HA 2006

Abschlussprüfung zum Hauptschulabschluss

und diesem gleichwertige Abschlüsse

Mathematik

Hinweise und Beispiele zu den zentralen schriftlichen Prüfungsaufgaben

13.8.2005

Freie und Hansestadt Hamburg
Behörde für Bildung und Sport

Impressum

Nachdruck der Handreichung zum Abschluss 2005, ergänzt um Beispielaufgaben zur Stochastik.

Herausgeber:
Freie und Hansestadt Hamburg
Behörde für Bildung und Sport
Amt für Bildung – B 22 -
Hamburger Straße 31, 22083 Hamburg

Referatsleitung Mathematik, Naturwissenschaften, Informatik, Technik: Werner Renz

Gesamtredaktion H/R:
Susi Agethen, Claudia Aßmann, Christoph Borr, Ronald Buchholz, Andreas Busse, Friedhelm Dieckmann, Jens Dürolf, Winfried Euba, Monika Fönschau, Anneli Gründel, Willi Heinsohn, Dr. Klaus Henning, Gerd Jacobsen, Astrid Jestremski, Andreas Kalbitz, Doris Knabbe, Christa Kobe, Linda Koch, Helmut Komm, Michael Lammersdorf, Kerstin Lenz, Dr. Wolfgang Löding, Eckhard Lohmann, Julia Marasas, Gabriele Müller-Sonder, Helga Nagel, Maike Nebl, Elke Notz, Ilse Oetken, Renate Otter, Karsten Patzer, Christel Piwitt, Martin Richter, Sabine Riekhof, Martina Rühl, Thorsten Scheffner, Jörg Schwan, Gabriele Siebert, Stephanie Spendel, Lars Spiegel, Helmut Springstein, Ulrich Timm, Thomas von Fintel, Gisela Weltersbach, Thorsten Wichmann, Karen Wissen, Karin Witt, Bärbel Zweiling.

Internet: www.daten-fakten.bbs.hamburg.de

Hamburg 2005

Inhaltsverzeichnis

Vorwort

Sehr geehrte Kolleginnen und Kollegen,

mit den zum August 2003 in Kraft getretenen Verordnungen

- Ausbildungs- und Prüfungsordnung für die Klassen 1 bis 10 der allgemein bildenden Schulen (APO-AS),
- Ausbildungs- und Prüfungsordnung für die integrierte Gesamtschule (APO-iGS),
- Ausbildungs- und Prüfungsordnung für die kooperative Gesamtschule (APO-kGS) und
- Prüfungsordnung zum Erwerb von Abschlüssen der allgemein bildenden Schulen durch Externe (ExPO)

werden zentrale Elemente in der schriftlichen Abschlussprüfung eingeführt. Grundlage der schriftlichen Abschlussprüfungen sind die Rahmenpläne für die Sekundarstufe I in der jeweils letzten Fassung.

In den *Regelungen für die zentralen schriftlichen Prüfungsaufgaben* zum Hauptschulabschluss, die jeweils vor Beginn des Abschlussjahrgangs von der Behörde für Bildung und Sport veröffentlicht werden, werden die Schwerpunkpunktthemen und Kompetenzen, die zur Überprüfung anstehen sowie die möglichen Aufgabenformate für den aktuellen Jahrgang verbindlich festgelegt.

In der vorliegenden Handreichung, die die entsprechende Verwaltungsvorschrift ausführt, werden Beispiele für Prüfungsaufgaben vorgestellt, wie sie für die schriftlichen Abschlussarbeiten im Jahr 2005 und in den nachfolgenden Jahren formuliert werden. Die hier vorgelegten Aufgabenbeispiele korrespondieren mit den in den Bildungsstandards Mathematik für den Hauptschulabschluss der KMK geforderten Kompetenzen, Anforderungen und Aufgabenformaten; zum Teil sind auch Aufgabenbeispiele aus diesen Bildungsstandards übernommen worden.

Die Aufgabenstellungen berücksichtigen die in den Rahmenplänen Mathematik für die Hauptschule bzw. die Integrierte Gesamtschule sowie die in den Bildungsstandards der KMK für den Hauptschulabschluss formulierten Leitideen und Anforderungen. Dem Geist der Rahmenpläne folgend orientieren sie sich an den zentralen Ideen (Leitideen), die die Inhalte verschiedener mathematischer Sachgebiete vereinigen und das mathematische Curriculum spiralförmig durchziehen.

Im Anschluss an die Aufgabenstellungen werden jeweils die erwartete Schülerleistung beschrieben und Vorschläge für eine Punkteverteilung in den drei Anforderungsbereichen gegeben. Neu ist, dass die Aufgaben verbindlich definierte Arbeitsaufträge enthalten und in einem Bewertungsschlüssel die Voraussetzungen für eine „;gute“ und für eine „ausreichende“ Gesamtleistung beschrieben werden. Diese Definitionen dienen dem Ziel, mehr Verbindlichkeit und Vergleichbarkeit zu schaffen.

In der Hoffnung, dass die vorliegende Handreichung hilfreich für Ihre Unterrichtsarbeit und der Einführung zentraler Elemente in die schriftliche Abschlussprüfung dienlich ist, wünsche ich Ihnen und Ihren Schülerinnen und Schülern eine erfolgreiche Vorbereitung auf den Hauptschulabschluss.

Den Koordinatoren und Mitgliedern der Arbeitsgruppe, die diese Handreichung erstellt haben, möchte ich sehr herzlich für die intensive und zeitaufwändige Arbeit danken.

Werner Renz

1 Liste der Arbeitsaufträge

Mehr noch als bei dezentralen Aufgaben, die immer im Kontext gemeinsamer Erfahrungen der Lehrenden und Lernenden mit vorherigen Klassenarbeiten stehen, müssen zentrale Prüfungsaufgaben für die Schülerinnen und Schüler eindeutig hinsichtlich des Arbeitsauftrages und der erwarteten Leistung formuliert sein. Die in den zentralen schriftlichen Prüfungsaufgaben verwendeten Operatoren (Arbeitsaufträge) werden in der folgenden Tabelle definiert und inhaltlich gefüllt. Entsprechende Formulierungen in den vorausgehenden Klassenarbeiten sind ein wichtiger Teil der Vorbereitung auf den Hauptschulabschluss.

Neben Definitionen und Beispielen enthält die Tabelle auch Zuordnungen zu den Anforderungsbereichen **I**, **II** und **III**, wobei die konkrete Zuordnung auch vom Kontext der Aufgabenstellung abhängen kann und eine scharfe Trennung der Anforderungsbereiche nicht immer möglich ist.

Anforderungsbereich I: Reproduzieren

Dieses Niveau umfasst die Wiedergabe und direkte Anwendung von grundlegenden Begriffen, Sätzen und Verfahren in einem abgegrenzten Gebiet und einem wiederholenden Zusammenhang.

Anforderungsbereich II: Zusammenhänge herstellen

Dieses Niveau umfasst das Bearbeiten bekannter Sachverhalte, indem Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten verknüpft werden, die in der Auseinandersetzung mit Mathematik auf verschiedenen Gebieten erworben wurden.

Anforderungsbereich III: Verallgemeinern und Reflektieren

Dieses Niveau umfasst das Bearbeiten komplexer Gegebenheiten u.a. mit dem Ziel, zu eigenen Problemformulierungen, Lösungen, Begründungen, Folgerungen, Interpretationen oder Wertungen zu gelangen.

Arbeitsaufträge	Definitionen	Beispiele
Angeben, nennen **I-II**	Formulierung eines Sachverhaltes, Aufzählen von Fakten etc. ohne Begründung und ohne Lösungsweg.	Nenne ein Beispiel, in dem lineare Funktionen in der Realität auftreten.
Auseinander-setzen **II-III**	Kreativer Prozess, mindestens auf dem Anforderungsniveau II.	Setz dich mit den Äußerungen der Schülerinnen und Schüler auseinander.
Auswählen **I-II**	Ohne Begründung aus mehreren Angeboten eines auswählen	Wähle ohne Hilfe des Taschenrechners diejenige Zahl aus, die dem Wert von $\sqrt{199}$ am nächsten kommt.
Begründen **II-III**	Für einen angegebenen Sachverhalt einen Begründungszusammenhang herstellen.	Begründe, warum der abgebildete Graph die Situation nicht richtig beschreibt.
Berechnen **I-II**	Ergebnis von einem Ansatz ausgehend durch nachvollziehbare Rechenoperationen gewinnen. Die Wahl der Mittel kann eingeschränkt sein.	Berechne ohne Benutzung des Taschenrechners den Wert des Ausdrucks $2^3 + 3^2$.

Arbeitsaufträge	Definitionen	Beispiele
Beschreiben **II-III**	Darstellung eines Sachverhalts oder Verfahrens in Textform unter Verwendung der Fachsprache. Es sollten hierbei vollständige Sätze gebildet werden; hier sind auch Einschränkungen möglich (Beschreiben Sie in Stichworten).	Beschreibe, wie sich A ändert, wenn x größer wird. Beschreibe, wie man den Flächeninhalt dieser Figur bestimmen kann.
Bestimmen **I-III**	Darstellung des Lösungsweges und Formulierung des Ergebnisses. Die Wahl der Mittel kann frei, unter Umständen auch eingeschränkt sein.	Bestimme die Lösung der Gleichung $3x - 5 = 5x + 3$ durch Äquivalenzumformungen. Bestimme graphisch den Schnittpunkt.
Beurteilen **III**	Zu einem Sachverhalt ein selbstständiges Urteil unter Verwendung von Fachwissen und Fachmethoden formulieren.	Beurteile, welche der beiden vorgeschlagenen Funktionen das ursprüngliche Problem besser darstellt. Beurteile die Diskussion von Yildiz und Sven.
Entscheiden **II-III**	Bei Alternativen sich begründet und eindeutig auf eine Möglichkeit festlegen.	Entscheide, mit welchen der vorgeschlagenen Formeln man das Volumen des abgebildeten Körpers berechnen kann.
Erstellen **I-II**	Anfertigung einer Darstellung des Sachverhaltes in übersichtlicher meist üblicher oder vorgegebener Form.	Erstelle eine Wertetabelle für die Funktion. Erstelle eine Planfigur.
Interpretieren **II-III**	Die Ergebnisse einer mathematischen Überlegung rückübersetzen auf das ursprüngliche Problem.	Interpretiere: Was bedeutet deine Lösung für die ursprüngliche Frage? Interpretiere die Bedeutung der Variablen d vor dem Hintergrund des Problems.
Konstruieren **II-III**	Anfertigung einer genauen Zeichnung, wobei die einzelnen Handlungsschritte einem mathematischen Konzept folgen, was in der Zeichnung erkennbar ist. Hilfsmittel werden benannt, müssen aber gegebenenfalls nicht alle verwendet werden.	Konstruiere mit Hilfe von Zirkel und Lineal die Mittelsenkrechte der Strecke $\overline{AB}$.
Skizzieren **I-II**	Graphische Darstellung der wesentlichen Eigenschaften eines Objektes, auch Freihandskizze möglich.	Skizziere den Verlauf des Graphen. Skizziere die Figur, die im Text beschrieben wird.
Vergleichen **II-III**	Nach vorgegeben oder selbst gewählten Gesichtspunkten Gemeinsamkeiten, Ähnlichkeiten und Unterschiede ermitteln und darstellen.	Vergleiche Umfang und Flächeninhalt der drei Figuren.
Zeichnen **I-II**	Sorgfältige Anfertigung einer graphischen Darstellung.	Zeichne den Graphen der Funktion.
Zeigen, nachweisen **III**	Eine Aussage, einen Sachverhalt nach gültigen Schlussregeln, Berechnungen, Herleitungen oder logischen Begründungen bestätigen.	Zeige, dass das betrachtete Viereck ein Parallelogramm ist.

2 Aufgaben

Die folgenden Aufgabenbeispiele für zentrale schriftliche Prüfungen zum Hauptschulabschluss im Fach Mathematik werden entsprechend den *Regelungen für die zentralen schriftlichen Prüfungsaufgaben* in zwei Aufgabenformaten vorgestellt: Aufgaben, die ohne den Einsatz des Taschenrechners bearbeitet werden sollen, und Aufgaben, zu deren Lösung der Einsatz des Taschenrechners vorgesehen ist.

Die schriftliche Prüfung dauert 135 Minuten (3 Unterrichtsstunden), es sind insgesamt 100 Punkte zu erreichen.

Der Aufgabenteil I (ohne Taschenrechner) ist in 45 Minuten, einem Drittel der zur Verfügung stehenden Arbeitszeit, zu bearbeiten. Dementsprechend wird ihm etwa ein Drittel der Gesamtpunktzahl zugeordnet (34 von 100 Punkten).

Für den zweiten Aufgabenteil II, der aus 3 Prüfungsaufgaben besteht und bei dem der Einsatz des Taschenrechners vorgesehen ist, stehen danach zwei von drei Unterrichtsstunden, also insgesamt 90 Minuten (30 Minuten pro Aufgabenteil) zur Verfügung. Dementsprechend werden ihm etwa zwei Drittel der Gesamtpunktzahl zugeordnet (3 mal jeweils 22 Punkte = 66 Punkte). Da vorgesehen ist, diese drei Prüfungsaufgaben gegebenenfalls in kleinere Teilaufgaben aufzuteilen, wird in der nachfolgenden Sammlung nicht allen entsprechenden Aufgabenbeispielen die Maximalpunktzahl von 22 Punkten zugeordnet. Vorgestellt werden dann Teilaufgaben, die zusammen mit anderen zu einer Prüfungsaufgabe mit 22 Punkten zusammengesetzt werden sollen.

Die Aufgabenbeispiele enthalten neben der Aufgabenstellung den Erwartungshorizont (die erwartete Schülerleistung) und Vorschläge für eine mögliche Bewertung.

Für die Bewertung der Gesamtleistung der schriftlichen Prüfung gilt die folgende Zuordnungstabelle:

Erreichte Gesamtpunktzahl	Bewertung
≥ 90 Punkte	1
≥ 85 Punkte	1-
≥ 80 Punkte	2+
≥ 75 Punkte	2
≥ 70 Punkte	2-
≥ 65 Punkte	3+
≥ 60 Punkte	3
≥ 55 Punkte	3-
≥ 50 Punkte	4+
≥ 45 Punkte	4
≥ 40 Punkte	4-
≥ 33 Punkte	5+
≥ 26 Punkte	5
≥ 20 Punkte	5-
< 20 Punkte	6

Bewertungskriterien für die Noten „gut“ und „ausreichend“

Die Note „gut“ („2“) kann nur erteilt werden, wenn mindestens 75% der erreichbaren Gesamtleistung erbracht wurden.

Die Note „ausreichend“ („4“) kann nur erteilt werden, wenn mindestens 45 % der erreichbaren Gesamtleistung erbracht wurden.

2.1 Aufgaben, die ohne Einsatz des Taschenrechners bearbeitet werden

1. Mache einen Überschlag und kreuze an:

$278 + 716 + 4\,015$	( ) 300	( ) 1 000	( ) 3 000	( ) 5 000
$2\,014 \cdot 978$	( ) 2 000	( ) 10 000	( ) 20 000	( ) 2 000 000

2. Marion kauft Folgendes ein :

	10 Literpackungen Saft zu je	0,49 €
	10 Tafeln Schokolade zu je	0,59 €
und	1 Paket Waschpulver zu je	3,79 €

Wähle den Geldbetrag, der dem Kaufpreis am nächsten kommt und kreuze an.

☐	☐	☐	☐
13 €	14 €	15 €	16 €

3. Berechne: $\frac{1}{6} + \frac{1}{2} =$ $\qquad$ $\frac{3}{8} : \frac{1}{16} =$

4. Berechne: $\frac{1}{4}$ von einem 1,20 m langen Stab.

Antwort: ____

5. Berechne: a) 30 % von 1 600 = _________ b) 50 % von 488 = _________

6. In einer Zeitung steht, dass 25 % aller Kinder in 7. Klassen eine Zahnspange tragen.
   In der Klasse H 7a einer Schule sind 28 Kinder, davon haben 6 eine Zahnspange.
   Entscheide, ob der in der Zeitung genannte Prozentsatz dem Anteil der Kinder, die in der Klasse H 7a eine Zahnspange tragen, entspricht.

Antwort: ____

____

____

7. Die Entfernung zweier Orte auf einer Landkarte beträgt 15 cm.
   Die Karte hat den Maßstab 1 : 100 000.
   Gib an, wie weit die Orte tatsächlich voneinander entfernt sind. Kreuze an.

☐	☐	☐	☐
1 500 m	1,5 km	15 km	150 km

8. In welchen Längen-Maßeinheiten werden die unten genannten Längen normalerweise angegeben?
   Ordne – wie im Beispiel - mit Pfeilen zu.

Länge eines Bleistifts	km
Entfernung: Hamburg-Paris	mm
Höhe des Fernsehturms	cm
Dicke von Briefpapier	m
Länge eines Fingers	cm

9. Auf dem Hühnerhof leben 30 Hühner. Jedes Huhn legt jeden Tag ein Ei. Alle Hühner zusammen erhalten täglich 6 kg Futter.

   a) Berechne, wie viele Eier die Hühner in einer Woche legen.
   b) Berechne, wie viel Futter ein Huhn in der Woche frisst.
   c) Berechne, wie viele Hühner der Bauer braucht, wenn er in den vier Wochen vor Ostern 2 800 Eier verkaufen will.

Zu a)

Antwort: ____

Zu b)

Antwort: ____

Zu c)

Antwort: ____

10. Konstruiere ein Dreieck ABC mit $\alpha = 50°$; $c = 6{,}5$ cm; $\beta = 80°$.

11. Bei einer der Aufgaben a), b), c) lässt sich aus den Angaben <u>kein</u> Dreieck konstruieren. Welche ist es? Begründe.

a)	c = 8 cm	α = 60°	β = 120 °
b)	c = 10 cm	α = 70°	β = 100 °
c)	a = 8 cm	β = 110°	c = 8 cm

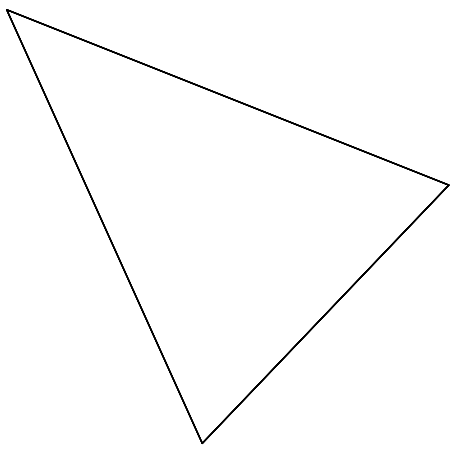
Antwort: ______________________________

____

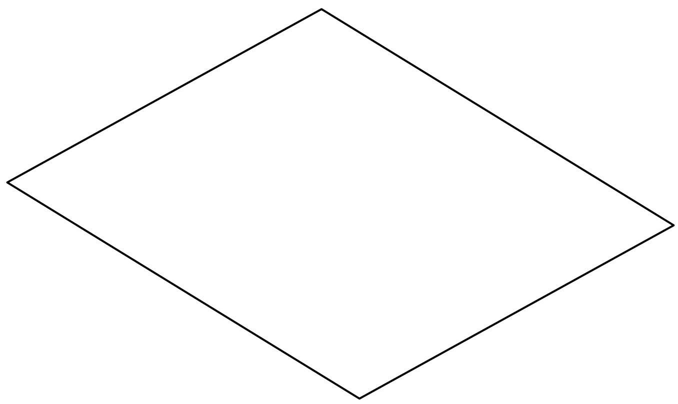
____

12. Zeichne jeweils eine Höhe in folgende Figuren ein!

a)



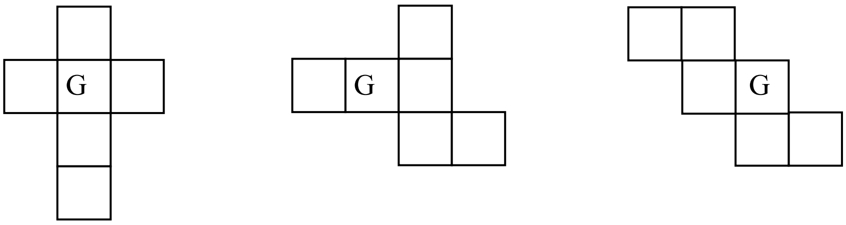
b)



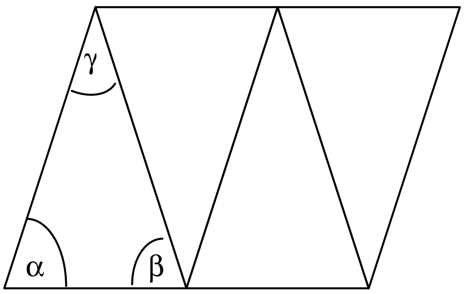
13. Unterstreiche den Fehler und löse richtig:

$$\begin{aligned}
3\,(x-4) &= x+20 && \\
3x-12 &= x+20 && |+12 \\
3x &= x+32 && |-x \\
4x &= 32 && |:4 \\
x &= 8 &&
\end{aligned}$$

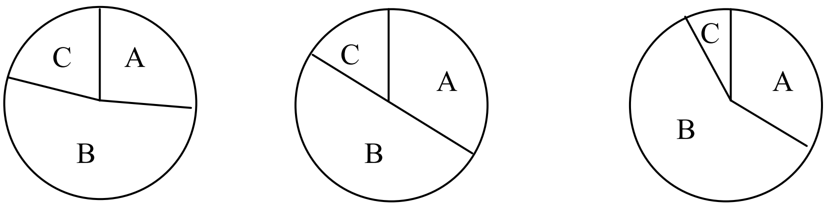
14. Du siehst hier Würfelnetze. Die Grundfläche G ist jeweils eingezeichnet.
    Kennzeichne die jeweils gegenüberliegende Deckfläche D.



15. Die folgende Zeichnung ist aus deckungsgleichen Dreiecken entstanden.
    Begründe mit ihrer Hilfe, dass die Winkelsumme im Dreieck immer 180° beträgt.



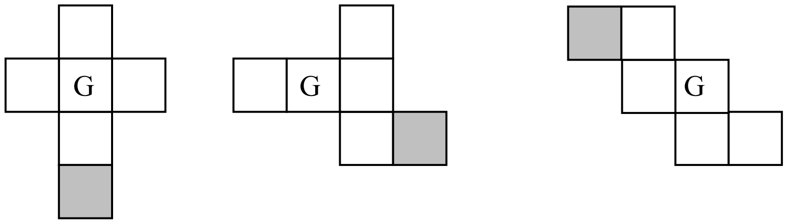
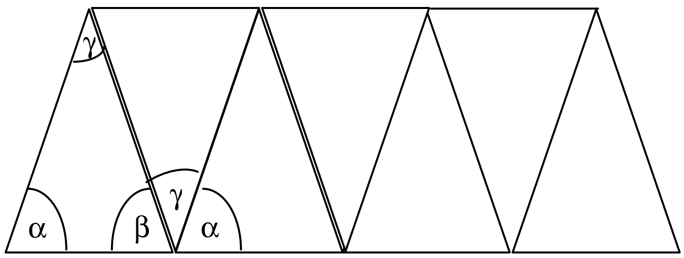
16. Eine Wahl hatte folgendes Ergebnis:
    Kandidat A: 32 % der abgegebenen Stimmen,
    Kandidat B: 61 % der abgegebenen Stimmen,
    Kandidat C: 7 % der abgegebenen Stimmen.
    Entscheide, welches Kreisdiagramm den Sachverhalt richtig angibt. Kreuze an.



Quellenangabe zu Aufgabenteil 16:
Mathematik Mecklenburg-Vorpommern ,2004, Abschluss-Prüfungsaufgaben mit Lösungen

Erwartungshorizont

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
1	$278 + 716 + 4\,015 \approx$ **5 000** $2\,014 \cdot 978 \approx$ **2 000 000**	1		
2	Saft ≈ 5 €, Schokolade ≈ 6 €, Waschpulver ≈ 4 € Antwort: **15 €**	1	1	
3	$\frac{1}{6}+\frac{1}{2}=\frac{1}{6}+\frac{3}{6}=\frac{4}{6}=\mathbf{\frac{2}{3}}$; $\frac{3}{8}:\frac{1}{16}=\frac{3}{8}\cdot 16=\mathbf{6}$	1		
4	$\frac{1}{4}\cdot 1{,}20\text{ m} = 0{,}30\text{ m}$ oder **30 cm**	1		
5	a) 30% von 1600 sind **480**. b) 50% von 488 sind **244**.	1		
6	25 % von 28 Schülern sind 7 Schüler. Antwort: **Nein**, der Prozentsatz in der Klasse ist kleiner.		3	
7	1 cm entspricht 100 000 cm = 1 000 m = 1 km. 15 cm entsprechen **15 km**.	2		
8	Vorstellung von Längeneinheiten; richtige Zuordnung: Länge eines Bleistifts — km Entfernung: Hamburg-Paris — mm Höhe des Fernsehturms — cm Dicke von Briefpapier — m Länge eines Fingers — cm	2		
9	a) $30 \cdot 7 = 210$; die Hühner legen in einer Woche **210 Eier**. b) $6 : 30 = 0{,}2$; $0{,}2 \cdot 7 = 1{,}4$. Jedes Huhn frisst **1,4 kg** Futter pro Woche. c) $2\,800 : 28 = 100$. Für 100 Eier pro Tag werden **100 Hühner** gebraucht.	1	3 2	
10	Konstruktion nach WSW		2	
11	Mit den Angaben aus a) lässt sich kein Dreieck zeichnen, denn die Summe $\alpha + \beta$ wäre bereits gleich 180°. Für den 3. Winkel bliebe sozusagen nichts übrig.		1	
12	Höhe im rechten Winkel zur Grundseite eintragen , je 0,5 P.		1	
13	Fehler bei Subtraktion von x in der dritten Zeile; richtig: $2x = 32$ bzw. $x = 16$.			2

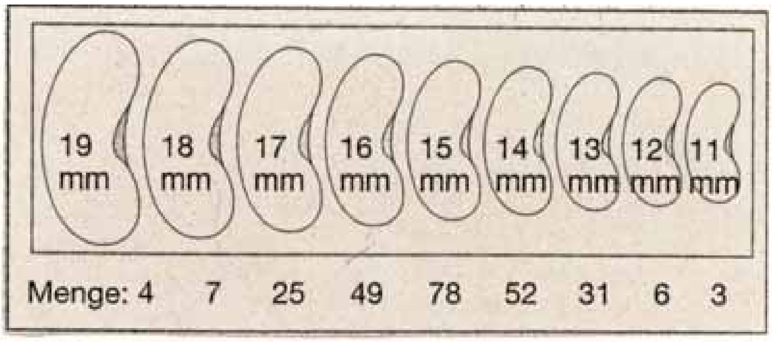
	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
14			3	
15				3
16	Das Kreisdiagramm rechts stellt den Zusammenhang richtig dar.		3	
	Insgesamt 34 BWE (Bearbeitungszeit: 45 min)	10	19	5

2.2 Aufgaben, die mit Hilfe des Taschenrechners bearbeitet werden

Idee der Zahl

1. Bohnen

Herr Werner hat seine Gartenbohnen nach der Größe sortiert, weil er sie für die neue Saat verwenden möchte. Sein Ergebnis hat er in folgender Zeichnung dargestellt:



a) Lies aus der Zeichnung ab, wie viele Bohnen er insgesamt hatte.

b) Berechne den prozentualen Anteil an 12 mm, 15 mm und 17 mm großen Bohnen. Runde die zweite Stelle nach dem Komma.

c) Herr Werner musste 5 % seiner Bohnen wegwerfen, weil sie verdorben waren. Wie viele Bohnen hat er weggeworfen? Runde auf ganzzahligen Wert.

Erwartungshorizont

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	255	2		
b)	12 mm: 2,35 % 15 mm: 30,59 % 17 mm: 9,80 %	6		
c)	5 % von 255 sind genau 12,75; 13 Bohnen musste er wegwerfen.	3		
	Insgesamt 11 BWE (Bearbeitungszeit: 15 min)	11		

Idee der Zahl

2. Fähre

An der Anlegestelle einer Fähre findet sich diese Preistabelle:

Einzelkarte	1 Person	5 €
Gruppenkarte	8 Personen	38 €
Gruppenkarte	20 Personen	90 €

a) Berechne den günstigsten Preis für 16 Personen.

b) Für eine Gruppe aus 24 Personen rechnet Frank einen Preis von 114,- € aus. Maike meint, dass die Gruppe günstiger fahren kann. Wer hat Recht? Begründe.

c) Die Fährgesellschaft will eine Gruppenkarte für 50 Personen einführen. Was wäre dafür ein angemessener Preis? Begründe.

Erwartungshorizont

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	Berechnen der Preise mit Hilfe verschiedener Tarife: 16 Einzelkarten kosten 80 €. 2 Gruppenkarten á 8 Personen kosten 76 €. 1 Gruppenkarte á 20 Personen kostet 90 €. Wegen 76 € < 80 € < 90 € ist der Kauf von 2 Gruppenkarten á 8 Personen am günstigsten.	3		
b)	Maike hat Recht, denn bei Verwendung einer Gruppenkarte für 20 Personen und vier Einzelkarten bezahlt man nur 110 €.		3	
c)	Die Aufgabe hat keine eindeutige Lösung. Sie erfordert die Diskussion des Tarifbereiches, in dem sich der Preis für die Gruppenkarte für 50 Personen bewegen muss. Es muss ein Preis gewählt werden, der günstiger ist als $2 \cdot 90\text{ €} + 1 \cdot 38\text{ €} + 2 \cdot 5\text{ €} = 228\text{ €}$			5
	Insgesamt 11 BWE (Bearbeitungszeit: 15 min)	3	3	5

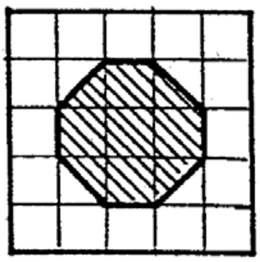
Quelle: Bearbeitete Version der Aufgabe aus den KMK-Bildungsstandards Mathematik Hauptschule, 2004.

Idee der Zahl

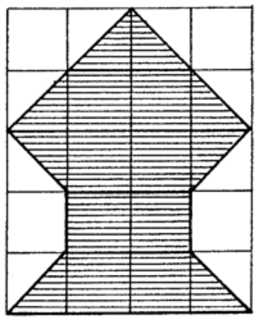
3. Fläche und Prozent

Wie viel Prozent der Fläche sind schraffiert?

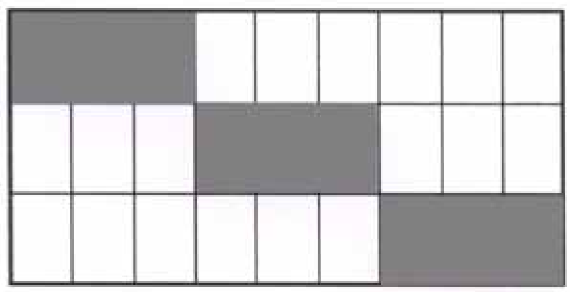
a)



b)



c)



Erwartungshorizont

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	7 von 25 Feldern sind schraffiert; das sind $\frac{7}{25} = \frac{28}{100}$ = **28 %**.	2		
b)	12 von 20 Feldern sind schraffiert; das sind $\frac{12}{20} = \frac{60}{100}$ = **60 %**.	2		
c)	9 von 27 Feldern sind schraffiert; das sind $\frac{9}{27} = \frac{1}{3}$ = **$33\frac{1}{3}$ %**	3		
	Insgesamt 7 BWE (Bearbeitungszeit: 8 min)	7		

Idee der Zahl

4. Heizölpreise

Je mehr man kauft, desto billiger wird der Preis für 100 Liter Heizöl.

Ich kaufe:	Ich bezahle pro 100 Liter:
1 bis 1 000 Liter	47,10 €
1 001 bis 1 500 Liter	44,75 €
1 501 bis 2 000 Liter	42,40 €
2 001 bis 2 500 Liter	41,10 €
2 501 bis 3 500 Liter	39,10 €
3 501 bis 4 500 Liter	37,72 €
4 501 bis 5 500 Liter	36,95 €
5 501 bis 6 500 Liter	36,53 €
6 501 bis 8 000 Liter	36,12 €

a) Berechne die Preise für 500 Liter und für 900 Liter.

b) Berechne die Preise für 2 100 Liter und für 3 600 Liter.

c) Frau Kaiser bestellt 4 000 Liter und ihre Nachbarin 3 600 Liter. Um einen günstigeren Preis zu bekommen, bestellen beide zusammen.
Berechne, wie viel Euro sie insgesamt gespart haben.

Erwartungshorizont

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	Preis für 500 l: $5 \cdot 47{,}10$ € = **235,50 €** Preis für 900 l: $9 \cdot 47{,}10$ € = **423,90 €**	3		
b)	Preis für 2 100 l: $21 \cdot 41{,}10$ € = **863,10 €** Preis für 3 600 l: $36 \cdot 37{,}72$ € = **1 357,92 €**	3		
c)	Preis bei Einzelbestellungen: $40 \cdot 37{,}72$ € + $36 \cdot 37{,}72$ € = 2 866,72 € Preis bei Sammelbestellung: $76 \cdot 36{,}12$ € = 2 745,12 € Ersparnis: 2 866,72 € – 2 745,12 € = **121,60 €**	3	2	
	Insgesamt 11 BWE (Bearbeitungszeit: 15 min)	9	2	

Idee der Zahl

5. Kartoffelauflauf

In einer Schulküche wird Kartoffelauflauf als Beilage hergestellt. Laut Rezept werden für 12 Personen als Zutaten gebraucht:

2 kg Kartoffeln 1 Knoblauchzehe 200 g geriebener Käse (Emmentaler) 1/2 l süße Sahne 40 g Butter

Es soll Kartoffelauflauf für 30 Personen hergestellt werden.

a) Berechne, welche Mengen gebraucht werden (ohne Knoblauchzehe).

b) Kartoffeln werden angeboten in 1 kg Beuteln für je 0,55 €, in 2 kg-Beuteln für je 0,95 Euro und in 5 kg-Beuteln für je 2,40 Euro. Entscheide, in welchen Beuteln die Kartoffeln am günstigsten eingekauft werden.

c) Sahne wird angeboten in Bechern mit je 0,2 l und Packungen mit je 1 l Inhalt. Berechne, wie viele Becher bzw. Packungen Sahne eingekauft werden müssen.

Erwartungshorizont

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	Kartoffeln: $2 \cdot \frac{30}{12}$ kg = 5 kg. geriebener Käse: $200 \cdot \frac{30}{12}$ g = 500 g Sahne: $\frac{1}{2} \cdot \frac{30}{12}$ l = $\frac{5}{4}$ l = 1,25 l Butter: $40 \cdot \frac{30}{12}$ g = $\frac{1200}{12}$ g = 100 g Butter	4		
b)	5 Beutel zu je 1 kg: 5 · 0,55 € = 2,75 € 2 Beutel zu je 2 kg und 1 Beutel zu je 1 kg: 1 · 0,55 € + 2 · 0,95 € = 2,45 € 2,45 € > 2,40 €. Es sollte ein 5 kg-Beutel gekauft werden.		2	
c)	Je nach Preis für den Becher bzw. die Packung werden entweder 7 Becher oder 2 Becher <u>und</u> 1 Packung gekauft (1 · 1 l + 2 · 0,2 l = 1,4 l).		2	
	Insgesamt 8 BWE (Bearbeitungszeit: 9 min)	4	4	

Idee der Zahl

6. Kniebeugenrekord

Ein neuer Rekord für das Guinness-Buch. Lies die folgende Zeitungsmeldung:

Wolgaster schafft Kniebeugen-Rekord

Wolgast – Maschinenbauer Kurt Scharf (47) aus Wolgast hat es geschafft: Er machte in einer Stunde 3 764 exakte Kniebeugen, übertraf die alte Bestmarke um 212. Neuer Rekord fürs Guinness-Buch!

BILD, 4. 10. 2001

a) Wie viele Kniebeugen schaffte Kurt Scharf als neuer Rekordhalter in einer Minute (Runde auf 2 Stellen nach dem Komma)?

b) Wie viele Kniebeugen schaffte der bisherige Rekordhalter in einer Minute?

c) Wie viele Kniebeugen schaffte der neue Rekordhalter mehr pro Minute als der alte?

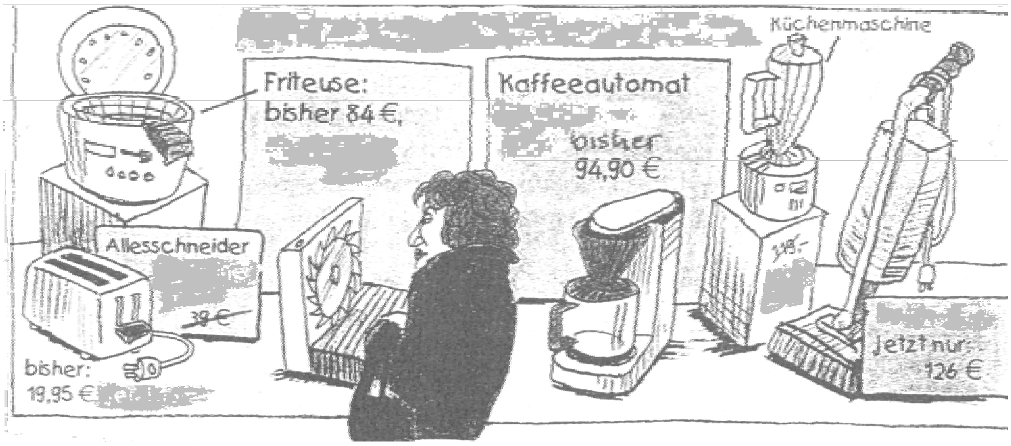
Erwartungshorizont

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	3 764 : 60 = 62,73 Kurt Scharf schaffte durchschnittlich 62,73 Kniebeugen pro Minute	2		
b)	3 552 : 60 = 59,2. Der bisherige Rekordhalter schaffte durchschnittlich 592, Kniebeugen pro Minute.	2		
c)	Der neue Rekordhalter schaffte pro Minute 3,53 Kniebeugen mehr als der alte.	2		
	Insgesamt 6 BWE (Bearbeitungszeit: 8 min)	6		

Idee der Zahl

7. Sonderangebote

Sonderangebote!!!! Alle Waren um 30 % reduziert!!!



a) Berechne den neuen Preis für die Friteuse und den alten Preis für den Staubsauger.

b) Der Preis eines Toasters wurde von 19,95 € auf 14,20 € herabgesetzt.

Hat der Verkäufer richtig gerechnet? Begründe.

c) Im Schlussverkauf werden nochmals alle Waren um 20 % reduziert. Herr Müller meint: „Klasse, jetzt ist alles um 50 % billiger, die Waren kosten nun genau die Hälfte!“ Hat er Recht? Begründe.

Erwartungshorizont

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	Neuer Preis für die Friteuse: z.B. 70 % von 84 € = 58,80 € Alter Preis für den Staubsauger: z.B. $126\text{ €} \cdot \frac{100}{30} = 180\text{ €}$	4		
b)	70 % von 19,95 € = 13,965 ≈ 13,97 € Der Verkäufer hat sich verrechnet. Der neue Preis müsste 13,97 € betragen.		2	
c)	Er hat nicht Recht. Beispiel Friteuse: Von 84 € auf 58,80 €; weitere Reduzierung von 58,80 € um 20 % ergibt 58,80 € – 11,76 € = 47,04 €. Die Hälfte von 84 € wäre aber 42 €. (oder: eine Reduzierung um 30 %, dann um 20 % ergibt einen Preisnachlass von $0{,}3 + 0{,}7 \cdot 0{,}2 = 0{,}44$ oder 44 %, also weniger als 50 %.)			3
	Insgesamt 9 BWE (Bearbeitungszeit: 12 min)	4	2	3

Idee der Zahl

8. Telefontarife

Mobilnet	**Interplus**
Keine monatliche Gebühr!!!!	**9,90 € monatliche Grundgebühr**
Eigenes Netz: 0,4 € / min	**15 ct / min**
Fremdes Telefonnetz: 0,7 € / min	

a) Familie Müller ist bei Interplus. Sie hat im März 45 Minuten telefoniert. Berechne die Telefonkosten.

b) Familie Wendt zahlte bei Mobilnet im November 32,80 €. Sie hat nur im eigenen Netz telefoniert. Wie lange hat sie insgesamt telefoniert?

c) Herr Hertel telefoniert im Monat im Durchschnitt etwa 35 Minuten, davon mindestens 10 min im Fremdnetz. Welche Telefongesellschaft wäre für ihn günstiger? Begründe deine Rechnungen.

Erwartungshorizont

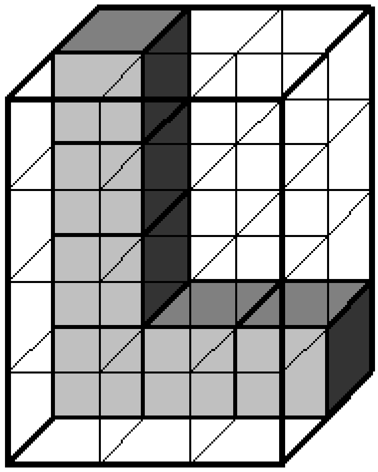
	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	9,90 € + 45 · 0,15 € = 16,65 €	3		
b)	32,80 € : 0,4 € = 82 Minuten	2		
c)	Mobilnet: 25 · 0,4 € + 10 · 0,7 € = 17 €. Interplus: 9,90 € + 35 · 0,15 € = 15,15 €. Es wäre für Herrn Hertel günstiger, bei **Interplus** zu telefonieren.			6
	Insgesamt 11 BWE (Bearbeitungszeit: 15 min)	5		6

Idee der Zahl, Idee Raum und Form

9. Volumen und Prozente

a) Wie viel Prozent des Quadervolumens sind grau dargestellt?

b) Färbe den gleichen Anteil in einer selbst gewählten Fläche.



Erwartungshorizont

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	6 von 24 Würfeln sind grau dargestellt, das sind 25 %.	3		
b)	Hier gibt es mehrere Möglichkeiten, eine Fläche zu wählen; ein Viertel der Fläche muss aber eingefärbt sein			3
	Insgesamt 6 BWE (Bearbeitungszeit: 7 min)	3		3

Quelle. Qualifizierender Hauptschulabschluss 2002, Thüringen

Idee des Messens, Idee Raum und Form

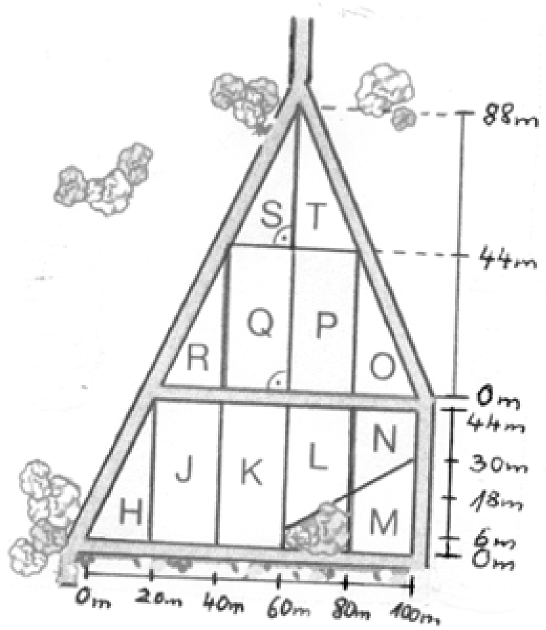
10. Bauland

Eine Gemeinde bietet Bauland an. Ein Quadratmeter kostet 140 €. Familie Schmidt kann nicht mehr als 100 000 € ausgeben.

Die Grundstücke sind in der Skizze mit Buchstaben bezeichnet. Um sie herum führen Straßen und Wege.

a) Familie Schmidt will ein möglichst großes Grundstück haben. Begründe, warum sie sich aber nur ein Grundstück von ca. 714 m² Größe kaufen kann.

b) Vergleiche die Grundstücke und begründe, welche Grundstücke in Frage kommen.



Erwartungshorizont

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	100 000 : 140 ≈ 714,286 Das Grundstück darf eine maximale Größe von 714,29 m^2 haben.	3		
b)	Es ist zu erkennen, dass die Grundstücke P, Q, J, K gleich groß sind. Sie sind alle zu groß: 20 · 44 m² = 880 m² Es ist zu erkennen, dass die Grundstücke S, T, R, O, H gleich groß sind. Sie sind halb so groß wie die Grundstücke P, Q, J, K und damit alle zu klein: 440 m². **Grundstück L** ist ein Trapez mit den Parallellinien (44 m – 6 m) = 38 m bzw. (44 m – 18 m) = 26 m: Wegen A = [(38 + 26) : 2] · 20 m² = 640 m² kommt dieses Grundstück in Frage. Die Grundstücke N und M sind kleiner als das Grundstück L.		2 2	4
	Insgesamt 11 BWE (Bearbeitungszeit: 15 min)	3	4	4

Idee des Messens, Idee Raum und Form

11. Fass

Postkarte – Foto: Corbis (M. G. Gutrath Verlag, Augustastr. 1, 52070 Aachen, Tel. 0241-603322)

Wie viel Liter Flüssigkeit passen ungefähr in dieses Fass? Begründe deine Antwort.

Erwartungshorizont

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
	<u>Ein möglicher Lösungsweg:</u>			
	- Wahl eines geeigneten geometrischen Körpers, z.B. Zylinder		2	
	- Ermitteln von Näherungswerten für Durchmesser und Höhe des Zylinders durch den Vergleich einer Person mit dem Fass zur Berechnung des Volumens: Bestimmung des Durchmessers des Fasses: Der Mann mit dem ausgestreckten Arm könnte die „2 m-Marke“ fassen (Mann ca. 1,80 m, d.h. der Durchmesser des Fasses beträgt ca. 3 m).			
	- Bestimmung der Breite des Fasses: ca. 3,50 m (fast 7 Männer befinden sich an der Seite des Fasses).			2
	- Anwenden der Formel zur Berechnung des Zylinders: $V = \pi \cdot r^2 \cdot h$			
	- Rechnung: $3{,}14 \cdot 1{,}50^2 \cdot 3{,}50 = 24{,}73$.			
	- 1. Antwort: Der Rauminhalt des Fasses beträgt ca. 25 m^3.			2
	- Überlegung: 1 m^3 entspricht 1 000 Liter.			
	- 2. Antwort: In das Fass passen ungefähr 25 000 Liter Flüssigkeit.			3
	(<u>Weitere Lösungsmöglichkeit:</u>			2
	- Vorstellung: Ein Quader umschließt das Weinfass. Es wird dann der Rauminhalt eines Quaders berechnet.)			
	Insgesamt 11 BWE (Bearbeitungszeit: 15 min.)		2	9

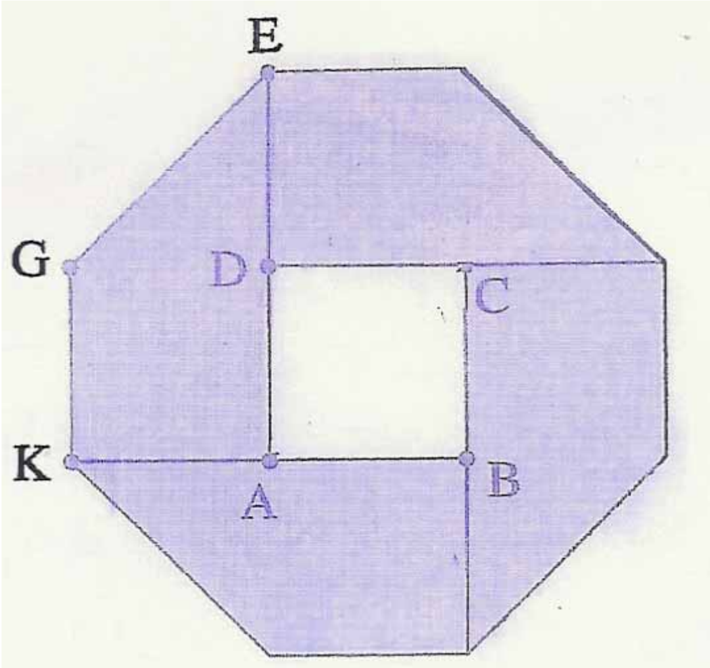
Quelle: Bearbeitete Version der Aufgabe aus den KMK-Bildungsstandards Mathematik Hauptschule, 2004.

Idee des Messens, Idee Raum und Form

12. Firmenlogo

Eine Sparkasse lässt zu Werbezwecken eine Hauswand mit dem folgenden Firmenlogo versehen:

Das weiße Viereck ist ein Quadrat. Es gilt $|AB| = |DE| = |KA| = a$ cm



a) Überlege dir eine Möglichkeit, den Flächeninhalt der gesamten Figur zu berechnen und beschreibe deinen Lösungsweg.

b) Berechne die gefärbte Fläche für $a = 80$ cm.

c) Schätze ab, ob der Maler mit 2 Dosen à $\frac{3}{4}$ l Farbe auskommt, wenn er einen Quadratmeter $\frac{1}{2}$ l Farbe benötigt.

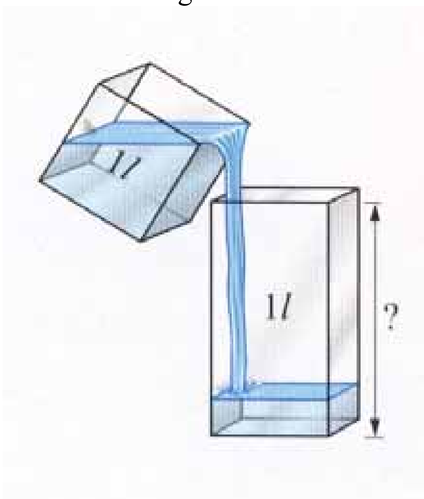
Erwartungshorizont

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	Lösung über das Quadrat in der Logo-Mitte: Die Figur besteht aus 4 gleichen rechtwinkligen, blauen Trapezen und dem weißen Quadrat in der Mitte. Jedes Trapez lässt sich einteilen in ein Quadrat (mit derselben Fläche wie das weiße Quadrat) und ein rechtwinkliges Dreieck mit dem halben Flächeninhalt. Das gesamte Logo hat den 7fachen Flächeninhalt des weißen Quadrates. Lösung über die Berechnung der Trapeze: Die längere der beiden parallelen Seiten ist doppelt so lang wie die kürzere, nämlich 2a. Man berechnet die Trapeze und addiert den Flächeninhalt des Quadrats.		5	
b)	Die blau gefärbte Fläche entspricht 6 Quadraten der Seitenlänge $a = 80$ cm. Ein Quadrat: $a \cdot a = 0{,}64\ \text{m}^2$, 6 Quadrate: $6 \cdot 0{,}64\ \text{m}^2 = 3{,}84\ \text{m}^2$. Die blau gefärbte Fläche hat einen Flächeninhalt von $3{,}84\ \text{m}^2$.	3		
c)	Man kommt nicht mit zwei Dosen Farbe à ½ l aus. Der Maler kann mit diesen beiden Dosen nur $3\ \text{m}^2$ streichen. Er benötigt fast ½ l mehr und müsste deshalb drei Dosen der angegebenen Größe mitbringen.	3		
	Insgesamt 11 BWE (Bearbeitungszeit: 15 min)	6	5	

Idee des Messens, Idee Raum und Form

13. Körper: Würfel-Quader

Ein würfelförmiger Behälter mit 10 cm Kantenlänge fasst 1 *l*.



a) Wie hoch müssen quaderförmige Behälter sein, wenn sie ebenfalls 1 *l* fassen sollen und folgende Grundflächenmaße haben?
   (1) 10 cm lang und 5 cm breit
   (2) 5 cm lang und 5 cm breit

b) (1) Berechne die Oberflächeninhalte (Die Behälter haben dann auch eine geschlossene Deckfläche!).
   (2) Begründe, warum die Oberflächeninhalte unterschiedlich sind, obwohl das Volumen gleich bleibt.

Erwartungshorizont

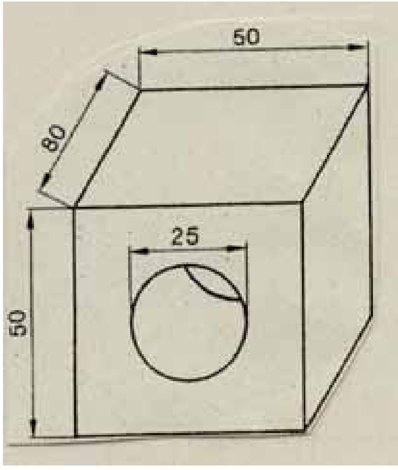
	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	$V = G \cdot h$; $h = V : G$ (1) $h = \frac{1000}{10 \cdot 5} = 20$ (cm) (2) $h = \frac{1000}{5 \cdot 5} = 40$ (cm)	3	2	
b)	(1) $O = 2 \cdot (ab + ah + bh)$ $O = 2 \cdot (10 \cdot 5 + 10 \cdot 20 + 5 \cdot 20) = 700$ (cm²) $O = 2 \cdot (5 \cdot 5 + 5 \cdot 40 + 5 \cdot 40) = 850$ (cm²) (2) Gleiches Volumen bedeutet nicht immer auch gleicher Oberflächeninhalt.	6		3
	Insgesamt 14 BWE (Bearbeitungszeit: 19 min)	9	2	3

Quelle: mathelive, Kl. 9E, S. 188, Klett

Idee des Messens, *Idee Raum und Form*

14. Körper: Prisma-Zylinder

Aus einem quadratischen Prisma mit der Grundfläche a = 50 mm und der Körperhöhe h = 80 mm wird genau aus der Mitte einer Fläche ein Zylinder mit dem Durchmesser d = 25 mm herausgebohrt.



a) Wie groß ist der Rauminhalt des Restkörpers.
(Runde das Ergebnis auf zwei Stellen hinter dem Komma!)

b) Wie viel Gramm wiegt der Restkörper, wenn er aus Eisen ist und eine Dichte von 7,8 g/cm³ hat?

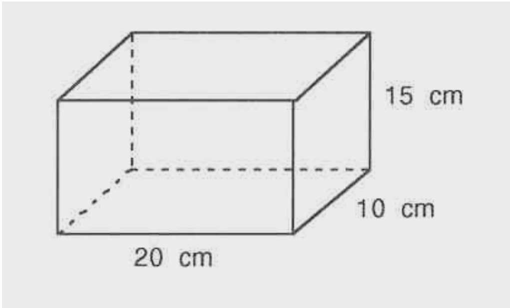
Erwartungshorizont

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	$V = a^2 \cdot h - \pi \cdot r^2 \cdot h$ $V = 50^2 \cdot 80 - \pi \cdot 12{,}5^2 \cdot 80 \approx 160\,730{,}09$ (mm³), also ca. 160,73 (cm³)		6	
b)	Evtl.: Umwandlung der Maßeinheiten von mm³ in cm³ Gewicht = V des Restkörpers · Dichte Gewicht = 160,73 · 7,8 = 1 253, 694 (g) Der Restkörper hat ein Gewicht von ca. 1,254 kg.	3		
	Insgesamt 9 BWE (Bearbeitungszeit: 12 min)	3	6	

Idee des Messens, Idee Raum und Form

15. Körper: Quader-Volumen

Heike möchte ihrer Schwester zum Geburtstag Popkorn in einem selbst gebastelten Karton schenken.



a) Berechne das Volumen des Kartons.

b) Heike kauft im Supermarkt einen 5-Liter-Eimer Popkorn. Sie möchte den Quader vollständig füllen. Den Rest behält sie.
Vergleiche die Mengen, die jeder erhält. (1 Liter entspricht 1 000 cm^3.)

c) Bestimme, welche Abmessungen der Quader haben könnte, damit beide die gleiche Menge Popkorn bekommen?

Erwartungshorizont

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	$V = 20 \cdot 10 \cdot 15$ (cm^3) = 3 000 (cm^3) Das Volumen beträgt 3 dm^3.	4		
b)	Die Schwester erhält 3 000 cm^3, Heike erhält 2 000 cm^3. Heike erhält 1 000 cm^3 (1 Liter) weniger als ihre Schwester.	3		
c)	z.B. Veränderung der Quaderhöhe: 5000 : 2 = 2500 2500 : $(20 \cdot 10)$ = 12,5, also a = 20 cm, b = 10 cm, c = 12,5 cm		8	
	Insgesamt 15 BWE (Bearbeitungszeit: 20 min)	7	8	

Quellenangabe: „Sinusaufgaben“ (BLK)/bearbeitet

Idee des Messens, *Idee Raum und Form*

16. Körper: Quader – Volumen – Oberfläche

Die Herstellerfirma des nebenstehenden Produktes will eine andere Form der Verpackung einführen, ohne das Volumen zu verändern. Bisher hat die Verpackung eine Grundfläche mit der Länge

$a = 7{,}5$ cm und der Breite $b = 6$ cm sowie

die Höhe h = 12 cm.

a) Berechne das Volumen der bisherigen Verpackung.

b) Die Grundfläche soll bei der neuen Verpackung ein Quadrat sein.

   (1) Berechne die Höhe h der neuen Verpackung für eine Grundfläche mit der Seitenlänge $a = 4$ cm.

   (2) Entscheide dich für eine andere Seitenlänge a, die dir sinnvoller erscheint. Berechne die Höhe h für diese Verpackung.

c) Berechne und vergleiche die Oberflächeninhalte der drei Verpackungen.

d) Begründe die unterschiedliche Oberflächeninhalte.

Erwartungshorizont

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	$V = 7{,}5 \cdot 6 \cdot 12 = 540$ (cm^3).	2		
b)	(1) $h = 540 : (4 \cdot 4) = 33{,}75$ cm (2) h ist abhängig von der gewählten Seitenlänge a.		4 4	
c)	$O_1 = 414$ cm^2, $O_2 = 572$ cm^2, O_3 ist abhängig von der gewählten Seitenlänge a.		8	
d)	(z.B.) Je geringer die Unterschiede zwischen den Kantenlängen bei Körpern mit gleichem Volumen sind, desto kleiner ist der Oberflächeninhalt.			4
	Insgesamt 22 BWE (Bearbeitungszeit: 30 min)	2	16	4

Quellenangabe: Aufgabe aus dem SINUS-Programm (bearbeitet)

Idee des Messens

17. Landwirtschaft - Düngemittel

Ein Landwirt will sparsam mit Düngemitteln umgehen. Die Spritzanlage hat eine Breite von 12 m, und das Fahrzeug legt in jeder Minute 100 m zurück. Der Tank im Spritzfahrzeug fasst 1400 Liter. In jeder Minute werden ungefähr 40 Liter versprüht. Das Feld hat eine Größe von 48 m x 450 m.

a) Wie viel m² werden pro Minute bearbeitet? Wie viel m² werden in einer halben Stunde bearbeitet, wenn nicht gewendet werden müsste?

b) Berechne wie groß das Feld ist und wie viel Zeit der Bauer zum Spritzen dieses Feldes braucht.

c) Wie groß ist die Fläche, die mit einer Tankfüllung bearbeitet werden kann?

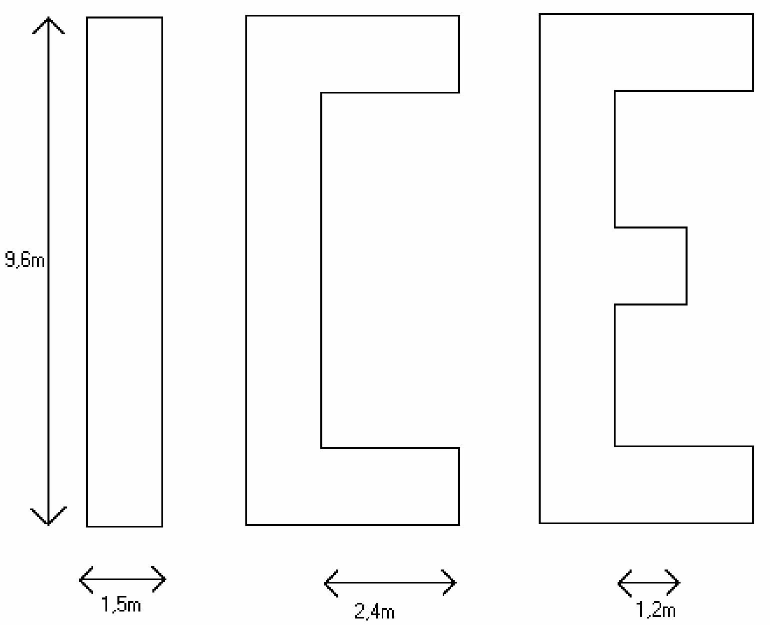
Erwartungshorizont

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	in einer Minute: $12 \cdot 100$ m² = 1 200 m² in 30 Minuten: 1 200 m² $\cdot$ 30 = 36 000 m²	2 2		
b)	Flächeninhalt des Feldes: $48 \cdot 450$ m² = 21 600 m² Arbeitszeit: 21 600 : 1 200 = 18 (min)		2 2	
c)	Tankfüllung reicht: 1 400 : 40 = 35 (min) Flächeninhalt: 1 200 m² $\cdot$ 35 = 42 000 m²		2 2	
	Insgesamt 12 BWE (Bearbeitungszeit: 16 min)	4	8	

Idee des Messens

18. Malerfirma: ICE

Eine Malerfirma soll am Gebäude einer Fabrik die Buchstaben I, C und E anbringen.



a) Berechne den Flächeninhalt der Buchstaben I, C und E.

b) Die Buchstaben werden doppelt gestrichen. Für 5 m^2 Fläche reicht 1 Dose Farbe.
Berechne, wie teuer die Farbe für den gesamten Anstrich ist, wenn 1 Dose Farbe 10,85 Euro kostet.

c) Der Arbeitslohn wird nach dem Umfang der Buchstaben berechnet, weil die Buchstaben vor dem Anstrich abgeklebt werden müssen und der Anstrich an den Kanten zeitaufwändiger ist. Der Preis pro m Umfang beträgt 10,50 Euro.
Berechne den Arbeitslohn.

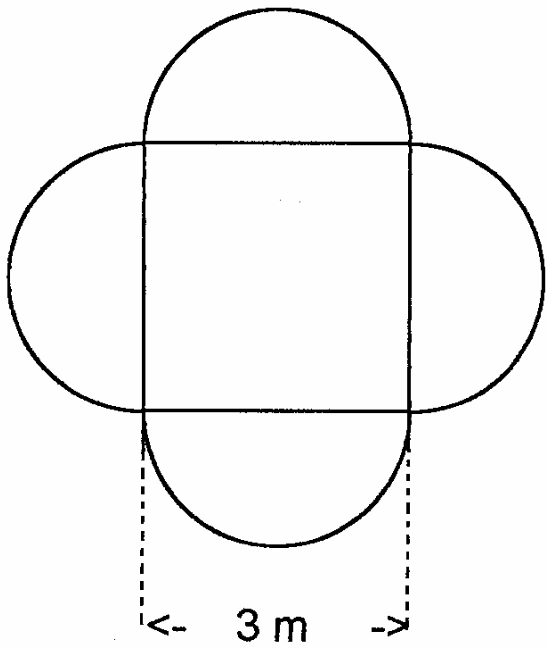
Erwartungshorizont

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	$A_I = a \cdot b = 1{,}5 \cdot 9{,}6\ m^2 = 14{,}4\ m^2$ $A_C = A_I + 2 \cdot (2{,}4 \cdot 1{,}5)\ m^2 = 21{,}6\ m^2$ $A_E = A_C + (1{,}2 \cdot 1{,}5)\ m^2 = 23{,}4\ m^2$	4	2	
b)	Gesamtfläche: 14,4 + 21,6 + 23,4 = 59,4 (m^2) Da doppelt gestrichen wird, braucht man Farbe für 118,8 m^2. Berechnung der Anzahl der Dosen: 118,8 : 5 = 23,76. Es werden 24 Dosen gebraucht. Preis der Dosen: 24 · 10,85 € = 260,40 €.		4	3
c)	$U_I = 2 \cdot (9{,}6 + 1{,}5)$ m = 22,2 m. $U_c = U_I + 4 \cdot 2{,}4$ m =31,8 m. $U_E = U_c + 2 \cdot 1{,}2$ m = 34,2 m. Gesamtumfang: 22,2 m + 31,8 m + 34,2 m = 88,2 m. Kosten für die Arbeit: 88,2 · 10,50 = 926,10. Der Arbeitslohn beträgt 926,10 €.	3	3	3
	Insgesamt 22 BWE (Bearbeitungszeit: 30 min)	7	9	6

Idee des Messens

19. Pflasterung

Folgende Figur soll gepflastert werden.



a) Begründe durch eine Rechnung, dass der Flächeninhalt der Figur ungefähr 23,14 m² beträgt.

b) Berechne die Kosten der Pflasterung (Material und Lohn), wenn 1 m² 58 € kostet?

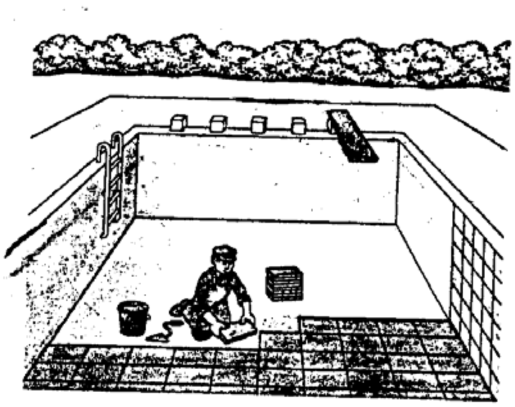
Erwartungshorizont

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	Die Figur ist zusammengesetzt aus einem Quadrat und 4 Halbkreisen oder einem Quadrat und 2 Kreisen: $A = a^2 + (2 \cdot r^2 \cdot \pi) = 3^2 + (2 \cdot 1{,}5^2 \cdot \pi) \approx 23{,}137167\ (m^2) \approx 23{,}14\ (m^2)$	2	5	2
b)	Kosten für die Pflasterung: $P = A \cdot 58 \approx 23{,}137167 \cdot 58 \approx 1341{,}955686 \approx 1341{,}96$ Die Kosten betragen 1341,96 €.	2		
	Insgesamt 11 BWE (Bearbeitungszeit: 15 min)	4	5	2

Idee des Messens, Idee Raum und Form

20. Schwimmbad

Ein 25 m langes, 8 m breites und 2,6 m tiefes Schwimmbad soll neu gekachelt werden. Pro 1 m² braucht man 25 Kacheln.



a) Berechne, wie viele Kacheln gebraucht werden?

b) Berechne, wie viel m³ Wasser eingelassen werden müssen, wenn das Wasser 7 cm unterhalb der Oberkante stehen soll?

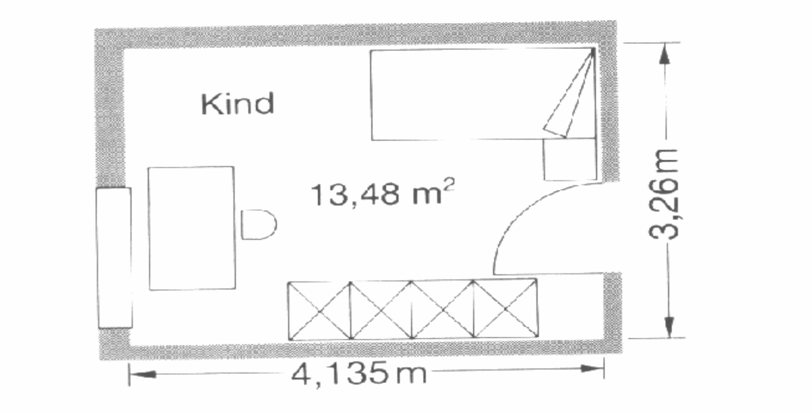
Erwartungshorizont

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	Es müssen der Boden des Beckens sowie 2x2 Seitenwände gekachelt werden: $A = 2 \cdot (A_1 + A_2) + A_3$ $A = 2 \cdot (25 \cdot 2{,}6 + 8 \cdot 2{,}6) + 8 \cdot 25$ $A = 371{,}6$ (m²) Anzahl der Kacheln: $371{,}6 \cdot 25 = 9290$. Es werden 9 290 Kacheln gebraucht.	2	4	2
b)	$V = a \cdot b \cdot (c - x)$ $V = 25 \cdot 8 \cdot (2{,}6 - 0{,}07)$ $V = 506$ Es müssen 506 m³ Wasser eingelassen werden.	2		1
	Insgesamt 11 BWE (Bearbeitungszeit: 15 min)	4	4	3

Idee des Messens, *Idee Raum und Form*

21. Teppich verlegen - Messgenauigkeit

Frau Grund möchte das Kinderzimmer mit Teppichboden auslegen lassen.



Teppichboden wird in Rollen angeboten, die entweder 4 m oder 5 m breit sind.

Der Verschnitt (Randstreifen, den man nicht braucht) muss grundsätzlich **mit** bezahlt werden. Begründe, ob es preisgünstiger ist, von der 4 m - oder von der 5 m - Rolle den Teppich schneiden zu lassen.

Erwartungshorizont

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
	von der 4 m Rolle: $4 \cdot 4{,}135\ m^2 = 16{,}54\ m^2$ von der 5 m Rolle: $5 \cdot 3{,}26\ m^2 = 16{,}3\ m^2$ Es ist preisgünstiger von der 5 m Rolle schneiden zu lassen, weil man dann nicht so viel Verschnitt bezahlen muss.	4		2
	Insgesamt 6 BWE (Bearbeitungszeit: 8 min)	4		2

Idee des Messens

22. Terrassenplatten

Familie Schmidt möchte auf ihrem Grundstück eine Terrasse anlegen. Sie soll die Form eines Rechtecks haben, kann aber auf Grund bestehender Anpflanzungen maximal 7 m lang und höchstens 5 m breit werden.

a) Zur Vorbereitung der Pflasterung wird diese Fläche einen halben Meter tief ausgeschachtet. Wie viel Kubikmeter Erde fallen an?

b) In dem Werbeprospekt eines Baumarktes findet Familie Schmidt ein Angebot für Terrassenplatten verschiedener Größe. Familie Schmidt möchte nur ganze Platten einer Größe verlegen.
Was würdest du Familie Schmidt empfehlen? Begründe deine Entscheidung.

Erwartungshorizont

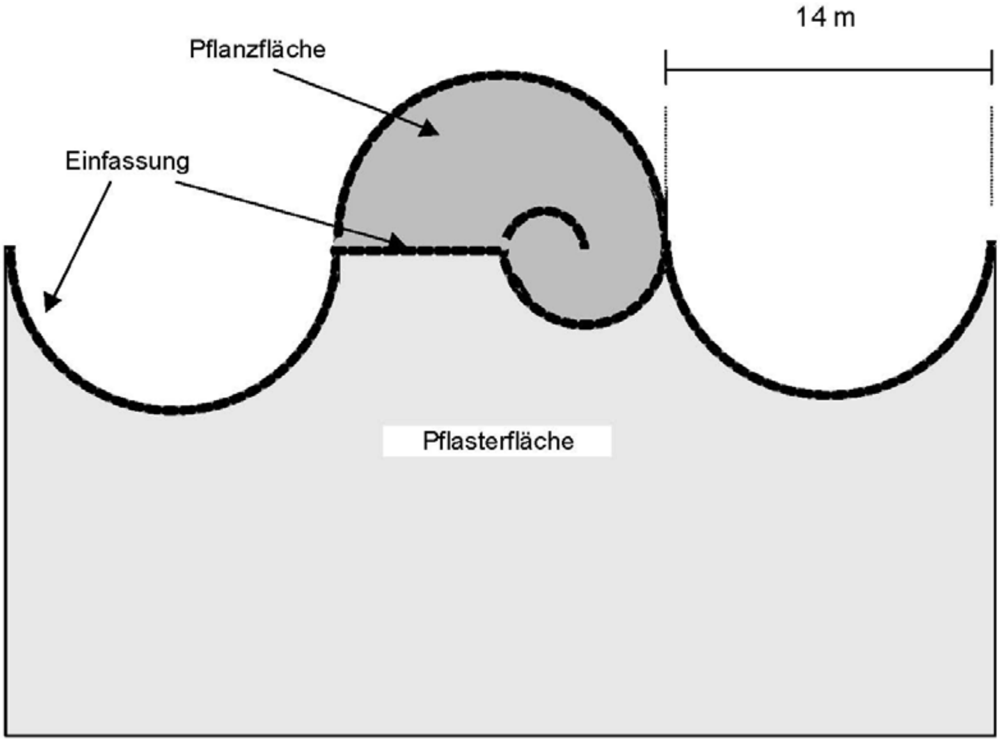
	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	Volumen $V = 7 \cdot 5 \cdot 0{,}5 = 17{,}5$. Es fallen 17,5 m^3 Erde an.	3 1		
b)	Nur **ganze** Platten sollen verlegt werden. Plattengröße 35 cm x 35 cm: Die größtmögliche Terrasse, die mit diesen Platten verlegt werden kann, hat die Abmessungen 7,00 m x 4,90 m. Dafür werden (700 : 35 =) $20 \cdot 14$ (= 490 : 35), also 280 Platten benötigt. Preis: $280 \cdot 2{,}50$ € = 700 €. Plattengröße 40 cm x 40 cm: Die größtmögliche Terrasse, die mit diesen Platten verlegt werden kann, hat die Abmessungen 6,80 m x 4,80 m. Dafür werden (680 : 40 =) $17 \cdot 12$ (= 480 : 40), also 204 Platten benötigt. Preis: $204 \cdot 2{,}90$ € = 591,60 €. Bei etwas kleinerer Terrasse ist die Wahl der größeren Plattensorte um etwa 110 € preisgünstiger.		2 3 3 2 3 3 2	
	Insgesamt 22 BWE (Bearbeitungszeit: 12 min)	4	18	

Quelle: Bearbeitete Version der Aufgabe aus den KMK-Bildungsstandards Mathematik Hauptschule, 2004.

Idee des Messens

23. Gartengestaltung

Ein Landschaftsgärtner soll eine Fläche nach diesem Plan neu gestalten:



(maßstabsgerechter Plan)

a) Wie groß ist die Pflanzfläche?

b) Wie lang ist die Einfassung (gestrichelte Linie)?

Erwartungshorizont

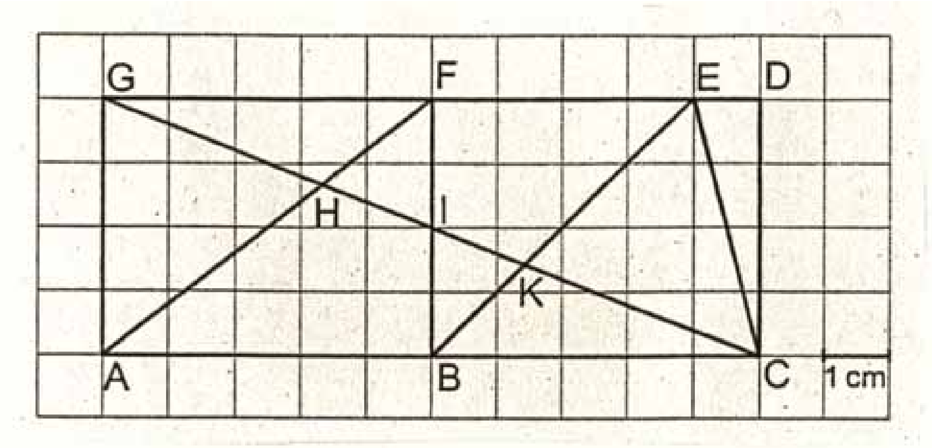
	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	Pflanzfläche $A = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 7^2 + \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 3{,}5^2 \approx 96{,}21$. Die Pflanzfläche beträgt ca. 96 m^2.	2 1		
b)	Die Einfassung besteht aus 3 Halbkreisen mit Radius 7 m, 1 Halbkreis mit Radius 3,5 m, einem Halbkreis mit Radius 1,75 m sowie einer Strecke von 7 m. $l = 3 \cdot \pi \cdot 7 + \pi \cdot 3{,}5 + \pi \cdot 1{,}75 + 7 \approx 89{,}47$ Die Länge der Einfassung beträgt ca. 90 m.		2 3 2 1	
	Insgesamt 11 BWE (Bearbeitungszeit: 15 min)	3	8	

Quelle: Bearbeitete Version der Aufgabe aus den KMK-Bildungsstandards Mathematik Hauptschule, 2004.

Idee Raum und Form, Idee des Messens

24. Ebene Figuren: Dreiecke

In der Abbildung sind verschiedene geometrische Figuren dargestellt, zum Beispiel das Viereck ABEF.



a) Bestimme, welches Dreieck rechtwinklig und gleichschenklig ist.

b) Gib drei stumpfwinklige Dreiecke an.

c) Bestimme zum Dreieck *BCE* ein anderes Dreieck mit gleich großem Flächeninhalt. Begründe, warum die Flächeninhalte gleich sind.

d) Berechne den Flächeninhalt des Vierecks *ACEF*.

Erwartungshorizont

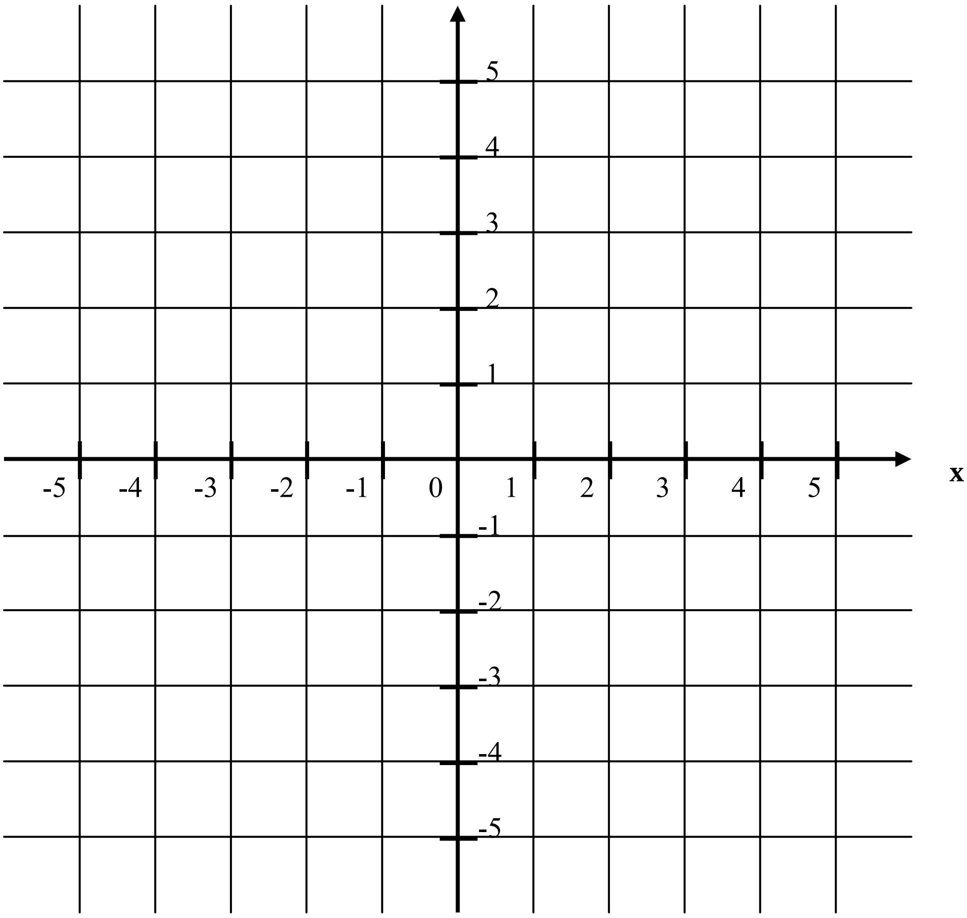
	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	Das Dreieck *BEF* ist gleichschenklig-rechtwinklig.		1	
b)	Stumpfwinklige Dreiecke sind *GCE*, *ACH*, *BCK*.		3	
c)	Das Dreieck *ABF* hat den gleichen Flächeninhalt wie das Dreieck *BCE*; denn beide Dreiecke haben gleich lange Grundseite (5 cm) und gleich lange Höhen (4 cm).		2	3
d)	Das Viereck *ACEF* ist ein Trapez. $A = \frac{10+4}{2} \cdot 4 = 28$ Das Trapez hat einen Flächeninhalt von 28 cm².		2	
	Insgesamt 10 BWE (Bearbeitungszeit: 14 min)		7	3

Quelle: Abschlussprüfung Mathematik/Sachsen, 2003

Idee Raum und Form

25. Ebene Figuren: Dreieck-Parallelogramm

a) Zeichne das Dreieck ABC mit A(4; 3), B(-2; 3) und C(1; -1) in das Koordinatensystem.



b) Beschreibe das Dreieck nach Seiten und Winkeln.

c) Zeichne einen Punkt D so ein, dass ein Parallelogramm entsteht. Gib die Koordinaten von D an.

Erwartungshorizont

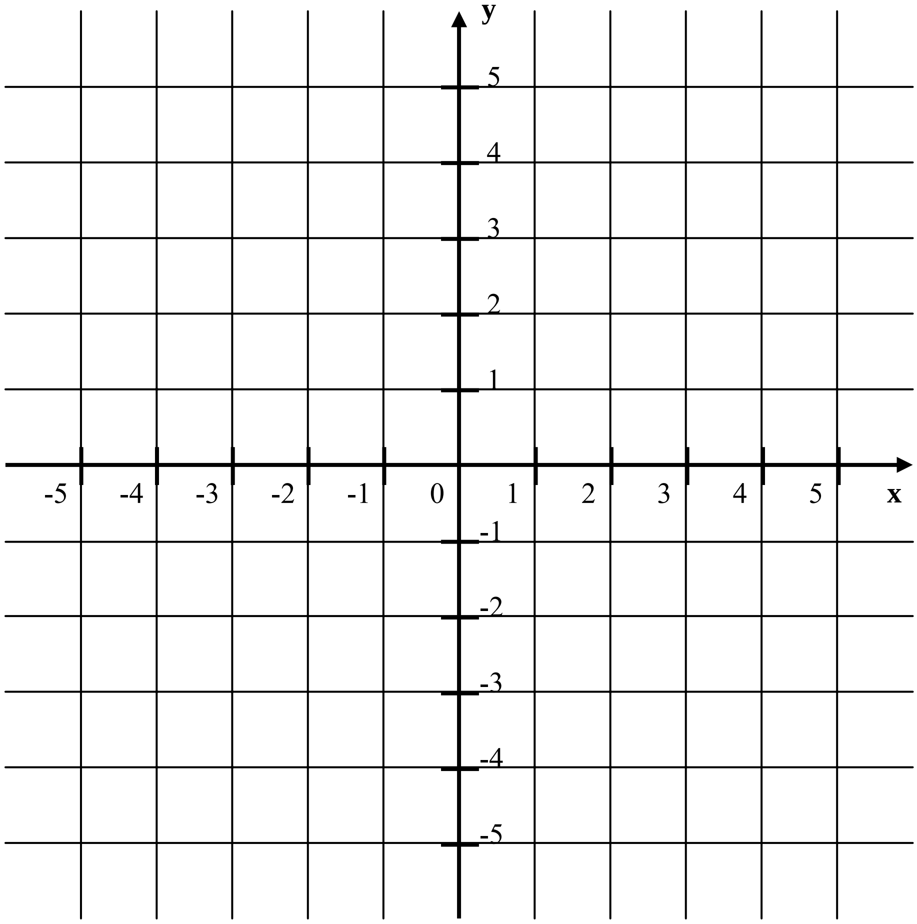
	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	Koordinatensystem ist vorgegeben; Punkte einzeichnen und verbinden	2		
b)	Das Dreieck ist gleichschenklig und spitzwinklig.	2		
b)	z.B. D(7; –1) Es sind noch zwei weitere Lösungen möglich.		3	
	Insgesamt 7 BWE (Bearbeitungszeit: 9 min)	4	3	

Quelle: Bearbeitete Version der Aufgabe aus den KMK-Bildungsstandards Mathematik Hauptschule, 2004.

Idee Raum und Form, Idee des Messens

26. Ebene Figuren: Vierecke - Flächeninhalt

a) Zeichne das Viereck *ABCD* mit *A* (4; 0), *B* (0; 3), *C* (–4; 0) und *D* (0; –3) in das Koordinatensystem.



b) Nenne zwei Eigenschaften des Vierecks.

c) Entscheide und kreuze an, welche der folgenden Aussagen wahr sind:

(1) Das Viereck *ABCD* ist ein Parallelogramm. ☐

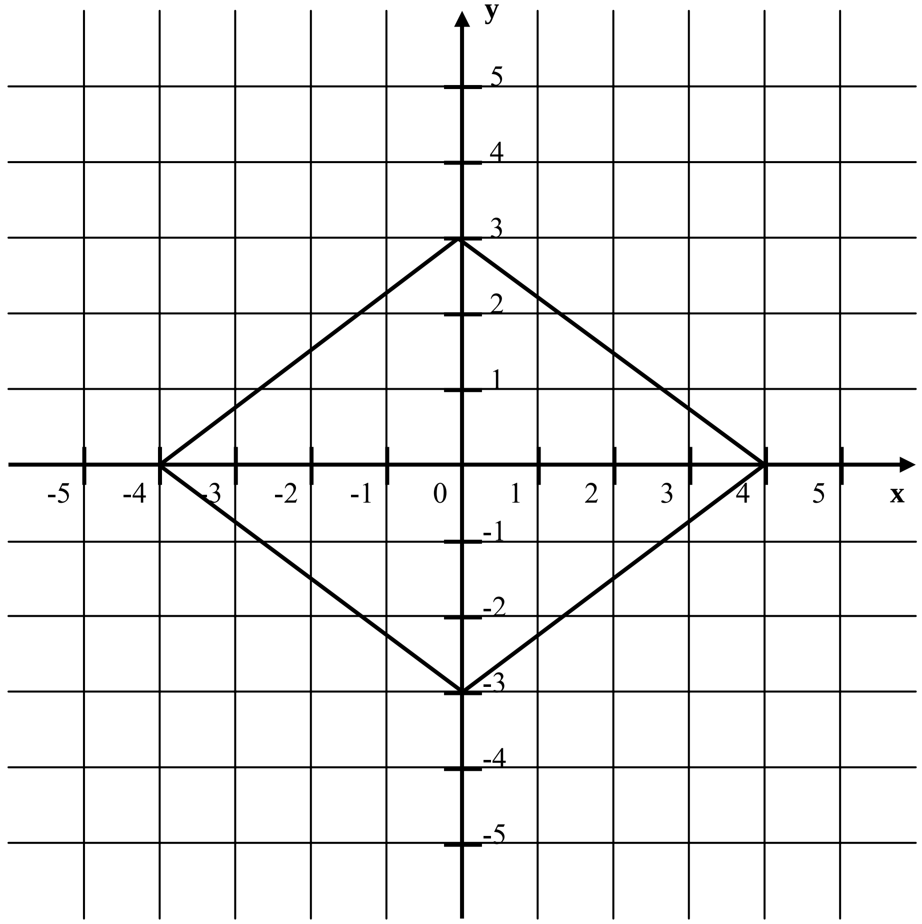
(2) Das Viereck *ABCD* ist ein Rechteck. ☐

(3) Das Viereck *ABCD* ist eine Raute. ☐

(4) Das Viereck *ABCD* ist ein Trapez. ☐

d) Berechne den Flächeninhalt des Vierecks *ABCD*.

Erwartungshorizont



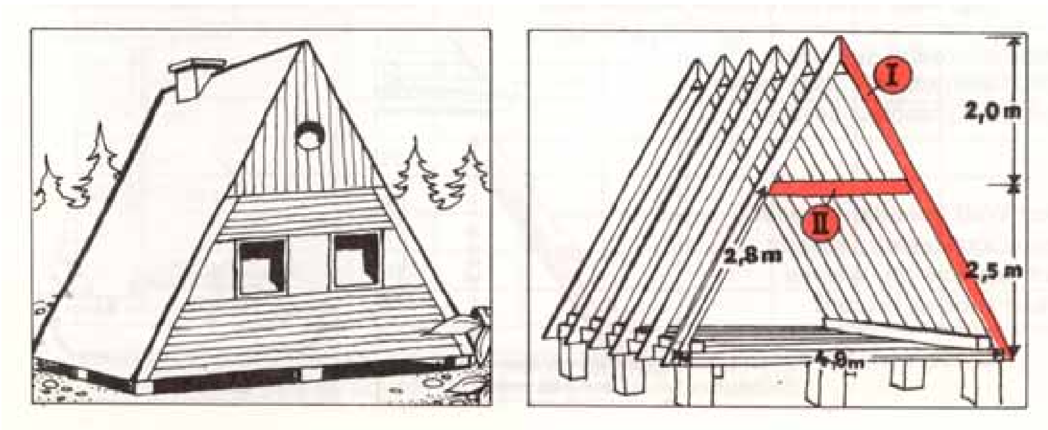
	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	Eintragen der Punkte und Zeichnen der Verbindungsstrecken (s. Skizze)	4		
b)	Seiten sind gleich lang *oder* Diagonalen stehen senkrecht zueinander *oder* die gegenüberliegenden Winkel sind gleich groß *oder* das Viereck hat 2 Symmetrieachsen…		2	
c)	Die Aussagen (1), (3) und (4) sind richtig (Parallelogramm, Raute, Trapez).		3	
d)	Der Flächeninhalt setzt sich zusammen aus 4 rechtwinkligen Dreiecken *oder* aus 2 kongruenten gleichschenkligen Dreiecken. $A = 2 \cdot \frac{8 \cdot 3}{2} = 24$ (cm^2).		3	
	Insgesamt 12 BWE (Bearbeitungszeit: 16 min)	4	8	

Quellenangabe:
Handreichung „Beispielaufgaben für Vergleichsarbeiten im Fach Mathematik (8)“, bearbeitet

Idee Raum und Form

27. Ferienhaus

Frau Richter baut sich ein Ferienhaus. Sie muss Holzbalken bestellen, weil bald die Zimmerleute kommen, um das Dach zu bauen. Frau Richter berechnet nach ihrer Skizze die Länge des Holzbalkens I und die Länge des Balkens II. Berechne ebenfalls. Runde auf 2 Stellen nach dem Komma.



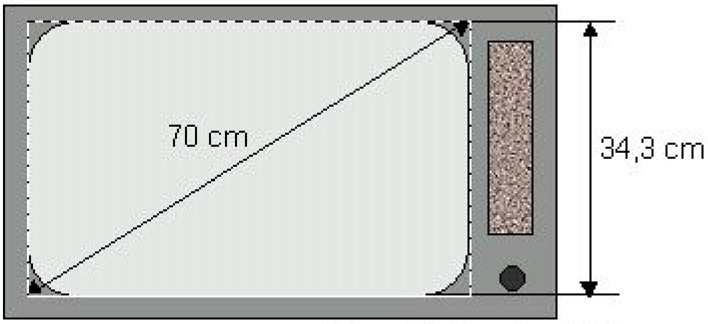
Erwartungshorizont

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
	Länge x der Holzbalken I: $x^2 = 2{,}4^2 + 4{,}5^2$ $x = \sqrt{2{,}4^2 + 4{,}5^2}$ $x = 5{,}10$ Die Holzbalken I haben eine Länge von 5,10 m.		3 1	
	Länge der Holzbalken II: Hypotenuse: 5,10 m – 2,80 m = 2,3 m $2^2 + x^2 = 2{,}3^2$ $x^2 = 2{,}3^2 - 2^2$ $x = \sqrt{2{,}3^2 - 2^2}$ $x \approx 1{,}13578$ Die Holzbalken II haben eine Länge von $2 \cdot 1{,}14$ m = 2,28 m.		3 2	
	Insgesamt 9 BWE (Bearbeitungszeit: 12 min)		9	

Idee Raum und Form

28. Fernseher

Familie Friedrich möchte sich einen neuen Fernseher mit einer 70-er Bildröhre kaufen und überlegt, ob ein solches Gerät in ein 63 cm breites Fernsehfach ihrer Schrankwand gestellt werden kann.



Skizze (nicht maßstäblich)

Wie wird sich Familie Friedrich entscheiden?

Begründe durch Rechnung!

Erwartungshorizont

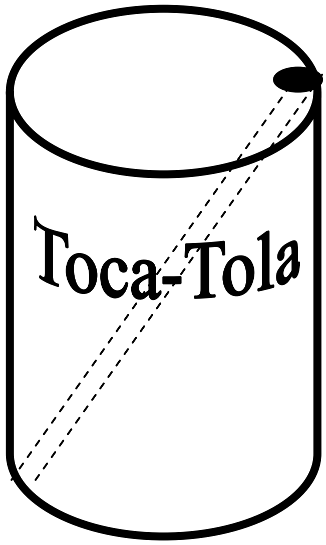
	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
	Breite des Bildschirms: $x^2 = 70^2 - 34{,}3^2$ $x = \sqrt{70^2 - 34{,}3^2}$ $x \approx 61{,}02$ Der Bildschirm hat eine Breite von ca. 61 cm.		2 1	
	Der Fernseher passt nicht in das 63 cm breite Fernsehfach, da der Lautsprecher (rechts vom Bildschirm) sichtlich breiter als 2 cm ist. Familie Friedrich wird einen anderen Fernseher kaufen müssen.			2 1
	Insgesamt 6 BWE (Bearbeitungszeit: 8 min)		3	3

Quelle. Externer Hauptschulabschluss 2002, Thüringen/bearbeitet

Idee Raum und Form

29. Getränkedose - Strohhalm

Eine Getränkedose hat einen Durchmesser von 6 Zentimetern und eine Höhe von 12 Zentimetern.



a) Wie viel Liter der „Toca-Tola“ beabsichtigt wohl die Getränkefirma in diese Dose zu füllen? Berechne.
b) Ärgerlich ist es, wenn ein Strohhalm wegen zu geringer Länge in die Dose rutschen kann (siehe Abbildung). Berechne wie lang der Strohhalm mindestens sein müsste, damit er nicht in die Dose rutschen kann. Begründe deine Antwort.
c) In welcher Länge würdest du Strohhalme für diese Dosengröße herstellen, damit man das Getränk „bequem“ aus der Dose trinken kann? Begründe deine Antwort.

Erwartungshorizont

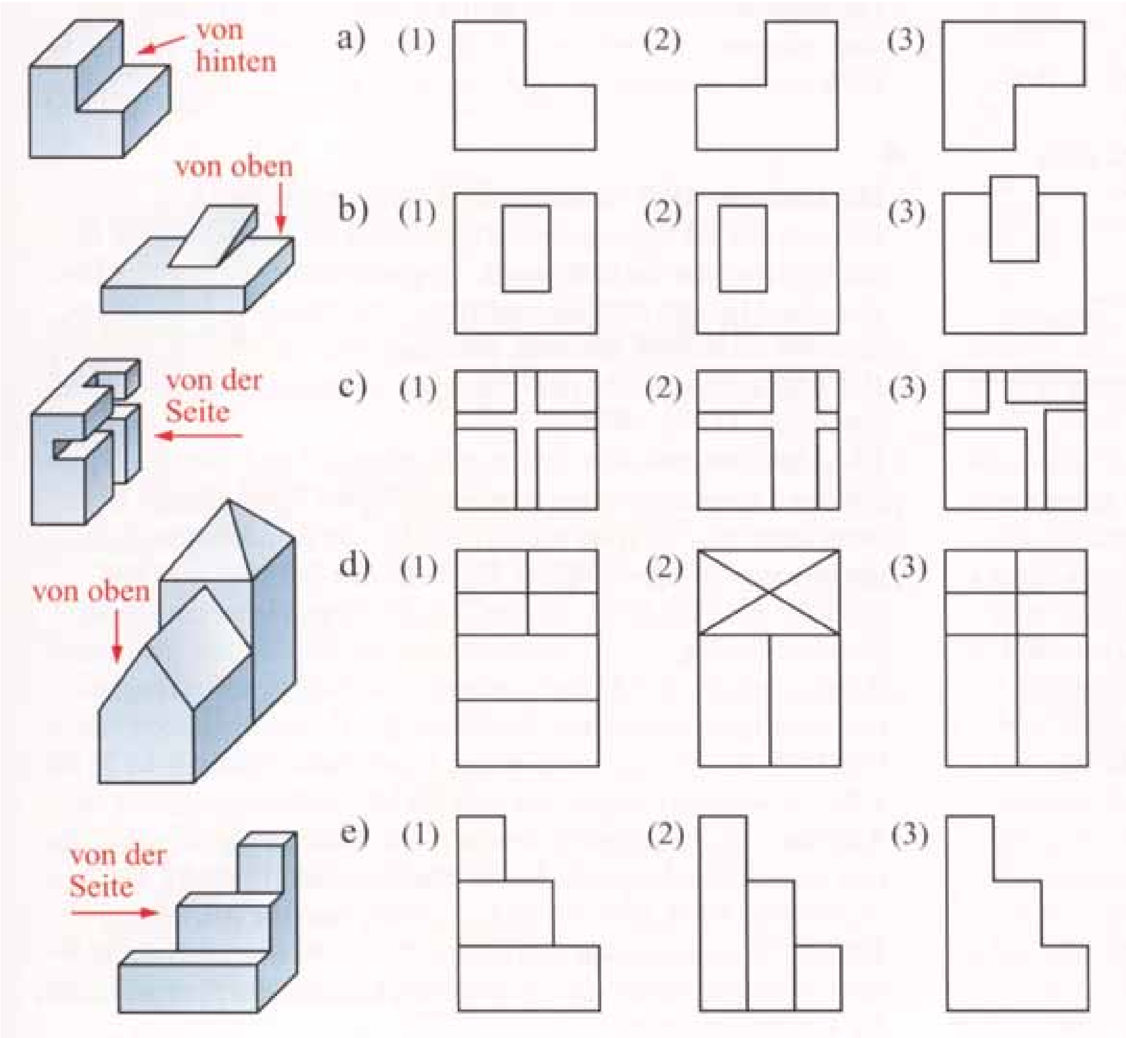
	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	Inhalt einer Dose: $d = 6$ cm; $h = 12$ cm; $r = d : 2 = 3$ cm $V = \pi \cdot r^2 \cdot h = \pi \cdot 3^2 \cdot 12 \approx 339{,}292$ [cm³] Die Firma kann höchstens 0,339 l in die Dose füllen.	3 1		
b)	Ansatz: Der Strohhalm muss länger sein als die „Raumdiagonale“ der Dose. Länge der „Raumdiagonale“: $c = \sqrt{6^2 + 12^2} \approx 13{,}416$ (cm) Der Strohhalm müsste länger als 13,4 cm sein, damit er nicht in die Dose rutschen kann.		2	1
c)	Um bequem aus der Dose trinken zu können, müsste der Strohhalm einige Zentimeter länger als die „Diagonale“ sein. Denkbar wären Strohhalme mit einer Länge zwischen 15 cm und 18 cm.			2
	Insgesamt 9 BWE (Bearbeitungszeit: 12 min)	4	2	3

Quelle: Behörde für Bildung und Sport Hamburg, Beispielaufgaben Mittlerer Abschluss, 2005/bearbeitet

Idee Raum und Form

30. Körper: Ansichten

Wie sehen die Körper von oben, hinten oder von der Seite aus?



Erwartungshorizont

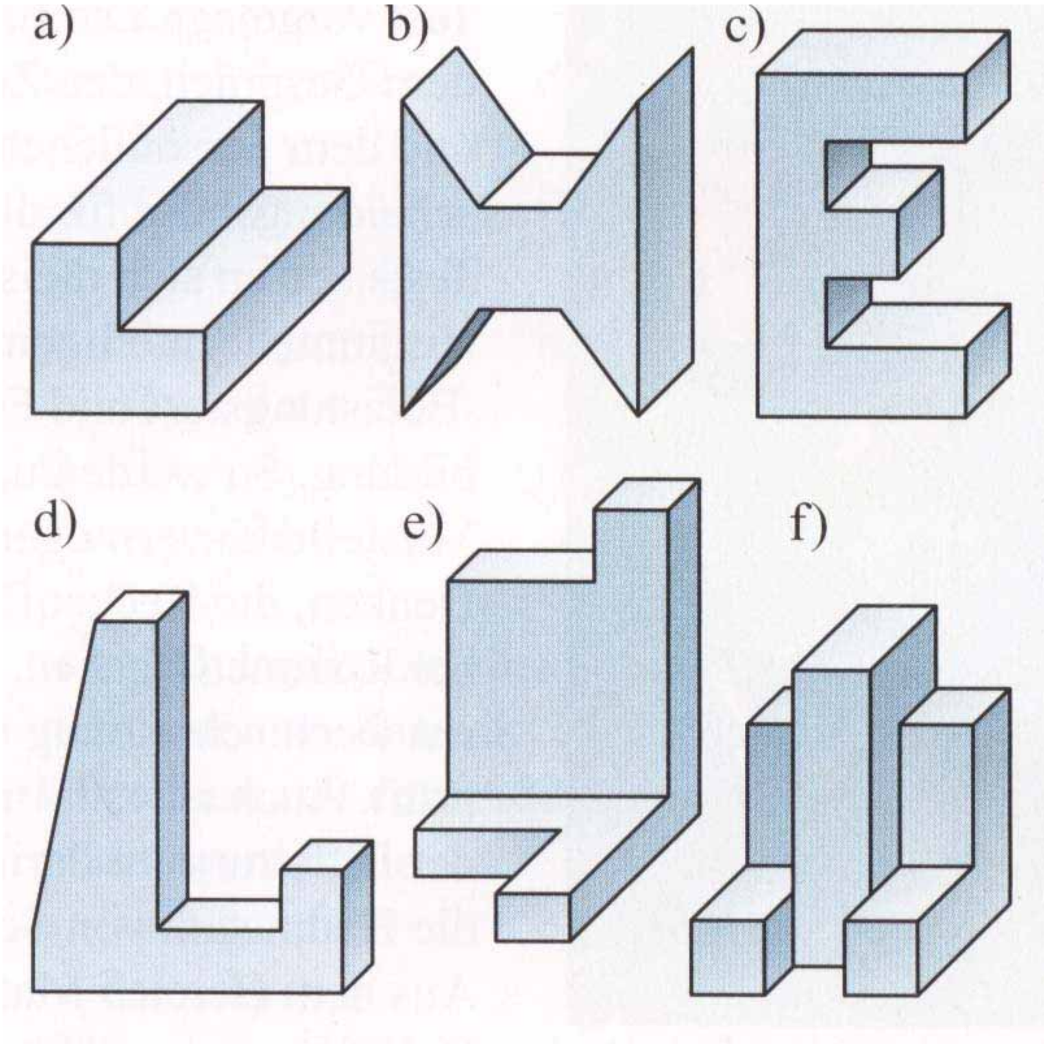
	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
	a) (2) b) (3) c) (2) d) (2)		4	
	e) 2		2	
	Insgesamt 6 BWE (Bearbeitungszeit: 8 min)		6	

Quelle: mathelive, Kl. 9E, Klett

Idee Raum und Form

31. Körper: Ansichten – Flächen zählen

Wie viele Flächen besitzt jeder der Körper?



Erwartungshorizont

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
	a) 8 b) 10 c) 14 d) 11 e) 12 f) 18		12	
	Insgesamt 12 BWE (Bearbeitungszeit: 16 min)		12	

Quelle: mathelive, Kl. 9E, Klett

Idee Raum und Form, Idee des Messens

32. Körper: Quader - Schrägbild

Eine quaderförmige Schachtel hat folgende Maße: a = 4,5 cm, b = 4,8 cm, c = 3 cm.

a) Zeichne den Quader als Schrägbild mit einem Projektionswinkel von 45° und einem Verkürzungsfaktor $q = \frac{1}{2}$.

b) Berechne den Rauminhalt (das Volumen) der Schachtel!

c) Die Oberfläche der Schachtel soll außen mit einer Folie beklebt werden.
Wie viel cm² benötigt man?

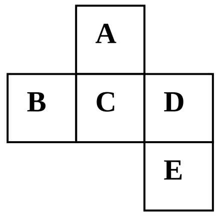
Erwartungshorizont

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	genaue Zeichnung nach Angaben		3	
b)	$V = a \cdot b \cdot c = 4{,}5 \cdot 4{,}8 \cdot 3 = 64{,}8$ Die Schachtel hat ein Volumen von 64,8 cm³.	2		
c)	$O = 2 \cdot (ab + ac + bc)$ $= 2 \cdot (4{,}5 \cdot 4{,}8 + 4{,}5 \cdot 3 + 4{,}8 \cdot 3)$ $= 99$ Es werden 99 cm² Folie benötigt.		4	
	Insgesamt 9 BWE (Bearbeitungszeit: 12 min)	2	7	

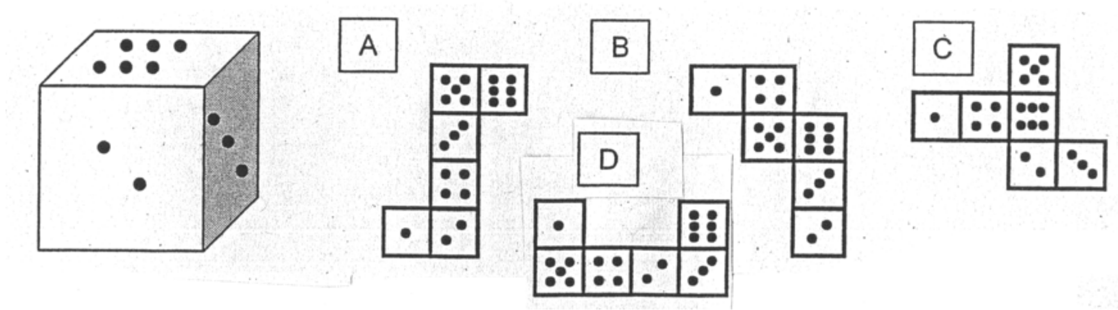
Idee Raum und Form

33. Körper: Würfel

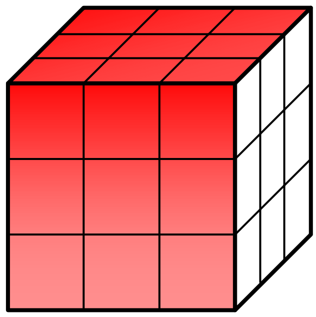
a) Es wird eine offene Schachtel gefaltet.
Welche Fläche liegt gegenüber der Öffnung?



b) Welches ist das richtige Netz des abgebildeten Spielwürfels?



c) Fünf Seiten eines Würfels von 3 cm Kantenlänge werden rot angestrichen, die sechste Fläche bleibt ohne Anstrich. Danach wird dieser Würfel in genau 27 Teilwürfel von 1 cm Kantenlänge zerlegt. Gib die Anzahl der entstandenen Teilwürfel an, die genau eine, zwei, drei, vier rot angestrichene Fläche(n) hat/haben.



Erwartungshorizont

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	Angeben der Fläche C		1	
b)	Ausschluss aller Nichtwürfelnetze *oder* gedankliche Zusammenführung der Würfelpunkte 2 / 3 / 6. Richtiges Netz: C		1	
c)	Eigenschaften des Würfels anwenden: eine rote Fläche: 9 Würfel zwei rote Flächen: 12 Würfel, drei rote Flächen: 4 Würfel, vier rote Flächen hat <u>kein</u> Würfel.		8	
	Insgesamt 10 BWE (Bearbeitungszeit: 13 min)		10	

Quelle: Bearbeitete Version der Aufgabe aus den KMK-Bildungsstandards Mathematik Hauptschule, 2004.

Idee Raum und Form, Idee des Messens

34. Körper – Würfel/Netz

Ein Würfel hat eine Kantenlänge von 2 cm.

a) Berechne das Volumen und den Oberflächeninhalt des Würfels.

b) Zeichne ein Schrägbild und ein mögliches Netz des Würfels im Maßstab 1 : 1.

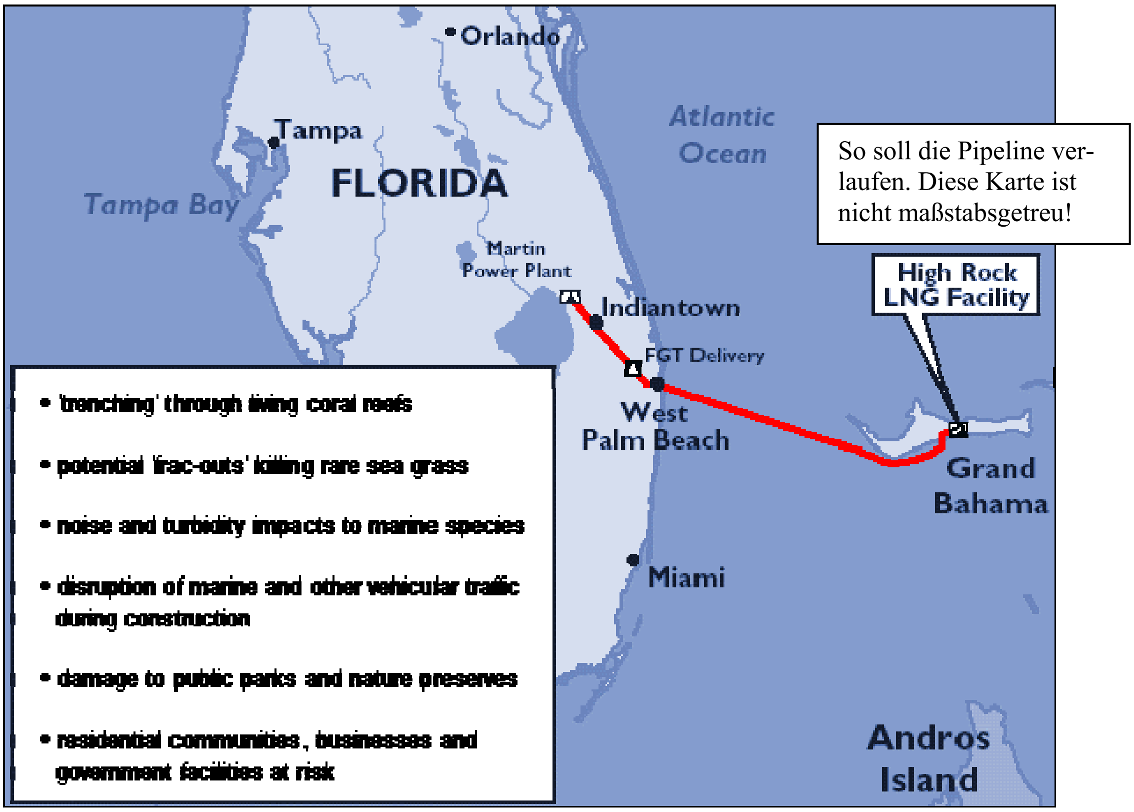
Erwartungshorizont

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	$V = 8\ \text{cm}^3$ $O = 24\ \text{cm}^2$	6		
b)	Zeichnung eines Schrägbildes. Zeichnung eines Netzes		3 2	
	Insgesamt 11 BWE (Bearbeitungszeit: 14 min)	6	5	

Idee Raum und Form, Idee des Messens

35. Pipeline

Meldung aus dem Internet:
Die US-Energiefirma „El Paso“ plant, eine Gas-Pipeline von den Bahamas nach Florida zu bauen. Die Pipeline soll 162 Meilen lang werden. Die Stahlrohre haben einen Innendurchmesser von 26 Zoll. Jedes Rohr ist 33 Fuß lang, die Stahlwände sind 1 Zoll dick.



a) Gib in Metern an (1 Zoll ≈ 0,025 m; 1 Fuß ≈ 0,304 m; 1 Meile ≈ 1609 m):

   Länge eines Rohres und die **Länge der Pipeline**

b) Berechne die Anzahl der Rohre, die für diese Pipeline verbaut werden.

c) Die Rohre werden mit Schweißnähten zusammengefügt. Berechne die Länge einer Schweißnaht.

d) Um eine Schweißnaht herzustellen, benötigt ein Arbeiter ca. 80 Minuten. Er arbeitet 8 Stunden am Tag. Überprüfe, ob 12 Arbeiter in einem Jahr alle Schweißnähte herstellen können.

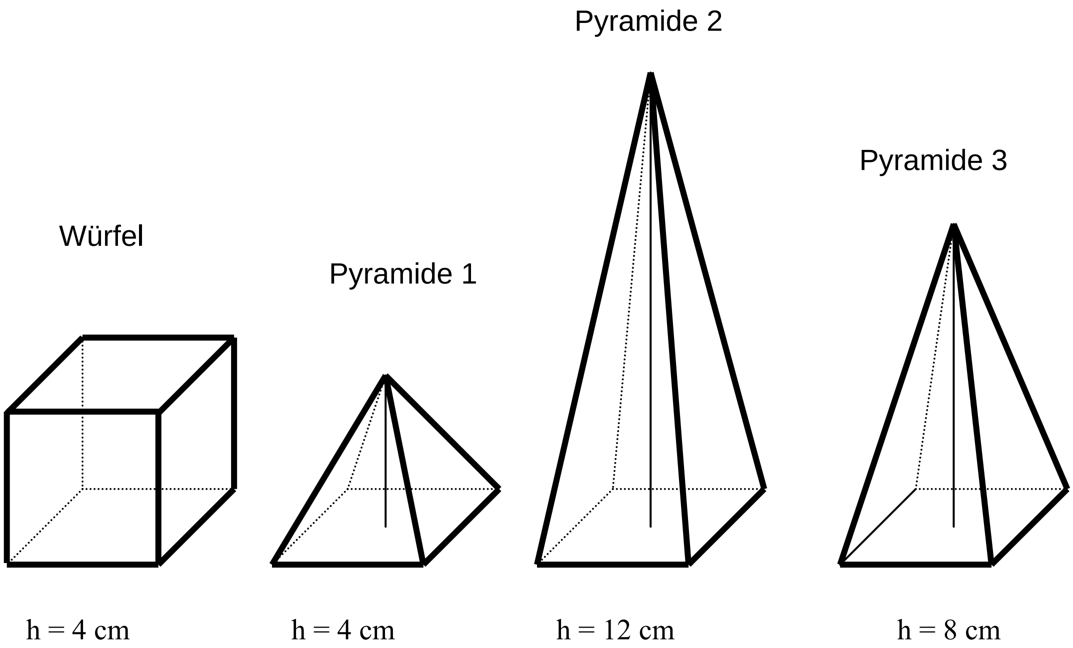
Erwartungshorizont

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	Länge eines Rohres: 33 · 0,304 m = 10,032 m Länge der Pipeline: 162 · 1 609 m = 260 658 m = 260,658 km	4		
b)	Anzahl der Rohre: 260 658 : 10,032 = 25 982,66 ≈ 25 982. Es werden etwa 25 982 Rohre verbaut.		2	
c)	Der Innendurchmesser eines Stahlrohres beträgt 26 · 2,5 cm = 65 cm, die Stahlwand eines Rohres hat eine Stärke von 1 · 2,5 cm. Also beträgt der Außendurchmesser 65 cm + 2,5 cm + 2,5 cm = 70 cm. Umfang der Rohre: U = 2 · л · 0,35 = 2,202144. Die Länge der Schweißnaht entspricht dem Umfang eines Rohres, also 2,20 m.		3	
d)	Ein Arbeiter schafft 480 : 80 = 6 Schweißnähte pro Tag. 12 Arbeiter schaffen 6 · 12 = 72 Schweißnähte pro Tag Insgesamt sind es 25 982 – 1 = 25 981 Schweißnähte. Zahl der Arbeitstage: 25 981 : 72 ≈ 360,85 Die Arbeit kann nicht in einem Jahr erledigt werden, da die Arbeiter dann fast ohne einen Tag Pause und ohne Urlaub durcharbeiten müssten.			4 2
	Insgesamt 15 BWE (Bearbeitungszeit: 20 min)	4	5	6

Idee Raum und Form, Idee des Messens

36. Würfel und Pyramide: Volumenvergleich

Die abgebildeten Körper haben alle deckungsgleiche Grundflächen.



a) Vergleiche und ordne die Körper nach der Größe ihres Volumens. Beginne mit dem kleinsten Volumen.

b) Begründe, warum die Pyramide 2 das gleiche Volumen hat wie der Würfel.

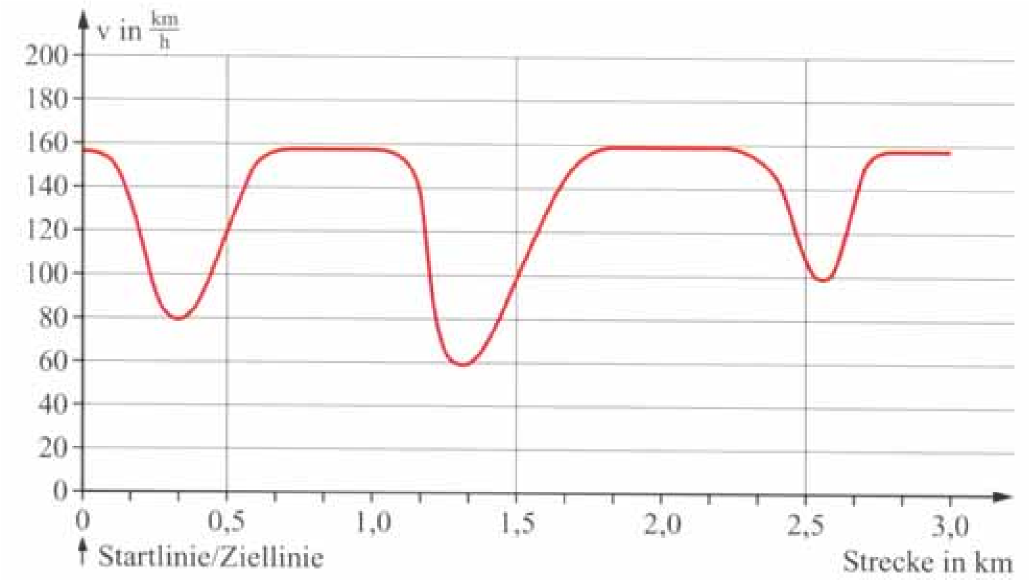
Erwartungshorizont

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	Würfel: $V_w = 4^3 = 64$ (cm^3) Pyramide 1: $V_1 = \frac{1}{3} \cdot 4^2 \cdot 4 = 21\frac{1}{3}$ (cm^3) Pyramide 2: $V_2 = \frac{1}{3} \cdot 4^2 \cdot 12 = 64$ (cm^3) Pyramide 3: $V_3 = \frac{1}{3} \cdot 4^2 \cdot 8 = 42\frac{2}{3}$ (cm^3) $V_1 < V_W = V_2 < V_3$		6	
b)	z. B. Eine Pyramide mit gleicher Grundfläche und Höhe wie ein Würfel hat nur ein Drittel des Würfelvolumens (s. Formel). Vergrößert man nun die Pyramidenhöhe auf das Dreifache, dann haben die Körper gleiches Volumen.			5
	Insgesamt 11 BWE (Bearbeitungszeit: 15 min)		6	5

Idee des funktionalen Zusammenhangs, *Idee Raum und Form*

37. Autorennen

Der Graph zeigt, wie sich die Geschwindigkeit ***v*** eines Rennwagens während seiner zweiten Runde auf einer ebenen Rennstrecke verändert.

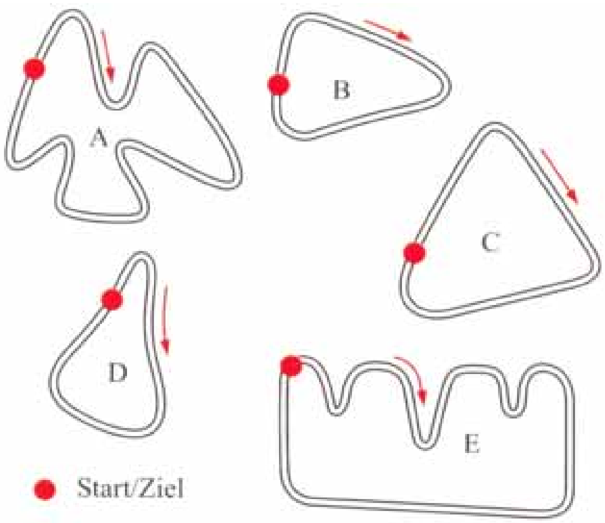


a) Wie lang ist eine Runde?

b) Nenne die niedrigste Geschwindigkeit und die höchste Geschwindigkeit des Rennwagens.

c) Wie häufig musste der Rennfahrer mit seiner Geschwindigkeit runter? Warum? Begründe.

d) Unten siehst du eine Abbildung mit fünf Rennstrecken. Auf welcher dieser Rennstrecken fuhr der Wagen. Begründe deine Antwort.



Erwartungshorizont

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	Eine Runde ist 3 km lang.	1		
b)	Die niedrigste Geschwindigkeit beträgt 60 km/h, die höchste 160 km/h.	2		
c)	Die Geschwindigkeit muss 3mal verringert werden (Kurven oder andere nachvollziehbare Begründungen).	1		2
d)	In Frage kommen nur die Strecke B, C und D (genau 3 Kurven, in den die Geschwindigkeit verringert werden muss. Strecke C kommt nicht in Frage, da der Fahrer bis zur nächsten Kurve seine Geschwindigkeit erhöhen würde und dies nicht verringern müsste. Strecke D kommt nicht in Frage, da die 1. Kurve nach dem Start gegenüber der 2. Kurve keine höhere Geschwindigkeit zuließe. Also bleibt Rennstrecke B. Eine Überprüfung ergibt, dass diese Strecke zur Geschwindigkeitsgraphik passt (1. und 3. Kurve sind nicht so eng wie die 2. Kurve; in der 2. Kurve fährt der Rennfahrer mit der geringsten Geschwindigkeit).		1	3
	Insgesamt 10 BWE (Bearbeitungszeit 14 min)	4	1	5

Quelle: mathelive, 10G, Klett/bearbeitet

Idee des funktionalen Zusammenhangs, Idee der Zahl

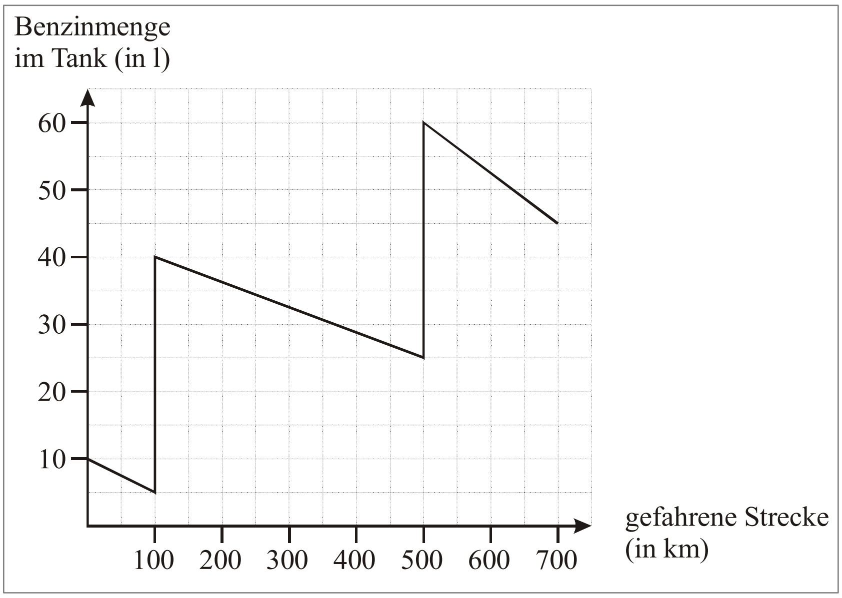
38. Benzinverbrauch

Der Graph zeigt die Tankfüllung eines (wenig Benzin verbrauchenden) Pkw während einer Autobahnfahrt an.

a) Gib an, wie viel Liter Benzin beim ersten Tanken gekauft wurden.

b) Gib den Benzinverbrauch pro 100 km an,
zunächst vor dem ersten Tankauffüllen und dann zwischen dem ersten und zweiten Tankauffüllen.

c) Berechne den Benzinverbrauch pro 100 km für die Gesamtstrecke!



Erwartungshorizont

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	Beim ersten Tanken wurden 35 Liter gekauft.		2	
b)	Vor dem 1. Tanken wurden auf 100 km 5 Liter verbraucht. Zwischen dem 1. und 2. Tanken wurden auf 400 km 15 Liter verbraucht, also 3,75 Liter pro 100 km.		4	
c)	Insgesamt wurden 700 km gefahren und dabei 5 + 15+ 15 Liter = 35 Liter verbraucht. Der Durchschnittsverbrauch pro 100 km betrug also 35 Liter : 7 = 5 Liter.		3	
	Insgesamt 9 BWE (Bearbeitungszeit: 12 min)		9	

Quelle: Behörde für Bildung und Sport, Hamburg, Beispielaufgaben für schriftliche Prüfungsaufgaben zum Realschulabschluss, bearbeitet.

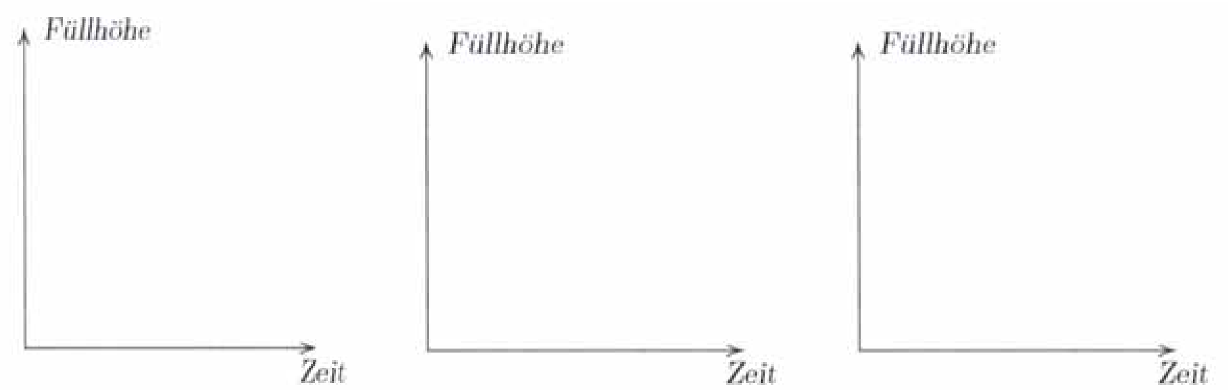
Idee des funktionalen Zusammenhangs, Idee Raum und Form

39. Gefäße I

Gefäße werden gefüllt.

Auf den Abbildungen sind verschieden geformte Gefäße zu sehen. Sie werden mit gleichmäßig zulaufendem Wasser gefüllt. Jedes Gefäß ist 20 cm hoch.

Skizziere für jedes Gefäß einen Graphen, der zeigt, wie die Wasserhöhe in dem Gefäß in Abhängigkeit von der Zeit steigt.



Erwartungshorizont

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
	Gefäß 1: Gleichmäßige Füllung, das heißt linearer Anstieg. Gefäß 2: Je höher der Füllstand, desto mehr Zeit wird benötigt (abflachende Kurve) Gefäß 3: Je höher der Füllstand (ausgenommen das untere Drittel), desto weniger Zeit wird benötigt; zum Ende des Gefäßhalses dauert das Füllen wieder etwas länger (zunächst ansteigende Kurve mit wachsender Steigung, danach ansteigende Kurve mit abflachender Steigung).			2 2 3
	Insgesamt 7 BWE (Bearbeitungszeit 9 min)			7

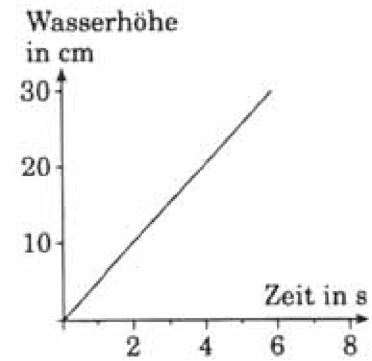
Idee des funktionalen Zusammenhangs, ***Idee Raum und Form***

40. Gefäße II

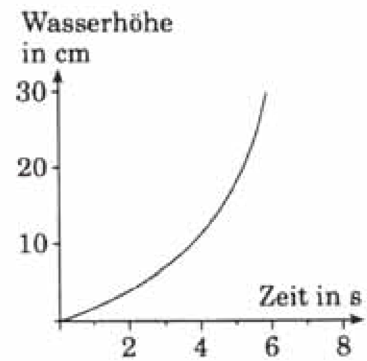
In diesen Graphen ist dargestellt, wie die Wasserhöhe in verschiedenen Gefäßen im Laufe der Zeit ansteigt. Das Wasser läuft in allen drei Fällen gleichmäßig zu.

Zeichne zu jedem Graphen ein passendes Gefäß. Begründe deine Zeichnung.

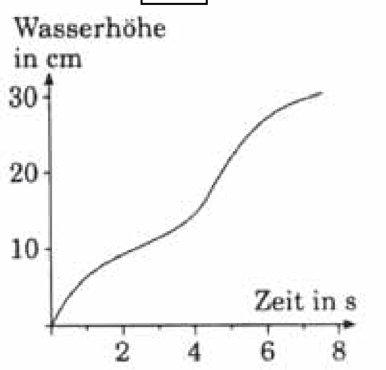
1.



2.



3.



Erwartungshorizont

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
	Abb. 1: z.B. ein zylindrisches Gefäß, gleichmäßiger Anstieg Abb. 2: z.B. ein Gefäß, das im unteren Teil noch breit ist und dann zunehmend enger wird; ungleichmäßiger Anstieg Abb.3: z.B. eine Gefäßform, die folgende Bedingungen erfüllt: - nach 2 Sekunden Wasserzulauf beträgt die Höhe ca. 9 cm - nach 4 Sekunden Wasserzulauf beträgt die Höhe ca. 15 cm - nach 6 Sekunden Wasserzulauf beträgt die Höhe ca. 27 cm		2 2 3	2 2 3
	Insgesamt 14 BWE (Bearbeitungszeit: 19 min)		7	7

Idee des funktionalen Zusammenhangs, Idee der Zahl

41. Geldanlage

Ein Ehepaar möchte seinen Lottogewinn von 10 000 € für drei Jahre anlegen. Sie vergleichen zwei Angebote.

Angebot A:	Das Guthaben wird in jedem Jahr mit 4 % verzinst.		
Angebot B:	Der Zinssatz beträgt	im 1. Jahr	3 %
		im 2. Jahr	4 %
		im 3. Jahr	5 %.

Bei beiden Angeboten werden die Zinsen am Ende eines jeden Jahres mitverzinst (Zinseszins).
Überlege: Sind die beiden Angebote nicht gleich? Es sind doch bei beiden Angeboten im Schnitt 4 % Zinsen pro Jahr. Äußere dich zu dieser Überlegung.

Erwartungshorizont

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
	Bei Angebot A wächst das Kapital von 10.000 € in 3 Jahren auf: 10 000 € · 1,04 · 1,04 · 1,04 = 11248,64 €		3	
	Bei Angebot B wächst das Kapital von 10.000 € in 3 Jahren auf: 10 000 € · 1,03 · 1,04 · 1,05 = 11247,60 €		3	
	Die Angebote sind nicht gleich. Allerdings sind die Unterschiede im Zuwachs gering (Bei Angebot A ist der Zinsertrag um 1,04 € höher). Bei Angebot B wächst das Kapital im 3. Jahr zwar schneller; der verminderte Zuwachs im 1. Jahr (bei 3 % gegenüber 4 %) wird dadurch aber nicht ausgeglichen.			2
	Insgesamt 8 BWE (Bearbeitungszeit: 11 min)		6	2

Quelle: Bearbeitete Version der Aufgabe aus den KMK-Bildungsstandards Mathematik Hauptschule, 2004.

Idee des funktionalen Zusammenhangs, Idee der Zahl

42. Handytarife

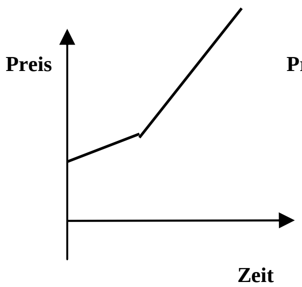
Ingo kauft sich ein Handy.
Ihm werden unterschiedliche Tarife angeboten:

Normaltarif N: Monatsgrundpreis 9,95 €, Kosten pro Minute 0,17 €, minutengenaue Abrechnung, ohne SMS

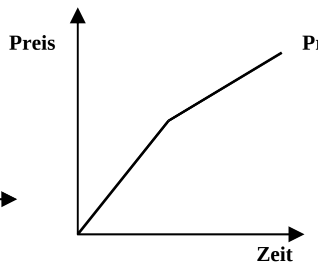
Spezialtarif S: Monatsgrundpreis 0 €, Kosten pro Minute 0,28 €, minutengenaue Abrechnung, ohne SMS

a) Wie teuer ist ein Gespräch im Spezialtarif S, das 2 Minuten und 30 Sekunden dauert?

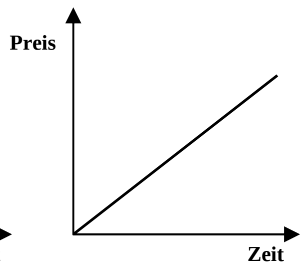
b) Welcher der folgenden Graphen zeigt den Normaltarif N?
Begründe deine Entscheidung.



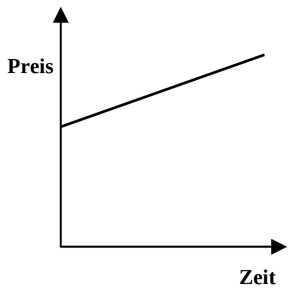
A



B



C



D

c) Berate deinen Mitschüler Ingo bei der Wahl des Tarifs mit Hilfe folgender Tabelle:

Monatliche Telefonierdauer in Minuten	10	20					
Monatliche Kosten in € Tarif N							
Monatliche Kosten in € Tarif S							

Erwartungshorizont

<table>
<tr><th rowspan="2"></th><th rowspan="2">Lösungsskizze</th><th colspan="3">Zuordnung, Bewertung</th></tr>
<tr><th>I</th><th>II</th><th>III</th></tr>
<tr><td>a)</td><td>Berechnet werden immer ganze Minuten, also kostet das Gespräch
$3 \cdot 0{,}28$ € = 0,84 €.</td><td>2</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>b)</td><td>Graph D zeigt den Normaltarif.
Wegen des Grundpreises von 9,95 € kommt nur noch Graph A in Frage. Dieser scheidet aber wegen der nicht gleichmäßige wachsenden Gesprächskosten (ab einer bestimmten Zeit werden die Gespräche teurer) aus. Bei der Begründung muss der Grundpreis und die gleichmäßige Zunahme der Kosten in Beziehung zur Gesprächsdauer herangezogen werden.</td><td></td><td>3</td><td></td></tr>
<tr><td>c)</td><td>Lösungsmöglichkeiten:
Berechnung unterschiedlicher konkreter Gesamtkosten für einen Monat (10 min, 20 min, 40 min...) unter Berücksichtigung des Monatsgrundpreises und der Kosten für die Gesprächsdauer.
Vergleich (auch mit Zuordnungstabelle)
<table>
<tr><td>Monatliche Gesprächs-dauer in min</td><td>10</td><td>20</td><td>30</td><td>60</td><td>80</td><td>90</td><td>100</td></tr>
<tr><td>Kosten in € bei Tarif N</td><td>11,65</td><td>13,35</td><td>15,05</td><td>20,15</td><td>23,55</td><td>25,25</td><td>26,95</td></tr>
<tr><td>Kosten in € bei Tarif S</td><td>2,80</td><td>5,60</td><td>8,40</td><td>16,80</td><td>22,40</td><td>25,20</td><td>28,00</td></tr>
</table>
Mögliche Beratung: „Wenn du mehr als 90 Minuten im Monat telefonierst, dann ist der Normaltarif günstiger.“
(Der genaue mathematische Wert beträgt 90,45 min.)</td><td></td><td>6</td><td>2</td></tr>
<tr><td></td><td>Insgesamt 13 BWE
(Bearbeitungszeit: 18 min)</td><td>2</td><td>9</td><td>2</td></tr>
</table>

Quelle: Bearbeitete Version der Aufgabe aus den KMK-Bildungsstandards Mathematik Mittlerer Abschluss, 2003.

Idee des funktionalen Zusammenhangs, Idee der Zahl

43. Schülerbücherei

Die Schülerbücherei zieht mit 3 600 Büchern in das Nachbargebäude um. Der Lehrer hat drei Stunden Zeit dafür. Er beginnt mit 5 Schülern, die in 2 Stunden 900 Bücher transportieren.

a) Wie viele Schüler braucht der Lehrer, damit sie noch pünktlich fertig werden?

b) Wann wäre er fertig, wenn er gleich mit einer ganzen Klasse mit 30 Schülern begonnen hätte?

Erwartungshorizont

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	Nach 2 Stunden sind noch 2 700 Bücher zu transportieren, dafür bleibt nur noch 1 Stunde. 5 Sch. → 450 Bücher in 1 Std. 10 Sch. → 900 Bücher in 1 Std. 30 Sch. → 2 700 Bücher in 1 Std. Er braucht 30 Schüler, also noch weitere 25 Schüler.	2	1	
b)	2 700 Bücher → 60 Min. 900 Bücher → 20 Min. 3 600 Bücher → 80 Min. Mit 30 Schülern hätte der Lehrer die Arbeit in 1 Std. und 20 Minuten geschafft.	2	1	
	Insgesamt 6 BWE (Bearbeitungszeit: 8 min)	4	2	

Idee des funktionalen Zusammenhangs, Idee der Zahl

44. Sparbuch

Hier siehst du eine Werbeanzeige einer Sparkasse:

> Wenn Sie jetzt Geld für sechs Jahre bei uns einmalig auf ein Garantie-Sparbuch einzahlen, haben Sie am Ende der sechs Jahre garantiert 10 % mehr.
>
> Allerdings müssen Sie am Anfang 4 % für das Sparbuch extra bezahlen.

a) Wie viel Geld bekommt man nach 6 Jahren, wenn man 100 € oder 200 € einzahlt?

b) Wie viel Geld muss man am Anfang wirklich ausgeben, wenn man 100 € oder 200 € einzahlt?

c) Bei einem ganz normalen Sparbuch zahlt man am Anfang nichts extra. Man erhält jedes Jahr 1% Zinsen. Entscheide, welches der beiden Sparbücher günstiger ist.

Erwartungshorizont

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	Man bekommt 110 € beziehungsweise 220 €.	2		
b)	Man muss am Anfang 4 € beziehungsweise 8 € extra bezahlen.	2		
c)	Bei der Werbung hat man einen Gewinn von 6 €, bei dem normalen Sparbuch auch (auf Zinseszins wird hier verzichtet) – allerdings hat man bei der Werbung nur einen Gewinn von 5,76 % (104 € entsprechen 100%), bei dem Sparbuch von mindestens 6 % (je nachdem, ob man Zinseszins mit berücksichtigt oder nicht).		3	3
	Insgesamt 11 BWE (Bearbeitungszeit: 15 min)	4	3	3

Idee der Wahrscheinlichkeit

45. Würfeln mit Streichholzschachteln

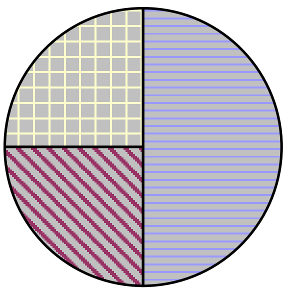
Familie Schmidt will ein Brettspiel spielen. Leider sind die Würfel verschwunden. Herr Schmidt schlägt vor, eine volle Streichholzschachtel als Würfel zu benutzen. In einem Zufallsexperiment darf jeder der vier Mitspieler 50-mal mit der Streichholzschachtel „würfeln“. Die Familie notiert die Ergebnisse:

$N = 200$	fällt auf eine der Reibeflächen	fällt auf die Etikett- bzw. Bodenfläche	fällt auf eine der Einschubflächen
absolute Häufigkeit	50	120	30

a) Berechne die relativen Häufigkeiten der 3 Ereignisse.

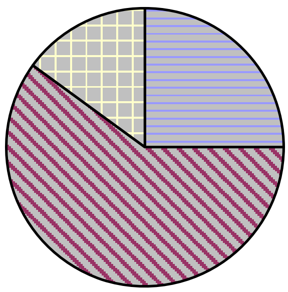
b) Gib an, in welchem der 3 Kreisdiagramme I, II, III die Häufigkeitsverteilung für die 3 Ereignisse dargestellt ist und begründe deine Wahl.

I



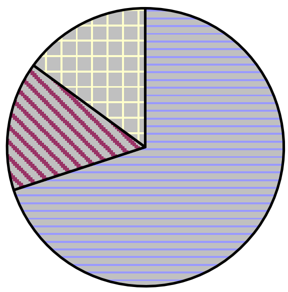
☐

II



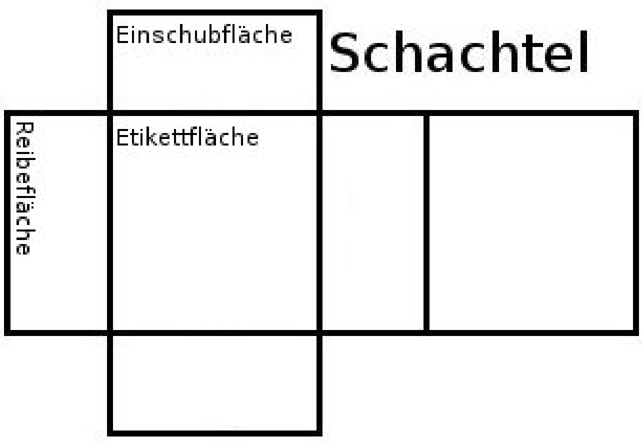
☐

III



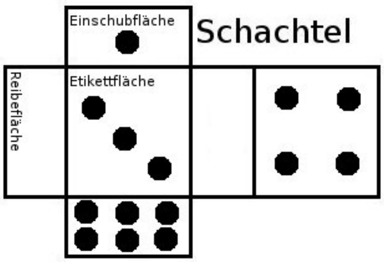
☐

c) Beschrifte die Seitenflächen des Schachtelnetzes so, dass die Ziffern 1 und 6 am seltensten und die Ziffern 3 und 4 am häufigsten gewürfelt werden. Begründe deine Entscheidung.



d) Erkläre, warum bei dieser Schachtel die Augenzahlen 1 und 6 vermutlich mit gleicher Wahrscheinlichkeit auftreten.

Erwartungshorizont

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	Reibefläche: $\frac{10}{40}=\frac{1}{4}=0{,}25=25\%$ Etikett- bzw. Bodenfläche: $\frac{24}{40}=\frac{6}{10}=60\%$ Einschubfläche: $\frac{6}{40}=\frac{3}{20}=0{,}15=15\%$		1 1 1	
b)	Es muss Diagramm II sein, weil nur bei diesem alle 3 Segmente unterschiedlich groß sind.		3	
c)	 Die Häufigkeitstabelle am Anfang legt nahe, dass die Wahrscheinlichkeit am geringsten dafür ist, dass die Streichholzschachtel auf den Einschubflächen liegen bleibt und am größten dafür, dass sie auf der Etikett- oder Bodenfläche liegen bleibt. *<u>Bemerkung:</u> Die Vermutung, dass die relative Größe der Auflageflächen ein Maß für die Wahrscheinlichkeit dafür ist, dass die Schachtel auf dieser Fläche liegen bleibt, hat sich experimentell als falsch erwiesen, dennoch sollte ein solches Argument als plausible Schülerhypothese anerkannt werden.*	2		2
d)	Aus Symmetriegründen ist die Annahme sinnvoll, das die Wahrscheinlichkeit für jede der beiden Einschubflächen gleich groß ist.		1	
	(Bearbeitungszeit 15 Minuten) Insgesamt 11 BWE	2	7	2

Idee der Wahrscheinlichkeit

46. Mündliche Noten

Ein Lehrer schlägt seiner Klasse vor, die mündlichen Noten wie folgt festzulegen:
Er wirft einen Würfel zweimal hintereinander und nimmt die kleinere Zahl als Note. Zeigt der Würfel bei beiden Würfen die gleiche Augenzahl, nimmt er diese als Note.

a) Berechne die Wahrscheinlichkeit, eine 6 zu bekommen.

b) Berechne die Wahrscheinlichkeit, eine 1 zu bekommen.

Ein Kollege macht es etwas anders: Er legt sechs Kugeln mit den Nummern 1 bis 6 in eine Socke. Er zieht eine Kugel, notiert sich die Nummer und legt die Kugel nicht wieder zurück. Dann zieht er eine zweite Kugel und notiert sich wieder die Nummer. Als Note nimmt er die kleinere der beiden Zahlen.

c) Berechne die Wahrscheinlichkeit, eine 1 zu bekommen.

d) Berechne die Wahrscheinlichkeit, eine 6 zu bekommen.

Erwartungshorizont

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	Eine „6“ kann nur in einem einzigen Fall erteilt werden, nämlich bei (6;6). Die Wahrscheinlichkeit für eine „6“ beträgt also $\frac{1}{36}$ oder etwa 2,8 %.	1	1	
b)	Eine „1“ wird erteilt, wenn die beiden Würfel folgende Ergebnisse zeigen: (1;2), (1;3), (1;4), (1;5), (1;6), (6;1), (5;1), (4;1), (3;1), (2;1), (1;1). Das sind 11 von 36 gleichwahrscheinlichen Ergebnissen. Die Wahrscheinlichkeit für eine „1“ beträgt also $\frac{11}{36}$ oder etwa 30,6 %. Alternative Lösung: Eine „1“ wird erteilt, wenn mindestens eine „1“ vorkommt, wenn also nicht nur Augenzahlen von 2 bis 5 vorkommen. Also beträgt die gesuchte Gegenwahrscheinlichkeit: $1-\left(\frac{5}{6}\right)^2=\frac{11}{36}$.	1	2	
c)	Eine „1“ wird bei folgenden Ergebnissen erteilt: (1;2), (1;3), (1;4), (1;5), (1;6), (6;1), (5;1), (4;1), (3;1), (2;1). Das sind 10 von 30 gleichwahrscheinlichen Ergebnissen. Die Wahrscheinlichkeit für eine „1“ beträgt also $\frac{10}{30}$ oder etwa 33,3 %.			

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
	Alternative Lösung: Eine „1“ wird erteilt, wenn entweder beim ersten Mal eine 1 vorkommt oder beim ersten Mal nicht und dann beim zweiten Mal. Also beträgt die gesuchte Wahrscheinlichkeit: $\frac{1}{6}+\frac{5}{6}\cdot\frac{1}{5}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$.	1	3	
d)	Es ist unmöglich eine 6 zu bekommen, da nur einmal die 6 gezogen werden kann, die andere Zahl auf jeden Fall kleiner ist und somit als Note genommen wird.			2
	(Bearbeitungszeit 15 Minuten) Insgesamt 11 BWE	3	6	2

Idee der Wahrscheinlichkeit

47. *n*-Eck des Tages

Auf einer Mathematikveranstaltung wurde das *n*-Eck des Tages gewählt. Die 52 Teilnehmer sollten je ein *n*-Eck zeichnen. Dabei wurden unterschiedliche geometrische Figuren abgegeben.
Die Anzahl der Ecken wurde aufgeschrieben. (3 = Dreieck, 4 = Viereck, usw.):

3, 4, 5, 4, 3, 5, 3, 4, 6, 8, 6, 7, 5, 4, 3, 7, 5, 6, 7, 4, 4, 5, 3, 6, 3, 4, 3, 4, 8, 3, 6, 4, 3, 5, 5, 3,
6, 3, 5, 4, 6, 7, 3, 5, 5, 4, 5, 5, 4, 5, 4, 11

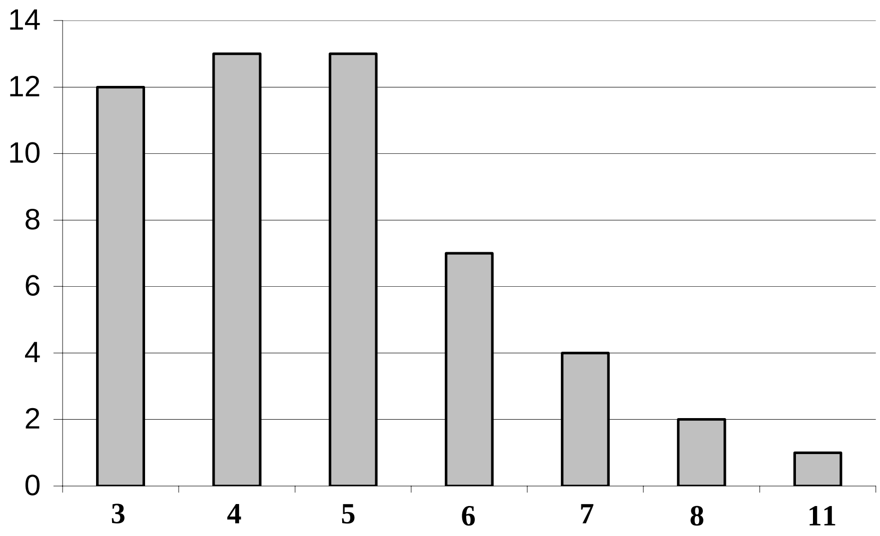
a) Stelle die absoluten Häufigkeiten der gezeichneten *n*-Ecke in einer Tabelle und in einem Säulendiagramm dar.

b) Bestimme das arithmetische Mittel, den Zentralwert und die Spannweite.

c) Gib an, warum die 3 der kleinste Ereigniswert ist.

Erwartungshorizont

<table>
<tr><td rowspan="2"></td><td rowspan="2">Lösungsskizze</td><td colspan="3">Zuordnung, Bewertung</td></tr>
<tr><td>I</td><td>II</td><td>III</td></tr>
<tr><td>a)</td><td>
<table>
<tr><td>Ereignis</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>11</td></tr>
<tr><td>Häufigkeit</td><td>12</td><td>13</td><td>13</td><td>7</td><td>4</td><td>2</td><td>1</td></tr>
</table>
(Punktevergabe: alle Ereigniswerte erfasst, alle Ausfälle richtig angegeben)

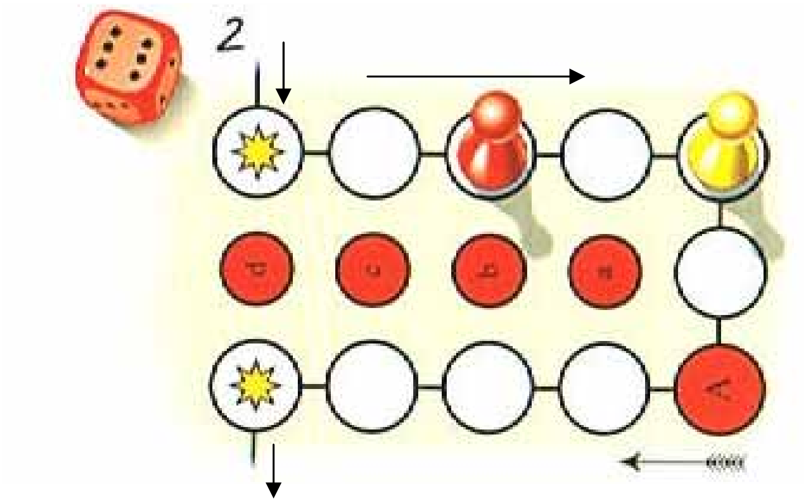


(Punktevergabe für: sortierte Rangfolge, saubere Zeichnung, alle Ereigniswerte berücksichtigt, alle Häufigkeiten korrekt eingetragen.)
</td><td>2</td><td>4</td><td></td></tr>
</table>

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
b)	Mittelwert: $\frac{3\cdot 12+4\cdot 13+5\cdot 13+6\cdot 7+7\cdot 4+8\cdot 2+11\cdot 1}{52}=\frac{250}{52}=4{,}80...$		2	
	Zentralwert: 5	1		
	Spannweite: $11-3=8$	1		
c)	Das *n*-Eck mit der kleinsten Eckenzahl ist das Dreieck.			1
	(Bearbeitungszeit 15 Minuten) Insgesamt 11 BWE	4	6	1

Idee der Wahrscheinlichkeit

48. Mensch-ärgere-dich-nicht



Bestimme die Wahrscheinlichkeit, dass die dunkle Spielfigur beim nächsten Wurf

a) die helle Spielfigur schlägt,

b) „ins Haus“ gelangt (d.h. auf eins der kleinen dunklen Felder),

c) weder die andere Spielfigur schlägt noch „ins Haus“ (auf die dunklen Felder a, b, c, d) gelangt.

d) Bestimme die Wahrscheinlichkeit, mit der die helle Figur beim nächsten Wurf „ins Haus“ gelangt.

e) Begründe, warum die Summe der Wahrscheinlichkeiten aus den Teilaufgaben a) bis c) 1 ergeben muss.

Erwartungshorizont

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	Man muss eine „2“ würfeln, um die helle Figur zu schlagen. Die Wahrscheinlichkeit für die „2“ ist bei 6 gleichwahrscheinlichen Würfelergebnissen gleich $\frac{1}{6}$.	2		
b)	Eine „4“ führt auf das Feld a, eine „5“ auf das Feld b, eine „6“ auf das Feld c. Das Feld d ist mit einmaligem Würfeln nicht erreichbar. Die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis *„4“, „5“ oder „6“* beträgt $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.	3		
c)	Das Ereignis tritt ein, wenn man eine „1“ oder eine „3“ würfelt. Die Wahrscheinlichkeit für *„1 oder 3“* beträgt $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.		2	
d)	Das Ereignis „helle Figur gelangt ins Haus“ tritt ein beim Ereignis „2 oder 3 oder 4 oder 5“. Die Wahrscheinlichkeit ist damit $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$.		2	
e)	Die Ereignisse aus den Teilaufgaben a), b) und c) erfassen alle möglichen Würfelergebnisse. Die Summe der Wahrscheinlichkeiten ist also 1.			2
	(Bearbeitungszeit 15 Minuten) Insgesamt 11 BWE	5	4	2

Quelle: Mathe Live 8, S. 46

Idee der Wahrscheinlichkeit

49. Taschengeld

Die Schülerinnen und Schüler der Klasse 9a erhalten folgende Taschengeldbeträge in der Woche:

2,50 €	3,50 €	3,50 €	4,- €	4,- €	5,- €	5,- €	6,- €	6,25 €	6,25 €
6,75 €	7,- €	7,50 €	10,- €	10,- €	12,50 €	17,25 €	25,-€	30,- €	30,-€

a) Berechne das arithmetische Mittel aller Taschengeldbeträge in der Klasse und die Spannweite.

b) Bestimme den Zentralwert aller Taschengeldbeträge in der Klasse.

c) Klaus erhält 8 € Taschengeld.

- Erkläre, wie er die Umfrage nutzen kann, um bei seinen Eltern eine Taschengelderhöhung durchzusetzen.
- Die Eltern wollen das Taschengeld nicht erhöhen. Wie könnten sie argumentieren?

d) Erläutere den Unterschied zwischen dem arithmetischen Mittel und dem Zentralwert.

e) Wenn man eine Aussage über das „mittlere Einkommen“ aller Bundesbürger machen will, ist es dann sinnvoller, das arithmetische Mittel oder den Zentralwert zu verwenden? Argumentiere.

Erwartungshorizont

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	Arithmetisches Mittel: $\frac{2{,}5+3{,}5+3{,}5+...+25+30+30}{20}=\frac{202}{20}=10{,}1$ Der Mittelwert beträgt 10,10 €. Spannweite: 30,- € – 2,50 € = 27,50 €.	4		
b)	Der Zentralwert beträgt $\frac{6{,}25\ € + 6{,}75\ €}{2} = 6{,}50\ €$.	2		
c)	Klaus muss sich bei seiner Argumentation auf das arithmetische Mittel berufen; dieses liegt deutlich über dem Betrag, den er als Taschengeld erhält. Die Eltern könnten mit dem Zentralwert argumentieren.		2	
d)	Der Unterschied ist so groß, weil die drei „Spitzenreiter“ mit 25,- bzw. 30,- € das arithmetische Mittel nach oben ziehen. *Selbst wenn außer diesen drei Schülern niemand in der Klasse auch nur einen Cent Taschengeld bekäme, läge das arithmetische Mittel noch bei 4,25 €.*			1
e)	Auch in der Bundesrepublik gibt es eine kleine Minderheit mit extrem hohen Einkommen, die das arithmetische Mittel so nach oben ziehen, dass ein falscher Eindruck über das Einkommen der übergroßen Mehrheit in unserer Republik entstehen könnte. Der Vergleich der beiden Mittelwerte könnte da sehr aufschlussreich sein.			2
	(Bearbeitungszeit 15 Minuten) Insgesamt 11 BWE	6	2	3

Idee der Wahrscheinlichkeit

50. Würfeln

Du hast einen normalen Spielwürfel.

a) Berechne die Wahrscheinlichkeit, bei einem Wurf eine „6“ zu würfeln.

b) Berechne die Wahrscheinlichkeit, bei einem Wurf eine „4“ oder eine „5“ zu würfeln.

c) Berechne die Wahrscheinlichkeit, bei einem Wurf eine Augenzahl größer als „3“ zu würfeln.

Du hast jetzt 48 normale Spielwürfel. Es wird mit allen 48 Würfeln jeweils einmal gewürfelt. Die Sechsen werden liegen gelassen. Danach wird mit den restlichen Würfeln wieder jeweils einmal gewürfelt. Wieder werden die Sechsen aussortiert. Das geht so weiter, bis alle Würfel eine Sechs zeigen und somit aussortiert sind.

d) Mit wie vielen Sechsen kann man beim ersten Versuch mit den 48 Würfeln im Durchschnitt rechnen? Berechne die Anzahl?

e) Beim ersten Wurf zeigten 8 Würfel eine Sechs. Mit wie vielen Sechsen kann man beim zweiten Versuch rechnen? Berechne die Anzahl?

Erwartungshorizont

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	Die Wahrscheinlichkeit eine „6“ zu würfeln, beträgt $\frac{1}{6}$.	1		
b)	Die Wahrscheinlichkeit eine „4“ oder „5“ zu würfeln, beträgt $\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$.	2		
c)	Als Ereignisse kommen die Augenzahlen 4, 5 und 6 infrage. Die Wahrscheinlichkeit eine Zahl größer als „3“ zu würfeln, beträgt $\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$.	2		
d)	Die Wahrscheinlichkeit, eine „6“ zu würfeln, ist $\frac{1}{6}$. Bei 48 Würfeln (im 1. Wurf) sind damit $48\cdot\frac{1}{6}=8$ Sechsen zu erwarten.	1	2	
e)	Beim 2. Wurf sind $40\cdot\frac{1}{6}=6\frac{2}{3}$, also etwa 6 (oder 7) Sechsen zu erwarten.		1	2
	(Bearbeitungszeit 15 Minuten) Insgesamt 11 BWE	6	3	2

Teil c) und d) nach Mathe Live 10 Lehrerband, S. 97

Idee der Wahrscheinlichkeit

51. Getränkeautomat

In einem Einkaufszentrum ist ein Getränkeautomat aufgestellt. Der Verkauf der einzelnen Getränke wird zur Kontrolle gespeichert.

Abkürzungen für die einzelnen Getränke:

C für **C**appuccino, **K** für **K**affee, **S** für **S**chokolade, **T** für **T**ee

Die Getränke sind in folgender Reihenfolge an einem Tag verkauft worden:

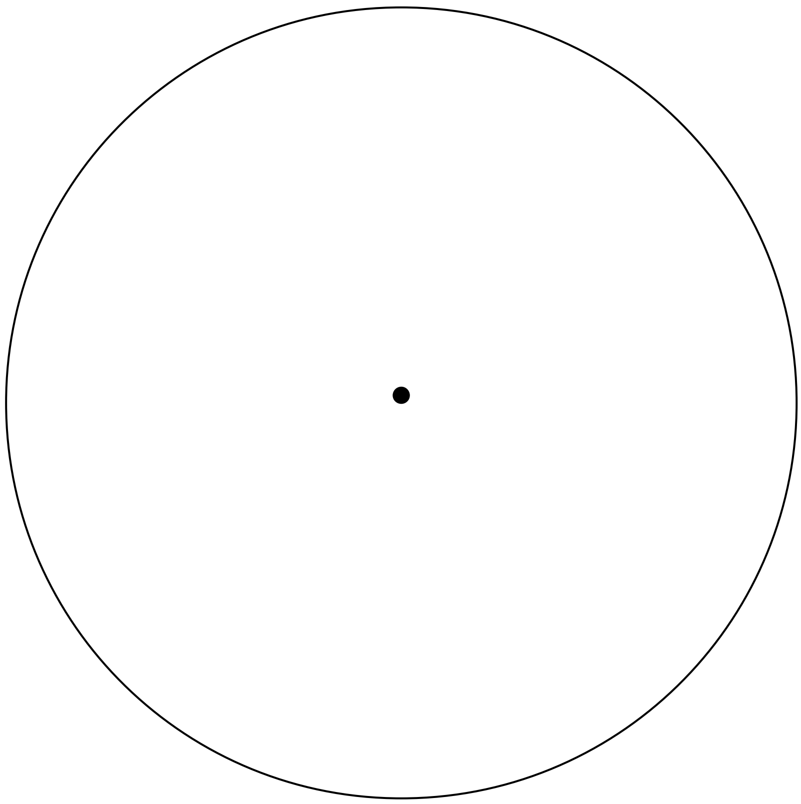
K K S S T C C C C T T S S S T C T C C C S S T S
C C S S K K T C T C C S S T C C S T K K C C T S
C C

a) Erstelle eine Häufigkeitstabelle.

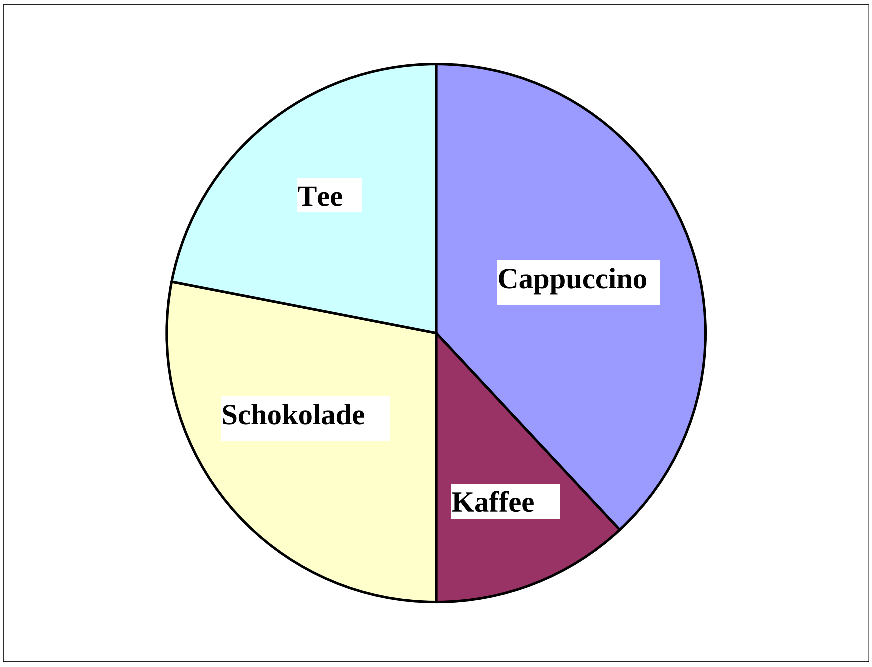
b) Berechne die relative Häufigkeit für den Verkauf von Cappuccino, Kaffee, Schokolade und Tee auf zwei Stellen nach dem Komma.

c) Erstelle eine Verkaufsliste für 650 Getränke, wenn vorausgesetzt wird, dass der Verkauf der einzelnen Getränke Cappuccino, Kaffee, Schokolade und Tee an den einzelnen Tagen annähernd gleich ist.

d) Zeichne für die Verkaufsmengen der einzelnen Getränke ein Kreisdiagramm.



Erwartungshorizont

<table>
<tr><td rowspan="2"></td><td rowspan="2">Lösungsskizze</td><td colspan="3">Zuordnung, Bewertung</td></tr>
<tr><td>I</td><td>II</td><td>III</td></tr>
<tr><td>a)</td><td><table><tr><td>Getränk</td><td>Anzahl</td></tr><tr><td>Cappuccino</td><td>19</td></tr><tr><td>Kaffee</td><td>6</td></tr><tr><td>Schokolade</td><td>14</td></tr><tr><td>Tee</td><td>11</td></tr></table></td><td>2</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>b)</td><td>50 Getränke
Cappuccino: 0,38 Kaffee: 0,12 Schokolade: 0,28 Tee: 0,22</td><td>1</td><td>4</td><td></td></tr>
<tr><td>c)</td><td>Cappuccino: $0{,}38 \cdot 650 = 247$
Kaffee: $0{,}12 \cdot 650 = 78$
Schokolade: $0{,}28 \cdot 650 = 182$
Tee: $0{,}22 \cdot 650 = 143$</td><td></td><td>2</td><td></td></tr>
<tr><td>d)</td><td>
</td><td></td><td></td><td>2</td></tr>
<tr><td></td><td>(Bearbeitungszeit 15 Minuten) Insgesamt 11 BWE</td><td>3</td><td>6</td><td>2</td></tr>
</table>

Idee der Wahrscheinlichkeit

52. Mathematiknoten

Im Fach Mathematik verteilen sich die Zeugnisnoten in drei neunten Klassen einer Schule folgendermaßen:

Note	Klasse 9a	Klasse 9b	Klasse 9c
1	3	0	0
2	4	2	10
3	8	12	5
4	10	10	8
5	5	3	0
6	1	0	6

a) Berechne für jede Klasse die drei Kennwerte Spannweite, Zentralwert und arithmetisches Mittel.

b) Begründe mit Hilfe der Mittelwerte, welche der 9. Klassen die beste Leistung in Mathematik zeigt.

c) In der Klasse 9a liegt der Zentralwert über dem berechneten arithmetischen Mittel, in der Klasse 9c liegt der Zentralwert unter dem berechneten arithmetischen Mittel. Erkläre diese Besonderheit.

d) In einem Mathematiktest einer 10. Klasse sind die Noten so verteilt, dass die Spannweite 1 beträgt und der Mittelwert bei 2,3 liegt. Gib an, wie die Noten bei dieser Arbeit verteilt sein könnten.

Erwartungshorizont

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	Kl. 9a: Spannweite 5; Zentralwert 4; Mittelwert 106 : 31 ≈ 3,42 Kl. 9b: Spannweite 3; Zentralwert 3; Mittelwert 95 : 27 ≈ 3,52 Kl. 9c: Spannweite 4; Zentralwert 3; Mittelwert 103 : 29 ≈ 3,55	3	2	
b)	Die Klasse 9a hat den besten Mittelwert der drei Klassen. Andererseits hat die Klasse 9c zwar den schlechtesten Mittelwert, aber die größte Anzahl von guten Mathematikern. Welche Klasse die bessere Leistung aufweist, lässt sich über den Mittelwert allein nicht sagen.		2	
c)	In der Klasse 9a liegt der Zentralwert über dem Mittelwert von 3,4, weil die größte Häufung der Mathematiknoten bei Note 4 liegt. In der Klasse 9c liegt der Zentralwert unter dem Mittelwert von 3,55, weil die größte Häufung der Mathematiknoten bei Note 2 liegt.			1 1
d)	Die Noten dieses Mathematiktests liegen bei Note 2 und Note 3, da die Spannweite 1 beträgt und der Mittelwert bei 2,3 liegt. *Evtl.: Die Note 2 kommt häufiger vor als die Note 3, da der Mittelwert bei 2,3 liegt.*			2
	(Bearbeitungszeit 15 Minuten) Insgesamt 11 BWE	3	4	4

Idee der Wahrscheinlichkeit

53. Lottozahlen

Seit 1955 gibt es in Deutschland das Lottospiel „6 aus 49“. Bis zum 1. Juni 2005 gab es insgesamt 4 339 Lottoziehungen.

Hier siehst du eine Tabelle, die zeigt, wie oft jede Zahl in 4 339 Lottoziehungen gezogen worden ist:

Zahl	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Anzahl	620	626	648	623	605	624	619	605	620	603

Zahl	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Anzahl	602	580	562	601	594	644	619	625	614	573

Zahl	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Anzahl	617	608	620	592	651	658	643	573	608	618

Zahl	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
Anzahl	649	638	640	595	630	607	628	679	617	617

Zahl	41	42	43	44	45	46	47	48	49
Anzahl	640	637	636	635	585	618	624	632	645

a) Bestimme die Spannweite der ermittelten Häufigkeiten.

b) Berechne die relative Häufigkeit der Zahl, die bisher am wenigsten gezogen worden ist, in Prozent.

c) Berechne die relative Häufigkeit der Zahl, die bisher am häufigsten gezogen worden ist, in Prozent.

d) Wenn du die 6 Lottozahlen 7, 8, 15, 20, 33 und 37 addierst, dann erhältst du den Summe 120.
Gib die sechs Lottozahlen an, die die kleinstmögliche Summe haben.
Gib die sechs Lottozahlen an, die die größtmögliche Summe haben.

Erwartungshorizont

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	Spannweite: 679 – 562 = 117	1		
b)	Die Zahl 13 ist bisher am wenigsten gezogen worden. Relative Häufigkeit: $\frac{562}{4339} = 0{,}1295... \approx 13{,}0\,\%$.	1	2	
c)	Die Zahl 38 ist bisher am häufigsten gezogen worden. Relative Häufigkeit: $\frac{679}{4339} = 0{,}15648... \approx 15{,}6\,\%$	1	2	
d)	Die Lottozahlen 1, 2, 3, 4, 5, 6 bilden die kleinstmögliche Summe: 21 Die Lottozahlen 44, 45, 46, 47, 48, 49 bilden den größtmögliche Summe: 279			2 2
	(Bearbeitungszeit 15 Minuten) Insgesamt 11 BWE	3	4	4

Idee der Wahrscheinlichkeit

54. Handykosten

Im Internet wurde folgende Umfrage durchgeführt: „Wie hoch sind deine Handykosten im Monat?“

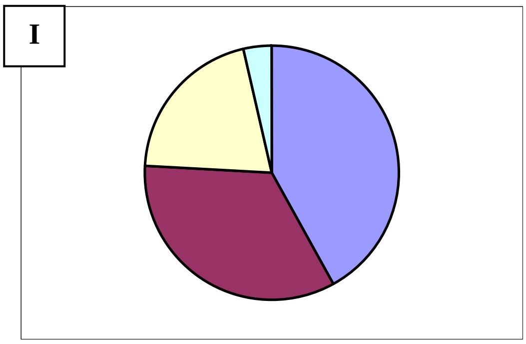
Das Ergebnis ist in der folgenden Tabelle dargestellt:

Handykosten im Monat	Anzahl
bis 25 Euro	47
25 bis 50 Euro	38
50 bis 100 Euro	23
100 bis 200 Euro	4

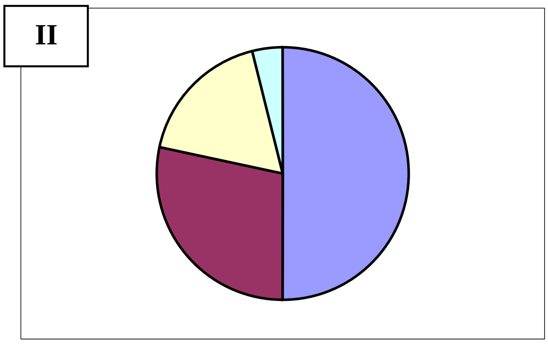
a) Bestimme die relativen Häufigkeiten der einzelnen Stimmenangaben und gib sie in Prozent an (Runde zwei Stellen nach dem Komma).

b) Bestimme, welche der folgenden Kreisdiagramme nicht zu den Umfrageergebnissen passen. Begründe.

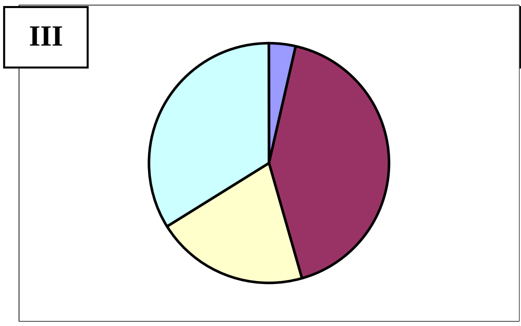
I



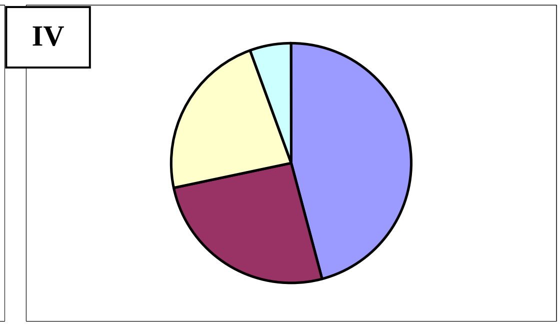
II



III

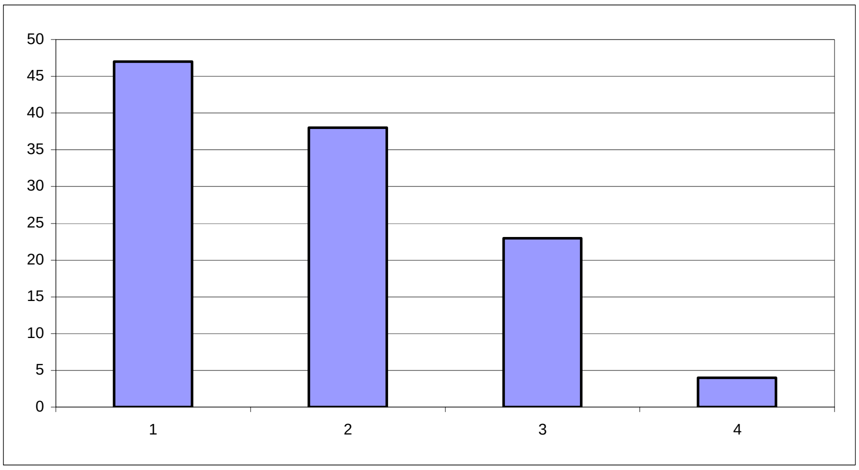


IV



c) Zeichne zu den Umfrageergebnissen ein Säulendiagramm.

Erwartungshorizont

<table>
<tr><td rowspan="2"></td><td rowspan="2">Lösungsskizze</td><td colspan="3">Zuordnung, Bewertung</td></tr>
<tr><td>I</td><td>II</td><td>III</td></tr>
<tr><td>a)</td><td>Handykosten bis 25 Euro: 42,0 % der Umfrageteilnehmer
Handykosten 25 bis 50 Euro: 33,9 % der Umfrageteilnehmer
Handykosten 50 bis 100 Euro: 20,5 % der Umfrageteilnehmer
Handykosten 100 bis 200 Euro: 3,6 % der Umfrageteilnehmer</td><td>4</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>b)</td><td>Kreisdiagramm II passt nicht zu den Umfrageergebnissen, da ein Kreissegment 50 % der Kreisfläche einnimmt. 42,0 % ist aber das höchste Teilergebnis der Umfrage.
Kreisdiagramm IV passt nicht zu den Umfrageergebnissen, da ein Kreissegment 25 % der Kreisfläche einnimmt. Es gibt aber kein Teilergebnis der Umfrage, das bei 25 % liegt.</td><td></td><td>2</td><td>2</td></tr>
<tr><td>c)</td><td></td><td></td><td>3</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>(Bearbeitungszeit 15 Minuten) Insgesamt 11 BWE</td><td>4</td><td>5</td><td>2</td></tr>
</table>

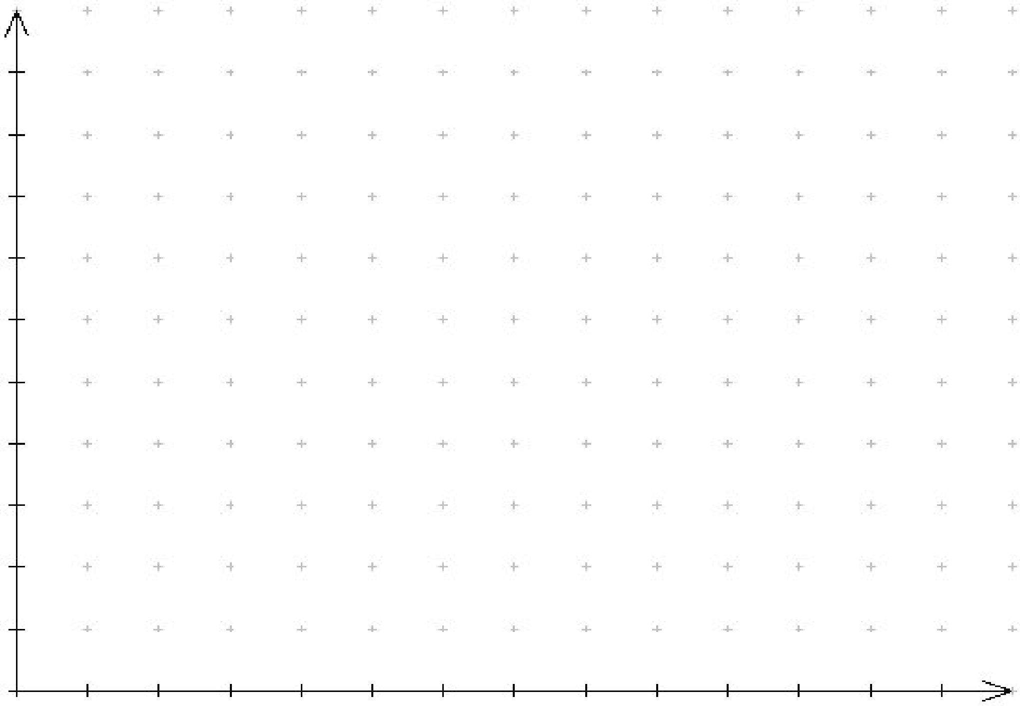
Idee der Wahrscheinlichkeit

55. Frühstück

Eine 9. Klasse hat 15 Mädchen und 33 Jungen der 5. Klassen ihrer Schule befragt, was sie am liebsten zum Frühstück essen. Die Antworten wurden in einer Tabelle zusammengefasst:

Speise	Anzahl der Schüler
Marmeladenbrötchen (M)	8
Schokomüsli mit Milch (S)	10
Wurstbrote (W)	4
Rührei mit Speck (R)	2
Knäckebrot mit Käse oder Wurst (K)	7
Vollkornmüsli mit Milch (V)	11
Keine Angaben (N)	6

a) Zeichne ein Säulendiagramm über die Rangfolge der beliebtesten Frühstücksspeisen an. Sortiere dazu die Speisen nach ihrer Beliebtheit.

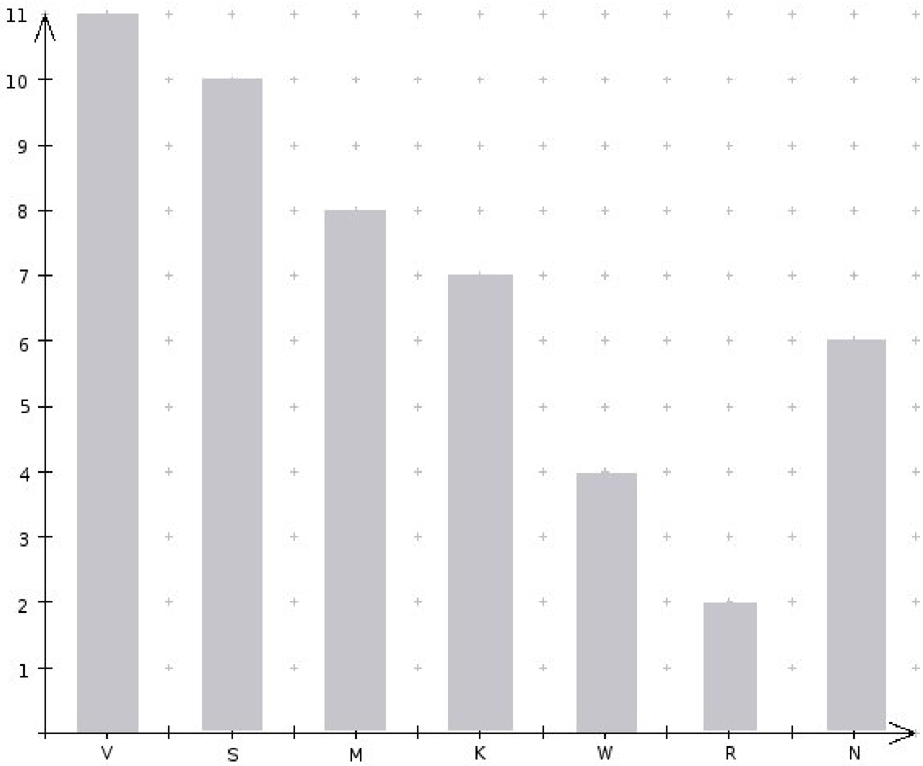


b) Peter hat bei der Umfrage festgestellt: Kein Junge hat Vollkornmüsli als liebstes Frühstück angegeben. Alle Mädchen haben eins der beiden Müslis als Lieblingsfrühstück angegeben. Bestimme nun die Rangfolgen der Lieblingsspeisen der Jungen.

c) Klaus stellt fest: „Es essen mehr Jungen Wurst, Speck und Käse zum Frühstück als Süßes.“ Gib an, ob er Recht hat.

Erwartungshorizont

<table>
<tr><td rowspan="2"></td><td rowspan="2">Lösungsskizze</td><td colspan="3">Zuordnung,
Bewertung</td></tr>
<tr><td>I</td><td>II</td><td>III</td></tr>
<tr><td>a)</td><td>



(Punkte für korrekt gezeichnetes Diagramm, Verwendung der absoluten Zahlen und richtige Rangfolge. Wenn die Nichts-Esser einsortiert sind, wird volle Punktzahl vergeben.)</td><td></td><td>5</td><td></td></tr>
<tr><td>b)</td><td>6 Jungen (10 – 6) haben Schokomüsli angegeben.

<table><tr><td>Rang</td><td>1.</td><td>2.</td><td>3.</td><td>4.</td><td>5.</td><td>6.</td><td>7.</td></tr><tr><td>Jungen</td><td>M (8)</td><td>K (7)</td><td>S (6)</td><td>W (4)</td><td>R (2)</td><td>V (0)</td><td>N (6)</td></tr></table>
(Auch hier gibt es die volle Punktzahl, wenn N (6) mit S(6) auf den gleichen Rang gesetzt wird.)</td><td></td><td>2</td><td>2</td></tr>
<tr><td>c)</td><td>Süß: Marmeladenbrötchen und Schokomüsli: $8+6=14$
Wurst und Käse mit: Knäckebrot, Wurstbrot, Rührei: $4+7+2=13$
Klaus hat nicht Recht.</td><td>2</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>(Bearbeitungszeit 15 Minuten) Insgesamt 11 BWE</td><td>2</td><td>7</td><td>2</td></tr>
</table>

Idee der Wahrscheinlichkeit

56. Lecker!

In einem Gefäß sind 2 Kugeln mit Marzipan, 6 mit Kaugummi und 4 mit Schokolade gefüllt.
Alle Kugeln sehen gleich aus und werden einzeln gezogen. Sie werden nicht wieder zurückgelegt.

a) Bestimme jeweils die Wahrscheinlichkeit, mit der beim ersten Ziehen Marzipan (Kaugummi, Schokolade) gezogen wird.

b) Du hast beim 1. Mal Marzipan gezogen. Bestimme die Wahrscheinlichkeit, beim 2. Versuch wieder Marzipan zu erhalten.

c) Herr Richter hat bei den ersten beiden Versuchen jeweils 1 Marzipankugel gezogen. Berechne, wie groß nun die Wahrscheinlichkeit ist, Schokolade zu ziehen.

d) Gib an, wie oft man ziehen muss, um sicher zwei Kugeln gleicher Sorte zu erhalten.
Gib an, wie oft man ziehen muss, um sicher 2 Kugeln mit Marzipan zu ziehen.

Erwartungshorizont

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
	.	I	II	III
a)	Marzipan: $\frac{2}{12}=\frac{1}{6}=0{,}1666...\approx 16{,}7\,\%$ Kaugummi: $\frac{6}{12}=\frac{1}{2}=0{,}5=50\,\%$ Schokolade $\frac{4}{12}=\frac{1}{3}=0{,}333...\approx 33{,}3\,\%$	3		
b)	Nach dem 1. Versuch sind nur noch 11 Kugeln vorhanden, davon nur noch einmal Marzipan. Die Wahrscheinlichkeit ist also $\frac{1}{11}=0{,}0909...\approx 9{,}1\%$.		2	
c)	10 Kugeln sind noch vorhanden. Die Wahrscheinlichkeit ist also $\frac{4}{10}=0{,}4=40\,\%$.		2	
d)	Im schlechtesten Fall wird bei den ersten 3 Ziehungen von jeder Sorte eine Kugel gezogen. Also muss 4-mal gezogen werden, um <u>sicher</u> zwei Kugeln einer Sorte zu erhalten. Im schlechtesten Fall zieht er die zweite Marzipankugel erst bei der letzten Ziehung. Also muss 12-mal gezogen werden, um <u>sicher</u> zwei Marzipankugeln zu erhalten.		2	2
	Insgesamt 11 BWE (Bearbeitungszeit 15 min)	3	6	2

Idee der Wahrscheinlichkeit

57. Würfel

Peter und Helge würfeln mit 2 normalen Spielwürfeln.

a) Stelle in der Tabelle alle Möglichkeiten der Ergebnisse dar.

b) Peter sagt: „Die Augensumme 8 kommt beim Werfen von zwei Würfeln am häufigsten vor.“ Helge meint: „Die Augensumme 7 ist am häufigsten“. Entscheide, wer Recht hat.

c) Gib die Augensummen an, die jeweils die gleiche Wahrscheinlichkeit haben und bestimme deren Wahrscheinlichkeiten.

1;1					
1;2					

Erwartungshorizont

<table>
<tr><th rowspan="2"></th><th rowspan="2">Lösungsskizze</th><th colspan="3">Zuordnung, Bewertung</th></tr>
<tr><th>I</th><th>II</th><th>III</th></tr>
<tr><td>a)</td><td>
<table>
<tr><td>1;1</td><td>2;1</td><td>3;1</td><td>4;1</td><td>5;1</td><td>6;1</td></tr>
<tr><td>1;2</td><td>2;2</td><td>3;2</td><td>4;2</td><td>5;2</td><td>6;2</td></tr>
<tr><td>1;3</td><td>2;3</td><td>3;3</td><td>4;3</td><td>5;3</td><td>6;3</td></tr>
<tr><td>1;4</td><td>2;4</td><td>3;4</td><td>4;4</td><td>5;4</td><td>6;4</td></tr>
<tr><td>1;5</td><td>2;5</td><td>3;5</td><td>4;5</td><td>5;5</td><td>6;5</td></tr>
<tr><td>1;6</td><td>2;6</td><td>3;6</td><td>4;6</td><td>5;6</td><td>6;6</td></tr>
</table>
</td><td></td><td>3</td><td></td></tr>
<tr><td>b)</td><td>Helge hat Recht. Augensumme 7 (in der Tabelle fett gedruckt) hat die Wahrscheinlichkeit
$\frac{6}{36}=\frac{1}{6}=0{,}166\ldots\approx 16{,}7\%$.
Die Augensumme 8 (in der Tabelle kursiv gedruckt) hat die Wahrscheinlichkeit
$\frac{5}{36}=0{,}138\ldots\approx 13{,}9\%$.</td><td>3</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>c)</td><td>Wahrscheinlichkeit für die Augensumme 2 bzw. 12: $\frac{1}{36}=0{,}027\ldots\approx 2{,}8\%$,
Wahrscheinlichkeit für die Augensumme 3 bzw. 11: $\frac{2}{36}=0{,}055\ldots\approx 5{,}6\%$,
Wahrscheinlichkeit für die Augensumme 4 bzw. 10: $\frac{3}{36}=0{,}083\ldots\approx 8{,}3\%$,
Wahrscheinlichkeit für die Augensumme 5 bzw. 9: $\frac{4}{36}=0{,}111\ldots\approx 11{,}1\%$,
Wahrscheinlichkeit für die Augensumme 6 bzw. 8: $\frac{5}{36}=0{,}138\ldots\approx 13{,}9\%$.</td><td></td><td>5</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>(Bearbeitungszeit 15 min) Insgesamt 11 BWE</td><td>3</td><td>8</td><td>0</td></tr>
</table>

Idee der Wahrscheinlichkeit

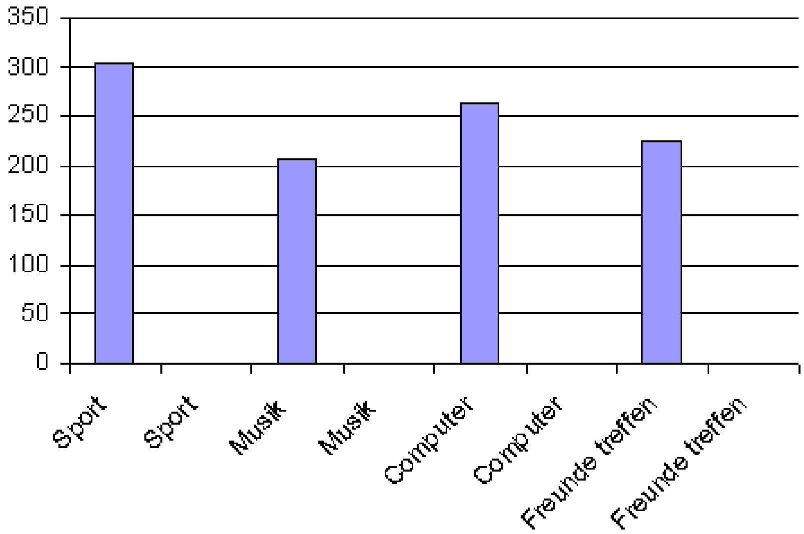
58. Hobbys

An der Gesamtschule Eidelstedt in Hamburg und der Gustav-Heinemann-Gesamtschule in Dortmund wurden Schüler zu ihrem liebsten Hobby befragt. Dabei ergab sich für die 4 beliebtesten Hobbys:

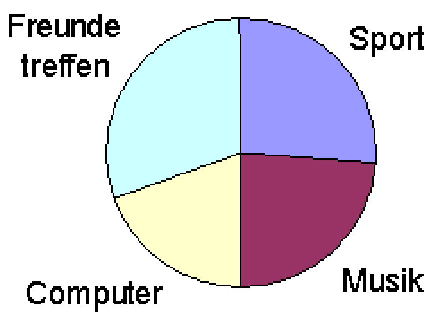
	Sport	Musik	Computer	Freunde treffen	Anzahl der befragten Schülerinnen und Schüler
GS Eidelstedt	135	118	99	157	509
Gustav-Heinemann-GS	304	207	264	225	1000

a) Begründe, dass das unten stehende Säulendiagramm die Werte für die Gustav-Heinemann-Gesamtschule darstellt.

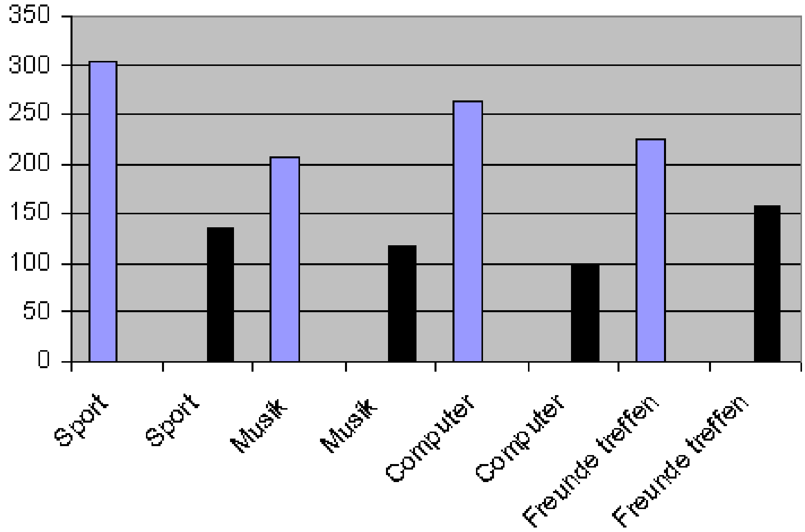
b) Trage in die freien Spalten des Diagramms die entsprechenden Säulen für die Gesamtschule Eidelstedt ein.



c) Gib an, zu welcher der beiden Schulen das folgende Kreisdiagramm gehört. Begründe deine Antwort.



Erwartungshorizont

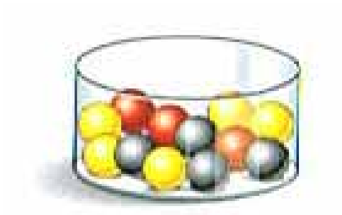
	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	Man liest die Werte am Säulendiagramm ab: Sport knapp mehr als 300 Schüler, Musik knapp mehr als 200 etc. Damit kann es nicht die Gesamtschule Eidelstedt sein, da dort das am häufigsten genannte Hobby nur 157 Nennungen aufweist.	3		
b)			4	
c)	Das Kreisdiagramm gehört zur Gesamtschule Eidelstedt. Um dies herauszufinden, kann man u.a. den größten Anteil im Kreis betrachten, „Freunde treffen“. Dieses Hobby hat an der GS Eidelstedt den höchsten Anteil und damit muss im Kreisdiagramm auch der zugehörige Kreisteil am größten sein. Alternativ kann man auch die relativen Anteile der Hobbys an den beiden Schulen bestimmen: GS Eidelstedt: Sport = 26,5%; Musik = 23,2%; Computer = 19,4%; Freunde treffen = 30,8% Gustav-Heinemann-GS: Sport = 30,4%; Musik = 20,7%; Computer = 26,4%; Freunde treffen = 22,5% Zu jeder der relativen Häufigkeiten gehört ein Kreisanteil, den man als Produkt aus relativer Häufigkeit und 360° berechnen kann. Entsprechend lässt sich das Kreisdiagramm der Gesamtschule Eidelstedt zuordnen.			4
	Insgesamt 11 BWE	3	4	4

Nach Mathe Live 7, S. 99, Aufgabe 9

Idee der Wahrscheinlichkeit

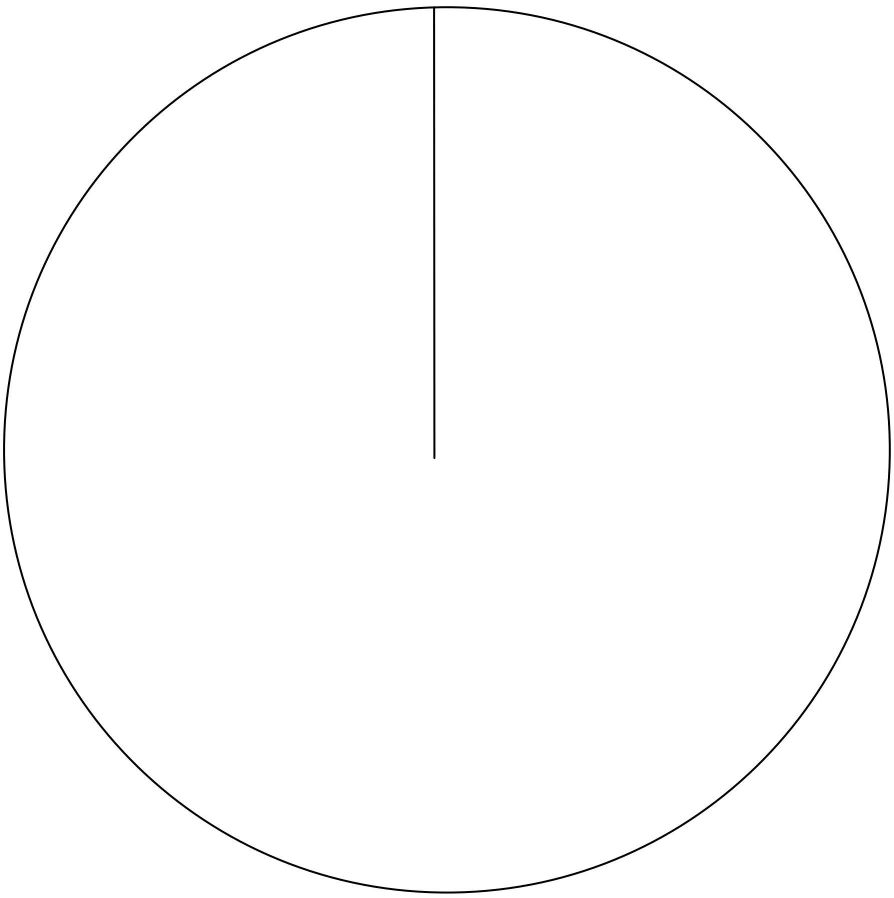
59. Kugeltopf

In einem Gefäß sind 5 gelbe, 4 schwarze und 3 rote Kugeln. Es wird eine Kugel gezogen.



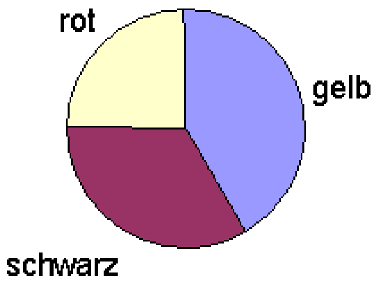
a) Gib an, wie groß die Wahrscheinlichkeit ist, eine rote (schwarze, gelbe) Kugel zu ziehen.

b) Stelle die Wahrscheinlichkeiten für die drei Farben anhand eines Kreisdiagramms dar. Verwende dazu den vorgegebenen Kreis.



c) Herr Schulz hat im ersten Anlauf eine schwarze Kugel aus dem Gefäß entnommen und behält sie in der Hand. Berechne, wie groß die Wahrscheinlichkeit ist, beim nächsten Ziehen wieder eine schwarze Kugel zu ziehen.

Erwartungshorizont

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	Es sind insgesamt 12 Kugeln in dem Gefäß. Die Wahrscheinlichkeit, eine rote Kugel zu ziehen, ist $\frac{3}{12} = \frac{1}{4}$. Die Wahrscheinlichkeit, eine gelbe Kugel zu ziehen, ist $\frac{5}{12}$. Die Wahrscheinlichkeit, eine schwarze Kugel zu ziehen, ist $\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$.	3		
b)			6	
c)	Es sind nur noch 3 schwarze von insgesamt 11 Kugeln in dem Gefäß. Die Wahrscheinlichkeit, nun eine schwarze Kugel zu ziehen, beträgt $\frac{3}{11}$.			2
	Insgesamt 11 BWE	3	6	2

Quelle: Mathe Live 8, S. 47

Idee der Wahrscheinlichkeit

60. Weitsprung

Die Klassen H9a und H9b veranstalten einen Sportwettkampf.
Die Weitsprung-Gruppen haben ihre Ergebnisse in der folgenden Tabelle festgehalten:

	1. Schüler	2. Schüler	3. Schüler	4. Schüler	5. Schüler	6. Schüler
H9a	2,83m	3,97m	2,65m	3,24m	4,15m	3,56m
H9b	3,04m	2,98m	2,63m	3,76m	4,13m	4,01m

a) Entscheide dich, welches der folgenden Diagramme die Gruppe H9a darstellt. Begründe, dass die anderen Diagramme nicht in Frage kommen.

Diagramm 1

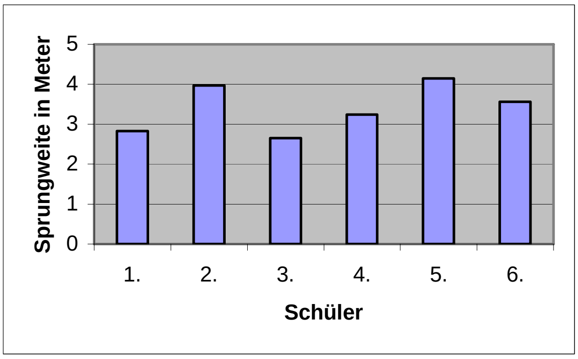


Diagramm 2

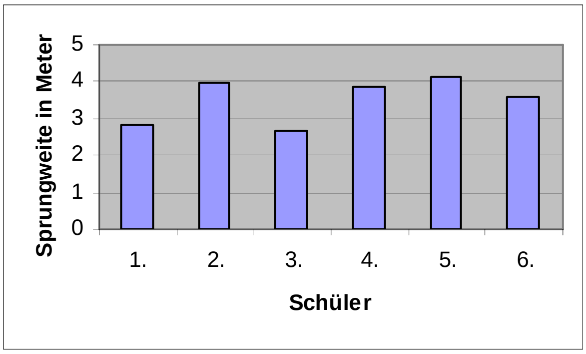
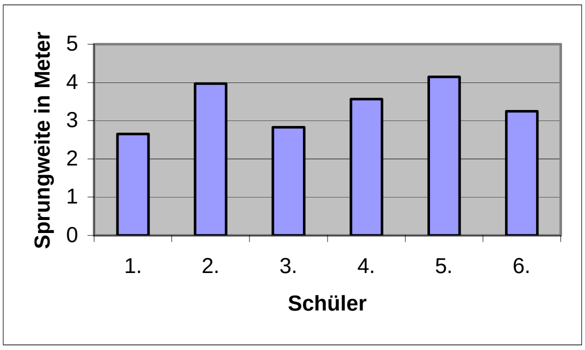


Diagramm 3



b) Erstelle für beide Gruppen (H9a und H9b) eine Rangliste der Sprungweiten. Sortiere nach der Größe.

c) Bestimme für beide Gruppen die Spannweite und den Zentralwert.

d) Entscheide dich für eine Klasse als Gewinner. Begründe deine Entscheidung.

Erwartungshorizont

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	Diagramm 1 ist richtig. Im Diagramm 2 ist die Weite des 4. Springers falsch. Im Diagramm 3 sind die Weiten der Springer vertauscht. oder Bei dem 3. Schüler ist eine Weite größer als 2,65 m dargestellt. oder Die Weite des 4. Schülers ist im Diagramm mit etwa 3,50 m angegeben.		3	
b)	H9a: 2,65 m; 2,83 m; 3,24 m; 3,56 m; 3,97 m; 4,15 m H9b: 2,63 m; 2,98 m; 3,04 m; 3,76 m; 4,01 m; 4,13 m	2		
c)	H9a: Spannweite: 1,50 m Zentralwert: 3,40m H9b: Spannweite: 1,50 m Zentralwert: 3,40m	4		
d)	Beide Gruppen haben gleiche Spannweiten und Zentralwerte. Entscheidung für H9a möglich, da sie die besseren absoluten Werte (weitester Sprung) hat. Entscheidung für H9b möglich, da sie insgesamt weiter gesprungen sind (wenn man alle Weiten zusammenzählt: H9a: 20,40 m, H9b: 20,55 m). Auch eine Argumentation über die arithmetischen Mittel ist denkbar. Entscheidend ist aber die Begründung!			2
	Insgesamt 11 BWE	6	3	2

nach Mathe Live 5, S. 24