diskutieren</li> <li>- Zulässigkeit von Aussagen aus der schließenden Statistik prüfen</li> </ul>	
<p><b><u>Vorschläge für Lernsituationen:</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Ampelschaltung an einer Kreuzung</li> <li>- Glücksspiele auf dem Schulfest: Klasse 7c will maximalen Gewinn machen</li> <li>- Spielregeln von Gesellschaftsspielen</li> </ul>	<p><b><u>Vorschläge für Vernetzung:</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- graphische Darstellungen: Zeichnen</li> <li>- funktionale Zusammenhänge</li> </ul>
<p><b><u>Verbindliche Inhalte:</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Beschreibende Statistik: Kreisdiagramme, Mittelwert, Median</li> <li>- Wahrscheinlichkeitsrechnung: Wahrscheinlichkeiten von Ereignissen; günstiges Ereignis, sicheres Ereignis, Gegenereignis; Erwartungswert; Kombinatorik (systematisches Zählen)</li> <li>- Rechnen in <math>\otimes</math>, Prozentrechnung</li> <li>- Beschreibende Statistik – schließende Statistik: Entstehung von Prognosen an einfachen Beispielen</li> </ul>	
<p><b><u>Mathematische Tätigkeiten:</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- statistische Erhebungen in Diagramme umsetzen</li> <li>- Mittelwert und Median ermitteln</li> <li>- Rechnen mit Prozenten</li> <li>- Schlüsse aus statistischen Daten ziehen</li> <li>- Wahrscheinlichkeiten beliebiger Ereignisse eines Zufallsexperimentes bestimmen</li> <li>- Gewinnchancen von Glücksspielen errechnen</li> <li>- mit dem Computer arbeiten (z.B. Arbeit mit einer Tabellenkalkulation)</li> </ul>	
<p><b><u>Mögliche Ergänzungen bzw. Vertiefungen:</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- mehrstufige Experimente</li> <li>- weitere kombinatorische Aussagen</li> </ul>	
<p><b><u>Querverweise zu anderen Fächern und Aufgabengebieten:</u></b></p> <p>Geographie, Deutsch (Zeitungstexte)</p>	

<b>Die Idee des Messens</b> <b>Die Idee des räumlichen Strukturierens</b>	<b>7/8-3</b>
<b>Gestaltgleichheit und Flächengleichheit</b>	
<p>Dieses Lernfeld ist das Bindeglied der Lernfelder 5/6-5 SYMMETRIE UND MAB und 7/8-7 KONSTRUIEREN: ZERLEGEN UND ERZEUGEN. Dabei stehen die Eigenschaften Gestaltgleichheit und Flächengleichheit und die Verbindung beider, die Kongruenz, im Mittelpunkt. Für die Beschäftigung mit diesem Thema ist eine Vertiefung des Winkelbegriffs nötig (insbesondere sollen spezielle Winkel wie Stufenwinkel oder Wechselwinkel sicher erkannt werden) und die Erweiterung der Flächeninhaltsbestimmung von rechtwinkligen Flächen auf beliebige Polygone.</p> <p>An die Berechnung der Flächenmaße von Polygonen schließt sich die Berechnung der Volumina (einfach geformter) Prismen an.</p>	
<p><b><u>Mathematische Modellierung (Realitätsbezug):</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- in der Alltagswelt vorkommende, auch krummlinig begrenzte flächenartige Objekte sinnvoll durch gerade begrenzte Flächen annähern</li> <li>- Zerlegung von gegebenen Flächen in berechenbare Teilflächen (innermathematische Modellierung)</li> </ul>	
<p><b><u>Vorschläge für Lernsituationen:</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Orientierung im Gelände</li> <li>- Billard</li> <li>- Grundstücksvermessung</li> </ul>	<p><b><u>Vorschläge für Vernetzung:</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- zeichnen und messen</li> <li>- Umgang mit Größen</li> </ul>
<p><b><u>Verbindliche Inhalte:</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Geraden und Winkel</li> <li>- kongruente und ähnliche Figuren</li> <li>- Flächeninhalt von einfachen Figuren (Dreiecken und Rechtecken)</li> <li>- Volumen von Prismen</li> <li>- Rechnen in <math>\otimes</math></li> </ul>	
<p><b><u>Mathematische Tätigkeiten:</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Winkel konstruieren und messen</li> <li>- Mittelsenkrechte und Winkelhalbierende konstruieren</li> <li>- Flächen geeignet zerlegen</li> <li>- Flächeninhalte abschätzen und berechnen</li> <li>- Volumina von Prismen berechnen</li> </ul>	
<p><b><u>Mögliche Ergänzungen bzw. Vertiefungen:</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Kongruenz von Körpern</li> <li>- Propädeutik der Kreisberechnung</li> <li>- mit dem Computer arbeiten (z.B. Arbeit mit einer dynamischen Geometriesoftware)</li> </ul>	
<p><b><u>Querverweise zu anderen Fächern und Aufgabengebieten:</u></b></p> <p>→ Physik 7/8-2 Optik (I)</p>	

<b>Die Idee funktionalen Zusammenhangs</b>	<b>7/8-4</b>
<b>Grundlegendes für Funktionen</b>	
<p>In diesem Lernfeld werden die Grundlagen zum Umgang mit Funktionen gelegt – funktionale Zusammenhänge werden an geeigneten Beispielen aus dem alltäglichen Leben eingeführt und ihre grundlegenden Eigenschaften besprochen. Wesentlich ist dabei, die Zuordnung zu erkennen und als (funktionalen) Zusammenhang zu interpretieren.</p> <p>Die hier genannten Aspekte der mathematischen Modellierung finden sich ebenso in den anderen Lernfeldern dieser Jahrgänge wieder.</p> <p>Der Übergang bei den betrachteten Funktionen zwischen diesem Lernfeld und dem Themenbereich 7/8-5 sind fließend.</p>	
<p><b><u>Mathematische Modellierung (Realitätsbezug):</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- bei Zuordnungen funktionale Zusammenhänge erkennen</li> <li>- einen innerhalb eines Textes formulierten Zusammenhang zwischen zwei Größen geeignet als Funktion interpretieren, insbesondere Definitionsmenge und Wertebereich bestimmen</li> <li>- graphische Darstellung geeignet als Funktion interpretieren</li> <li>- direkt proportionale Vorgänge erkennen und als solche mathematisch beschreiben</li> </ul>	
<p><b><u>Vorschläge für Lernsituationen:</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Preisbildung</li> <li>- Fahrpläne</li> </ul>	<p><b><u>Vorschläge für Vernetzung:</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- graphische Darstellungen</li> </ul>
<p><b><u>Verbindliche Inhalte:</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Grundvorstellung von funktionalen Zusammenhängen (Zuordnungsgedanke; Eindeutigkeit)</li> <li>- Grundbegriffe von Funktionen: Definitionsmenge, Wertebereich, Argument, Funktionswert, Zuweisungsvorschrift</li> <li>- verschiedene Darstellungsformen: Wertetabelle, Graph, Funktionsgleichung</li> <li>- direkte Proportionalität und ihre graphische Darstellung; auch Dreisatzrechnungen</li> <li>- Änderung des Graphen bei Veränderung des Achsenmaßstabs</li> <li>- Rechnen in <math>\otimes</math></li> </ul>	
<p><b><u>Mathematische Tätigkeiten:</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Wertetabellen erstellen</li> <li>- Vorgänge graphisch visualisieren</li> <li>- mit Diagrammen und Tabellen arbeiten</li> <li>- Dreisatzaufgaben graphisch interpretieren und so lösen</li> <li>- Maßstäbe von Diagrammen sinnvoll wählen</li> <li>- mit dem Computer arbeiten (z.B. Arbeit mit einer Tabellenkalkulation)</li> </ul>	
<p><b><u>Mögliche Ergänzungen bzw. Vertiefungen:</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Funktionen und Relationen</li> <li>- Antiproportionalität</li> </ul>	
<p><b><u>Querverweise zu anderen Fächern und Aufgabengebieten:</u></b></p> <p>→ Physik 7/8-1 bis 7/8-3 Phänomene der Physik</p>	

<b>Die Idee der Zahl</b> <b>Die Idee des funktionalen Zusammenhangs</b>	<b>7/8-5</b>
<b>Linearisierbare Prozesse</b>	
<p>In diesem Themenbereich lernen die Schülerinnen und Schüler, Probleme der Alltagswelt in funktionale Zusammenhänge zu übersetzen und numerische Lösungen zu ermitteln. Der Schwerpunkt liegt zwar bei linearisierbaren Problemen; jedoch erfordert dies eine Unterscheidungsmöglichkeit von linearem und nichtlinearem Verhalten.</p> <p>Damit die Schülerinnen und Schüler dies leisten können, wird zum einen der Umgang mit Zahlen auf den Umgang mit Termen ausgeweitet. Diese Erweiterung umfasst die Grundrechnungsarten und das Potenzieren, wobei durchaus auf die geometrische Interpretation von Termen und ihren Umformungen Wert gelegt werden soll.</p> <p>Zum anderen wird der Funktionsbegriff insbesondere an den linearen Funktionen und ihren Eigenschaften präzisiert und anwendbar gemacht.</p>	
<p><b><u>Mathematische Modellierung (Realitätsbezug):</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- die Bedeutung von Variablen verstehen und den Vorteil bei ihrer Verwendung ausnutzen</li> <li>- sprachlich gegebene Sachverhalte in (lineare) Gleichungen bzw. in ein lineares Gleichungssystem übersetzen</li> <li>- Optimierungsprobleme in Funktionen umsetzen und mit Hilfe von Gleichungssystemen lösen</li> <li>- Grenzen der Mathematisierung angeben</li> <li>- feststehende Handlungsabfolgen als Algorithmus begreifen (innermathematische Modellierung)</li> <li>- Linearität und Nicht-Linearität voneinander abgrenzen</li> </ul>	
<p><b><u>Vorschläge für Lernsituationen:</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Tarife</li> <li>- Zinsen</li> <li>- Optimierungsprobleme</li> </ul>	<p><b><u>Vorschläge für Vernetzung:</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Flächen und Volumina als funktionale Zusammenhänge</li> </ul>
<p><b><u>Verbindliche Inhalte:</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Termumformungen, insbesondere Ausklammern, Ausmultiplizieren (auch binomische Formeln)</li> <li>- Lineare Funktionen: Gleichung, Graph, Steigung, y-Achsen-Achsenabschnitt, Nullstelle</li> <li>- Schnittpunktsbestimmung zweier Graphen und Lösung des zugehörigen linearen Gleichungssystems</li> <li>- Lineare Gleichungssysteme</li> </ul>	
<p><b><u>Mathematische Tätigkeiten:</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Termumformungen, insbesondere Ausklammern, Ausmultiplizieren durchführen</li> <li>- Wahl des Vorgehens beim Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen (auch Probieren oder Herantasten gehören dazu!)</li> <li>- Lösen von (linearen) Gleichungen</li> <li>- Lösen von linearen Gleichungssystemen</li> <li>- Beschreiben von Lösungsverfahren</li> <li>- sicherer Umgang mit dem Taschenrechner, Arbeit mit einer Tabellenkalkulation</li> </ul>	
<p><b><u>Mögliche Ergänzungen bzw. Vertiefungen:</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Ungleichungen und Ungleichungssysteme</li> <li>- Lineare Regression als Verfahren</li> <li>- Pascalsches Dreieck</li> <li>- Binomialkoeffizienten (siehe Themenbereich 7/8-6)</li> </ul>	
<p><b><u>Querverweise zu anderen Fächern und Aufgabengebieten:</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>→ Physik 7/8-1 bis 7/8-3 Phänomene der Physik, 7/8-4 bis 7/8-6 Messen in der Physik</li> <li>→ Politik/Gesellschaft/Wirtschaft 8-2.1 Wirtschaft I: private Haushalte im Wirtschaftsprozess, 8-2.2 Wirtschaft I: Betriebe und Arbeitswelt</li> </ul>	

<b>Die Idee der Zahl</b> <b>Die Idee der Wahrscheinlichkeit</b>	<b>7/8-6</b>
<b>Wie viele Wege führen nach Rom? - Mehrstufige Zufallsexperimente</b>	
<p>In diesem Themenbereich werden mehrstufige Zufallsexperimente untersucht, aufbauend auf den Kenntnissen zum Bestimmen der Wahrscheinlichkeit von Ereignissen einstufiger Zufallsexperimente.</p> <p>Wahrscheinlichkeiten können mit Hilfe von Baumdiagrammen und Pfadregeln und / oder mit Hilfe kombinatorischer Formeln ermittelt werden.</p>	
<p><b><u>Mathematische Modellierung (Realitätsbezug)</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- entscheiden, ob es sich um Experimente mit oder ohne Wiederholung handelt</li> <li>- mehrstufige Zufallsexperimente in Baumdiagrammen darstellen</li> <li>- erkennen, welches kombinatorische Hilfsmittel bei der Bestimmung von <math> \Omega </math> bzw. <math> E </math> hilfreich ist</li> </ul>	
<p><b><u>Vorschläge für Lernsituationen:</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- ein Abend im Spielcasino</li> <li>- europäische Autokennzeichen</li> <li>- Wir stellen eine Spielesammlung her</li> <li>- Schokotest von Riemer</li> </ul>	<p><b><u>Vorschläge für Vernetzung:</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Rechnen in <math>\otimes</math></li> <li>- Prozentrechnung</li> <li>- graphische Darstellungen</li> </ul>
<p><b><u>Verbindliche Inhalte:</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- mehrstufige Zufallsexperimente mit und ohne Zurücklegen</li> <li>- Baumdiagramme, Pfadregel</li> <li>- Bestimmung der Anzahl von Elementarereignissen mit kombinatorischen Hilfsmitteln <ul style="list-style-type: none"> <li>- Permutationen</li> <li>- Binomialkoeffizienten</li> </ul> </li> <li>- Termumformungen</li> </ul>	
<p><b><u>Mathematische Tätigkeiten:</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Rechnen mit Fakultäten</li> <li>- Baumdiagramme erstellen</li> <li>- Wahrscheinlichkeiten mit Hilfe der Pfadregel berechnen</li> <li>- bei gegebenem Zufallsexperiment und gegebenem Ereignis <math> E </math> und <math> \Omega </math> bestimmen</li> </ul>	
<p><b><u>Mögliche Ergänzungen bzw. Vertiefungen:</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Vertiefung durch Erhöhung des Schwierigkeitsgrades der Aufgabenstellung</li> <li>- Variation und Kombination</li> <li>- Veränderungen der Aufgabenstellungen von den Schülerinnen und Schülern durchführen lassen</li> </ul>	
<p><b><u>Querverweise zu anderen Fächern und Aufgabengebieten:</u></b></p> <p>→ Deutsch, Politik/Gesellschaft/Wirtschaft</p>	

<b>Die Idee des räumlichen Strukturierens</b>	<b>7/8-7</b>
<b>Konstruieren: Zerlegen und Erzeugen</b>	
<p>Dieser Themenbereich hat zwei Aspekte:</p> <p>Zunächst das Strukturieren von Vielecken und ihre Zerlegung in überschaubare Untereinheiten. Dies ist das vertraut Werden mit Polygonen. Dabei geht es wesentlich darum, welche und wie viele Parameter bekannt sein müssen, um die ursprüngliche Gestalt wieder oder eine gewünschte Gestalt neu zu erzeugen.</p> <p>Da sich letztlich alle Polygone in Dreiecke zerlegen lassen, ist dann die Beschäftigung mit der Erzeugung von Dreiecken, ihre Konstruktion, zentral. Dies ist ein primär innermathematisches Vorgehen, für das neben der Kenntnis einiger zentraler Sätze aus der Geometrie vor allem die Strukturierung des eigenen Tuns wesentlich ist. Zugleich bietet das Konstruieren weiten Raum für die Entdeckung geometrischer Sachverhalten und für deren Beweise.</p> <p>Beim Lösen von Konstruktionsproblemen soll die algorithmische Seite des Vorgehens – also die sinnvolle Hintereinanderausführung von Schritten, das Zusammenfassen von Untereinheiten, das Eingehen auf Eingabeparameter – im Vordergrund stehen.</p> <p>Da Konstruktionen unterschiedlichen Schwierigkeitsgrad haben, bieten diese – bei grundsätzlich gleichem Vorgehen – die Möglichkeit zur Differenzierung. Dies gilt besonders, wenn nach einer Phase der Konstruktion mit Zirkel und Lineal ein dynamisches Geometrieprogramm eingesetzt wird.</p>	
<p><b><u>Mathematische Modellierung (Realitätsbezug):</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- in der Umwelt vorkommende Formen zu einfacheren, geometrisch darstellbaren und konstruktiv auswertbaren Formen abstrahieren</li> </ul>	
<p><b><u>Vorschläge für Lernsituationen:</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Konstruieren mit einem dynamischen Geometriesystem</li> <li>- Baupläne</li> <li>- Vermessung von Grundstücken</li> </ul>	<p><b><u>Vorschläge für Vernetzung:</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Algorithmusgedanke</li> </ul>
<p><b><u>Verbindliche Inhalte:</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Dreiecke und ihre speziellen Linien: Höhen, Mittelsenkrechte, Umkreis, Winkelhalbierende, Inkreis, Seitenhalbierende</li> <li>- Satz des Thales</li> <li>- Dreieckskonstruktionen</li> </ul>	
<p><b><u>Mathematische Tätigkeiten:</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Konstruieren:             <ul style="list-style-type: none"> <li>- Entwickeln einer Konstruktionsstrategie</li> <li>- Wahl eines vernünftigen Maßstabs</li> <li>- Konstruktion mit Papier, Stift, Lineal und Zirkel</li> <li>- sprachlich sinnvolles Beschreiben der Konstruktion</li> </ul> </li> <li>- mit einem dynamischen Geometriesystem zum Konstruieren, zum Entdecken und zum Problemlösen arbeiten</li> </ul>	
<p><b><u>Mögliche Ergänzungen bzw. Vertiefungen:</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Erweiterung des Satzes des Thales zur Satzgruppe um den Zentriwinkelsatz: Zentriwinkelsatz, Peripheriewinkelsatz</li> <li>- Eulersche Gerade</li> <li>- Feuerbachscher Kreis</li> </ul>	
<p><b><u>Querverweise zu anderen Fächern und Aufgabengebieten:</u></b></p> <p>→ Physik 7/8-4 bis 7/8-6 Messen in der Physik</p>	

<b>Die Idee der Zahl</b>	<b>9/10-1</b>
<b>Über die Alltagswelt hinaus: Reelle Zahlen</b>	
<p>Die Erweiterung von <math>\otimes</math> nach <math>\oplus</math> ist nicht primär aus der Alltagswelt zu begründen, sie beruht letztlich auf innermathematischen Strukturen. Mit dieser Erweiterung verlässt man die abzählbaren Mengen und übersteigt damit die alltägliche Erfahrung. Der Übergang von <math>\otimes</math> nach <math>\oplus</math> hat allerdings auch historische Aspekte (Problem der Inkommensurabilität von Diagonale und Seite beim Quadrat, Goldener Schnitt). Insofern besteht die Möglichkeit zur Einführung eines Teils der irrationaler Zahlen aus alltagsweltlichen oder historischen Problemen.</p> <p>Die irrationalen Zahlen sind zwar semantisch leicht verständlich: Wenn <math>\otimes</math> die Menge aller unendlich periodischen Dezimalzahlen ist, dann ist ... die Menge aller unendlich nichtperiodischen Dezimalzahlen – und beide Mengen werden zu <math>\oplus</math>, der Menge aller unendlichen Dezimalzahlen, zusammengefasst. Die irrationalen Zahlen sind aber, da sie unendlich nichtperiodisch sind, nicht vollständig in Ziffern darstellbar. Damit tritt die Frage nach Darstellung und Genauigkeit in das Blickfeld - und auch die Notwendigkeit zu indirekten Beweisen.</p>	
<p><b><u>Mathematische Modellierung (Realitätsbezug):</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Intervallschachtelung (innermathematische Modellierung)</li> <li>- geometrisches Problem der Länge einer Strecke (z.B. der Diagonale eines Quadrats) als Problem der Lösung einer Gleichung interpretieren</li> </ul>	
<p><b><u>Vorschläge für Lernsituationen:</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Goldener Schnitt</li> <li>- Wurzelspiralen</li> <li>- Fraktale</li> </ul>	<p><b><u>Vorschläge für Vernetzung:</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Flächen, Flächendiagonalen</li> </ul>
<p><b><u>Verbindliche Inhalte:</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Zahlbereichserweiterung von <math>\otimes</math> zu <math>\oplus</math></li> <li>- Beweis der Irrationalität der Wurzeln aus natürlichen Zahlen, die nicht Quadratzahl sind</li> <li>- Unterschied der Dezimaldarstellung rationaler und irrationaler Zahlen</li> <li>- Rechnen mit reellen Zahlen: Addieren, Multiplizieren und Dividieren, Potenzen mit rationalen Exponenten</li> </ul>	
<p><b><u>Mathematische Tätigkeiten:</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- in der Menge <math>\oplus</math> den Zusammenhang <i>Zahl – Größe der Zahl – Lage der Zahl</i> auf der Zahlengerade herstellen</li> <li>- Zahlen in verschiedenen Darstellungsarten wiedererkennen und die Darstellungen ineinander umformen</li> <li>- reelle Zahl iterativ-algorithmisch erzeugen (z.B. über das Heron-Verfahren oder über eine Intervallschachtelung)</li> <li>- Umgehen mit Wurzeln</li> <li>- Rechnen mit Näherungszahlen</li> <li>- Umgehen mit dem Taschenrechner: Genauigkeiten und Rundungsfehler untersuchen</li> </ul>	
<p><b><u>Mögliche Ergänzungen bzw. Vertiefungen:</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Umrechnung in andere Stellensysteme</li> <li>- Widerspruchsbeweise</li> <li>- erstes und zweites Cantorsches Diagonalverfahren: <math>\oplus</math> ist überabzählbar</li> <li>- Konstruktion reeller Zahlen, die nicht als Wurzel darstellbar sind</li> </ul>	
<p><b><u>Querverweise zu anderen Fächern und Aufgabengebieten:</u></b></p>	

<b>Die Idee des funktionalen Zusammenhangs</b>	<b>9/10-2</b>
<b>Über die linearen Funktionen hinaus</b>	
<p>Viele Vorgänge in der Alltagswelt lassen sich nicht einmal näherungsweise durch lineare Funktionen beschreiben. Dieses Lernfeld erweitert deswegen die zur Verfügung stehenden Funktionsklassen. Damit werden Vorgänge quadratischen und umgekehrt proportionalen Zusammenhangs beschreib- und berechenbar.</p> <p>Die Frage nach den Argumenten bei gegebenen Funktionswerten (insbesondere von Nullstellen) führt zu der Notwendigkeit, auch nichtlineare Gleichungen zu lösen. Deswegen ist es sinnvoll, die Lösungsverfahren auch von quadratischen Gleichungen hier zu behandeln. Ihnen muss ein angemessener Rahmen zur Übung eingeräumt werden.</p> <p>Ebenso besteht eine Parallelität zwischen der Umkehrbarkeit einer Funktion und der Umkehrbarkeit der Gleichungsumformungen mit der Notwendigkeit der Probe.</p> <p>Häufig sind von einem funktionalen Zusammenhang nur einzelne Punkte bekannt. Möchte man diese Stützstellen durch eine Funktion modellieren, so muss man zunächst eine Funktionenklasse nach anwendungsbezogenen Kriterien auswählen und dann ein Gleichungssystem lösen.</p>	
<p><b><u>Mathematische Modellierung (Realitätsbezug):</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- sprachlich oder graphisch gegebene Vorgänge als Funktion beschreiben</li> <li>- untersuchen, in welchem Bereich die gefundene Funktion eine sinnvolle Beschreibung des realen Problems ist</li> <li>- einen Vorgang, dessen Werte nur an gewissen Stellen bekannt ist, durch eine durchgehende Funktion beschreiben</li> </ul>	
<p><b><u>Vorschläge für Lernsituationen:</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Wurfwettkämpfe</li> <li>- Autos und Bahnen fahren an, Flugzeuge und Raketen starten</li> <li>- Bremswege</li> </ul>	<p><b><u>Vorschläge für Vernetzung:</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- flächeninhaltsgleiche Rechtecke (umgekehrte Proportionalität)</li> <li>- Gleichungssysteme</li> <li>- reelle Zahlen</li> </ul>
<p><b><u>Verbindliche Inhalte:</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- quadratische Funktionen</li> <li>- Hyperbeln</li> <li>- Wurzelfunktionen</li> <li>- quadratische Gleichungen</li> <li>- Umkehrfunktionsbegriff und Umkehrfunktionen (lineare Funktionen zu linearen Funktionen, Wurzelfunktionen zu quadratischen Funktionen, Hyperbeln zu Hyperbeln); Identität</li> </ul>	
<p><b><u>Mathematische Tätigkeiten:</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Darstellung eines Graphen aus einem sprachlich gegebenen Zusammenhang</li> <li>- Beschreibung des Verlaufs des Graphen, wenn die Gleichung bekannt ist</li> <li>- in einfachen Fällen aus Graphen die Funktionsgleichung bestimmen</li> <li>- Lösung von quadratischen Gleichungen</li> <li>- verwandte Gleichungstypen (z.B. biquadratische Gleichungen, Wurzelgleichungen) in quadratische Gleichungen umformen</li> <li>- aus Punkten durch Gleichungssysteme Funktionsgleichungen bestimmen</li> <li>- mit dem Taschenrechner iterativ arbeiten</li> </ul>	
<p><b><u>Mögliche Ergänzungen bzw. Vertiefungen:</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Wirkung von Parametern in funktionalen Zusammenhängen</li> <li>- Parabel und Hyperbel als Kegelschnitte</li> <li>- mit dem Computer arbeiten (z.B. Arbeit mit einer Tabellenkalkulation)</li> </ul>	
<p><b><u>Querverweise zu anderen Fächern und Aufgabengebieten:</u></b></p> <p>→ Sport: Laufen, Werfen, Springen</p>	

<b>Die Idee des räumlichen Strukturierens</b>	<b>9/10-3</b>
<b>Konstruieren und Berechnen</b>	
<p>Dieser Themenbereich dient zwei Zielen: Einerseits werden mit den Strahlensätzen die Möglichkeiten zur Konstruktion abgerundet, andererseits wird mit der Satzgruppe des Pythagoras die Möglichkeit der Berechnung von konstruierbaren Figuren eröffnet.</p> <p>Die Berechnung von Dreiecken kommt letztlich immer aus der Anwendung, während die Konstruktion primär innermathematische Aspekte trägt. Dazu gehören der Algorithmus-Gedanke beim Konstruieren und die Möglichkeit und Notwendigkeit der sorgfältigen Beweisführung. Sowohl Konstruktionsbeschreibung als auch Beweis verlangen eine saubere sprachliche Durchführung.</p> <p>Zu dieser Beschäftigung mit den Dreiecken gehört auch die Beschäftigung mit logischen Fragen wie der Umkehrbarkeit der Strahlensätze oder der Eindeutigkeit von Konstruktionen.</p>	
<p><b><u>Mathematische Modellierung (Realitätsbezug):</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Formen in der Umwelt mit einem sinnvollen Maßstab in die Zeichenebene umsetzen</li> <li>- in Formen und Figuren konstruier- und berechenbare Dreiecke bzw. Polygone erkennen</li> </ul>	
<p><b><u>Vorschläge für Lernsituationen:</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Konstruieren mit einem dynamischen Geometriesysteme</li> <li>- Orientierung im Wald und im Gelände</li> <li>- Sehnen- und Tangentensätze</li> </ul>	<p><b><u>Vorschläge für Vernetzung:</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Algorithmisierung</li> </ul>
<p><b><u>Verbindliche Inhalte:</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Strahlensätze</li> <li>- Satz des Pythagoras</li> <li>- Vieleckskonstruktionen und -berechnungen</li> <li>- Rechnen mit Irrationalzahlen</li> </ul>	
<p><b><u>Mathematische Tätigkeiten:</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Konstruieren: <ul style="list-style-type: none"> <li>- Entwickeln einer Konstruktionsstrategie</li> <li>- Wahl eines vernünftigen Maßstabs</li> <li>- Tun mit Papier, Stift, Lineal und Zirkel</li> <li>- die Konstruktion sprachlich sinnvoll beschreiben</li> <li>- mit einer dynamischen Geometriesoftware arbeiten (zum Konstruieren, zum Entdecken und zum Problemlösen)</li> </ul> </li> <li>- Berechnen: <ul style="list-style-type: none"> <li>- Zerlegung in sinnvolle rechtwinklige Dreiecke; Anwendung des Satzes des Pythagoras</li> </ul> </li> </ul>	
<p><b><u>Mögliche Ergänzungen bzw. Vertiefungen:</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Zentrische Streckungen</li> <li>- pythagoreische Zahlentripel</li> <li>- ausführlichere Beschäftigung mit dem Höhen- und dem Kathetensatz des Euklid</li> <li>- Flächenverwandlungen mit Höhen- und Kathetensatz</li> </ul>	
<p><b><u>Querverweise zu anderen Fächern und Aufgabengebieten:</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>→ Bildende Kunst 9/10-3 Zeichnen / Grafik</li> <li>→ Informatik 9/10-2 Grafik</li> </ul>	

<p><b>Die Idee des Messens</b> <b>Die Idee der Wahrscheinlichkeit</b></p>	<p><b>9/10-4</b></p>
<p align="center"><b>Was heißt denn ‚normal‘ verteilt? - Zufallsgrößen</b></p>	
<p>Zufallsexperimente liefern zunächst Häufigkeiten. Um zwischen verschiedenen Durchführungen eines Experiments oder auch verschiedenen Experimenten vergleichen zu können, ist es sinnvoll, die Elementarereignisse geeignet mit Zahlen zu versehen: Man erhält eine Verteilung (die ihrerseits funktionalen Charakter hat). Um nun verschiedene Verteilungen vergleichen zu können, verwendet man in der Regel ihre Kennzahlen Mittelwert und Standardabweichung. Diese Zahlen geben die Basis für die Entscheidung, ob z.B. die Abweichung einer Größe von einem vorgegebenen Wert noch als „normal“ angesehen werden soll.</p> <p>In dieser Einheit werden einfache Zufallsexperimente und deren Verteilung untersucht. Also müssen zunächst die Herstellung und Darstellung der jeweiligen Verteilung geübt werden. Dann werden die Kennzahlen ermittelt. Der Vergleich der experimentell ermittelten Kennzahlen mit den Kennzahlen einer vorgegebenen Verteilung ermöglicht Urteile über die Übereinstimmung der Verteilungen.</p> <p>Die Bestimmung der Standardabweichung fügt sich organisch an die Einführung der reellen Zahlen an; bei der Berechnung erweist sich der Taschenrechner als sinnvolles Hilfsmittel. Auch eine Verwendung von Tabellenkalkulationsprogrammen ist sinnvoll.</p>	
<p><b><u>Mathematische Modellierung (Realitätsbezug):</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Zufallsexperimente durch geeignete mathematische Modelle beschreiben</li> <li>- eine geeignete Zuordnung : Elementarereignis → (reelle) Zahl festlegen (innermathematische Modellierung)</li> </ul>	
<p><b><u>Vorschläge für Lernsituationen:</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Erhebung statistischer Daten aus dem Umfeld der Schüler, z.B. Körpergrößenverteilung in den einzelnen Jahrgängen</li> <li>- Prüfung von angegebenen Produktmerkmalen, z.B. Anzahl der Streichhölzer in Streichholzschachteln von verschiedenen Marken</li> </ul>	<p><b><u>Vorschläge für Vernetzung:</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Maße und Maßzahlen</li> <li>- reelle Zahlen</li> </ul>
<p><b><u>Verbindliche Inhalte:</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Zufallsgrößen und deren Verteilungen</li> <li>- Histogramme</li> <li>- Erwartungswert und Standardabweichung</li> <li>- Rechnen mit Wurzeln</li> </ul>	
<p><b><u>Mathematische Tätigkeiten:</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- statistische Erhebungen durchführen</li> <li>- Zahlenwerte (Funktionswerte) der Zufallsgröße festlegen</li> <li>- Wahrscheinlichkeiten der Elementarereignisse von Zufallsgrößen berechnen</li> <li>- Wahrscheinlichkeitsverteilungen graphisch darstellen</li> <li>- mit dem Computer arbeiten (z.B. mit einer Tabellenkalkulation)</li> </ul>	
<p><b><u>Mögliche Ergänzungen bzw. Vertiefungen:</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Summe und Produkt von Zufallsgrößen</li> <li>- Unabhängigkeit von Zufallsgrößen</li> </ul>	
<p><b><u>Querverweise zu anderen Fächern und Aufgabengebieten:</u></b></p> <p>→ Physik 9/10-4 bis 9/10-6 Mikro- und Makrokosmos</p>	

<b>Die Idee des funktionalen Zusammenhangs</b>	<b>9/10-5</b>
<b>Periodische Prozesse</b>	
<p>Ob Töne einer schwingenden Geigensaite, ob mittägliche Sonnenhöhe, ob Gezeiten – regelmäßig wiederkehrende Vorgänge bilden eine wesentliche Klasse von Phänomenen der Welt. Die trigonometrischen Funktionen bieten das Werkzeug, mit dem sich grundsätzlich alle periodischen Vorgänge beschreiben lassen.</p> <p>Drei Aspekte sind wesentlich:</p> <p>Zum Ersten kommen die trigonometrischen Funktionen aus der Berechnung von Dreiecken. Mit ihrer Einführung wird die Berechenbarkeit von Dreiecken abgerundet.</p> <p>Zum anderen bilden die trigonometrischen Funktionen mit ihren Umkehrungen die nächste Erweiterung des zur Verfügung stehenden Funktionenbereichs und ermöglichen die Beschreibung weiterer Vorgänge. In diesem Zusammenhang ist es wichtig, immer wieder die bisher bekannten Funktionenklassen in einen übergreifenden und wiederholenden Fokus zu nehmen – auch dadurch, dass Prozesse thematisiert werden, die sich durch eine Verknüpfung bisher bekannter Funktionen beschreiben lassen. Bei den trigonometrischen Funktionen soll dabei von vornherein Wert darauf gelegt werden, dass ihre Argumente nicht nur „Winkel am Einheitskreis“ oder gar nur „Winkel am Dreieck“ sein können, sondern jeder beliebige Parameter, in dem der zu beschreibende Vorgang periodisch ist.</p> <p>Drittens bieten die trigonometrischen Funktionen mit den Zusammenhängen zur transzendenten Zahl <math>\pi</math>, ihren periodisch auftretenden Nullstellen, ihrem eingeschränkten Umkehrbereich und dem überschaubaren Steigungsverhalten Anlass zu innermathematischen Betrachtungen.</p>	
<p><b><u>Mathematische Modellbildung:</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Beschreibung periodischen Verhaltens und Umsetzung in periodische Funktionen, ihre Vielfachen und Summen</li> </ul>	
<p><b><u>Vorschläge für Lernsituationen:</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Wie kommt Musik in das Radio?</li> <li>- Wie ist Musik auf einer Schallplatte gespeichert?</li> <li>- Töne und Intervalle</li> <li>- Gezeiten</li> <li>- die CO<sub>2</sub>-Konzentration in der Erdatmosphäre</li> </ul>	<p><b><u>Vorschläge für Vernetzung:</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- rechnen und Zahlen</li> <li>- konstruieren und berechnen (s. 9/10-3)</li> <li>- Graphiken darstellen und auswerten</li> </ul>
<p><b><u>Verbindliche Inhalte:</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- trigonometrische Funktionen: Sinus, Cosinus, Tangens</li> <li>- das Bogenmaß als „natürliches“ Argument der trigonometrischen Funktionen; die Zahl <math>\pi</math></li> <li>- Wirkung der Parameter Amplitude, Frequenz und Phasenverschiebung</li> <li>- Beispiele für Verknüpfungen der bisher bekannten Funktionen</li> </ul>	
<p><b><u>Mathematische Tätigkeiten:</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- manuelles Arbeiten mit Graphen</li> <li>- Zusammenhänge der Graphen der trigonometrischen Funktion visualisieren und beschreiben</li> <li>- näherungsweise Bestimmen von <math>\pi</math></li> </ul>	
<p><b><u>Mögliche Ergänzungen bzw. Vertiefungen:</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Rechengesetze: Summen von Winkelfunktionen</li> <li>- Winkeladditionssätze</li> <li>- Umkehrfunktionen (Trigonometrische Funktionen – Arcusfunktionen)</li> <li>- Betrachtung des Steigungsverhaltens der trigonometrischen Funktionen</li> </ul>	
<p><b><u>Querverweise zu anderen Fächern und Aufgabengebieten:</u></b></p> <p>→ Musik 9/10-7 Formen der Mehrstimmigkeit, Physik</p>	

<b>Die Idee des Messens</b> <b>Die Idee des räumlichen Strukturierens</b>	<b>9/10-6</b>
<b>Flächen und Körper – Gestalt, Oberfläche und Volumen</b>	
<p>Dieser Themenbereich schließt an 9/10-3 KONSTRUIEREN UND BERECHNEN an und setzt in zwei Richtungen fort:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Die Kenntnis der Winkelfunktionen (s. 9/10-5) ermöglicht mit den zugehörigen Sätzen die Berechnung beliebiger Dreiecke.</li> <li>- Die somit berechenbaren geradlinig begrenzten Flächen ermöglichen ihrerseits die Berechnung krummlinig begrenzter Flächen durch Annäherungsverfahren, insbesondere beim Kreis.</li> </ul> <p>Beides rundet den Gedanken ab, dass <i>konstruierbare</i> Figuren <i>berechenbar</i> sind. Die Annäherungsverfahren lassen sich analog auf den Raum erweitern – so werden dreidimensionale Gebilde berechenbar. Eine Thematisierung der Struktur der Annäherungsverfahren bei Kreis und Pyramide bzw. Kugel ermöglicht eine Propädeutik von Grenzwertprozessen.</p>	
<p><b><u>Mathematische Modellierung (Realitätsbezug):</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- in der Umwelt vorkommende Formen zu einfacheren, geometrisch darstellbaren und numerisch auswertbaren Formen abstrahieren</li> <li>- wiederholte, konvergierende Tätigkeiten als Grenzwertprozesse auffassen (innermathematische Modellierung)</li> </ul>	
<p><b><u>Vorschläge für Lernsituationen:</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Dächer</li> <li>- Verpackungen</li> <li>- Navigation im küstennahen Bereich</li> <li>- Platonische und Archimedische Körper</li> </ul>	<p><b><u>Vorschläge für Vernetzung:</u></b></p>
<p><b><u>Verbindliche Inhalte:</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Sinus- und Cosinussatz</li> <li>- Kreis: Näherungsverfahren zur Kreisberechnung, Umfang und Flächeninhalt</li> <li>- die Zahl <math>\pi</math> als Ergebnis eines Prozesses</li> <li>- Volumina und Oberflächeninhalt von Prisma, Zylinder, Pyramide, Kegel und Kugel</li> </ul>	
<p><b><u>Mathematische Tätigkeiten:</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- im Dreieck Größen mit Hilfe von Sinus- und Cosinussatz berechnen</li> <li>- näherungsweise Bestimmen von <math>\pi</math></li> <li>- Körper so strukturieren, dass fehlende Größen berechnet werden können</li> <li>- Projektionen anfertigen und auswerten</li> <li>- neue Formeln aus bekannten erarbeiten</li> <li>- mit einer dynamischen Geometriesoftware arbeiten (zum Konstruieren, zum Entdecken und zum Problemlösen)</li> </ul>	
<p><b><u>Mögliche Ergänzungen bzw. Vertiefungen:</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Körperabschnitte: Stümpfe und Kugelabschnitte</li> <li>- Winkeladditionssätze; Tangenssatz</li> <li>- Sphärische Trigonometrie</li> </ul>	
<p><b><u>Querverweise zu anderen Fächern und Aufgabengebieten:</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>→ Bildende Kunst 9/10-5 Architektur</li> <li>→ Informatik 9/10-2 Grafik, 9/10-11 3D-Modellieren</li> </ul>	

<b>Die Idee des funktionalen Zusammenhangs</b>	<b>9/10-7</b>
<b>Wachstumsprozesse</b>	
<p>Ob radioaktiver Zerfall, ob festverzinsliche Wertpapiere, ob Abkühlungsvorgänge – Vorgänge, bei denen die Änderung einer Größe proportional zu ihrem augenblicklichen Wert ist, bilden eine wesentliche Klasse von Phänomenen der Welt. Die Exponentialfunktionen bieten das Werkzeug, mit dem sich solche Wachstumsvorgänge grundsätzlich beschreiben lassen.</p> <p>Zum einen bilden Exponential- und Logarithmusfunktionen die nächste Erweiterung des zur Verfügung stehenden Funktionenbereichs und ermöglichen, weitere Vorgänge zu beschreiben. Bei der Beschreibung von Phänomenen soll darauf Wert gelegt werden, dass die Grenzen exponentiellen Verhaltens in den Blick geraten. In diesem Zusammenhang ist es wiederum wichtig, immer wieder die bisher bekannten Funktionenklassen in einen übenden und wiederholenden Fokus zu nehmen – auch dadurch, dass Prozesse thematisiert werden, die sich durch eine Verknüpfung bisher bekannter Funktionen beschreiben lassen.</p> <p>Zum anderen haben Rechnungen mit Exponential- und Logarithmusfunktionen eine besondere (und einfache) Struktur – die algebraische Operation wird jeweils um eine Stufe erniedrigt.</p> <p>Zum Dritten bieten die Exponentialfunktionen mit den Zusammenhängen zur transzendenten Zahl <math>e</math>, der Frage nach Existenz und Eindeutigkeit von Umkehrfunktionen und dem überschaubaren Steigungsverhalten Anlass zu innermathematischen Betrachtungen.</p> <p>Schließlich bietet dieses Lernfeld hervorragende Gelegenheit, dem Verhalten von Phänomenen iterativ-algorithmisch zu folgen.</p>	
<p><b><u>Mathematische Modellierung (Realitätsbezug):</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Beschreibung exponentiellen Verhaltens – auch Erkennen der Grenzen der exponentiellen Beschreibung von realen Situationen</li> <li>- erkennen, dass die Aussage „Die Größe ändert sich proportional zu ihrem augenblicklichen Wert“ eine Exponentialfunktion beschreibt</li> </ul>	
<p><b><u>Vorschläge für Lernsituationen:</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Finanzierung von Wohnraum</li> <li>- Alterssicherung und Lebensversicherung</li> <li>- Fortpflanzung</li> <li>- Radioaktivität</li> <li>- CO<sub>2</sub>-Konzentration in der Erdatmosphäre</li> </ul>	<p><b><u>Vorschläge für Vernetzung:</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Algorithmisierung</li> <li>- Gleichungen bearbeiten</li> </ul>
<p><b><u>Verbindliche Inhalte:</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Exponentialfunktionen</li> <li>- der Logarithmus als Berechnungshilfe (u.a. Rechnen mit großen und kleinen Zahlen mit Hilfe ihrer Logarithmen)</li> <li>- Rechengesetze für Exponential- und Logarithmenrechnung</li> <li>- Zins- und Zinseszinsrechnung</li> <li>- die Zahl <math>e</math> als spezielle Basis</li> <li>- Beispiele für Verknüpfung der bisher bekannten Funktionen</li> <li>- mit dem Computer arbeiten (z.B. Arbeit mit einer Tabellenkalkulation)</li> </ul>	
<p><b><u>Mathematische Tätigkeiten:</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Eigenschaften der Funktionen aus den Anforderungen der realen Situation ableiten</li> <li>- manuelles Arbeiten mit Graphen</li> <li>- Zusammenhänge der Graphen von Funktion und Umkehrfunktion visualisieren und beschreiben</li> <li>- logarithmische Plots anwenden und auswerten</li> </ul>	

**Mögliche Ergänzungen bzw. Vertiefungen:**

- Logarithmusfunktionen
- der Umkehrfunktionsaspekt von Exponential- und Logarithmusfunktionen
- Potenzsummenformel
- näherungsweise Berechnung von e
- Rechenschieber
- Wirkung von Parametern bei Exponential- und Logarithmusfunktionen

**Querverweise zu anderen Fächern und Aufgabengebieten:**

- Informatik 9/10-7 Simulation
- Politik / Gesellschaft / Wirtschaft 9/10-5 Nachhaltige Entwicklung: Wirtschaft Umwelt und Politik
- Physik 9/10-4 Atom- und Kernphysik
- Verkehrserziehung 9/10-2 Mobilität und ihre Folgen in und um Hamburg

## 4 Anforderungen und Beurteilungskriterien

### 4.1 Anforderungen

#### 4.1.1 Allgemeine Anforderungen

<b>Die Fähigkeit, mathematisch zu denken</b>		
<p>Dazu gehört insbesondere: Fragen zu stellen, die für die Mathematik charakteristisch sind („gibt es...?“ „wenn ja, wie viele?“ „wie finden wir ...?“); zu wissen, welche Art von Antworten die Mathematik für solche Fragen bereithält; zwischen unterschiedlichen Arten von Äußerungen/Artikulationen zu unterscheiden (Definitionen, Sätze, Vermutungen, Behauptungen, Hypothesen, Beispiele, Bedingungen); Reichweite und Grenzen mathematischer Konzepte zu verstehen und zu berücksichtigen.</p>		
<b>Am Ende der Klasse 6:</b>  Die Schülerinnen und Schüler	<b>(zusätzlich) am Ende der Klasse 8:</b>  Die Schülerinnen und Schüler	<b>(zusätzlich) am Ende der Klasse 10:</b>  Die Schülerinnen und Schüler
<ul style="list-style-type: none"><li>• erkennen und beschreiben einfache Zusammenhänge, Ordnungen und Strukturen</li><li>• veranschaulichen Zusammenhänge und einfache mathematische Strukturen</li><li>• kennen unterschiedliche mathematische Begründungen</li><li>• wissen, dass ein Gegenbeispiel zur Widerlegung genügt, dass aber Beispiele nicht als Nachweis reichen</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• verknüpfen zunehmend Inhalte aus verschiedenen Themenbereichen</li><li>• kennen und bewerten unterschiedliche mathematische Begründungen</li><li>• beweisen Behauptungen ohne die unangreifbare Strenge des formalen Beweises, dabei liegt der Schwerpunkt in der Anbindung an mathematisch Bekanntes und in der Betonung der Vertiefung des Verständnisses des mathematischen Sachverhaltes</li><li>• variieren Aufgabenstellungen oder/und kehren sie um</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• unterscheiden zwischen Begriffen wie Hypothese, Satz, Bedingung, Definition und Beispiel</li><li>• gehen mit diesen Begriffen als Elemente mathematischer Erkenntnisgewinnung angemessen um</li><li>• kennen formale Beweise, führen diese durch und geben sie sprachlich angemessen wieder</li></ul>

### Die Fähigkeit, mathematisch zu argumentieren und zu kommunizieren

Dazu gehört insbesondere:

- zu wissen, wie sich Arten der mathematischen Argumentation unterscheiden,
- verschiedene Arten von mathematischen Argumentationsketten nachzuvollziehen und zu bewerten sowie die Entwicklung von mathematischen Argumenten,
- sich mündlich und schriftlich in verschiedenen Formen zu Sachverhalten mit mathematischem Inhalt zu äußern und entsprechende schriftliche und mündliche Aussagen von anderen zu verstehen.

#### Am Ende der Klasse 6:

Die Schülerinnen und Schüler

- teilen ihre Überlegungen anderen verständlich mit und vertreten diese argumentativ
- beschreiben ihren Lösungsweg und begründen gegebenenfalls seine Wahl
- verstehen die Äußerungen von anderen zu mathematischen Inhalten und überprüfen diese
- gehen konstruktiv mit den Fehlern anderer um
- reagieren auf Fragen und Kritik sachlich und angemessen

#### (zusätzlich) am Ende der Klasse 8:

Die Schülerinnen und Schüler

- verfügen zunehmend über ein strukturiertes mathematisches Denken
- entnehmen Informationen aus Texten, Zeichnungen, Grafiken und Tabellen
- teilen ihre Überlegungen anderen verständlich mit und vertreten diese argumentativ, dabei nutzen sie zunehmend die Fachsprache
- beschreiben und begründen ihre Ergebnisse
- präsentieren Sachverhalte und Problemlösungen adressatengerecht

#### (zusätzlich) am Ende der Klasse 10:

Die Schülerinnen und Schüler

- setzen Mathematik mit ihrer Sprache, ihren Symbolen, Bildern und Formeln für die Beschreibung und Bearbeitung von inner- und außermathematischen Problemen sachgerecht ein

## Die Fähigkeit zur mathematischen Modellierung

Dazu gehört insbesondere:

- den Bereich oder die Situation, die modelliert werden soll, zu strukturieren
- das „Mathematisieren“ (Übersetzung der „Realität“ in mathematische Strukturen)
- das „De-Mathematisieren“ (mathematische Modelle im Rahmen der modellierten „Realität“ zu interpretieren)
- mit einem mathematischen Modell arbeiten
- das Modell zu validieren
- über das Modell und seine Ergebnisse (einschließlich der Grenzen dieser Ergebnisse) zu kommunizieren
- den Prozess der Modellbildung zu beobachten und zu steuern

### Am Ende der Klasse 6:

Die Schülerinnen und Schüler

- deuten Texte in Bezug auf eine Mathematisierung
- beschreiben mathematisch einfach strukturierte Ausschnitte der Wirklichkeit
- beschaffen notwendige außermathematische Informationen und wählen aus
- wenden mathematische Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten auf die mathematische Beschreibungen der Umwelt an
- überprüfen mathematisch gewonnene Lösungen im Hinblick auf den realen Sachverhalt
- präsentieren sprachlich und grafisch mathematische Ergebnisse auf der Ebene des realen Problems
- beschreiben und beurteilen unterschiedliche Lösungswege beim Bearbeiten von Sachaufgaben
- ordnen einem mathematischen Modell passende reale Objekte oder Situationen zu

### (zusätzlich) am Ende der Klasse 8:

Die Schülerinnen und Schüler

- modellieren reale Situationen insbesondere über Funktionen
- legen Variablen sachgerecht fest
- interpretieren und prüfen mathematisch gewonnene Ergebnisse in Hinblick auf die reale Situation
- ordnen einem mathematischen Modell passende reale Situationen zu

### (zusätzlich) am Ende der Klasse 10:

Die Schülerinnen und Schüler

- beurteilen ein Modell und nehmen gegebenenfalls Veränderungen des Modells vor
- vergleichen und bewerten verschiedene eigene oder vorgegebene Modelle ein und desselben Sachverhaltes
- explizieren bei der Modellierung gemachte einfache Annahmen und reflektieren diese

## Die Fähigkeit, Probleme zu stellen und zu lösen

Dazu gehört insbesondere:

- verschiedene Arten von mathematischen Problemen zu stellen und zu formulieren sowie
- verschiedene Lösungswege für unterschiedliche Arten von mathematischen Problemen zu finden.

### Am Ende der Klasse 6:

Die Schülerinnen und Schüler

- stellen selbstständig einfache mathematische Probleme
- lösen selbstständig einfache mathematische Probleme.
- bearbeiten einfache Problemstellungen in Gruppen
- gehen konstruktiv mit Fehlern im Lernprozess um
- wenden einfache heuristische Strategien an:
  - induktives Vorgehen durch systematisches Probieren und Experimentieren, durch Aufstellung von Vermutungen und Hypothesen, durch Untersuchung von Einzelfällen
  - vorwärts arbeiten: aus Gegebenem erste einfache Folgerungen ziehen
  - Nutzen von Kontrollverfahren, einfache Plausibilitätskontrollen nutzen

### (zusätzlich) am Ende der Klasse 8:

Die Schülerinnen und Schüler

- erkennen Probleme und formulieren Fragen zu Sachsituationen
- suchen, beschreiben und begründen Lösungswege
- beschreiben unterschiedliche Lösungsstrategien und wägen diese ab
- wählen angemessene mathematische Verfahren aus
- setzen weitere heuristische Strategien ein:
  - variieren einer Aufgabe durch Veränderung gegebener Größen oder durch Betrachtung von Spezialfällen

### (zusätzlich) am Ende der Klasse 10:

Die Schülerinnen und Schüler

- lösen komplexere mathematische Probleme selbstständig
- bearbeiten komplexere Probleme in Gruppen und präsentieren die Ergebnisse mit Hilfe unterschiedlicher Medien
- setzen weitere heuristische Strategien ein:
  - Aufgabenstellung reduzieren durch Vereinfachungen oder durch Betrachtung von Spezialfällen
  - Interpretieren einer Aufgabe durch Übersetzung in Modelle bzw. in andere Zusammenhänge
  - Aufspüren von Analogien

### **Die Fähigkeit, mathematische Darstellungen zu nutzen**

Dazu gehört insbesondere:

- verschiedene Formen der Darstellung von mathematischen Objekten und Situationen sowie die Wechselwirkung zwischen diesen Darstellungsformen zu erkennen, zu interpretieren und zu unterscheiden,
- verschiedene Darstellungsformen je nach Situation und Zweck auszuwählen und zwischen ihnen zu wechseln.

#### **Am Ende der Klasse 6:**

Die Schülerinnen und Schüler

- stellen mathematische Situationen oder Inhalte auf unterschiedlichen Darstellungsebenen dar (enaktiv, ikonisch, symbolisch) und sind in der Lage, flexibel zwischen diesen zu wechseln
- nehmen ästhetische Aspekte der Mathematik wahr
- gestalten graphische und schriftliche Darstellungen in ansprechender äußerer Form auf einem freien Blatt (u.a. auch bei geometrischen Konstruktionen)

#### **(zusätzlich) am Ende der Klasse 8:**

Die Schülerinnen und Schüler

- wenden verschiedene Formen der Darstellung von mathematischen Objekten und Situationen an, insbesondere auch zur Beschreibung funktionaler Zusammenhänge
- interpretieren und unterscheiden diese Darstellungsformen
- nehmen ästhetische Aspekte der Mathematik wahr und können sie beschreiben

#### **(zusätzlich) am Ende der Klasse 10:**

Die Schülerinnen und Schüler

- wenden selbstständig und flexibel verschiedene Formen der Darstellung von mathematischen Objekten und Situationen an

### **Die Fähigkeit, mit den symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umzugehen**

Dazu gehört insbesondere:

- die symbolische und formale Sprache zu dekodieren und zu interpretieren und ihre Beziehung zur natürlichen Sprache zu verstehen,
- natürliche Sprache in die symbolische/formale Sprache zu übersetzen,
- mit Aussagen und Ausdrücken umzugehen, die Symbole und Formeln enthalten,
- Variablen zu benutzen; Gleichungen zu lösen und Berechnungen vorzunehmen.

Die inhaltliche Konkretisierung erfolgt im Abschnitt 4.1.2

### Die Fähigkeit, Hilfsmittel einzusetzen und zu gebrauchen

Dazu gehört insbesondere:

die verschiedenen Hilfsmittel (einschließlich solche aus dem Bereich der Informationstechnologie), die bei mathematischen Aktivitäten hilfreich sein können, zu kennen und anzuwenden sowie die Grenzen dieser Hilfsmittel einzuschätzen.

#### Am Ende der Klasse 6:

Die Schülerinnen und Schüler

- beschaffen Informationen mit Hilfe von Medien, insbesondere Informationen aus Texten, Zeichnungen, Grafiken und Tabellen
- gehen sachgerecht mit Lineal und Geo-Dreieck um
- gebrauchen situationsgerecht den Taschenrechner, insbesondere zum Entdecken neuer Zusammenhänge

#### (zusätzlich) am Ende der Klasse 8:

Die Schülerinnen und Schüler

- beschaffen selbstständig Informationen mit Hilfe von Medien, insbesondere Informationen aus Texten, Zeichnungen, Grafiken und Tabellen
- nutzen Formelsammlungen
- gebrauchen kritisch den Taschenrechner
- setzen den Computer situationsgerecht ein

#### (zusätzlich) am Ende der Klasse 10:

Die Schülerinnen und Schüler

- beschaffen selbstständig Informationen mit Hilfe von Medien (auch aus dem Internet)
- gehen angemessen mit Formelsammlungen um
- gebrauchen kritisch den Taschenrechner
- setzen eigenständig den Computer situationsgerecht ein

#### Zusätzliche Anforderungen:

Die Schülerinnen und Schüler

- organisieren im Laufe der Schulzeit ihren Lernprozess zunehmend selbstständiger
- gehen konstruktiv mit Fehlern um
- nehmen ästhetische Aspekte der Mathematik wahr und beschreiben sie zunehmend eigenständiger

## 4.1.2 Anforderungen bezogen auf die zentralen Ideen und deren inhaltliche Konkretisierung

### Die Idee der Zahl

Anforderungen Ende Klasse 6	(zusätzliche) Anforderungen Ende Klasse 8	(zusätzliche) Anforderungen Ende Klasse 10
Die Schülerinnen und Schüler		
<ul style="list-style-type: none"> <li>kennen die Eigenschaften natürlicher Zahlen und wichtiger Teilmengen von <math>\mathbb{N}</math> (gerade / ungerade Zahlen, Primzahlen, Quadratzahlen) und nutzen diese.</li> <li>entdecken Gesetzmäßigkeiten bei den vier Grundrechenarten, formulieren Gesetze – auch sprachlich – und entwickeln daraus rechnerische Vorteile</li> <li>entscheiden, in welchen Fällen Bruchdarstellungen und Bruchrechnen und in welchen Fällen Dezimalbruchdarstellungen und Dezimalrechnung vorteilhaft sind</li> <li>gehen mit großen Zahlen um, auch mit Zehnerpotenzdarstellungen</li> <li>rechnen sicher und schnell im Kopf, auch mit Potenzen</li> <li>beherrschen Überschlagsrechnungen</li> <li>rechnen mit Bruchzahlen</li> <li>gehen mit Variablen als Platzhalter um</li> <li>führen einfache Äquivalenzumformungen durch</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>kennen Zahlbereichserweiterungen und beschreiben diese</li> <li>kennen Rechengesetze und wenden diese an</li> <li>rechnen mit Prozenten</li> <li>rechnen in <math>\otimes</math>, auch mit ganzzahligen Potenzen</li> <li>verstehen Bedeutung von Variablen und nutzen den Vorteil bei ihrer Verwendung</li> <li>beherrschen Termumformungen, insbesondere Ausklammern, Ausmultiplizieren (auch binomische Formeln)</li> <li>erläutern die vier Grundrechnungsarten in <math>\otimes</math> mit Hilfe von Grundvorstellungen</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>kennen die Zahlbereichserweiterung auf die reellen Zahlen und beschreiben diese</li> <li>grenzen rationale von irrationalen Zahlen ab</li> <li>erläutern Algorithmen zur Näherung von reellen Zahlen (z.B. Heron-Verfahren, Intervallschachtelung)</li> <li>kennen einen Beweis für die Irrationalität von <math>\sqrt{2}</math> und können diesen wiedergeben</li> <li>kennen die Rechengesetze aller drei Stufen und können diese anwenden</li> <li>rechnen mit Zins und Zinseszins</li> <li>rechnen mit Wurzeln und rationalen Exponenten</li> <li>gehen sachlich korrekt mit Rundungen und Rundungsfehlern um (auch beim Taschenrechner)</li> </ul>

### *Die Idee des Messens*

Anforderungen Ende Klasse 6	(zusätzliche) Anforderungen Ende Klasse 8	(zusätzliche) Anforderungen Ende Klasse 10
<ul style="list-style-type: none"> <li>• erkennen die Bedeutung des Messens als ein Vergleichen mit einer vereinbarten Einheit</li> <li>• verfügen über die Grundvorstellungen von Länge, Flächeninhalt und Volumen</li> <li>• gehen sicher mit Maßstäben (für Länge und Fläche) um</li>   <li>• gehen sicher mit Größen um, insbesondere mit Längen-, Flächen- und Volumeneinheiten</li> <li>• verfügen über eine klare Vorstellung von Zahlenwerten von Größen und schätzen Zahlenwerte</li> <li>• benennen, messen, zeichnen Winkel</li> </ul>	<p style="text-align: center;">Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• wissen, wie man den Flächen- und Rauminhalt von gradlinig begrenzten, senkrechten Flächen und Körpern berechnet</li>   <li>• gehen sicher mit Zahlen sehr verschiedener Größenordnungen um, auch mit der wissenschaftlichen Zahlenschreibweise</li> <li>• bestimmen den Flächeninhalt beliebiger (auch krummlinig begrenzter) Flächen näherungsweise</li> <li>• erkennen und bewerten die Ungenauigkeit bei Näherungen</li> <li>• kennen einfache Flächeninhalts- und Volumenformeln und wenden diese an</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• bestimmen Flächeninhalte beliebiger Polygone und wenden die Prinzipien der Zerlegung und der Ergänzung bei Flächen an</li> <li>• berechnen Streckenlängen und Winkelgrößen in der Ebene und im Raum auch unter Nutzung von trigonometrischen und Ähnlichkeitsbeziehungen</li>   <li>• gehen mit beiden Winkelmaßen (Gradmaß und Bogenmaß) um</li> <li>• erläutern Näherungsverfahren zur Bestimmung von Umfang und Fläche des Kreises</li> <li>• kennen die Formeln zur Kreisberechnung und wenden diese an</li> <li>• kennen die Formeln zur Berechnung von Volumen und Oberflächeninhalt von Quader, Prisma, Pyramide, Zylinder, Kegel und Kugel und wenden diese an, auch auf zusammengesetzte Körper</li> </ul>

**Die Idee des räumlichen Strukturierens**

Anforderungen Ende Klasse 6	(zusätzliche) Anforderungen Ende Klasse 8	(zusätzliche) Anforderungen Ende Klasse 10
<ul style="list-style-type: none"> <li>• kennen das kartesische Koordinatensystem als eine sinnvolle Möglichkeit der Orientierung in der Ebene und gehen damit um</li> <li>• sind sicher in der Handhabung der Zeichengeräte</li> <li>• erkennen und erzeugen Symmetrien in der Ebene und im Raum</li> <li>• unterscheiden geometrische Formen der Ebene und des Raumes</li> <li>• ermitteln und verallgemeinern/spezifizieren Beziehungen zwischen Flächen (Körpern)</li> <li>• erläutern den Zusammenhang zwischen (Bau-)Netzen und Körpern</li> <li>• stellen Polyeder (Flächen- und Kantenmodelle) her</li> <li>• stellen einfache geometrische Gebilde in verschiedenen Lagebeziehungen dar</li> <li>• kennen verabredete Bezeichnungen</li> </ul>	<p style="text-align: center;">Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• erläutern den Unterschied zwischen Kongruenz und Ähnlichkeit</li> <li>• kennen den Satz des Thales kennen und wenden diesen an</li> <li>• führen einfachere Beweise in der Geometrie selbstständig durch</li> <li>• konstruieren Polygone aus gegebenen Größen (Winkel bzw. Strecken)</li> <li>• erkennen feststehende Handlungsabfolgen bei geometrischen Konstruktionen - z. B. Konstruktion des Umkreismittelpunktes – als Algorithmus</li> <li>• setzen ein dynamisches Geometriesystem zum Konstruieren, zum Entdecken und zum Problemlösen ein</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• erkennen und beschreiben Körper und stellen sie in der Ebene sinnvoll dar</li> <li>• kennen wichtige Sätze aus der ebenen Geometrie kennen (Strahlensätze, Satz des Pythagoras) und wenden diese bei Konstruktionen, bei Berechnungen und bei einfachen Beweisen an</li> <li>• berechnen Größen mit Hilfe der trigonometrischen Sätze</li> </ul>

### Die Idee des funktionalen Zusammenhangs

Anforderungen Ende Klasse 6	(zusätzliche) Anforderungen Ende Klasse 8	(zusätzliche) Anforderungen Ende Klasse 10
<ul style="list-style-type: none"> <li>• kennen und verstehen einfache funktionale Zusammenhänge aus dem Alltag</li> <li>• stellen einfache funktionale Zusammenhänge in einer Tabelle dar bzw. können diese lesen</li> <li>• stellen einfache funktionale Zusammenhänge in einem Koordinatensystem dar</li> </ul>	<p style="text-align: center;">Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• verfügen über eine Grundvorstellung des funktionalen Zusammenhangs</li> <li>• können funktionale Zusammenhänge graphisch visualisieren und auch mit Diagrammen arbeiten</li> <li>• kennen die drei Darstellungsformen von Funktionen – Wertetabelle, Funktionsgraph, Funktionsgleichung – und verwenden diese analysierend und interpretierend</li> <li>• kennen Grundbegriffe von Funktionen und wenden diese an (Definitionsmenge, Funktionswert - im Unterschied zur Funktion selbst - , Graph; Wertzuweisung <math>f: x \rightarrow \dots \langle \text{Term} \rangle</math> und Funktionsgleichung <math>f(x) = \langle \text{Term} \rangle \dots</math>)</li> <li>• verstehen die inhaltliche (bei Realitätsbezügen) und formale Bedeutung der Definitionsmenge</li> <li>• können den Zusammenhang zwischen Schnittpunktbestimmung zweier Graphen und Lösen einer zugehörigen Gleichung in Kontexten interpretieren und verwenden</li> <li>• stellen einen innerhalb eines Textes formulierten Zusammenhang zwischen zwei Größen geeignet als Funktion dar</li> <li>• verfügen bei linearen Funktionen über Grundvorstellungen der Begriffe Steigung und Achsenabschnitt, kennen in <math>f(x) = ax + b</math> die Bedeutung von <math>a</math> und <math>b</math> und berechnen Schnittpunkte und Nullstellen</li> <li>• grenzen Linearität gegenüber von Nichtlinearität ab</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• kennen wesentliche Eigenschaften der folgenden Funktionenklassen und wenden diese in Kontexten an: <ul style="list-style-type: none"> <li>- lineare Funktionen</li> <li>- quadratische Funktionen</li> <li>- Hyperbelfunktionen</li> <li>- Wurzelfunktionen</li> <li>- trigonometrische Funktionen</li> <li>- Exponentialfunktionen</li> </ul> </li> <li>• beschreiben Wirkungen von Parametern in funktionalen Zusammenhängen</li> <li>• erkennen aus Graphen die Funktionsklasse und bestimmen in einfachen Fällen aus Graphen die Funktionsgleichung</li> <li>• lösen quadratische Gleichungen (auch verwandte Gleichungstypen)</li> <li>• bestimmen aus Punkten eines Graphen mit Hilfe von Gleichungen den Funktionsterm</li> <li>• verwenden Logarithmen als Rechenwerkzeuge</li> <li>• geben Beispiele linearen Wachstums bzw. linearer Abnahme und exponentiellen Wachstums (z.B. Zinsseszins) bzw. exponentieller Abnahme an</li> <li>• entscheiden bei in Texten formulierten Zusammenhängen zwischen zwei Größen, ob es sich z.B. um einen linearen oder einen exponentiellen Vorgang handelt</li> </ul>

Anforderungen Ende Klasse 6	(zusätzliche) Anforderungen Ende Klasse 8	(zusätzliche) Anforderungen Ende Klasse 10
	<p style="text-align: center;">Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• kennen verschiedene Möglichkeiten zum Bestimmen von Lösungen von Gleichungen (auch Probieren oder Herantasten gehören dazu!)</li> <li>• bestimmen die Lösungen linearer Gleichungen und Gleichungssysteme</li> <li>• erklären die Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme</li> <li>• stellen zu Textaufgaben lineare Gleichungen bzw. lineare Gleichungssysteme auf</li> <li>• erkennen feststehende Handlungsabfolgen - z.B. das Lösen von Gleichungssystemen - als Algorithmus</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• verwenden Funktionen mit ihren einfachen Verknüpfungen bei der Bearbeitung von innermathematischen und kontextbezogenen Problemstellungen</li> <li>• nutzen die Iterationsfähigkeit von Taschenrechnern</li> </ul>

### ***Die Idee der Wahrscheinlichkeit***

<b>Anforderungen Ende Klasse 6</b>	<b>(zusätzliche) Anforderungen Ende Klasse 8</b>	<b>(zusätzliche) Anforderungen Ende Klasse 10</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• fertigen Diagramme (verschiedener Art) an, werten diese aus und interpretieren diese</li> <li>• bestimmen absolute und relative Häufigkeiten</li> <li>• bestimmen den Median</li> <li>• führen Zufallsexperimente (z. B Reißzweckenwurf, Würfeln mit regelmäßigen oder teilsymmetrischen Würfeln, Reihenfolge in Warteschlangen) durch, erkennen den Effekt der Stabilisierung</li> <li>• kennen Wahrscheinlichkeit als Prognose und als Bestätigung für relative Häufigkeit</li> <li>• bestimmen die Wahrscheinlichkeiten von Elementarereignissen</li> </ul>	<p style="text-align: center;">Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• gehen sicher mit absoluten und relativen Häufigkeiten um</li> <li>• gehen sicher mit Prozenten um</li> <li>• berechnen Mittelwert und Median tragen diese in und in Diagramme ein</li> <li>• verwenden Baumdiagramme und Pfadregeln zur Problembeschreibung und Problemlösung</li> <li>• verfügen über kombinatorische Grundkenntnisse</li> <li>• erläutern die Begriffe „Zufallsexperiment“ und „Elementarereignis“</li> <li>• bestimmen die Wahrscheinlichkeiten von Elementarereignissen experimentell und / oder formal</li> <li>• bestimmen die Wahrscheinlichkeiten von Ereignissen mit Hilfe der Wahrscheinlichkeiten der Elementarereignisse</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• erläutern den Unterschied zwischen einer statistischen Erhebung und einer Prognose</li> <li>• vergleichen Wahrscheinlichkeitsverteilungen mit Hilfe von Erwartungswert und Standardabweichung</li> <li>• erläutern die Grenzen von statistischen Voraussagen in konkreten Situationen</li> </ul>

## 4.2 Beurteilungskriterien

Aneignungsphasen müssen deutlich von Phasen der Leistungsüberprüfung abgegrenzt werden. Während für gelingende Lernprozesse ein produktiver Umgang mit eigenen Fehlern charakteristisch ist, haben Leistungsüberprüfungen die Funktion, einem anerkannten Gütemaßstab zu genügen, wobei Fehler nach Möglichkeit zu vermeiden sind. Leistungsüberprüfungen haben für den Lernprozess steuernde Wirkung, da sie Art und Umfang des erwarteten Wissens und die gültigen Gütemaßstäbe verdeutlichen.

**Lernen, Leisten,  
Prüfen**

**Leistungsbeurteilung ist eine pädagogische Aufgabe.** Sie gibt Aufschluss über Lernerfolge und Lerndefizite und fördert die Fähigkeit der Schülerinnen und Schüler zur Selbsteinschätzung. Zugleich zielt sie darauf, die Fähigkeit der Schülerinnen und Schüler zu fördern ihren eigenen Lernprozess zu beobachten, bewusst wahrzunehmen und zu bewerten (Selbstreflexion).

**Leistungs-  
beurteilung**

Die **Schülerinnen und Schüler** erhalten die Möglichkeit, ihre eigenen Leistungen und ihre Lernfortschritte vor dem Hintergrund der im Unterricht angestrebten Ziele einzuschätzen. Eine Analyse der Fehler durch die Lehrkräfte als diagnostische Aufgabe der Leistungsbeurteilung hilft ihnen, ihre Lerndefizite aufzuarbeiten.

Die **Lehrerinnen und Lehrer** erhalten wichtige Hinweise über die Effektivität ihres Unterrichts, die es ihnen ermöglichen, den nachfolgenden Mathematikunterricht differenziert vorzubereiten und zu gestalten, um alle Schülerinnen und Schüler individuell zu fördern und zu fordern.

Die **Eltern** erhalten Informationen über den Leistungsstand und die Lernentwicklung ihrer Kinder, die auch für die Beratung zur weiteren Schullaufbahn hilfreich sind.

Die **Fachkonferenz Mathematik** legt die Kriterien für die Leistungsbeurteilung fest. Die Lehrerinnen und Lehrer machen die Kriterien ihrer Leistungsbeurteilung gegenüber Schülerinnen und Schüler transparent.

**Transparenz der  
Leistungsbeur-  
teilung**

Die **Beurteilungskriterien** orientieren sich an den Zielen, Grundsätzen, Inhalten und Anforderungen des Mathematikunterrichts. Dabei ist zwischen der Beurteilung von Lernprozessen und Lernergebnissen zu unterscheiden.

**Beurteilungs-  
kriterien**

Zu den zentralen Kriterien der Beurteilung von Lernprozessen gehören:

- die individuellen Lernfortschritte,
- Gesprächsimpulse, die Schülerinnen und Schüler zur Lösung eines Problems beitragen; dazu gehören alle – auch „fehlerhafte“ oder „falsche“ – Beiträge, die Stationen auf dem Weg zur Lösung sind,
- das selbstständige Finden von Lern- und Lösungswegen (z.B. das Gliedern in Teilprobleme, das sinnvolle Ordnen von Daten, das Erstellen von klärenden Zeichnungen),
- das Entwickeln, Begründen und Reflektieren von eigenen Lösungswegen und -ideen,
- das Entdecken und Erkennen von Strukturen und Zusammenhängen zwischen Wissens-elementen,
- der produktive Umgang mit Fehlern,
- das Eingehen auf Fragen und Überlegungen von Mitschülerinnen und Mitschülern,
- der Umgang mit Medien und Arbeitsmitteln.

Kriterien für die Beurteilung von Lernergebnissen sind

- die Angemessenheit von Lösungsansatz und -methode; dabei sind auch Teillösungen sowie die Auswahl und Darstellung geeigneter Lösungsstrategien angemessen zu berücksichtigen,
- der sichere Umgang mit mathematischen Begriffen und Verfahren,
- die Genauigkeit,

- die Folgerichtigkeit der Ausführung,
- Plausibilitätskontrollen,
- die übersichtliche und verständliche Darstellung einschließlich der ästhetischen Gestaltung.

Die Beurteilungskriterien sind auf den Entwicklungsstand der Schülerinnen und Schüler entsprechend der jeweiligen Jahrgangsstufe abzustimmen. Dabei erhält die Eigenständigkeit der Schülerinnen und Schüler mit höherer Jahrgangsstufe ein zunehmend höheres Gewicht.

### **Bereiche der Leistungsbeurteilung**

Vielfältige Unterrichtsformen führen zu vielfältigen Möglichkeiten der Leistungsbeurteilung. Bereiche der Leistungsbeurteilung sind:

- Mitarbeit und Arbeitsverhalten (Selbstständigkeit, Kooperation bei Partner- und Gruppenarbeit, Mitgestaltung des Unterrichts),
- mündliche Beiträge nach Absprache (z.B. zusammenfassende Wiederholungen, Kurzreferate, Vortrag von selbst erarbeiteten Lösungen, Präsentationen von Projektvorhaben und -ergebnissen, mündliche Überprüfungen); dabei sind Lernprozess und Leistungsüberprüfung sorgfältig zu trennen,
- praktische Arbeiten (Herstellen von Modellen und Produkten, Anfertigen von Zeichnungen und Plakaten, mathematische Reisetagebücher, Themenhefte, Projektarbeiten, Durchführung von selbstständigen Untersuchungen und Befragungen),
- schriftliche Arbeiten (Klassenarbeiten, andere schriftliche Arbeiten, schriftliche Übungen, Protokolle, Heftführung, Arbeitsmappen).

Klassenarbeiten und andere schriftliche Arbeiten sind variationsreich zu gestalten; die Aufgaben- und Problemstellungen sind so zu differenzieren, dass nicht nur Kenntnisse überprüft werden.

Differenzierende Klassenarbeiten können beispielsweise

- Aufgaben zur Auswahl stellen, die sich auf unterschiedliche mathematische Verfahren beziehen, mit denen das gleiche Problem, die gleiche Aufgabenstellung oder der gleiche Sachverhalt bearbeitet und gelöst wird,
- zu einem mathematischen Sachverhalt Aufgaben mit verschiedenen Schwierigkeitsgraden enthalten,
- Zusatzaufgaben zum Verallgemeinern, zum Weiterdenken oder zum Knobeln enthalten,
- Aufgaben enthalten, die mathematische Sachverhalte versprachlichen oder erklären,
- Begründungen fordern, warum Lösungswege nicht erfolgreich sein können oder warum bestimmte Schlussfolgerungen falsch sein müssen,
- Aufgaben offen stellen, für die die Schülerinnen und Schüler Fragestellungen entwickeln und – wenn möglich – unterschiedliche Lösungswege bearbeiten.

Zur Unterstützung einer schülerorientierten Fortführung des Lernprozesses geben die Lehrerinnen und Lehrer eine zeitnahe und kommentierende Rückmeldung zu schriftlichen Arbeiten.

Der Mathematikunterricht bietet den Schülerinnen und Schülern genügend Raum und Zeit, in den genannten Bereichen Leistungen zu erbringen. Die Gewichtung der einzelnen Bereiche erfolgt in einem ausgewogenen Verhältnis, wobei die individuellen Lernvoraussetzungen der Schülerinnen und Schüler zu beachten sind.

Die Lehrerinnen und Lehrer geben den Schülerinnen und Schülern kontinuierlich Rückmeldungen über ihre individuellen Lernfortschritte, über ihre Leistungsstärken und Leistungsschwächen und bieten ihnen Lernhilfen an.